

WDF에 의거한 저민감도 양형교대 필터구조의 유도

(WDF-Based Derivation of Two-Type-Interlaced Structure for Low-Sensitivity Digital Filter Realizations)

林一澤*, 李秉基*

(Il-Taek Lim and Byeong Gi Lee)

要約

무손실유계실수(LBR) two-pair 연결 구조는 파 디지털필터(wave digital filter, WDF), 직교필터(orthogonal filter)와 동일한 구조를 갖는 기존의 저민감도 필터 구조들 가운데 하나이다. 기존의 구조들은 규준형(canonic) 기본 블록들을 상호간에 연결하여 원하는 디지털 필터를 구현하는데, 특히 무손실유계실수 필터는 기존의 구조를 전달행렬(transfer matrix)과 연쇄행렬(chain matrix)를 이용하여 수식적으로 보다 일관성있게 묘사하였다고 볼 수 있다. 그러나 기존의 구조는 종속변수(dependent parameter)가 존재하기 때문에 저민감도 특성이 약화되는 문제가 존재한다. 본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위하여 우선 "양형교대구조(two-type-interlaced structure)"라고 부르는 필터구조를 제안한다. 이는 아날로그 사다리 회로(ladder circuit)를 WDF로 바꾼 것에 해당한다. 브룬 단(Brune section)들을 연결한 후에 인접하는 인덕터/커패시터들을 병합하여 사다리 회로를 얻듯이, 제 3형 무손실유계실수 two-pair들을 연결한 후에 인접하는 제 1형 무손실유계실수 two-pair들을 병합함으로써 양형교대구조를 얻는다. 또한 본 논문에서는 "LBR 시험"을 제시하는데, 이는 양자화된 양형교대구조 필터가 안정성을 만족하는지를 시험하는 절차이다. 이것을 이용하면 양형교대구조가 불안정한 경우에도 계수의 양자화된 값들을 미세조정함으로써 그것을 쉽게 안정화시킬 수 있다. 이와 같이 양형교대구조와 LBR 시험을 결합하면 기존의 저민감도 필터가 가지고 있었던 종속계수로 인한 민감도의 증가문제를 완전히 해결할 수 있다.

Abstract

The lossless bounded real(LBR) two-pair cascade structure is one of the existing low-sensitivity digital filter structures such as wave digital filters(WDFs), orthogonal filters. They are known to have the same structures, which are composed of canonic building blocks interconnected to each other. The LBR two-pair cascade filters amount to describing in a unified manner the existing canonic low-sensitivity filters in terms of transfer matrices and chain matrices. However, the existing structures have somewhat degraded low-sensitivity performance because they include dependent parameters within their structures. In this paper we propose a filter structure called "two-type-interlaced(TTI) structure," eliminating such problem completely. This structures can be viewed as the WDFs of analog ladder circuits. As ladder circuits are obtained by cascading Brune sections and merging neighboring inductors or capacitors, so TTI structures are obtained by cascading Type 3 LBR two-pairs and merging neighboring Type 1 LBR two-pairs. Next, a test procedure called "LBR test" is also presented in this paper, which determines whether or not the quantized TTI structure is stable. If it is unstable we can fine-tune the quantized parameters to make the overall structure stable. Therefore we can solve the dependent parameter problem completely with TTI structure along with LBR test.

*正會員, 서울대학교 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

接受日字 : 1993年 12月 23日

I. 서론

디지털 필터를 구현하는 여러 가지 형태들 — 직접형(direct form), 직렬형(cascade form), 병렬형(parallel form), 격자형(lattice form), 상태공간 실현(state space realization) — 가운데서 저민감도(low sensitivity) 필터는 계수의 표현을 위해 적은 개수의 비트를 할당할 수 있어서 저렴한 비용으로 필터를 구현할 수 있으며, 또한 필터처리 과정에서 반올림오차(roundoff error)도 작은 것으로 알려져 있다.^{[1], [2]}

저민감도 디지털 필터의 첫번째 대표적인 예는 Fettweis가 제안한 파 디지털 필터(wave digital filter, WDF)^{[3], [4]} 인데, 아날로그 회로의 수동성(passivity)이나 무손실성(losslessness)이 디지털 회로로 그대로 옮겨지기 때문에 필터의 통과대역에서 저민감도 특성이 나타난다. 그러나 WDF는 적절한 아날로그 원형 회로를 설계하고 합성해야 하는 불편한 점이 있다. 이와는 달리 Vaidyanathan 과 Mitra가 제안한 무손실유계실수(lossless bounded real, LBR) two-pair의 연결에 의한 회로^{[5], [6]}는 WDF와 동일한 구조를 낳지만, 아날로그 회로에서 출발하지 않고 디지털 영역에서 직접 필터를 구현한다. 그리고 반사량(reflectance)¹⁾ 과 일점(one)²⁾들의 위치와 특성에 따라서 적절한 LBR 형태의 LBR two-pair들을 추출할 수 있는 알고리즘을 제시하고 있다.

이러한 기존의 저민감도 필터들이 갖는 공통된 문제는 제 3형 two-pair를 구현할 때에 발생한다. 제 1형이나 제 2형 two-pair와는 달리 제 3형 two-pair는 그 내부에 등장하는 파라미터들 간에 수식적 연관성이 존재한다. 이 연관성이 보존되어야만 전체 회로의 저민감도가 유지되는데, 실제로는 그것이 보존될 수가 없다. 왜냐하면 유한 자리수 파라미터들을 곱셈기로 구현하면 그 수식적 연관성은 근사적으로 성립될 뿐, 완전한 형태로 보존되지는 않기 때문이다. 브룬 적응기(Brune adaptor)나 직교필터(orthogonal filter) 등이 제 3형 two-pair를 구현하기 위해 채택될 수 있는 구조들이지만, 종속변수가 완전히 사라지는 않는다. 그래서 기존의 구조는 결

국 양자화에 대한 민감도가 다소 증가하게 된다.

