

論文94-31B-12-3

# 무손실 시스템을 이용한 일반화된 M-대역 웨이브렛 필터의 설계

## (A Design of Generalized M-band Wavelet Filters using Lossless System)

權 相 根\*, 金 在 均\*\*

(Sang-keun Kwon and Jae-kyoon Kim)

### 要 約

완전 재생 필터 맹크의 설계에 이용되는 무손실 시스템은 직교 웨이브렛 필터의 설계 방법과 밀접한 관계가 있다. 우리는 이 관계를 이용하여 임의의 M-대역 웨이브렛 필터를 설계하였다. 기존의 설계 방법과 차이점은 첫째로 기존 방식의 저역 통과 필터는 N차의 regularity를 가지는 반면 본 논문에서는 (N-1)차의 regularity를 가지는 대신 적당한 위치에 제로를 추가하였으며, 둘째로 unitary 행렬도 필터들이 적당한 위치에 제로를 가지도록 설계하였다. 이 결과 기존의 설계된 M-대역 웨이브렛 필터보다 제안된 방식으로 설계된 M-대역 웨이브렛 필터가 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

### Abstract

Lossless system has been employed to design the perfect reconstruction filter banks and has particularly a close relation with the design of orthogonal wavelet filter (OWF). With such a relation, we generalize 2-band OWF to the M-band OWF which has an improved performances. The improvement is achieved using the two techniques. One is that the wavelet low pass filter has (N-1)th order regularity with extra zeros while the existing filter has N-th order regularity. The other is that unitary matrix is designed by adding the zeros to the proper positions. As a result, M-band OWF designed by propose method has better performance than M-band OWF designed by exsiting method.

### I. 서 론

웨이브렛 변환(wavelet transform : WT)은 최근 부대역 부호화(sub-band coding), 에지(edge) 검출

등 신호처리 분야에서 널리 이용되고 있다.<sup>[1, 2]</sup> WT의 기본 개념은 웨이브렛(wavelet)이라 불리우는 단위 함수를 팽창(dilation) 및 천이(translation)시킴으로써 얻어지는 기저(basis)를 이용하여 유한 에너지를 가지는 신호를 표현하는 방법으로, 2-대역( $M = 2$ ) 직교 웨이브렛 필터(orthogonal wavelet filter : OWF)는 Daubechies<sup>[3]</sup>에 의해서 처음 소개되었다. 이를 근거로  $M = 2^n$ (n은 양의 정수) OWF는 2진 나무 구조(binary tree structure)에 의해 부분적으로 일반화 되었으며<sup>[4]</sup>,  $M = 1$  임의의 정수인 경우는<sup>[5, 6]</sup> 등

\* 正會員, 金烏工科大學校 電子通信工學科

(Dept of Comm. Eng., KNUT)

\*\* 正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Dept of E.E., KAIST)

接受日字：1994年 1月 8日

에서 완전히 일반화 되었다. 보통 M이 클수록 부호화 성능이 개선된다고 알려져 있다.<sup>[6]</sup>

OWF는 기존의 부대역 부호화에 사용되는 완전 재생 (perfect reconstruction : PR) 필터 백크 (filter banks)의 설계 방법인 무손실 시스템 (lossless system)<sup>[10]</sup>과 밀접한 관계가 있다.<sup>[7,8]</sup> 즉 저역 통과 필터 (low-pass filter : LPF)  $H_0(z)$ 에 regularity 조건 및 정규화 조건을 추가하면 무손실 시스템을 이용하여 OWF의 설계가 가능하다. 여기서 regularity 조건은 필터의 개념에서는  $H_0(z)$ 의 천이 대역 (transition region)의 기울기와 관련된 사항으로 regularity가 높을수록 필터의 천이 대역은 급격 (sharp)하게 되어 부호화 이득은 증가하나, 재생 영상에서 Gibbs 현상이 발생하여 재생 영상의 화질이 떨어 지게 된다. 또한 regularity는 주로  $H_0(z)$ 의 통과 대역 (pass-band)에 관련된 문제로 정지 대역 (stop-band) ( $\pi/M \leq \omega \leq \pi$ )의 리플 (ripple)과는 거의 무관하다. 그러나 실제 설계된 OWF가 부대역 부호화에 사용되는 경우 정지 대역의 주파수 크기 응답 (frequency magnitude response : FMR) 특성도 중요한 역할을 하며 특히 나무 구조로 사용되는 경우 정지 대역의 특성은 더욱 중요하게 된다.<sup>[11]</sup>

