
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 31 卷 第 2 號 1994年 5月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 31, No. 2, May 1994

2차원 수중익주위 비선형 자유표면유동의 시간영역 시뮬레이션

김 용 직*

Time-Domain Simulation of Nonlinear Free-Surface Flows around a Two-Dimensional Hydrofoil

by

Yong J. Kim*

요 약

2차원 수중익 주위의 비선형 자유표면 유동을 시간영역에서 시뮬레이션할 수 있는 수치해법이 개발되었다. 본 수치해법은 고차 스펙트럴법과 경계요소법을 조합한 스펙트럴/경계요소법(spectral/boundary-element method)이며, 자유표면은 고차 스펙트럴법에 의해 그리고 수중익과 후류 보오텍스는 경계요소법에 의해 다루어 진다. 본 방법은 자유표면과 수중익의 비선형/비정상 상호작용문제에 폭넓게 적용될 수 있으며, 특히 스펙트럴법을 사용하므로 자유표면 유동을 매우 효율적으로 다룰 수 있다.

적용예로 정지상태에서 출발하여 자유표면 근처에서 균속 전진운동 또는 전진 및 동요운동을 하는 경우가 다루어 졌고, 자유표면과 동유체력에서의 비선형/비정상 효과들이 보여지고 있다. 비정상해의 특수한 경우로 얻어지는 정상상태의 계산결과들이 다른 이론 또는 실험결과들과 비교되었으며, 좋은 일치를 보이고 있다.

Abstract

A computationally efficient numerical method based on potential flow is developed for time-domain simulation of the nonlinear free-surface flows around a 2-dimensional hydrofoil. This numerical method, namely, spectral/boundary-element method, is a mixed one of the high-order spectral method and the boundary-element method in time-domain. The high-order spectral method is used to calculate the nonlinear evolution of free-surface, and the boundary-element method is used to calculate the effects of the hydrofoil and the shed vortex.

As application examples, nonlinear free-surface flows around a 2-dimensional hydrofoil which starts from the rest and translates near the free-surface with or without harmonic

발표일자 : 1993년도 대한조선학회 추계연구발표회('94.11.12)

접수일자 : 1994년 1월 14일

* 정희원, 부산수산대학교 선박공학과

oscillations are calculated. Nonlinear/unsteady results of free-surface waves and hydrodynamic forces are shown and discussed. Particularly, the results of steady-state which are obtained as a special case of the present unsteady solution are compared with others' calculated and experimental results, and good agreements are observed.

1. 서 언

근래들어 전산기 성능의 향상에 따라 해석적 방법으로 다루기 힘든 비선형 문제들을 수치적 방법으로 다루는 많은 연구가 이루어 지고 있다. 자유표면유동 분야에서도 경계요소법, 유한차분법, 유한요소법, 스펙트럴법등 여러 수치해법들을 이용한 활발한 연구들이 수행되고 있다. 이 중에서 시간영역 시뮬레이션법은 다양한 문제들에 적용할 수 있는 가장 강력한 계산수단이 될 수 있으나, 과중한 계산시간의 부담으로 아직까지는 이에 따른 많은 제약은 받고 있다. 본 저자는 자유표면유동을 다루는데 극히 효율적인 고차 스펙트럴법을 경계요소법과 결합하여 비양력단면에 의한 자유표면유동을 시간영역에서 다룬바 있다[1]. 본 논문에서는 이를 양력단면에도 적용할 수 있도록 확장하였다.

수중익과 자유표면의 상호작용문제들은 주로 정상(steady)상태에 대해 연구되어 왔다. Giesing et al. [2]은 선형 자유표면조건을 만족하는 Green함수를 이용하여 2차원 양력문제를 다루었고, Bai[3]는 국소유한요소법으로 역시 정상·선형문제를 다루었다. Bai et al.[4][5]은 최근 이를 국소유한요소법과 판요소법으로 비선형 자유표면문제에 확장하여 정상상태의 해를 구하였다. 또한 3차원 문제로는 Kim[6]이 3차원 Green함수를 이용하여 선형 자유표면문제를 다루었으며, 실험에 의한 연구로는 Parkin et al.[7]이 자유표면 아래에서 2차원 수중익에 작용하는 압력분포를 실험 계측한 바 있다.

해석적·수치적 방법으로 비정상(unsteady)양력문제를 다루는 여러 연구들도 수행되었는데 이들은 주로 자유표면을 갖지 않는 무한유체중에서의 연구들이다. 이중 수치적 방법에 의한 연구로서 Basu et al.[8]은 날개표면에 소오스와 보오텍스를 분포시키는 수치해법을 연구하였고, Suh[9]는 소오스와 다이폴 분포를 이용하여 다양한 비정상 문제를 다룬 바 있다.

본 논문에서는 자유표면을 갖는 2차원 수중익 주위의 비선형/비정상(nonlinear/unsteady)유동을 스펙트럴/경계요소법(spectral/boundary-element method)으로 계산하였다. 본 수치해법에서 전체 속도

포텐셜은 파 포텐셜(wave potential)과 물체 포텐셜(body potential)로 분리되고, 이 두 포텐셜에 각기 다른 수치해법을 적용한다. 즉, 자유표면파를 나타내는 파 포텐셜은 고차 스펙트럴법[1][10]으로 계산되며, 정수면에 대해 역대칭인 물체 포텐셜은 Green정리에 기초하여 날개표면에 소오스와 다이폴을 분포시키고 후류면에는 다이폴을 분포시키는 경계요소법[9][11]으로 계산된다. 수치 Kutta 조건으로는 Morino Kutta 조건을 사용한다.

적용예로 정지상태에서 출발하여 자유표면 근처에서 균속 전진운동 또는 전진 및 동요운동을 하는 경우가 다루어 졌고, 자유표면파와 동유체력에서의 비선형/비정상 효과들이 보여지고 있다. 다른 이론 또는 실험 결과들과도 비교되었으며, 좋은 일치치를 보이고 있다.

2. 시간영역 경계치 문제

유체는 비점성, 비압축성이고 유체의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면장력은 무시한다. 좌표계는 x 축을 정수면에 두고 y 축은 상방향을 양으로 한다. 중심은 무한하다.

위의 가정에 의해 속도 포텐셜 $\Phi(x, y, t)$ 를 도입하면 유체의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \text{ in the fluid region, } t \geq 0. \quad (1)$$

각 순간의 자유표면상에서 만족되어야 하는 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건은 각각 다음과 같다 [1][10].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi^s}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \phi^s}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi^s}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 &= 0, \\ \text{on } y = \eta(x, t), t \geq 0. & \quad (2) \end{aligned}$$

여기에서 $y = \eta(x, t)$ 는 자유표면을 나타내며, 표면 포텐셜 $\phi^s(x, t)$ 는 자유표면에서의 속도 포텐셜값 $\Phi(x, \eta, t)$ 이고 g 는 중력 가속도이다.

비정상 양력흐름에서 날개의 후방에는 후류 보오텍스면(wake vortex sheet)이 형성된다. 이 면은 수학적으로는 포텐셜 도약(potential jump)을 갖는 불연속면이며, 그 위치가 해의 일부로 구해져야 한다는 점에서 일종의 자유표면의 성격을 갖는다. 이 면에서의 운동학적 경계조건은 법선방향 유속이 연속이어야 한다는 것이며, 동역학적 경계조건은 압력이 연속이어야 한다는 것이다. 이 두 경계조건들은 다시 다음과 같은 조건으로 변환될 수 있다[9].

$$\frac{D(\Delta\Phi)}{Dt} = \frac{\partial(\Delta\Phi)}{\partial t} + \underline{V}_m \cdot (\Delta\Phi) = 0, \quad (3)$$

on the freely moving wake surface, $t \geq 0$.