이와 같은 사실에 바탕을 두고, 본 논문에서는 위에서 제기한 문제에 대한 해결책으로서 WDF 이론을 사다리 회로(ladder circuit)에 적용함으로써 얻어진 "양형교대구조(two-type-interlaced structure)"를 유도하고자 한다. 이 구조는 아날로그 영역의 브룬단의 연결이 사다리 회로를 낳듯이, 제 3형 two-pair의 연결이 제 1형과 제 2형의 교대구조를 낳는다는 사실을 그 출발로 삼고 있다. 즉, 제 3형이 직접 출현하는 것을 피함으로써 제 3형 구현시의 어려움을 피하는 것이다. 그리고 양형교대구조의 안정성을 시험하기 위하여 본 논문에서는 "LBR 시험"이라고 하는 특별한 시험과정을 제시한다. 이 시험과정의 도움에 의해 전체 회로는 안정성뿐 아니라 무손실유계실수(LBR) 성질이 완전히 유지되게할 수 있고, 그 결과 구현된 전달함수의 양자화에 대한 민감성은 매우 낮게 유지될 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서는 LBR two-pair의 정의 및 그것의 유한자리수 구현시의 문제점을 살펴본다. 그리고 제 3절에서 WDF이론을 사다리 회로에 적용하여 "양형교대구조"를 유도하며, 제 4절에서는 그 구조에 대한 LBR 여부를 시험하는 과정을 제시한다. 마지막으로 제 5절에서는 특정한 필터의 설계 예를 통해 양형교대구조의 구체적인 사례를 든다.

II. LBR two-pair의 정의 및 유한 자리수 구현시의 문제점

실 소자로 이루어진 무손실 이단자망(two-port)의 이미턴스 행렬은 무손실 양의 실수(lossless positive real, LPR) 성질을 만족하고, 그 회로의 산란행렬(scattering matrix)은 무손실 유계실수(lossless bounded real, LBR) 성질을 만족한다는 것이 알려져 있다.^[10] 2행 2열의 LBR 산란행렬 $S(s)$ 는 $Re[s] > 0$ 에서 해석적인 실계수 유리함수들을 성분으로 갖는 행렬로서,

$$S'(-s)S(s) = I \quad (1)$$

을 만족하는 것으로 정의 된다. 여기서 I 는 단위행렬이다. 식 (1)을 만족시키는 행렬은 유사일원(para-unitary)이라고 칭한다. 디지털 영역 LBR 성질은 쌍선형 변환(bilinear transformation)을 통해 아날로그 영역의 LBR 성질로부터 유도된다. 즉, $T'(z')$ $T(z)=I$ 을 만족하면 LBR이라고 한다. 특히 $T(z)$ 의

1) 참고문헌 [5]에서는 특히 디지털 영역으로 옮긴 반사량을 입력함수(input function), 디지털 영역으로 옮긴 전송량을 교차함수(cross function)라 부른다.

2) "일점(One)"은 z 평면 상에서 전달함수의 크기가 1인 점을 의미한다.

성분들 가운데서 $T_{11}(z)$, $T_{21}(z)$ 를 각각 입력함수(input function) $G(z)$, 그리고 교차함수(cross function) $H(z)$ 라 부른다. 쌍선형 변환에 의해 아날로그 영역에서의 성질은 디지털 영역에서의 성질과 일대일 대응관계를 갖는다.

이러한 무손실(즉 LBR) two-pair의 연결구조(cascade structure)를 이용하면 디지털 유계(bounded) 전달함수 $G(z)$ 를 LBR two-pair의 입력함수로 구현할 수 있다.⁵ LBR two-pair의 종류에는 제 1형, 제 2형, 그리고 제 3형이 있고, 제 1형은 1A, 1B, 1C, 1D의 네가지가 있으며, 제 2형은 2A, 2B의 두가지가 있는데, 제 1형 two-pair는 $G(\pm 1) = \pm 1$ 이 만족되는 곳에서, 제 2형 two-pair는 $G(e^{j\omega}) = \pm 1$ 이 만족되는 곳에서, 그리고 마지막으로 제 3형 two-pair는 $G(e^{j\omega}) = e^{j\theta}$ 가 만족되는 곳에서 추출된다.⁶ 이때 추출된 two-pair의 모양은 (연쇄행렬로 나타낼 때) 예를 들어서 제 1A형의 경우 적당한 파라미터 σ 에 대해

$$\Pi_{1A(\sigma)}(z) = \frac{1}{(1+z^{-1})} \begin{bmatrix} 1+\sigma z^{-1} & (1-\sigma)z^{-1} \\ 1-\sigma & \sigma+z^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

의 형태를 갖고, 제 2B형의 경우 파라미터 σ , β 에 대해

$$\Pi_{2B(\sigma, \beta)}(z) = \frac{1}{\sigma(1+2\beta z^{-1}+z^{-2})} \begin{bmatrix} 1+\beta(1+\sigma)z^{-1}+\sigma z^{-2} & (\sigma-1)z^{-1}(\beta+z^{-1}) \\ (\sigma-1)(1+\beta z^{-1}) & \sigma+\beta(1+\sigma)z^{-1}+z^{-2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

의 형태를 갖는다. 제 3형의 경우는 다소 복잡한데, 제 3형을 직접 구현하지 않고 제 1형 - 제 2형 - 제 1형의 연결로 구현한다면, 제 1형에 대응하는 파라미터가 σ_1 , 제 2형에 대응하는 파라미터가 σ_2 , β_2 , 그리고 마지막 제 1형에 대응하는 파라미터가 σ_3 으로 주어졌을 때, 제 3형의 연쇄행렬은

$$\Pi_3(z) = \frac{1}{\sigma_2(1+2\beta_2 z^{-1}+z^{-2})} \begin{bmatrix} 1+r z^{-1}+s z^{-2} & t z^{-1}+u z^{-2} \\ u+r z^{-1} & s+r z^{-1}+z^{-2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

와 같은 모양을 갖다. 이때 파라미터 r , s , t , u 는 파라미터 σ_1 , σ_2 , β_2 , σ_3 들의 함수들이다.