이러한 문제점을 해결하는 필터의 길이  $L = N M$  인 M-대역 OWF를 설계하기 위하여 우선  $H_0(z)$ 는<sup>[5,6]</sup>에서와는 달리 ( $N-1$ )차 regularity 및 적당한 위치에 추가의 제로를 가지게 하였다. 또한<sup>[9]</sup>에서는 설계 과정에서 나오는 unitary 행렬로 이산 여현 변환 (discrete cosine transform : DCT)을 사용하였는데, 이 결과  $H_i(z)$  ( $1 \leq i \leq M-1$ )의 정지 대역의 FMR 특성이 좋지 않다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 unitary 행렬을 적당히 분할 (decomposition)한 후  $H_i(z)$  ( $1 \leq i \leq M-2$ )가 적당한 위치에 제로를 가지도록 unitary 행렬을 설계함으로써 정지 대역의 FMR을 개선하였다.

본 논문에서 사용된 기호는 다음과 같다.

- 1)  $\bar{A}, \bar{B}$  는 행렬이다.
- 2)  $\bar{A}'$  는  $\bar{A}$  의 전치 (transpose)이다.
- 3)  $\bar{i}$  는 단위 (identity) 행렬이다.
- 4)  $\|\bar{V}\|$  는 벡터 (vector)  $\bar{V}$  의 놈 (norm)이다.
- 5)  $\bar{E}(z)$  는  $E(z)$  의 전치 및 공핵 (conjugate)이다.

## Ⅱ. 무손실 시스템을 이용한 OWF의 설계

$L = N M$  인 OWF는 무손실 시스템을 이용하여도 설계가 가능하다. 그러므로 본 장에서는 이들의 관계를 이용하여 OWF를 설계하는 방법에 대하여 논하기

로 한다.

그림 1과 같은 maximally decimated M-대역 필터 백크를 생각하여 보자. 여기서  $\bar{H}(z) = [H_0(z) H_1(z) \dots H_{M-1}(z)]^T$ ,  $\bar{F}(z) = [F_0(z) F_1(z) \dots F_{M-1}(z)]$  는 각각 분해 (analysis) 및 합성 (synthesis) 필터 백크이다. 그림 1 이 PR 시스템이 되기 위하여는 시스템 전달 행렬 (transfer matrix)  $\bar{T}(z)$  가 무손실이어야 한다.<sup>[8]</sup>

### 정의) 무손실 시스템

전달 행렬  $\bar{T}(z)$  가 다음의 조건을 만족하면  $\bar{T}(z)$  를 무손실이라 한다

1)  $\bar{T}(z)$  는 안정 (stable) 하여야 한다.

2)  $\bar{T}(z^{-1})\bar{T}(z) = c\bar{I}$

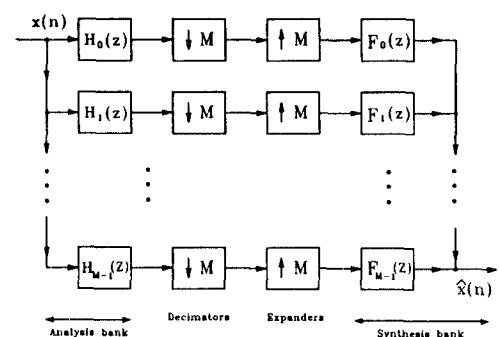


그림 1. Maximally decimated M-대역 필터 백크 시스템

Fig. 1. Maximally decimated M Band Filter Banks System.