여기에서 $\Delta\Phi$ 는 무한이 얇은 후류면에서 윗면 포텐셜 Φ^u 와 아래면 포텐셜 Φ^l 의 차에 의한 포텐셜 도약($\Phi^u - \Phi^l$)이며, \underline{V}_m 은 후류면 각 위치에서의 평균유속이다. 식(3)은 후류면이 각 위치에서의 평균유속으로 이동할 때 포텐셜 도약 $\Delta\Phi$ 는 시간에 따른 변화없이 일정해야 함을 의미한다. 이 조건은 후류면의 위치 및 특이점 세기를 시간진행(time-marching)시키는데 이용된다.

각 순간의 날개표면에서 만족되어야 하는 물체표면 경계조건은 다음과 같고,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = \underline{V}(t) \cdot \underline{n}, \text{ on the body surface, } t \geq 0, \quad (4)$$

여기에서 \underline{n} 는 물체 밖으로 향한 단위 법선벡터이고, $\underline{V}(t)$ 는 물체의 속도벡터이다.

날개둘레의 순환(circulation)의 양이 유일하게 결정되기 위해서는 Kutta조건을 부과해야하며, 그 일반적인 표현은 날개 뒷날(trailing edge)에서 유속이 유한하다는 것이다. 이 조건의 구체적인 정식화는 여러 가지 형태가 사용되며, 본 논문에서는 포텐셜을 기저로 하는 판요소법에서 많이 사용되는 다음의 Morino Kutta 조건을 적용하였다.

$$(\Delta\Phi)_{\text{wake}} = (\Phi^u - \Phi^l)_{\text{body}}, \quad (5)$$

at the trailing edge, $t \geq 0$.

여기에서 윗첨자 u 와 l 은 각각 날개의 윗면과 아랫면을 나타낸다.

물체로부터 충분히 떨어진 곳에서의 무한원방 경계 조건은 다음과 같고,

$$\left. \begin{aligned} \nabla\Phi &\rightarrow 0 \\ \Phi &< \infty \end{aligned} \right\} \text{ as } R \rightarrow \infty, [R = (x^2 + y^2)^{1/2}], \quad (6)$$

물체의 운동이 항상 정지상태로부터 출발한다고 가정하면 초기조건은 다음과 같다.

$$\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0, \quad \text{on } y = 0, t = 0. \quad (7)$$

3. 스펙트럴/경계요소법

수면변위 η 와 표면 포텐셜 ϕ^s 는 자유표면 경계조건 식(2)를 시간적분하여 얻을 수 있다. 또한, 후류 보오텍스면(뒷날 제외)의 위치와 포텐셜 도약($\Delta\Phi$)은 시간의 진행에 따라 식(3)의 조건으로부터 계산된다. 따라서, 각 순간에서 풀어야 하는 공간상의 경계치문제는 $y = \eta$ 에서 Dirichlet 경계조건으로 ϕ^s 가 주어지고, 후류면(뒷날 제외)에서 포텐셜 도약이 주어졌을 때, 식(1)의 Laplace 방정식과 식(4), 식(5), 식(6)의 경계조건들을 만족하는 속도 포텐셜 $\Phi(x, y, t)$ 를 구하는 문제가 된다. 이 경계치 문제는 파포텐셜(wave potential)과 물체 포텐셜(body potential)로 분리하여 효율적으로 계산될 수 있다.

속도 포텐셜 Φ 를 다음과 같이 M 항까지의 급수로 나타낸다.

$$\Phi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(x, y, t). \quad (8)$$

여기에서 파 기울기 정도의 작은양을 ϵ 이라 할때, 차수별 포텐셜 $\phi^{(m)}$ 은 $O(\epsilon^m)$ 이라 가정한다. 이때, $\phi^{(m)}$ 은 다음의 경계조건을 $y=0$ 에서 만족하여야 한다[1][10].

$$\phi^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial y^k} \phi^{(m-k)} \right]_{y=0}, & M \geq m \geq 2. \end{cases} \quad (9)$$

$\phi^{(m)}$ 을 다시 다음과 같이 파 포텐셜(wave potential) $\phi_w^{(m)}$ 과 물체 포텐셜(body potential) $\phi_b^{(m)}$ 의 합으로 나타내고,

$$\phi^{(m)} = \phi_w^{(m)} + \phi_b^{(m)}. \quad (10)$$

$\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 에 각기 다른 해법을 적용한다.

$\phi_b^{(m)}$ 에 대한 경계치문제는 식(1)의 Laplace 방정식과 식(6)의 무한원방 경계조건외에 다음의 경계조건들로 구성된다.

$$\phi_b^{(m)} = 0, \text{ on } y = 0, \tag{11}$$

$$\nabla\phi_b^{(m)} \cdot \underline{n} = \begin{cases} \underline{V}(t) \cdot \underline{n} - \nabla\phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & m=1 \\ -\nabla\phi_w^{(m)} \cdot \underline{n}, & M \geq m \geq 2, \end{cases} \tag{12}$$

on the body surface,

$$\Delta\phi_b^{(m)} = \begin{cases} \Delta\Phi, & m=1 \\ 0, & M \geq m \geq 2, \text{ on the wake surface} \\ \text{except the trailing edge,} \end{cases} \tag{13}$$

$$(\Delta\phi_b^{(m)})_{\text{wake}} = [(\phi_b^{(m)})^u - (\phi_b^{(m)})^l]_{\text{body}}, \quad M \geq m \geq 1, \tag{14}$$

at the trailing edge,

$\phi_b^{(m)}$ 은 식(11)의 조건때문에 $y=0$ 에서 $\phi^{(m)}$ 의 값에 기여하지 못하므로, $\phi^{(m)}$ 이 식(9)의 경계조건을 만족하기 위해서는 $\phi_w^{(m)}$ 은 $y=0$ 에서 다음의 조건을 만족하여야 하며,

$$\phi_w^{(m)}(x, 0, t) = \begin{cases} \phi^s(x, t), & m=1 \\ -\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\eta^k}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial y^k} (\phi_w^{(m-k)} + \phi_b^{(m-k)}) \right]_{y=0}, & \\ M \geq m \geq 2. \end{cases} \tag{15}$$

이외에 $\phi_w^{(m)}$ 은 식(1)의 Laplace 방정식과 식(6)의 무한원방 경계조건을 만족하여야 한다. 이 $\phi_w^{(m)}$ 은 날개와 후류면을 포함하는 모든 영역에서 연속이므로 식(13)과 식(14)의 포텐셜도약에는 영향을 주지 않는다.

각 경계치문제에서 $\phi_b^{(m)}$ 과 $\phi_w^{(m)}$ 의 계산 순서는 다음과 같다.

- 1) 계산되어 있는 ϕ^* 로부터 $\phi_w^{(1)}$ 을 계산한다.
- 2) $\phi_w^{(1)}$ 과 알고 있는 후류면에서의 $\Delta\Phi$, 주어진 $\underline{V}(t)$ 로부터 $\phi_b^{(1)}$ 을 계산한다.
- 3) $\phi_w^{(1)}$ 과 $\phi_b^{(1)}$, 그리고 계산되어 있는 η 로부터 $\phi_w^{(2)}$ 를 계산한다.
- 4) $\phi_w^{(2)}$ 로부터 $\phi_b^{(2)}$ 를 계산한다.
- 5) 3)과 4)의 과정을 차수 m 을 하나씩 증가시켜 가며 정해진 차수 M 까지 반복 수행한다.