이러한 two-pair들을 실제로 구현하고자 할 때,

각각의 파라미터들은 곱셈기로 구현해야 한다. 이때 파라미터의 값이 양자화에 의해 달라진다. 즉, 곱셈기는 유한자리수로 구현되므로 그것을 하드웨어로 구현할 때 값의 변동은 불가피한 것이다. 이때 과연 two-pair들의 LBR 성질은 유지될 것인가? 혹은 이 질문은 다음과 같이 바꾸어서 표현할 수도 있다. '과연 양자화 후에도 입력함수 $G(z)$ 의 주파수 특성이 제대로 유지될 것인가?' 왜냐하면 전체 two-pair의 LBR 성질의 성립이 입력함수 $G(z)$ 의 저민감성의 근본원인이었기 때문이다.

제 1형과 제 2형 two-pair의 경우는 파라미터의 값이 조금 변화해도 그 two-pair가 LBR 성질을 보유하는 사실은 변하지 않는다. 그 이유는 파라미터의 값이 조금 달라지더라도 주어진 two-pair이 LBR 성질을 갖기 위한 조건을 여전히 만족하기 때문이다.⁴ 그러나 각주 4의 제 3형 LBR 제약조건을 살펴보면, 제 3형 two-pair가 LBR이 되는 것은 파라미터 σ_1 , σ_2 , β_2 , σ_3 간의 연관관계가 정확하게 성립하지 않으면 불가능하다는 것을 알 수 있다. 이것은 곧 양자화에 의해 파라미터 값들에 변동이 생길 경우, 제 3형 two-pair의 LBR 성질은 성립하지 않음을 의미한다. 그러므로 제 3형 LBR two-pair의 LBR 성질을 보존하면서 그것을 유한자리수의 실제 회로로 구현하는 것은 특별한 해결방법을 요구하는 문제이다.

제 3형 two-pair를 구현하는 기존의 구조들은 모두 중속계수의 문제를 해결하지 못하고 있다. 에컨대 브룬 적응기(Brune adaptor)는 제 3형 two-pair를 구현하는 한가지 구조이다. 제 3형 two-pair가 브룬 단(Brune section)을 WDF로 바꾼 것이라는 사실은 잘 알려져 있다.^{11, 15} 그러나 브룬 적응기^{8, 9}에는 중속변수가 존재하기 때문에 유한 자리수로 구현했을 때 그것은 결코 LBR이 되지 못한다. 그 외에도 직교 필터(orthogonal filter)가 제 3형 two-pair의 구현을 위해 사용될 수 있다.^{16, 17} 이 필터

4) 참고로 그 조건들을 나열하면 다음과 같다.^{11, 15}

- 1) 제 1형 LBR 제약조건 : $0 < \sigma < 1$
- 2) 제 2형 LBR 제약조건 : $0 < \sigma < 1, -1 < \beta < 1$
- 3) 제 3형 LBR 제약조건 : $(1-\sigma_1)(1-\beta_2) \sigma_3 + \sigma_2(1-\sigma_3)(1-\beta_2) + 2(1-\sigma_3)(1-\sigma_2)(1-\sigma_3) = 0, -1 < \beta_2 < 1$. 그리고 다음 세가지 경우 중 하나를 만족해야 한다.
 - 경우 1: $0 < \sigma_1 < 1, 0 < \sigma_2 < 1, \sigma_3 > 1$.
 - 경우 2: $\sigma_1 > 1, 0 < \sigma_2 < 1, 0 < \sigma_3 < 1$.
 - 경우 3: $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 1, \sigma_3 < 0, (\sigma_1 + \sigma_2 \neq 1, 1 < \sigma_2 < 1/\sigma_1, \text{ 혹은 } \sigma_1 + \sigma_2 = 1, 1 < \sigma_2 < 2)$
 (단, 경우 3은 [15]에서 $\sigma_1 < 0, 1 < \sigma_2 < 1-\sigma_1, \sigma_3 < 0$ 의 형태로 간략화되었다.)

3) 자세한 사항은 참고문헌 [5], [14]를 참조하기 바람

는 회전블럭(rotation block)들의 결합으로 이루어져 있기 때문에 CORDIC 구조를 사용하기에 유리하다. 그러나 이 역시 회전 블럭들 간에 연관관계를 맺고 있고, 더 나아가 한 회전블럭 내부에도 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 이라는 연관관계가 만족되어야 하므로, 유한 자리수의 하드웨어로는 직교필터를 결코 정확하게 구현할 수 없다. 그러므로 two-pair의 LBR 성질은 결국은 깨어지고, 전달함수의 저민감성도 약화된다.

III. 양형교대구조

이제 이 문제를 해결하기 위해서 우리는 "양형교대 구조(two-type-interlaced structure)"를 제안하고자 한다. 이것은 브룬 단을 직접 구현하기 보다는 그것을 사다리 회로(ladder circuit)로 바꾼 다음에 WDF로 구현함으로써 제 3형 two-pair가 아예 등장하지 않게 하는 방법이다.