무손실 시스템을 이용하여 PR 필터 백크 시스템을 설계하기 위하여  $\bar{H}(z)$  및  $\bar{F}(z)$  를 식(1), (2)와 같은 M-component polyphase decomposition 형태로 표현하여야 한다.

$$\bar{H}(z) = \bar{E}(z^M) \bar{D}_0(z) \quad (1)$$

$$\bar{F}(z) = \bar{D}_1(z) \bar{R}(z^M) \quad (2)$$

여기서

$$\bar{E}(z^M) = \begin{bmatrix} E_{0,0}(z^M) & E_{0,1}(z^M) & \cdots & E_{0,M-1}(z^M) \\ E_{1,0}(z^M) & E_{1,1}(z^M) & \cdots & E_{1,M-1}(z^M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{M-1,0}(z^M) & E_{M-1,1}(z^M) & \cdots & E_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix}$$

$$\bar{R}(z^M) = \begin{bmatrix} R_{0,0}(z^M) & R_{0,1}(z^M) & \cdots & R_{0,M-1}(z^M) \\ R_{1,0}(z^M) & R_{1,1}(z^M) & \cdots & R_{1,M-1}(z^M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{M-1,0}(z^M) & R_{M-1,1}(z^M) & \cdots & R_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix}$$

$$D_0(z) = [1 z^{-1} z^{-2} \cdots z^{-(M-1)}], \quad \bar{D}(z) = [z^{-(M-1)} z^{-(M-2)} \cdots 1]$$

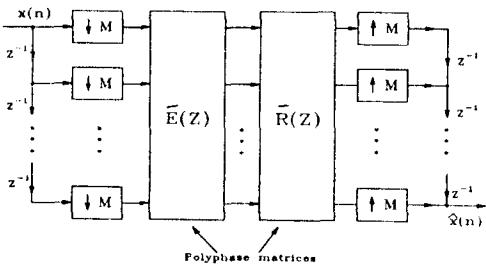
식(1), (2)의 관계를 이용하면 그림 1은 그림 2(a)와 같이 되며 그림 2(a)에 noble identity<sup>[8]</sup>를 적용하면 그림 2(b)가 된다. 그림 2(b)가 PR 시스템이 되기 위하여는 식(3)을 만족하여야 한다.

$$\bar{R}(z)\bar{E}(z) = c\bar{I} \quad (3)$$

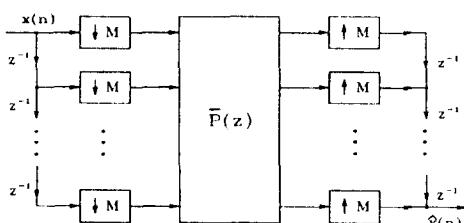
식(3)에서  $\bar{R}(z)\bar{E}(z)^{-1}$ 이라 하면 식(3)은 식(4)와 같아 된다.

$$\bar{E}(z^{-1})\bar{E}(z) = c\bar{I} \quad (4)$$

즉  $\bar{E}(z)$  가 paraunitary 행렬이면 그림 2(b)는 PR 시스템이 된다.



(a) 그림 1의 M-component polyphase decomposition 시스템



(b) (a)의 풍가 시스템

그림 2. M-component polyphase decompostion 을 이용한 M-대역 PR 필터 백크 시스템  
Fig. 2. Filter banks System using M-component polyphase decompostion.

한편 식(1)에서  $H_k(z)$ 의 길이는 NM이고,  $H_{k-1}(z)$ 의 차수(order)는  $(N-1)$ 이므로  $\bar{H}(z)$ 는 식(5)와 같아 표현 할 수 있다.

$$\bar{H}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{A}_i z^{-i} \quad (5)$$

여기서  $\bar{A}_i$ 의 차원은  $M \times M$ 이다.

식(5)의  $\bar{H}(z)$ 가 다음의 이론<sup>[9]</sup>을 만족하면 PR 시스템이 된다.