각 경계치문제의 해로 $\phi_w^{(m)}$ 과 $\phi_b^{(m)}$ 이 구해지면 이들

의 합으로 m 차 포텐셜 $\phi^{(m)}$ 이 식(10)에 의해 얻어지고, 전체 포텐셜 ϕ 는 $\phi^{(m)}$ 의 급수로 식(8)에 의해 얻어진다. 이렇게 얻어지는 속도 포텐셜 Φ 는 식(8)의 급수가 유효한 범위내에서 자유표면에 주어진 Dirichlet 경계조건과 후류면에 주어진 포텐셜 도약 및 식(1), 식(4), 식(5), 식(6)으로 이루어진 각 순간의 경계치 문제의 해가 된다.

4. 수치 계산의 개요

물체 포텐셜 $\phi_b^{(m)}$ 의 수치계산은 Green 정리에 기초한 경계요소법[9][11]을 이용한다. Green 정리로부터 얻어지는 적분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_b^{(m)}(p, t) = & -\frac{1}{\pi} \int_{S_b} \left\{ \phi_b^{(m)}(q, t) \left[\frac{\partial}{\partial n_q} \log R(p; q) \right. \right. \\ & - \frac{\partial}{\partial n_{q'}} \log R(p; q') \left. \left. - \frac{\partial \phi_b^{(m)}(q, t)}{\partial n_q} \right] \log R(p; q) \right. \\ & \left. - \log R(p; q') \right\} ds + \frac{1}{\pi} \int_{S_w} \Delta\phi_b^{(m)}(q, t) \left[\frac{\partial}{\partial n_q} \log \right. \\ & \left. R(p; q) - \frac{\partial}{\partial n_{q'}} \log R(p; q') \right] ds \end{aligned} \tag{16}$$

- where, S_b : body surface
- S_w : wake surface
- $p(x, y)$: field point on the body surface
- $q(x', y')$: source point on the body surface and wake surface
- $q'(x', -y')$: source point on the image surfaces
- $R(p; q) = [(x - x')^2 + (y - y')^2]^{1/2}$
- $R(p; q') = [(x - y')^2 + (y + y')^2]^{1/2}$
- $\Delta\phi_b^{(m)}$: potential jump on the wake surface

여기에서 f 은 Cauchy 주치적분을 나타내며, S_w 에서의 법선방향은 아래방향이 양이다. 식(16)은 날개표면과 그 이미지들에 다이폴과 소오스를 분포시키고, 후류면과 그 이미지들에 다이폴을 분포시킨 것에 해당한다. 이 적분방정식에서 날개 뒷날을 제외한 S_w 상의 $\Delta\phi_b^{(m)}$ 은 식(13)과 같고, S_b 상의 $\partial\phi_b^{(m)}/\partial n_q$ 는 식(12)의 경계조건에 의해 주어지며, 날개 뒷날에서의 후류면상 포텐셜 도약 $\Delta\phi_b^{(m)}$ 은 Kutta조건식(14)에 의해 날개표면상의 $\phi_b^{(m)}$ 에 의해 표현된다. 따라서, 식(16)은 날개

표면 S_b 상의 $\phi_b^{(m)}$ 에 대한 제2종 Fredholm 적분방정식이다. 이 적분방정식의 수치해는 이미 잘 알려져 있는 수치해법들[9][11]에 따라, 균일세기의 특이점 분포를 갖는 직선요소들로 이산화하여 계산하였다.

수치계산시 Kutta 조건은 S_w 상의 첫 요소(뒷날로부터)에서 $\Delta\phi_b^{(m)}$ 이 날개 뒷날 윗면과 아랫면 요소에서의 $\phi_b^{(m)}$ 의 차와 같다는 Morino Kutta 조건을 적용하였다. Lee[11]와 Suh[9]는 이 Morino Kutta 조건이 날개 뒷날에서 정확히 적용되지 못하는 결점을 보완하는 수치적 방법을 제시한 바 있으나, 본 계산에서는 날개 두께가 얇고, 요소분할이 충분히 세밀하다고 가정하여 이에 대한 수정은 하지 않았다.

본 후류모델에서는 매 계산스텝마다 1개의 새로운 후류요소가 생성되며, 후류 요소들에는 각기 균일세기의 다이폴을 분포시켰다. 균일한 세기를 갖는 다이폴 요소는 요소 양단에 크기가 같고 방향이 반대인 한쌍의 보오텍스가 놓인 것과 같으므로[11], 후류면 각 절점에는 이웃한 두 요소의 다이폴 세기차에 해당하는 집중 보오텍스가 위치하게 된다. 후류 첫 요소(뒷날로부터)의 다이폴 세기($\Delta\Phi$)는 Kutta조건에 의해 뒷날에서의 포텐셜 차($\Phi' - \Phi'$)와 같게 계산되고, 이는 날개주위 순환의 크기 Γ 와 같다. 후류면 첫요소의 끝점은 시간증분 Δt 동안 생성된 후류면길이의 중앙에 놓이도록 하여 첫 보오텍스가 이점에 위치되도록 계산하였다. 이 보오텍스의 세기는 시간증분 Δt 동안 날개주위 순환의 변화량에 해당한다. 생성된 보오텍스들은 식(3)에 의해 세기의 변화없이 유체입자처럼 유속에 따라 이동하는 것으로 계산하였다.

파 포텐셜 $\phi_w^{(m)}$ 의 수치해는 $\phi_w^{(m)}$ 을 다음과 같이 eigen함수 전개식(복소 Fourier 급수)으로 표현하고,

$$\phi_w^{(m)}(x, y, t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} A_n^{(m)}(t) \Psi_n(x, y), \quad (17)$$

$$\text{where } \Psi_n(x, y) = \exp(ik_n y + ik_n x),$$

식(15)의 Dirichlet 경계조건을 만족하도록 복소값 $A_n^{(m)}(t)$ 를 구하여 계산한다(여기에서 $k_n = 2\pi n / N\Delta x$). 이를 위해 계산영역의 x 축을 N 개로 균등분할(분할간격 Δx)하고, 식(15)로부터 주어지는 각 분할점에서의 $\phi_w^{(m)}$ 값을 잘 알려진 Fast-Fourier 변환법[12]을 써서 변환한다.

η 와 ϕ 의 시간에 따른 변화는 식(2)를 시간적분하여 계산하며, 후류면의 위치변화는 각 보오텍스위치에서의 유속(자신의 영향은 제외)을 시간적분하여 계산

한다. 시간적분법으로 4차 Runge-Kutta 적분법을 이용할 때 선형 자유표면파 문제에서의 수치 안정성(numerical stability)조건이 $\Delta t^2 \leq 8\Delta x / g\pi$ 임은 잘 알려져 있으며, 본 논문의 계산에서도 충분한 여유를 두고 이 조건을 만족하도록 하였다. 수록된 계산예들에서 수치적 불안정성은 나타난 바 없고, 별도의 자유표면 순정(smoothing)기법도 필요치 않았다.

본 논문의 고차 스펙트럴법은 자유표면의 분할갯수가 N 일때 그 산술 계산량이 $N \log N$ 에 비례하는 Fast-Fourier 방법을 사용하므로, 자유표면의 취급에 있어 매우 효율적이다.