WDF의 이론에 입각한 LBR two-pair들의 분석에 따르면, 이들은 모두 대응하는 아날로그 회로를 가지고 있다.^{14, 15} 이것을 요약하자면, 입출력 변수들을 전압 파(voltage wave)로 간주할 때, 직렬 인덕터(series inductor)는 제 1A형 two-pair와 추출조건 $G(-1)=1$ 을, 병렬 커패시터(shunt capacitor)는 제 1B형 two-pair와 추출조건 $G(-1)=1$ 을, 직렬 커패시터(series capacitor)는 제 1C형 two-pair와 추출조건 $G(1)=1$ 을, 그리고 병렬 커패시터는 제 1D형 two-pair와 추출조건 $G(1)=1$ 을 산출해낸다. 그리고 2차 병렬 공명기(second order shunt resonator)는 추출조건 $G(e^{j\omega})=1$ 과 함께 제 2B형 LBR two-pair를, 2차 직렬공명기는 추출 조건 $G(e^{j\omega})=1$ 과 함께 제 2A형 LBR two-pair를 각각 산출해낸다. 마지막으로, 브룬 단의 WDF는 제 3형 LBR two-pair과 추출조건 $G(e^{j\omega}) = e^{j\omega}$ 을 산출해낸다.

앞서 언급했듯이, 만약 브룬 단을 없앨 수 있다면 제 3형 LBR two-pair를 구현하는 어려움을 겪지 않아도 될 것이다. 그렇다면 브룬 단을 없애는 길은 무엇일까? 그림 1은 그에 대한 해결책을 암시하고 있다. 이 그림이 보여주듯이, 널리 알려진 회로 이론¹³에 따르면 이른바 사다리 회로(ladder circuit)란 것은 브룬 단을 펼친 다음에 인접하는 인덕터(혹은 커패시터)들을 합병해 놓은 것에 불과하다. 그러므로 사다리 회로를 사용하면 브룬 단이 직접 출현하는 것을 막을 수 있다.

브룬 단을 사다리 구조로 바꾸어 구현하는 것의 WDF 영역의 대응물(counterpart)이 바로 제 1형과 제 2형의 교대구조. 곧 이 논문에서 제안하는 "양형교대구조(two-type-interlaced structure)"이다.

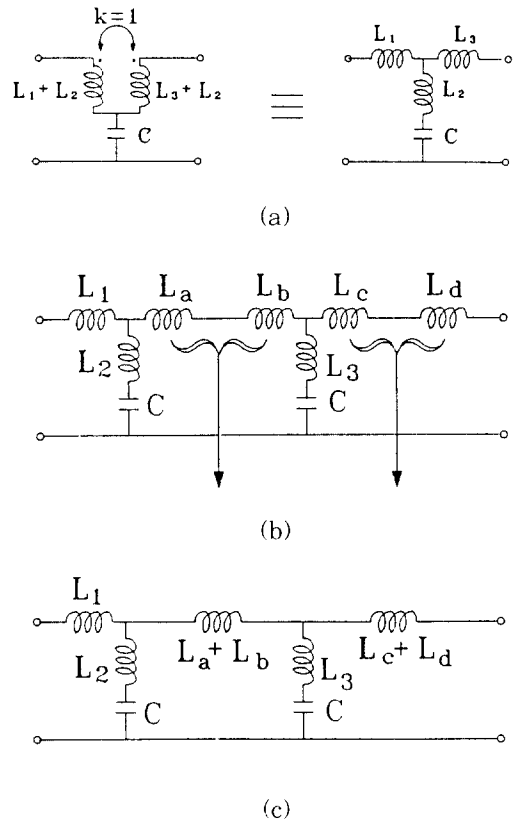


그림 1. 브룬 단과 사다리 회로 (a) 브룬 단 및 그 등가변형 (b) 브룬 단이 연결된 회로 (c) 사다리 회로의 형성

Fig. 1. Brune section and ladder circuit. (a) Brune section and its equivalent; (b) Brune section cascade; (c) formation of ladder circuit.

이 구조는 아날로그 영역에서 방금 언급한 두가지 성질을 그대로 이용한 것이다. 첫째 성질은 그림 1이 보여주듯이 브룬 단은 T 형으로 펼칠 수 있는 것이다. 이것은 "직렬 인덕터 - 2차 병렬 공명기 - 직렬 인덕터"의 구조로 이루어져 있다. 그런데 직렬 인덕터는 제 1A형 two-pair이고, 2차 병렬 공명기는 제 2B형 two-pair이므로 우리는 제 3형 LBR two-pair가 "제 1A형 - 제 2B형 - 제 1A형" 구조로 펼쳐질 수 있으리라는 것을 짐작할 수 있다. 그리고 세 개의 단이 연결되어있을때 전체의 연쇄행렬은 각각의 연쇄행렬의 곱과 동일하므로, 우리는

$$\Pi_3(z) = \Pi_{1A(\sigma_1)}(z)\Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)}(z)\Pi_{1A(\sigma_1)}(z) \quad (5a)$$

라는 관계식을 얻게 된다. 또한 Brune 단의 다른 형태에서 출발하면 (5a) 이외의 다른 관계식도 가능하다. 즉,

$$\Pi_3(z) = \Pi_{1B(\sigma_1)}(z)\Pi_{2A(\sigma_2, \beta_2)}(z)\Pi_{1B(\sigma_3)}(z) \quad (5b)$$

$$= \Pi_{1C(\sigma_1)}(z)\Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)}(z)\Pi_{1C(\sigma_3)}(z) \quad (5c)$$

$$= \Pi_{1D(\sigma_1)}(z)\Pi_{2A(\sigma_2, \beta_2)}(z)\Pi_{1D(\sigma_3)}(z) \quad (5d)$$

의 표현식들도 가능하다.