**이론1** 반일  $\bar{H}(z)$  가 식(6)과 같아 주어지면  $\bar{H}(z)$ 는 PR 시스템이다.

$$\bar{H}(z) = \bar{U} \prod_{i=1}^{N-1} \left\{ \left( \bar{I} - \bar{V}_i^\dagger \bar{V}_i \right) + \bar{V}_i^\dagger \bar{V}_i z^{-1} \right\} \quad (6)$$

여기서  $\bar{U}$ 는  $M \times M$  unitary 행렬이고,  $\bar{V}_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,M}]$ ,  $\|V_i\|=1$  이다.

식(6)과 같이 주어지는  $\bar{H}(z)$ 를 이용하여 OWF를 설계하기 위하여는  $H_0(z)$ 에 다음과 같은 regularity 조건 및  $\sum_{n=0}^M h_0(n) = \sqrt{M}$  와 같은 정규화 조건을 첨가하여야 한다. 여기서  $h_0(n)$ 은  $H_0(z)$ 의 필터 계수이다.

**정의** M-대역 웨이브렛 저역 통과 필터  $H_0(z)$ 가  $z = e^{j2\pi k/M}$  ( $k = 1, \dots, M-1$ )에 N개의 제로를 가지면 N차 regular하다고 한다.

**이론2** N차 regular한 M-대역 웨이브렛 저역 통과 필터  $H_0(z)$ 는 식(7)과 같아 된다.

$$H_0(z) = (1 + z^{-1} + \cdots + z^{-(M-1)})^N Q(z) \quad (7)$$

여기서  $Q(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i z^i$  이다.

**증명**  $\bar{U}^0$ 를  $\bar{U}$ 의 첫번째 열 행렬(Row Matrix)라 하면  $H_0(z)$ 가 정규화 조건을 만족하기 위하여는 다음 식(8)과 같은 Haar 기저를 가져야 한다. 그러면 식(6)에서 얻어지는  $H_0(z)$ 는 NM차 다항식(polynomial)으로 식(9)와 같아 된다.

$$\bar{U}^0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \sqrt{M} & \sqrt{M} & \cdots & \sqrt{M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$H_0(z) = (1 + z^{-1} + \cdots + z^{-(M-1)}) P(z) \quad (9)$$

여기서  $P(z)$ 의 차수는  $M(N-1)$ 이다.

그러므로 식(6)과 식(7)의  $H_0(z)$ 의 계수를 비교함으로써 얻을 수 있는 방정식의 갯수는  $(M(N-1)+1)$ .  $\|\bar{V}_i\|=1$ 의 조건에서  $(N-1)$ 개의 방정식을 얻을 수 있으므로 전체적으로  $(MN+1)$ 개의 선형 독립(linear independent)인 방정식을 얻을 수 있다. 한편 식(6)에서 결정되어야 할 미지수는  $(M(N-1))$ 개 이므로

다항식  $Q(z)$ 의 차수는  $(N-1)$ 이어야 한다. (증명 끝)  
식(6), (7)의  $\bar{V}_i$  및  $\alpha_i$ 는 이론 2의 방법으로도 구할 수 있지만 식(4)의 paraunitary 조건을 식(10)과 같이 표현하면 더욱 쉽게 구할 수 있다.<sup>[6]</sup>

$$\left|H_0(e^{j\omega})\right|^2 + \left|H_0(e^{j\omega+2\pi/M})\right|^2 + \cdots + \left|H_0(e^{j\omega+2\pi(M-1)/M})\right|^2 = 1 \quad (10)$$

[6]에서는  $H_0(z)$ 가 식(7)과 같고  $\bar{U}$ 가 DCT인 경우 일반화된 M-대역 OWF를 구하였다.