5. 계산에 및 고찰

계산은 주로 12% 두께를 갖는 Joukowski 대칭형 날개단면[13]을 대상으로 하였다. 이 단면은 Parkin et al.[7]과 Giesing et al.[2], Bai et al.[3][4][5] 등에 의해 정상(steady)상태에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. 비정상(unsteady)운동을 다룰 수 있는 해석방법의 특수한 경우로서 정상상태가 얻어지며, 얻어진 정상상태의 해는 이들 실험 및 이론해와 비교하였다. 사용된 후류 보오텍스 모델의 특성을 파악하기 위해 NACA 0006 단면[13]의 무한유체중 급작스런 출발문제도 계산되었고, Suh[9]의 계산결과와 비교하였다. 본 해석방법은 다양한 문제들에 적용될 수 있으며, 그 예로서 전진하는 수중익이 상하동요(heave) 또는 종동요(pitch)할 때의 예도 다루었다. 날개의 코드길이(chord length)를 C 로 표시하였고, U 는 균일 전진 속도, α 는 영각(attack angle)이며, F_n 는 $U/(gC)^{0.5}$ 이다. 압력은 유체 동압력(hydrodynamic pressure)만 고려하였고, 압력계수 $CP = \text{pressure} / 0.5\rho U^2$, $CL = \text{lift} / 0.5\rho U^2 C$ 이다. ρ 는 유체밀도이고, 모멘트는 반시계 방향이 양이며 별도의 언급이 없으면 날개앞날에 대한 모멘트이다. ξ 는 날개 길이의 중앙에 중심을 둔 수평좌표이며, 날개의 잠긴 깊이 h 는 정수면으로부터 날개 뒷날까지의 깊이이다. 단, 압력 분포의 그림들에서 ξ 는 날개 길이에 평행하게 적용하여 $\xi/C = -0.5$ 가 앞날, $\xi/C = 0.5$ 가 뒷날에 해당한다.

Fig. 1에 12%두께를 갖는 Joukowski 단면형상과 $\alpha = 5^\circ$ 일때 무한유체 중에서의 압력분포 계산결과가 보여지고 있다. 날개 표면의 점들은 날개 분할요소수 $N_b = 40$ 일 때의 요소 분할을 보여주며, 유동변화가 심한 앞날과 뒷날 부분이 집중적으로 분할됐음을 볼 수 있다. 이 요소수에서 $\alpha = 5^\circ$ 일 때, $CL = 0.58$ 이며, 해석해[13]인 $CL = 0.6035$ 와 비교하여 약 3.5%의 오

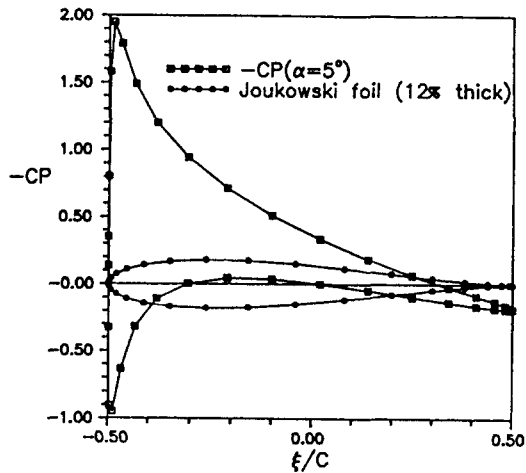


Fig. 1 Shape of 12% thick Joukowski hydrofoil and calculated pressure distribution for steady advance at 5° angle of attack (w/o free-surface, $N_b=40$)

차가 있다. $N_b=80$ 일 때, 오차는 1%정도로 줄어드는 것을 확인하였으나 계산의 효율성을 감안하여 모든 계산은 $N_b=40$ 에 대해 수행하였다.

무한 유체중에서 NACA 0006 단면[13]의 급격한 출발에 의한 양력 변화가 계산되어 Suh[9]의 계산결과와 Fig. 2에 비교되고 있다. Suh[9]의 계산은 후류의 첫 요소를 보오텍스 세기가 선형적으로 변화하는 고차요소로 사용(다른 요소는 점 보오텍스)하여, 후류 보오텍스의 영향을 보다 엄밀하게 고려하고 있다. 급격한 양력변화에 의해 강한 보오텍스가 생성되는 초기 몇 단계에서는 본 방법에 의한 계산이 다소 오차를 보이고 있으나, 양력이 점진적으로 변하고 방출되는 보오텍스의 세기도 강하지 않은 이후의 단계에서는 본 후류모델도 비교적 정확한 결과를 줄 수 있다. 본 논문에서는 계산의 편의성과 효율성을 위해 일차적으로 단순한 후류 보오텍스 모델을 사용하였으나, 급격한 유동에 대해서도 보다 정확한 계산을 얻기 위해서는 차후 후류 모델의 개선이 필요할 것으로 생각된다. Fig. 3에는 같은 경우에 대해 후류에 형성되는 보오텍스 형상이 보여지고 있고, 전형적인 보오텍스의 roll-up 현상을 볼 수 있다.

자유표면 근처에서의 급격한 가속운동은 수면에 쇄파현상을 일으킨다. 이 쇄파현상은 실제 물리실험에서는 큰 문제가 아닐 수 있으나 수치실험에서는 이후의 계산실행이 불가능하게 된다. 또한 물체운동이 초기에 급격히 시작되면 수면에 충격효과를 주어 Cauchy-Poisson type의 과도파를 발생시키고[1][14], 이 과도파는 장시간 지속되어 정상상태를 얻는데 장애가 된

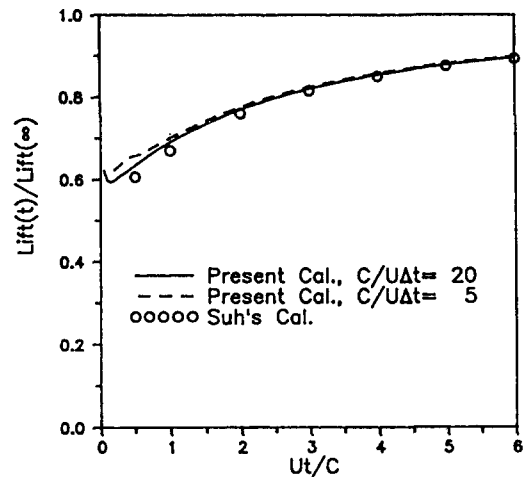


Fig. 2 Comparison of calculated lift force with that of Suh for sudden start-up of NACA 0006 foil (w/o free-surface, $\alpha=10^\circ$, $N_b=40$)

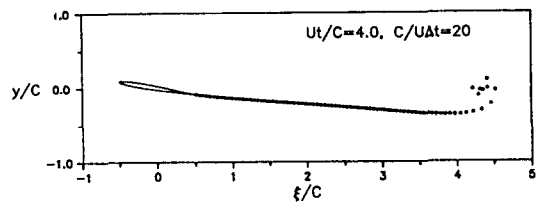


Fig. 3 Calculated position of vortex cores for sudden start-up of NACA 0006 foil (w/o free-surface, $\alpha=10^\circ$, $N_b=40$)

다. 수치 시뮬레이션을 통해 정상상태를 얻기 위해서는 이들 쇄파 및 과도파가 억제될 수 있도록 점진적인 가속이 요구된다. 본 논문에서는 수중익의 속도를 다음과 같이 점진적으로 가속하였다(T_{acc} 는 가속시간).