양형교대구조가 사용하는 두번째 성질은, 인접하는 두 직렬 인덕터들은 하나로 합병될 수 있다는 사실이다. 아날로그 영역에서 그 인덕터들의 값이 각각 L_a , L_b 라면, 합병된 하나의 인덕터는 $L=L_a+L_b$ 라는 값을 가지게 된다. 이것을 연쇄행렬의 관계로 표현하면

$$\begin{bmatrix} 1 & sL_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & sL_b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s(L_a + L_b) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

와 같다. 즉, 두개의 인덕터는 합병된 하나의 인덕터와 같다. 이에 대응하는 디지털 영역의 대응물은

$$\begin{aligned} \Pi_{1A(\sigma_a)}(z)\Pi_{1A(\sigma_b)}(z) &= \frac{1}{(1+z^{-1})} \begin{bmatrix} 1+\sigma_a z^{-1} & (1-\sigma_a)z^{-1} \\ 1-\sigma_a & \sigma_a+z^{-1} \end{bmatrix} \frac{1}{(1+z^{-1})} \begin{bmatrix} 1+\sigma_b z^{-1} & (1-\sigma_b)z^{-1} \\ 1-\sigma_b & \sigma_b+z^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(1+z^{-1})} \begin{bmatrix} 1+\sigma_a \sigma_b z^{-1} & (1-\sigma_a \sigma_b)z^{-1} \\ 1-\sigma_a \sigma_b & \sigma_a \sigma_b+z^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \Pi_{1A(\sigma_a \sigma_b)}(z) \end{aligned} \quad (7)$$

이 된다. 즉, 인접한 두개의 제 1A형 LBR two-pair은 결국 파라미터만 $\sigma \rightarrow \sigma_a \sigma_b$ 로 바뀐 새로운 하나의 제 1형 LBR two-pair이 된다. (이것은 아날로그 영역에서 $L=L_a+L_b$ 와 대조를 이룬다.)

이상의 두가지 사실들을 종합하면, 우리는 양형교대구조가 어떻게 도출되는지를 쉽게 알 수 있다. 예를 들어서 5차의 전달함수 $G(z)$ 를

$$\Pi(z) = \Pi_{1A(\sigma_1)} \Pi_{2B(\sigma_2^{(1)}, \beta_2^{(1)})} \Pi_{1A(\sigma_3^{(1)})} \Pi_{2B(\sigma_2^{(2)}, \beta_2^{(2)})} \Pi_{1A(\sigma_3^{(2)})} \Pi_{2B(\sigma_2^{(3)}, \beta_2^{(3)})} \Pi_{1A(\sigma_3^{(3)})} \Pi_{TM} \quad (8)$$

와 같은 LBR two-pair 연결 회로의 입력함수로 구현했다고 하자. (여기서 아래첨자들은 해당하는 제 3형 two-pair를 묘사하는 파라미터들을 나타낸다. 파라미터들에 붙어 있는 괄호로 표시한 위첨자들은 자신이 몇번째 two-pair에 속하는지를 지시하고 있고, 마지막의 Π_{TM} 은 회로 종단의 곱셈기(terminating multiplier)를 나타낸다.) 이 회로는 식 (5a)에 따르면

$$\Pi = \Pi_{1A(\sigma_1)} \Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)} \Pi_{1A(\sigma_3)} \Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)} \Pi_{1A(\sigma_3)} \Pi_{TM} \quad (9)$$

로 바꿀 수 있다. 그리고 식 (7)에 따르면 이 식은 다시

$$\Pi = \Pi_{1A(\sigma_1)} \Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)} \Pi_{1A(\sigma_3)} \Pi_{2B(\sigma_2, \beta_2)} \Pi_{1A(\sigma_3)} \Pi_{TM} \quad (10)$$

와 같이 변형할 수 있다. 단, $\sigma_1 = \sigma_1^{(1)}$, $\sigma_2 = \sigma_2^{(1)}$, $\beta_2 = \beta_2^{(1)}$, $\sigma_3 = \sigma_3^{(1)}$, $\sigma_2 = \sigma_2^{(2)}$, $\beta_2 = \beta_2^{(2)}$, $\sigma_3 = \sigma_3^{(2)}$, $\sigma_2 = \sigma_2^{(3)}$, $\beta_2 = \beta_2^{(3)}$, $\sigma_3 = \sigma_3^{(3)}$

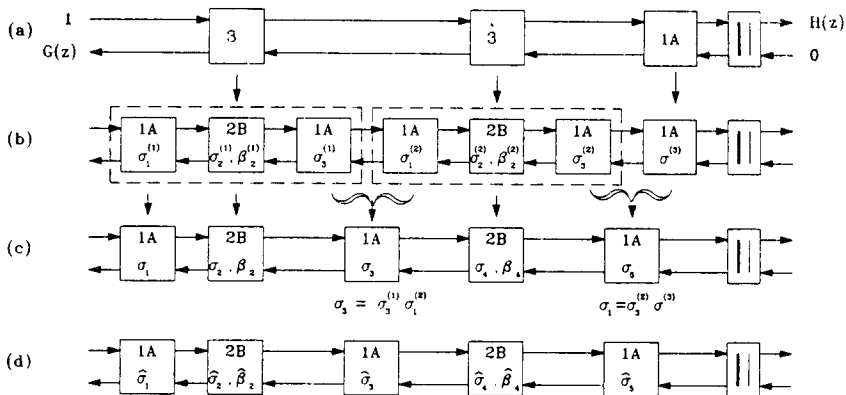


그림 2. 양형교대구조의 예시 (a) 5차 LBR 연결 구조 (b) 제 3형의 분해 (c) 양형교대구조 (d) 양자화된 양형교대구조

Fig. 2. Illustration of two-type-interlaced structure. (a) Fifth-order LBR cascade: (b) decomposition of Type 3 sections: (c) two-type-interlaced structure: (d) quantized two-type structure.