### III. 개선된 FMR 특성을 가지는 M-대역 OWF의 설계

M-대역 OWF를 부대역 부호화에 응용하는 경우 OWF들 사이의 알리아싱(aliasing) 성분이 클수록 대역 분할된 신호의 에너지 성분이 증가하게 되어 전송시 넓은 대역폭(band-width)이 필요하게 된다. 그러므로 부호화 이득(coding gain)을 높이기 위하여는, 부대역 부호화에 사용되는 OWF는 가능한 급격한 천이 대역 및 작은 정지 대역 리플을 가져야 한다. [6]에서는  $H_0(z)$ 가 N차 regularity를 가지도록 설계함으로써  $H_0(z)$ 는 비교적 급격한 천이 대역을 가지지만,  $H_0(z)$ 의 정지 대역의 리플은 비교적 커지게 된다. 또한 unitary 행렬로 단순히 DCT를 사용하였기 때문에 고역 통과 필터(high-pass filter)  $H_i(z)$ , ( $i = 1, \dots, M-1$ )의 주파수 특성이 좋지 못하게 된다. 이에 따라 전체적으로 OWF 사이의 알리아싱 성분이 증가하게 되어 전체적으로는 부호화 이득이 감소하게 된다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 다음과 같은 두 가지 방법을 사용하였다. 첫째로  $H_0(z)$ 는 식(11)과 같이  $(N-1)$ 차 regularity와 정지 대역의 ripple을 줄이기 위하여  $(M-1)$ 차 다항식인  $B(z)$ 로  $H_0(z)$ 가 정지 대역에 추가의 제로를 가지도록 하였다. 이 결과 천이 대역이 약간 완만하게 되지만 정지 대역의 리플은 많이 감소하게 된다.

$$H_0(z) = \left(1 + z^{-1} + \cdots + z^{-(M-1)}\right)^{N-1} B(z) Q(z) \quad (11)$$

$$B(z) = \begin{cases} (1+z^{-1}), & \text{if } M=2 \\ (1+z^{-1})^2, & \text{if } M=3 \\ (1+z^{-1}) \prod_{i=1}^{\lfloor \frac{(M-2)/2 \rfloor} (1-2\cos \zeta_i z^{-1} + z^{-2}), & \text{if } M \text{ is even and } M > 2 \\ (1+z^{-1})^2 \prod_{i=1}^{\lfloor \frac{(M-3)/2 \rfloor} (1-2\cos \zeta_i z^{-1} + z^{-2}), & \text{if } M \text{ is odd and } M > 3 \end{cases} \quad (12)$$

여기서

$$\zeta_i = \begin{cases} \frac{2\pi\{(M-2)i + (M-1)\}}{M(M-1)}, & \text{if } M \text{ is odd} \\ \frac{2\pi\{M + (M-2)i\}}{M^2}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

그리면 식(10)으로부터 모든  $\bar{V}_i$ 를 구할 수 있다. 둘째로  $H_i(z)$  ( $1 \leq i \leq M-2$ )의 정지 대역의 FMR을 개선하기 위하여  $H_i(z)$  ( $1 \leq i \leq M-2$ )가 적당한 위치에 제로를 가지도록 다음과 같은 방법으로  $\bar{U}$ 를 설계하였다.

M 차원의 unitary 행렬은 식(13)과 같이  $M(M-1)/2$ 개의 평면 회전 연산자(planar rotation operator) 행렬로 분해된다.<sup>[13]</sup>

$$\bar{U} = \prod_{j=M-1}^1 \prod_{i=0}^{j-1} \bar{u}_{i,j} \quad (13)$$

여기서  $\bar{u}_{ij}$ 는  $(i, j)$  평면 회전 행렬이다. 예를 들어  $M = 3$ 인 경우  $\bar{U}$ 는 다음과 같이 분해되어 진다.

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_0 & s_0 \\ 0 & -s_0 & c_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_1 & 0 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서  $c_i = \cos \theta_i$ ,  $s_i = \sin \theta_i$ 이다.

이를 이용하여  $\bar{U}$ 를 설계하는 방법은 다음과 같다.  $\bar{u}^i$ 를  $\bar{U}$  행렬의  $i$ 번째 열 행렬이라 하면 다음과 같은 방법으로  $\theta_i$ 를 결정할 수 있다.

1)  $\bar{u}^0$ 에는  $(M-1)$ 개의  $\theta_i$ 가 있는데 이는 식(8)과 성분을 비교함으로써 쉽게 구할 수 있다.