$$U_{inst}(t) = \begin{cases} -U * 0.5(1 - \cos(\pi t / T_{acc})), & 0 < t < T_{acc} \\ -U, & T_{acc} < t \end{cases} \quad (18)$$

Joukowski 단면이 잠수깊이 $h/C=1.0$ 에서 $\alpha=5^\circ$ 로 200스텝 점진가속후 $F_n=0.95$ 의 균일속도로 전진하는 경우에 대한 유체력과 자유표면과의 계산결과가 Fig. 4와 Fig.5에 각각 보여지고 있다(그림의 ↓는 날개중심 위치). 본 계산예들에서 수치구조의 길이는 날개길이의 약 77배이며, 자유표면에 약 500개 정도의 요소를 갖고 있다. 자유표면에서 통상 4차항 이상의 비선형효과는 매우 작으므로[1], 본 논문의 계산에서는 3차항까지의 비선형효과를 고려하였다($M=3$). 가속

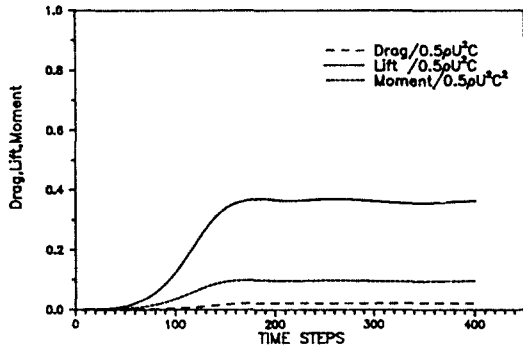


Fig. 4 Time history of lift, drag and moment for smooth start of Joukowski hydrofoil under the free-surface ($F_n=0.95$, $h/C=1.0$, $\alpha=5^\circ$, $M=3$, $N=512$, $\Delta x/C=0.15$, $U\Delta t/C=0.14875$, $T_{acc}/\Delta t=200$)

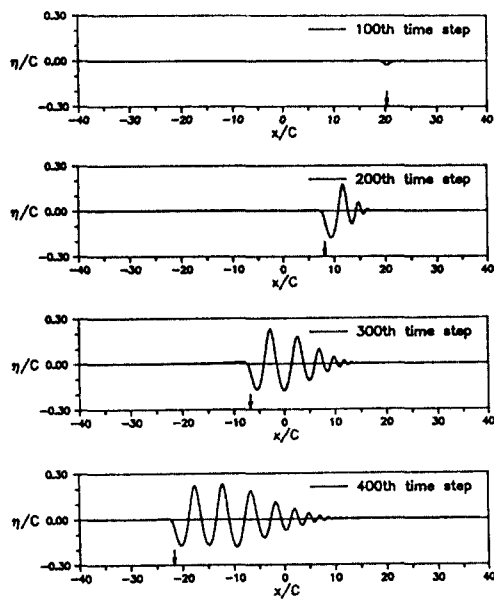


Fig. 5 Free-surface profiles for smooth start of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 4)

구간후 과도기에 의한 양력의 동요가 미소하게 남아 있긴 하지만 비교적 안정적으로 정상상태에 도달함을 볼 수 있다. Fig. 6에는 300, 350, 400스텝에서의 압력분포를 보이고 있는데, Fig. 4에 보여진 후반부의 유체력 동요가 압력분포의 관점에서 극히 미소한 것임을 알 수 있다. Fig. 7은 이 수치실험에서 발생된 자유표면파와 보오텍스 후류의 전반적인 모양을 보여준다 (점으로 표시된 후류 보오텍스들은 실제 갯수의 반만

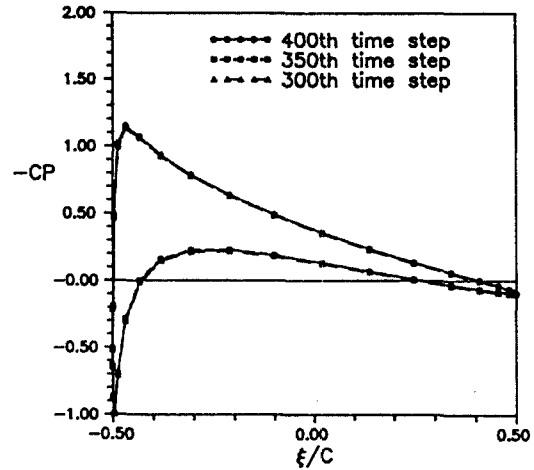


Fig. 6 Calculated pressure distributions for smooth start of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 4)

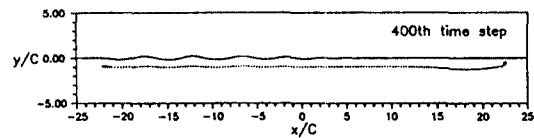


Fig. 7 A view of free-surface tank and hydrofoil (the same as in Fig. 4)

표시한 것임). 이 그림에서 종·횡축의 축척은 동일하다. Fig. 8에는 정상상태에 도달한 날개 윗면의 압력분포가 다른 여러결과들과 비교되어 있다. Bai et al. [4]의 계산은 정상상태에 대해 비선형 자유표면조건을 써서 국소유한요소법으로 계산한 것이고, Giesing et al. [2]의 계산은 Green함수를 이용하여 정상상태의 선형자유표면 문제를 계산한 것이다. Parkin et al. [7]의 실험은 C.I.T. (California Inst of Technology)의 회류수조에서 수행되었다. 본 계산결과는 Giesing et al.의 선형해와 비교하여 앞날 부근을 제외하고는 큰 차를 보이지 않아 자유표면 비선형효과가 이 경우에는 크지 않은 것으로 생각된다. 본 계산결과는 Parkin et al.의 실험 및 Bai et al.의 비선형 계산결과와 대체로 잘 일치하나 앞날 부근에서 본 계산이 상대적으로 더 높은 값(더 큰 압력강하)을 보이고 있다. 정상상태에 도달한 날개주위 표면파의 모양이 Fig. 9에 Bai et al. [4]의 계산결과와 비교되어 있고, 두 계산이 매우 잘 일치함을 볼 수 있다.

수면에 매우 근접하여 자유표면 비선형효과가 큰 $h/C = 0.2$ 일 때의 계산도 수행되었는데, 이 경우 처

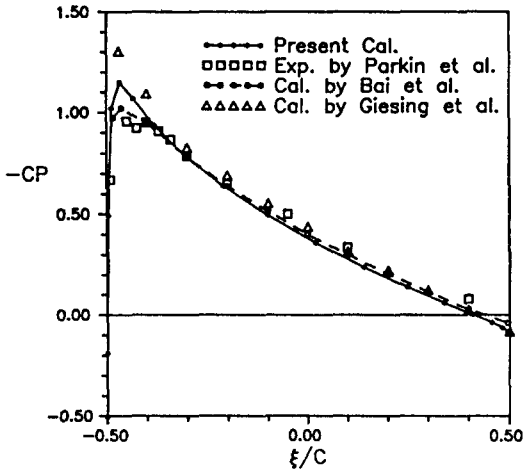


Fig. 8 Comparison of calculated pressure distribution on the upper surface of Joukowski hydrofoil with others' experimental and calculated results in steady-state (Joukowski hydrofoil, $F_n=0.95$, $h/C=1.0$, $\alpha=5^\circ$)