⁽²⁾ · σ ⁽³⁾ 이다. 이때 식 (10)이 표현하고 있는 구조가 양형교대구조이다. 그림 2는 이 과정을 묘사한 것이다. 그림 (a)는 식 (8)를, 그림 (b)는 식 (9)를, 그리고 그림 (c)는 식 (10)을 나타낸다.

그러나 이와 같은 양형교대구조에 대해서 한가지 주의해야 할 점이 있다. 그림 1에서 보여주듯이 원래 브룬 단으로만 구성된 회로가 주어진다 할지라도 그것을 사다리 회로로 펼쳐놓으면 $s=\infty$ 에서 회로의 출력을 차단시키는 현상이 나타난다는 사실이다.⁽⁵⁾ 이때 해당 주파수를 전송영(transmission zero)라 부른다. 이것을 디지털 영역으로 옮겨서 표현하면 $z=-1$ 에서 전송영이 생긴다고 할 수 있다. 이 전송영은 애초의 전달함수에 포함되지 않았을 수도 있는데, 그 경우는 주파수 응답의 왜곡이 심하게 일어난다. 그러므로 이런 위험을 방지하기 위해서는 처음부터 $z \pm 1$ 에 전송영이 존재하는 전달함수에서 출발하든지, 혹은 그 주파수에서 감쇄(attenuation)가 매우 큰 규격을 가진 필터의 전달함수에서 출발해야 한다.

IV. 유한자리수 구현을 위한 LBR 시험

이렇게 구현된 양형교대구조는 정확하게 구현하면 LBR 성질을 만족한다. 그러나 실제로 우리는 그림 2의 (c)에 나타난 양형교대구조를 그대로 구현할 수는 없고, 파라미터 $\sigma_1, \sigma_2, \beta_2, \sigma_3, \sigma_4, \beta_4, \sigma_5$ 들을 양자화해서 그것을 구현해야 하기 때문에 이 질문에 대한 대답은 상황에 따라 달라질 수 있다. 그리고 그 대답의 구체적인 내용은 아날로그 영역에 호소함으로써 얻을 수 있다.

그림 2 (d)는 그림 2 (c)의 실제적 구현을 위해 파라미터들을 양자화한 것이다. 이제 파라미터 값들이 달라졌으므로 그림 2 (d)에 대응하는 아날로그 회로는 최초의 그림 2 (a)에 대응하는 그것과는 소자들이 다른 값들을 갖게 될 것이다. 이것을 그림 3 (a)에 나타내었다. 즉, 커패시터와 인덕터의 값들이 처음의 C, L_1, L_2, L_3 등에서 $\hat{C}, \hat{L}_1, \hat{L}_2, \hat{L}_3$ 등으로 바뀌어져 있다. 그렇다면 이 사다리 회로는 과연 물리적으로 구현가능한, 즉 수동성(passivity)을 유지하는 회로일까 아니면 수동성이 깨어진 회로일까하는 것이 문제가 된다. 만약 수동성을 유지한다면 이 회로를 디지털 영역으로 변환시킨 회로가 유사수동성(pseudopassivity)을 만족할 것인데, 이는 달리 표현해서 양형교대구조의 two-pair가 LBR 성질을 만족하는

것을 의미한다. 그리고 이것은 우리가 이 절에서 제안하는 LBR 시험의 기초가 된다.

이 생각을 구체화시켜서 인덕터 \hat{L}_3 을 두개의 인덕터 L'_a 과 L'_b 로 분해하여 (즉 $\hat{L}_3 = L'_a + L'_b$) 인덕터 $\hat{L}_1, \hat{L}_2, L'_a$ 와 커패시터 C_2 로 이루어진 회로가 정확한 브룬 단이 되게 한다. 회로 이론에 따르면⁽¹⁵⁾ 인덕터 L_1, L_2, L_3 로 이루어진 브룬단은

$$L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_3 L_1 = 0 \tag{11}$$

을 만족시킨다. 그러므로 인덕터를 위와 같이 분해한다는 것은 인덕터 $\hat{L}_1, \hat{L}_2, L'_a$ 가 식 (11)을 만족시킴을 L'_a 을 정하는 것에 해당한다. 마찬가지로 인덕터 \hat{L}_3 을 두개의 인덕터 L_a 와 L_b 로 분해하되 (즉 $\hat{L}_3 = L_a + L_b$), 인덕터 L'_a, L_4, L_a 가 식 (11)의 관계를 만족시키도록 L_b 를 정한다. 그러면 그림 3의 (b)에 나타난 바와 같이 두개의 완전한 브룬 단이 등장하고, 마지막 단에 인덕터 L_b 가 남는다. 이때 이 인덕터의 값이 양수인지 음수인지가 중요하다. 만약 이 값이 양수이면 결국 전체 회로는 실현가능한(realizable) 형태를 갖게 된다. 왜냐하면 브룬 단은 인덕터, 커패시터, 그리고 트랜스폼머 등의 수동 소자들을 사용하여 독립적으로 구현할 수 있고, 마지막 단의 양의 인덕터는 코일로 구현하면 되기 때문이다.