표 1.  $H_i(z)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M-2$ 에 대응하는  $\xi_{ij}$

Table 1.  $\xi_{ij}$ 's corresponding to  $H_i(z)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M-2$ .

M	Filters	$\xi_{ij}$
3	$H_1(z)$	$\pi$
	$H_1(z)$	$3\pi/4$
	$H_2(z)$	$\pi$
5	$H_1(z)$	$3\pi/5, \pi$
	$H_2(z)$	$4\pi/5$
	$H_3(z)$	$\pi$
	$H_1(z)$	$\pi/2, \pi$
6	$H_2(z)$	$2\pi/3, \pi$
	$H_3(z)$	$5\pi/6$
	$H_4(z)$	$\pi$

2)  $\{\bar{u}^k\}$ , ( $k = 1, 2, \dots, M-1$ )에는  $(M-1-k)$ 개의  $\theta_i$  가 있는데 이들은  $\bar{u}^1$  부터  $\bar{u}^{M-1}$  까지 순서적 계산 된다. 계산 방법은 표 1과 같이  $H_i(z)$  ( $i=1, 2, \dots, M-2$ )가 제로  $Z_{ii} = \cos \xi_{ii} \pm j \sin \xi_{ii}$  를 가지도록 함으로써 계산할 수 있다.

그림 3은  $M=3$ ,  $N=3$ , 그림 4은  $M=4$ ,  $N=3$ 인 경우의 [6]의 방식(HOWF) 및 제안된 방식으로 설계된 OWF(KOWF)들의 FMR 특성이다.

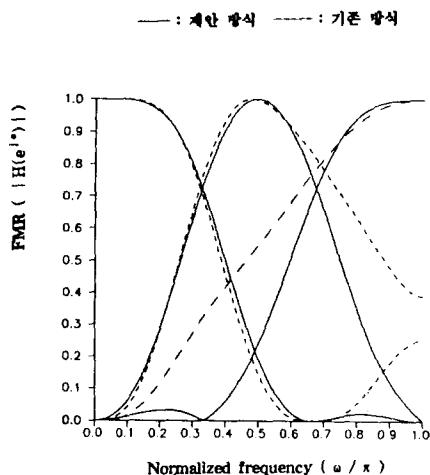


그림 3.  $M=3$ ,  $N=3$ 인 경우 OWF 필터의 주파수 크기 응답 특성 비교

Fig. 3. A comparison of frequency magnitude response for  $M=3$  and  $N=3$ .

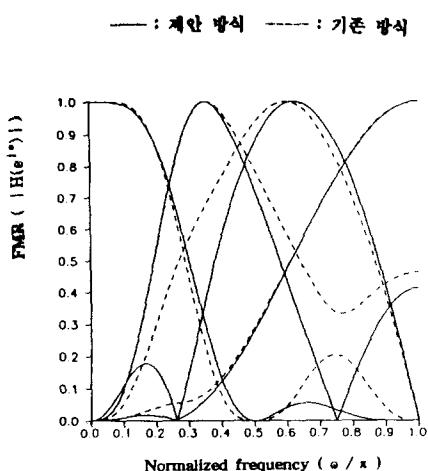


그림 4.  $M=4$ ,  $N=3$ 인 경우 OWF의 주파수 크기 응답 특성 비교

Fig. 4. A comparison of frequency magnitude response for  $M=4$  and  $N=3$ .

#### IV. 설계된 OWF의 성능 평가

제안된 방법으로 설계된 OWF의 성능을 [6]의 방식으로 설계된 OWF와 성능을 비교 평가 하였다. 평가 척도는 식(15), (16)으로 각각 주어지는 리플의 에너지 및 천이 대역 기울기이다.

$$RE_{ps} = 10 \log \left( \int_{\text{passband}} |H_i(e^{jw}) - 1|^2 d\omega + \int_{\text{stopband}} |H_i(e^{jw})|^2 d\omega \right) + 115 \quad (15)$$

$$AS_{tb} = 20 \log_s TBW \quad (16)$$

여기서 TBW는 정규화된 천이 대역폭이다.