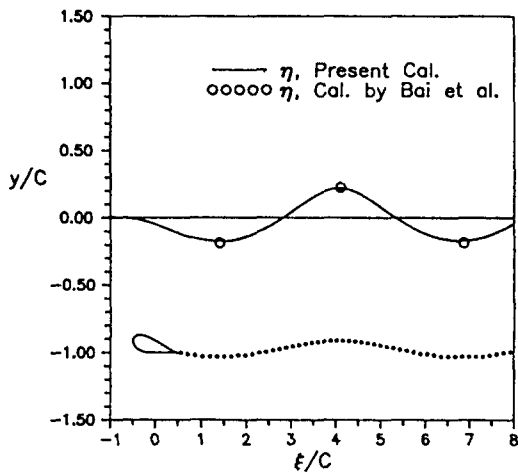


Fig. 9 Comparison of calculated wave elevation with that of Bai et al. in steady-state (Joukowski hydrofoil, $F_n=0.95$, $h/C=1.0$, $\alpha=5^\circ$)

음부터 같은 깊이를 유지하며 출발시키면 가속구간중의 쇄파현상으로 계산이 불가능하다. 이 초기가속중 쇄파현상을 방지하기 위해 이 경우의 계산에서는 출발시 Δh 만큼 더 깊은 위치에서 출발하여 가속구간 동안 다음과 같이 점진적으로 부상하도록 하였다.

$$h_{inst} = h + \Delta h [1 - (t - T_{acc}) / 2\pi * \sin(2\pi / T_{acc} * t)]$$

$$\begin{cases} / T_{acc}], 0 < t < T_{acc} \\ h, T_{acc} \leq t \end{cases} \quad (19)$$

Fig. 10에는 $F_n = 0.989$, $\alpha = 5^\circ$, $h/C = 0.2$, $\Delta h/C = 0.5$ 로 300스텝 가속후 400스텝까지 균속전진하는 경우의 동 유체력의 계산결과가 보여지고 있다. 자유표면의 영향으로 정상상태에서 음의 양력이 작용함은 특기할 만 하며, 후반부에 약간의 동요가 남아있다. Fig. 11에는 300,350,400 스텝에서의 압력 분포가 보여지고 있고, 압력분포의 관점에서 후반에 남아 있던 유체력 동요는 역시 별로 문제되지 않는다고 할 수 있다. Fig. 12에는 정상상태에서 날개 윗면에 작용하는 압력분포를 다른 여러 결과들과 비교하고 있다. Giesing et al.[2]의 선형해와 비교하여 본 계산은 자유표면 비선형효과를 고려함으로써 실험결과에 훨씬 근접한 결과를 보이고 있다. 본 계산은 Parkin et al.[7]의 실험 및 Bai et al.[4]의 정상상태에 대한 비선형 계산결과와 대체로 일치하고 있다. Bai et al.은 최근 판요소법에 의한 또다른 계산[5]에서 앞날 부분에서도 본 계산결과와 잘 일치하는 압력이 계산됨 (Fig. 12에 보여진 그들의 국소유한요소법에 의한 계산결과보다 앞날 부분에서 더 큰 압력강하를 보임)을 보이고 있고, 국소유한요소법에 의한 계산에서의 차이는 그 방법상의 수치적 난점에 기인했을 것으로 추정하고 있다. Fig. 13에는 날개 아랫면에서 계산된 압력 분포를 Bai et al.[4]의 계산결과와 비교하고 있고 Fig. 14에는 날개부근의 발생과가 비교되어 있다. 두 계산결과가 서로 잘 일치한다고 할 수 있다. Fig. 15에는 날개 주위의 자유표면 모양이 실제 모양대로 보

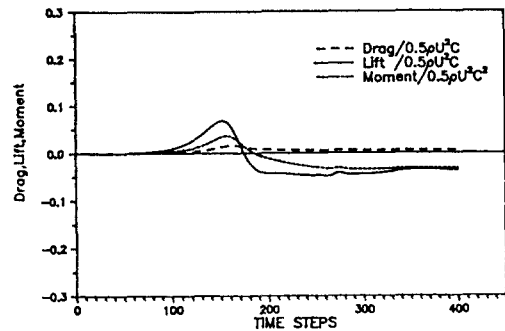


Fig. 10 Time history of lift, drag and moment for smooth start of Joukowski hydrofoil under the free-surface ($F_n=0.989$, $h/C=0.2$, $\alpha=5^\circ$, $M=3$, $N=512$, $\Delta x/C=0.15$, $U\Delta t/C=0.15$, $T_{acc}/\Delta t=300$, $\Delta h/C=0.5$)

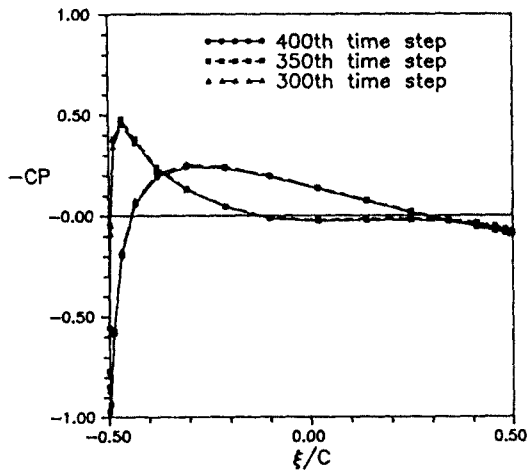


Fig. 11 Calculated pressure distributions for smooth start of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 10)

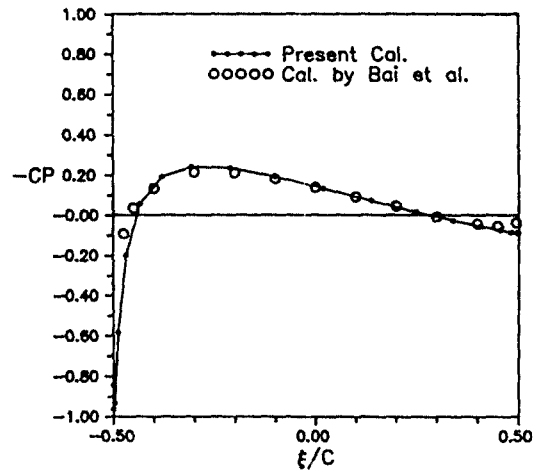


Fig. 13 Comparison of calculated pressure distribution on the lower surface of Joukowski hydrofoil with that of Bai et al. in steady-state (the same as Fig. 12)

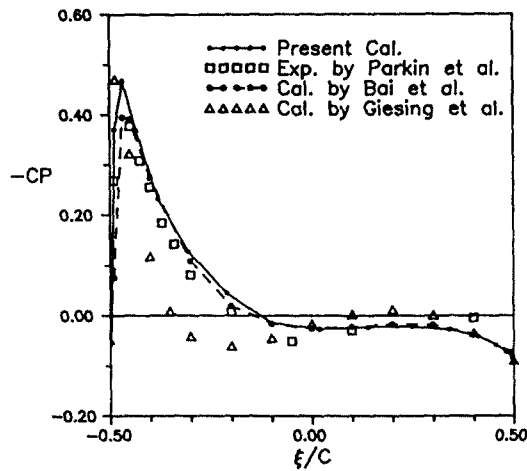


Fig. 12 Comparison of calculated pressure distribution on the upper surface of Joukowski hydrofoil with others' experimental and calculated results in steady-state (Joukowski hydrofoil, $Fn=0.989$, $h/C=0.2$, $\alpha=5^\circ$)

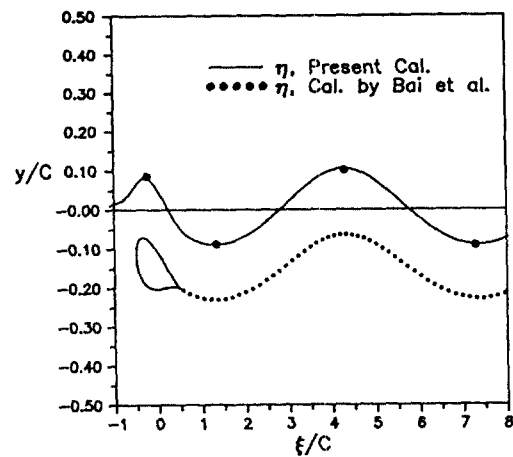


Fig. 14 Comparison of calculated wave elevation with that of Bai et al. in steady-state (the same as in Fig. 12)

여지고 있으며, 수면과 날개 윗면과의 간격이 거의 균일함을 알 수 있다.