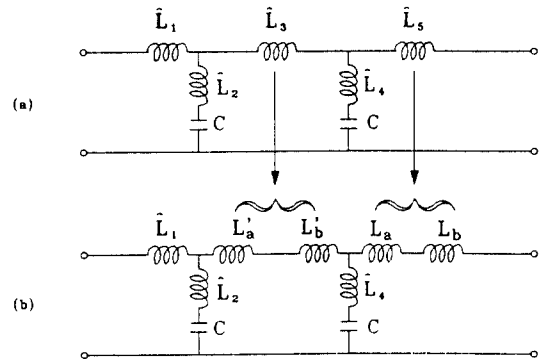


그림 3. 브룬 단의 재조립 및 LBR 시험 (a) 양자화된 회로에 대응하는 아날로그 회로 (b) 그것을 브룬 단으로 재조립하면서 마지막 단에 인덕터 하나가 남은 형태

Fig. 3. Reorganizing into Brune sections and LBR test. (a) Analog circuit corresponding to the quantized circuit: (b) reorganizing into Brune sections and the formation of last stage inductor.

5) 브룬 단의 다른 형태를 사용하면 $s=0$ 에서 전송영이 생길 수도 있다.

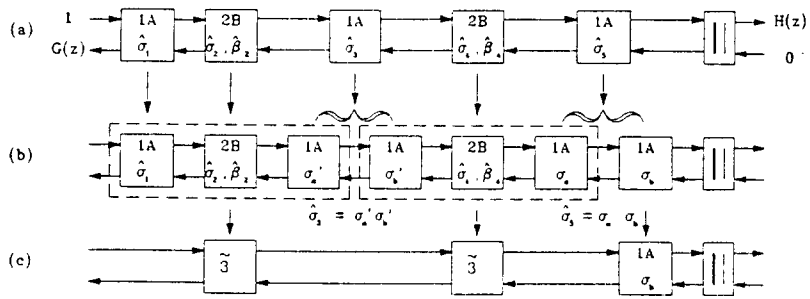


그림 4. LBR 시험절차 (a) 양자화된 양형교대구조 (b) 제 3형으로 재조립 (c) 제 3형 재조립 구조

Fig. 4. LBR test procedure (a) Quantized two-type-interlaced structures: (b) reorganizing into Type 3 sections: (c) Type 3 re-assembled structure.

그러나 만약 마지막 단 인덕터의 값이 음수라면 전체 회로를 있는 그대로 수동소자로 구현하는 것은 불가능하다. 그러므로 회로의 수동성(passivity)은 마지막 단 인덕터의 값이 양수인지 혹은 음수인지를 조사함으로써 판단할 수 있게 된다.

이상의 내용이 디지털 영역으로 넘어가면 "LBR 시험"의 내용을 받게된다. 우선 식 (11)이 디지털 영역으로 넘어가면 제 3형 LBR two-pair를 위한 파라미터간의 관계식이 나온다. 제 3형 LBR two-pair에 대해서는 WDF 이론의 적용에 의해 [14, 15]

$$L_1 = R_1 \frac{1 - \sigma_1}{\sigma_1}, \quad L_2 = \frac{R_1}{2} \frac{\sigma_2(1 - \beta_2)}{(1 - \sigma_2)\sigma_1},$$

$$C = \frac{2}{R_1} \frac{(1 - \sigma_2)\sigma_1}{\sigma_2(1 + \beta_2)}, \quad L_3 = R_1 \frac{\sigma_2(1 - \sigma_3)}{\sigma_1\sigma_3} \quad (12)$$

의 관계식들이 얻어지는데, 이 식들을 식 (11)에 대입하면

$$(1 - \sigma_1)(1 - \beta_2)\sigma_3 + \sigma_2(1 - \sigma_3)(1 - \beta_2) + 2(1 - \sigma_1)(1 - \sigma_2)(1 - \sigma_1) = 0 \quad (13)$$

이 얻어지는 것이다. 이것이 제 3형 two-pair이 만족시켜야할 디지털 영역에서의 조건 중의 하나이다 (각주 4 참조). 그림 4 (a)는 그림 2 (d)를 복사해 놓은 것이다. 이제 그림 4 (a)에 대해 $\hat{\sigma}_3 = \sigma'_2 \sigma'_4$ 로 파라미터를 분해하고, $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\sigma}'_4$ 들이 식 (13)을 만족시키도록 한다. 그리고 마찬가지로 $\hat{\sigma}_5 = \sigma'_4 \sigma'_6$ 로 파라미터를 분해하고, $\sigma'_6, \hat{\sigma}_4, \hat{\beta}_4, \sigma'_4$ 들이 식 (13)을 만족시키도록 한다. 그러면 그림 4의 (b)와 (c)에 나타나 있듯이, LBR 성질을 만족하는 제 3형 two-pair가 두개 등장하고 마지막 단에 파라미터가 σ_b 인 제 1A 형 two-pair가 남게 된다. 이때 그림 4의 (c)

를 특히 "제 3형 재조립 구조(Type 3 re-assembled structure)"라 부른다. 이 마지막 two-pair가 LBR 조건을 만족하느냐 하지 않느냐 하는 것이 곧 전체 two-pair이 LBR이 되느냐의 여부에 대한 판단기준이 된다. 이는 곧 아날로그 회로에서 마지막 단 인덕터 L_b 가 양수인지 음수인지가 전체 회로의 수동성에 대한 판단기준이었던 것과 같은 이치이다. 단, 여기서 마지막 two-pair이 LBR이라는 것은 $0 < \sigma_b < 1$ 이라는 것을 지칭한다. (각주 4 참조)

이상의 방법에 의해 우리는 주어진 양형교대구조에 대해 그 파라미터들을 양자화했을때, 전체 two-pair가 과연 LBR이 되는지의 여부를 판단할 수 있게 되었다. 그리고 이것을 "LBR 시험"이라 부르도록 하겠다. 회로가 이 시험을 통과하면 그대로 구현하면 된다. 그러나 만약 회로가 이 시험을 통과하지 못하면 양자화된 값을 조금씩 바꿔가면서 이 시험을 통과하도록 만들어야 한다. 다음 절에서 이에 대한 예를 들어 보겠다.