표 2은  $M=3$ ,  $N=3$ , 표 3은  $M=4$ ,  $N=3$ 인 경우의 HOWF와 KOWF의 주파수 특성이다. 표 2 및 표 3에서 우리는  $H_0(z)$  및  $H_1(z)$ 의 저역 부분의 천이 대역은 HOWF가 KOWF에 비하여 약간 급격함을 알 수 있으며, 그 외 다른 필터의 천이 대역 및 리플 에너지는 KOWF가 HOWF에 비하여 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

표 2.  $M=3$ ,  $N=3$ 인 경우 두가지 설계 방법에 따른 OWF의 특성

Table 2. OWF Characteristics according to the two design methods for  $M=3$  and  $N=3$ .

필터		HOWF	KOWF
$H_0(\omega)$	$f_c$	0.326	$1/3$
	$AS_{ps}[\text{dB}]$	-10.566	-10.366
	$RE_{ps}[\text{dB}]$	0.651	0.612
$H_1(\omega)$	$f_{cl}$	0.313	0.322
	$AS_L$	-11.180	-10.902
	$f_{ch}$	0.748	0.680
$H_2(\omega)$	$AS_H$	-9.344	-10.946
	$RE_{ps}$	1.052	0.915
	$f_c$	0.613	$2/3$
	$AS$	-4.707	-10.568
	$RE_{ps}$	1.523	0.671

표 4에는  $M=3$ ,  $N=3$ 인 경우 OWF들 사이의 알리라싱 에너지 표시하였으며, 표 5에는 실제 영상(256 × 256 LENNA)을 17-대역으로 분할한 후 각 대역의 신호를 균일 양자화한 경우 PSNR 및 엔트로피의

관계를 비교하였다. 여기에서도 우리는 KOWF는 HOWF에 비하여 약 1 dB의 부호화 이득이 있음을 알 수 있다.

표 3. M=4, N=3인 경우 두가지 설계 방법에 따른 OWF의 특성

Table 3. OWF Characteristics according to the two design methods for M=4 and N=3.

필터		HOWF	KOWF
$H_0(\omega)$	$f_c$	0.243	0.250
	AS[dB]	-13.333	-13.068
	RE <sub>ps</sub> [dB]	1.086	1.014
$H_1(\omega)$	$f_{cL}$	0.232	0.233
	AS <sub>L</sub>	-14.052	-14.011
	$f_{cH}$	0.539	0.507
	AS <sub>H</sub>	-9.408	-13.606
	RE <sub>ps</sub>	1.099	1.032
$H_2(\omega)$	$f_{cL}$	0.367	0.436
	AS <sub>L</sub>	-9.641	-16.819
	$f_{cH}$	0.797	0.817
	AS <sub>H</sub>	-15.336	-16.334
	RE <sub>ps</sub>	1.601	1.115
$H_3(\omega)$	$f_c$	0.719	0.719
	AS	-3.173	-7.427
	RE <sub>ps</sub>	1.922	1.147

$f_{cl}$  : 저역 방향의 3dB 주파수

$f_{ch}$  : 고역 방향의 3dB 주파수

AS<sub>L</sub> : 저역 방향의 천이 대역 기울기

AS<sub>H</sub> : 고역 방향의 천이 대역 기울기

표 4. M=3인 경우 OWF 사이의 알리아싱 에너지

Table 4. Aliasing energy between OWF's for M=3.

	HOWF	KOWF
$H_0(z) - H_1(z)$	12.89[dB]	12.41[dB]
$H_1(z) - H_2(z)$	16.18	13.04
$H_0(z) - H_2(z)$	11.19	7.18
합계	40.26	32.63

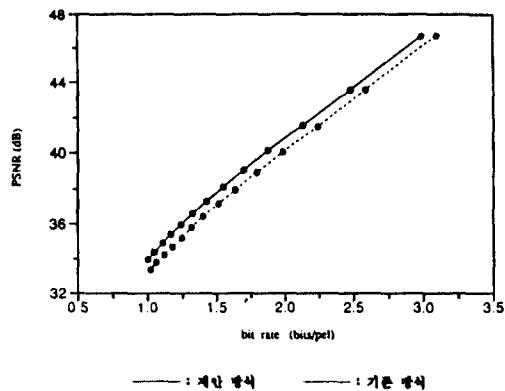


그림 5. 양자화기의 스텝 크기의 변화에 따른 PSNR 및 엔트로피의 변화

Fig. 5. Variation of PSNR and entropy for various step sizes of quantiser.