본 수치해법은 수중익의 전진문제뿐 아니라 다른 다양한 문제들에도 적용될 수 있으며, 그 예로서 전진하는 수중익이 상하동요(heave)하는 경우와 종동요(pitch)하는 경우가 다루어 졌다. Fig. 16에는 $h/C = 1.0$ 에서 200스텝 가속후 $Fn=1.0$, $\omega C/g=4.0$, $A/C=0.05$ 로 전진하며 상하동요하는 경우(A는 동요

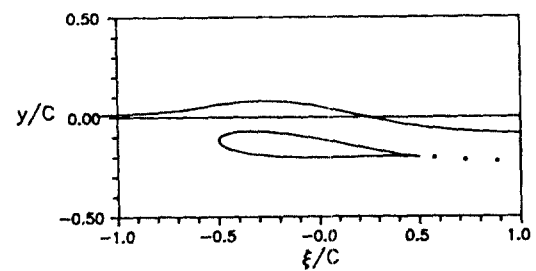


Fig. 15 A view of Joukowski hydrofoil and free-surface elevation in steady-state (the same as in Fig. 12))

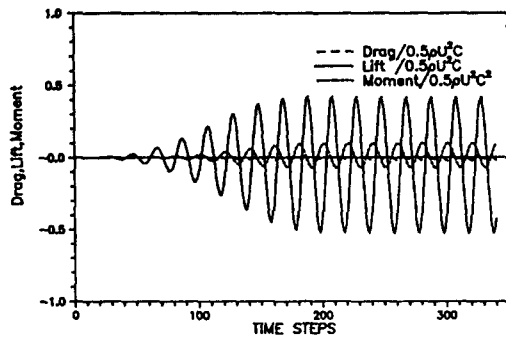


Fig. 16 Time history of lift, drag and moment for harmonic heave motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface ($F_n=1.0$, $h/C=1.0$, $A/C=0.05$, $\omega^2 C/g=4.0$, $M=3$, $N=512$, $\Delta x/C=0.15$, $U\Delta t/C=0.157086$, $T_{acc}/\Delta t=200$)

진폭)의 동유체력 계산결과가 보여지고 있다. 동유변위는 sin위상이고, 모멘트는 날개중심에 대한 모멘트이다. 이들 조화동요 문제에서 과도파를 억제하기 위해서는 동유운동도 점진적으로 시작할 필요가 있으며, 다음과 같은 방식으로 동유진폭을 증가시켰다.

$$A_{inst} = \begin{cases} A/T_{acc} * (t - T_{acc}/2\pi * \sin(2\pi * t/T_{acc})) & 0 < t < T_{acc} \\ A & T_{acc} \leq t \end{cases} \quad (20)$$

이들 동유체력에서 자유표면의 영향으로 나타나는 특성중 두드러진 것은 양력의 평균값이 음(아랫 방향)이 되는 것이며, 이는 자유표면의 영향으로 날개 윗면에서의 압력 강하가 제약을 받기 때문으로 생각된다. Fig. 17에는 340스텝에서의 후류 보오텍스 모양이 보여지고 있다. 다른 실험 또는 무한유체중의 계산들[8][9]에서와 같이 보오텍스가 감기며 넓게 확산되는 모습을 잘 볼 수 있다. 본 계산에서는 상부에 자유표면이 있으므로 보오텍스의 상방향 확산이 제한을 받아 보오텍스가 상하대칭이 아님을 볼 수 있다. Fig. 18과 Fig. 19에는 한주기 동안의 4 스텝에서 날개주위 표면

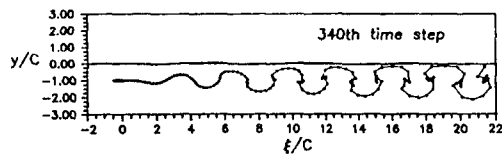


Fig. 17 A View of calculated vortex sheet for harmonic heave motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 16)

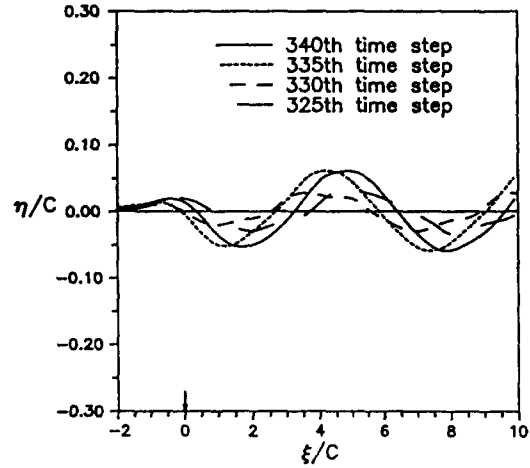


Fig. 18 Free-surface elevations at 4 time steps during 1 period for harmonic heave motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 16)

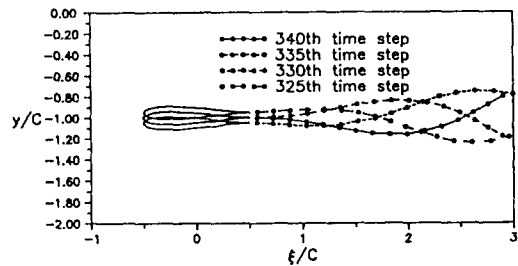


Fig. 19 Shed vortex sheets at 4 time steps during 1 period for harmonic heave motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface. (the same as in Fig. 16)

파와 보오텍스 변화가 각각 보여지고 있다.

Fig. 20과 Fig. 21 Fig. 22에는 진폭 $\alpha_A=5^\circ$ 로 중동요하는 경우의 유체력과 표면파, 보오텍스가 각각 보여지고 있다. 회전중심은 날개중양에 두었고(모멘트도 날개 중양에 대한 모멘트), 동유진폭은 상하동요와 같이 식(20)의 방식에 의해 점진적으로 증가시켰다. 대체로 상하동요와 유사한 특성을 보이고 있다고 할 수 있다.

본 논문의 계산들에서 후류 보오텍스의 갯수는 매 계산스텝마다 하나씩 증가하며, 이들 보오텍스의 영향계수 계산에 많은 시간이 소요된다. HP 710(12.2 MFLOPS) 워크 스테이션을 사용하였고, $M=3$, $N=512$, $N_b=40$ 일 때 한 스텝 계산에 소요된 계산시간은 다음과 같다. 1번째 스텝에서 약 8초, 200번째 스텝에

서 약 36초, 400번째 스텝에서 약 384초가 소요되었으며, 매우 급격한 증가특성을 보이고 있다.

본 계산예들에서는 현상 그대로를 시뮬레이션하기 위해 매 스텝 발생하는 보오텍스를 그대로 유지하였으나, 날개근처의 유동과 날개에 작용하는 유체력에만 중점을 둔다면 이들 보오텍스를 그대로 유지할 필요는 없다. 즉 균일속도 전진문제의 정상상태만을 얻고자 한다면 후류요소를 충분히 긴 1개의 요소만 사용하여도 무방하며, 조화동요 문제에서도 날개로부터 충분히 떨어진 보오텍스들은 뭉쳐서 보다 적은 수의 보오텍스들도 대처하여도 날개주위 유동은 정확하게 계산할 수 있을 것이다. 단, 이러한 경우 과도구간 또는 날개에서 멀리 떨어진 후방에서의 유동은 실제현상과의 대응성을 상실한다.

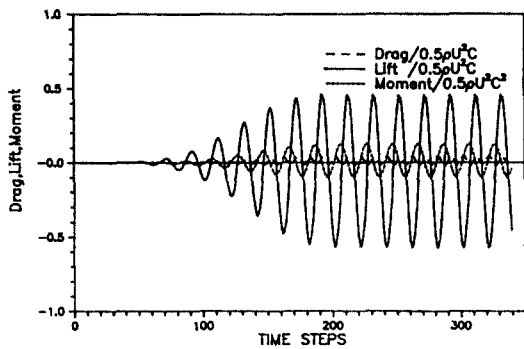


Fig. 20 Time history of lift, drag and moment for harmonic pitch motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface ($F_n=1.0$, $h/C=1.0$, $\alpha_A=5^\circ$, $\omega^2 C/g=4.0$, $M=3$, $N=512$, $\Delta x/C=0.15$, $U\Delta t/C=0.157086$, $T_{acc}/\Delta t=200$)

6. 결론

본 논문에서는 2차원 수중익주위의 비선형/비정상 자유표면 유동을 다룰 수 있는 시간영역 수치해법이 개발되었다. 이 수치해법은 고차 스펙트럴법과 경계요소법을 조합한 스펙트럴/경계요소법이며, 자유표면의 시간영역 계산에 있어 매우 효율적이라 할 수 있다.

비정상해의 특수한 경우로 얻어진 정상해들이 다른 실험 및 계산결과들과 비교되었고, 좋은 일치성을 보이고 있다. 특히, 수면에 매우 근접한 경우 자유표면 비선형 효과를 고려함으로써 선형해보다 상당히 개선된 결과를 얻을 수 있었다. 본 방법은 수중익주위 자유표면 유동의 다양한 문제들에 적용될 수 있으며, 전진하는 수중익이 상하동요 또는 종동요하는 경우도 다루어 졌

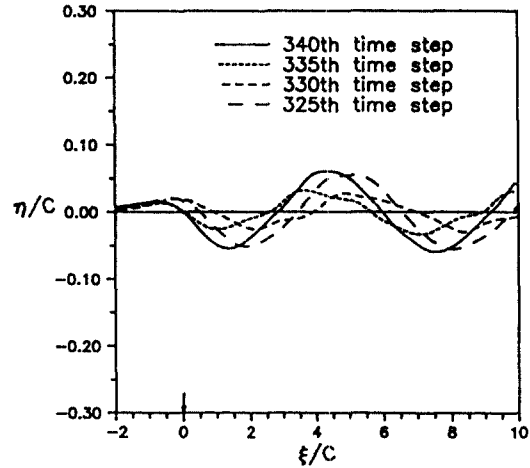


Fig. 21 Free-surface elevations at 4 time steps during 1 period for harmonic pitch motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 20)

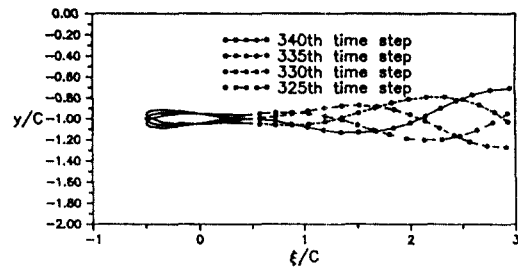


Fig. 22 Shed vortex sheets at 4 time steps during 1 period for harmonic pitch motion of Joukowski hydrofoil under the free-surface (the same as in Fig. 20)

다.

본 논문의 후류 보오텍스 모델은 계산의 용이성 및 효율성을 위해 단순한 모델이 사용되었으나, 급격한 양력변화를 보다 정확히 다루기 위해서는 향후 좀더 개선할 필요가 있다고 생각된다.

후 기

본 논문은 한국과학재단의 연구비 지원(KOSEF 911-0916-011-2)으로 수행된 연구결과의 일부임을 밝히며, 동재단의 지원에 감사드립니다. 연구의 수행에 있어 자료의 제공 및 조언을 해 주신 배광준, 이진태, 서정천, 김장환 박사께도 감사의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

- [1] 김용직, 황종홀, "고차 스펙트럴법에 의한 2차원 수치 파수조 개발에 관한 연구", 대한조선학회 논문집, 제29권, 제3호, 1992
- [2] Giesing, J.P. and Smith, A.M.O., "Potential Flow about Two-dimensional Hydrofoils", *J. of Fluid Mech.*, Vol.28, Part 1, 1967.
- [3] Bai, K. J. "A Localized Finite-Element Method for Two-Dimensional Steady Flows with a Free Surface", *J. of Ship Res.*, Vol.22, No.4, 1978.
- [4] Bai, K.J. and Han, J.H., "A Localized Finite-Element Method for the Nonlinear Steady Waves due to a Two-Dimensional Hydrofoil", *J. of Ship Res.*, (in print), 1993.
- [5] Bai, K.J., Kim, J.W. and Han, J.H., "Numerical Computations of the Nonlinear Steady Waves Generated by a Two-Dimensional Hydrofoil", *Manuscripts Submitted to the Autumn Meeting, Res. Board of Ship Hydrodyn.*, Soc. of Naval Archi. of Korea, 1993.
- [6] 김부기, "자유표면하에서 전진하는 3차원 물체 주위의 양력흐름 수치해석", 대한조선학회 논문집, 제29권, 제3호, 1992.
- [7] Parkin, B.R., Perry, B. and Wu, T.Y., "Pressure Distribution on a Hydrofoil Running near the Water Surface", *J. of Applied Physics*, Vol.27, 1956.
- (Also in California Institute of Technology Hydrodynamics Laboratory Report No. 47-2, 1955)
- [8] Basu, B.C. and Hancock, G.J., "The Unsteady Motion of a Two-Dimensional Aerofoil in Incompressible Inviscid Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol.87, Part 1, 1978.
- [9] Suh, J.C., "Unsteady Analysis for a Two-Dimensional Foil in Uniformly Sheared Onset Flow", Ph.D. Thesis, Univ. of Michigan, USA, 1990.
- [10] Dommermuth, D.G. and Yue, D.K., "A High-Order Spectral Method for the Study of Nonlinear Gravity Waves", *J. of Fluid Mech.*, Vol. 184, 1987.
- [11] Lee, J.T., "A Potential Based Panel Method for the Analysis of Marine Propellers in Steady Flow", Ph.D. Thesis, MIT, USA, 1987.
- [12] Brigham, E.O., *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- [13] Abbott, I.A. and Doenhoff, A.E.V., *Theory of Wing Sections*, Dover Publ., Inc., 1959.
- [14] Kim, Y.J. and Hwang, J.H., "Two-Dimensional Transient Motions with Large Amplitude by Time-Domain Method", *Proc. 16th Symp. on Naval Hydrodyn.*, UC Berkeley, USA, 1986.