## V. 결론

본 논문에서는 기존의 일반화된 M 대역 OWF의 성능을 개선하는 방법에 대하여 논하였다. 성능을 개선하기 위하여 사용된 방법은 첫째로 정지 대역의 리플을 줄이기 위하여 직교 웨이브렛 저역 통과 필터의 regularity의 차수를 낮추는 대신 정지 대역의 리플이 최대가 되는 위치에 추가의 제로를 가지도록 하였으며, 둘째로 unitary 행렬은  $H_i(z)$  ( $1 \leq i \leq M-2$ )가 적당한 위치에 제로를 가지도록 설계함으로써 이들의 주파수 특성을 개선하였다. 이 결과 제안된 방식으로 설계된 OWF는 기존의 방식으로 설계된 OWF에 비하여 주파수 특성뿐만 아니라, OWF 사이의 알리아싱 에너지 측면에서도 우수한 성능을 가짐을 알 수 있다. 또한 이를 부대역 부호화에 적용한 경우에도 기존의 방식으로 설계된 OWF에 비해 약 1dB의 부호화 이득을 얻을 수 있다.

## 参考文献

- [1] M. Antonini, et al, "Image Coding using Vector Quantization in the Wavelet Transform Domain," ICASSP pp. 2297-2300, 1990.
- [2] S.G. Mallat, et al, "Complete Signal Representation with Multiscale Edges," Technical rep. N0.483, Dec., 1989.
- [3] I. Daubechies, "Orthogonal Bases of

- Compactly Supported Wavelets." Comm. on Pure and Applied Math., vol.XLI, pp909 - 996, 1988.
- [4] A.K.Soman, et al. "On Orthonormal Wavelets and Paraunitary Filter Banks." IEEE Trans. Signal Proc., pp.1170-1183, Mar. 1993.
- [5] H. Zou, et al. "Discrete M-Band Wavelet Decomposition." ICASSP92, pp.IV605-608, 1992.
- [6] P.N.Heller, et al. "Regular M-band Wavelets and Applications." ICASSP93, pp.III-229-232, 1993.
- [7] J.W.Wood, "Subband Image Coding." Kluwer Academic Press, 1991.
- [8] P.P.Vaidyanathan, "Multirate System and Filter Banks." Prentice-hall, 1993.
- [9] S-k Kwon and J-k Kim, "Wavelet Bases Design from the PR Filter Banks Viewpoint." APCC93, 1993.
- [10] M.Vetterli, et al. "Wavelets and Filter Banks: Theory and Design," IEEE Trans. Signal Proc., pp2207-2232, 1992.
- [11] P. P. Vaidyanathan, "Theory and Design of M-channel Maximally Decimated Quadrature Mirror Filters with Arbitrary M, having Perfect Reconstruction Property." IEEE Trans. ASSP, pp. 476 - 492, Apr. 1987.
- [12] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets : More About the Regularity of Compactly Supported Wavelets." Society for Industrial and Applied Math., pp.215-249, 1992.
- [13] G. H.Golub, et al, "Matrix Computation." Johns Hopkins Univ. Press, 1989.

---

著者紹介

---

**權相根(正會員)**

1955年 8月 17日生, 1975年 3月 ~ 1982年 2月 서강대학교 전자공학과(학사), 1985년 3월 ~ 1987년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사), 1987년 3월 ~ 1994년 8월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정(박사). 1990년 9월 ~ 현재 금오공과대학교 전자통신과 조교수. 주관심 분야는 영상데이터 압축 및 처리, DSP, 통신시스템 등임.

**金在均(正會員) 第30卷 B編 第1號 參照**