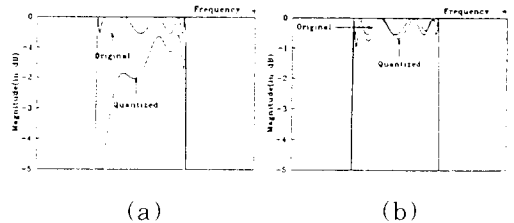


그림 5. 예시된 필터의 주파수 특성 및 양자화 후의 특성 (a) 브룬 적응기의 특성 (b) 양형교대구조의 특성

Fig. 5. Frequency characteristics of exemplified filter and quantization effect (a) Characteristic of Brune adaptor based realization: (b) Characteristic of two-type-interlaced realization.

V. 양형교대구조와 LBR 시험의 예

이 절에서는 양형교대구조와 LBR 시험을 구체적인 디지털 필터의 구현을 위해 적용하는 예를 들도록 하겠다. 사용된 디지털 필터는 대역의 모서리가 $\omega_{s1} = 0.24\pi$, $\omega_{p1} = 0.28\pi$, $\omega_{p2} = 0.68\pi$, $\omega_{s2} = 0.71\pi$ 이고, 리플이 $\delta_p = 0.0313$, $\delta_s = 0.00483$ 인 대역통과필터(bandpass filter)이다. 주어진 규격을 만족하는 필터의 종류는 무수히 많으나, 크기 특성의 측면에서 최대오차를 최소화시키는 측면에서 가장 효율적이라 할 수 있는 타원필터(elliptic filter)를 사용하면 주어진 규격을 12차로 만족시킬 수 있다. 이렇게 설계된 전달함수를 교차함수(cross function)으로 간주하고 그것을 회로로 구현하기 위해 참고문헌 [5]에 서술된 알고리즘에 따라 LBR two-pair 추출을 하면, 표 1에 주어진 계수들이 얻어진다. LBR two-pair 추출 알고리즘은 전달함수의 영점의 위치에 따라 적절한 형태의 two-pair를 추출하는데, 설계된 타원필터의 전달함수는 $\omega = 0$ 이나 $\omega = \pi$ 에서 영이 되지 않는다. 이는 곧 $z = \pm 1$ 에서 전달함수가 영이 되지 않음을 의미하므로, 그에 대응하는 제 1형 LBR two-pair는 추출되지 않는다. 그 대신 $z = \pm 1$ 이외의 위치의 단위원상의 영점의 공액쌍(conjugate pair) 마다 제 3형 LBR two-pair가 하나씩 추출되는데, 전체의 차수가 12이므로 추출되는 제 3형 LBR two-pair의 개수는 6이 된다. 이것이 표 1의 6개의段으로 표현되어있다. 각각의 단은 제 1A 형, 제 2B 형, 제 1A 형의 세개의 단으로 구성되어있는데, 이는 곧 제 3절에서 서술된 대로, 제 3형 LBR two-pair가 제 1형 - 제 2형 - 제 1형 LBR two-pair의 연결로 표현되는 사실을 나타낸다. 첫번째段的 제 1A 형의 계수가 곧 σ_1 이고, 그 다음의 제 2B 형의 계수가 σ_2, β_2 이며, 세번째의 제 1A 형의 계수가 σ_3 이다. 표 2는 양형교대구조로 변환된, 파라미터의 값들이 양자화되기 이전의 구조이다. 표 3은 부동소수점 표현을 기본으로 하여 유효숫자구간(mantissa)을 10진수로 바꾼 후에 6비트 할당을 기준으로 반올림한 숫자들을 나타낸다. 표 4는 제 3형 LBR two-pair들을 뽑아낸 다음, 마지막 제 1A형 two-pair의 파라미터 σ_b 를 나타낸 것이다. $0 < \sigma_b < 1$ 을 만족하므로 이 회로는 LBR 시험을 통과하였다. 이와는 달리 만약 유효숫자구간을 6비트 올림으로 양자화했다면 표 5의 파라미터 값들을 얻는다. 그리고 그로부터 제 3형 LBR two-pair들을 재조립하면, 표 6을 얻는다. 이때는 $\sigma_b > 1$ 이 되어서 전체 two-pair는 LBR 성질이 깨어짐을 알 수 있다. 이처

럼 양자화 방식과 구체적인 값들에 따라 전체 two-pair의 LBR 성질의 보유 여부는 변한다. 그림 5는 양형교대구조가 기존의 브룬 적용기^[8]를 사용한 경우보다 양자화에 대한 민감도가 (통과대역에서) 훨씬 낮음을 보여주고 있다.

표 1. 예시된 필터의 LBR 연결구조의 파라미터 값

Table 1. Parameters in LBR cascade for the exemplified filter.

| 단 | 형 | σ 값 | β 값 |
|---|----|----------------|----------------|
| 1 | 1A | -2.7879569e-02 | |
| | 2B | 8.3418947e+00 | -9.4402088e-01 |
| 2 | 1A | -1.2848047e+00 | |
| | 2B | -7.7190552e-02 | -7.7133043e-01 |
| 3 | 1A | 2.4020942e+00 | |
| | 1A | -1.8317773e+00 | |
| | 2B | -1.0438415e-01 | -7.0722201e-01 |
| 4 | 2B | 1.5785996e+00 | |
| | 1A | -3.0252417e+00 | |
| 5 | 1A | 4.0320685e-01 | |
| | 2B | 7.7704944e-01 | 6.2065181e-01 |
| | 1A | 1.6768273e+00 | |
| 6 | 1A | 6.6134144e-01 | |
| | 2B | 2.8353396e-01 | 7.0038970e-01 |
| 7 | 1A | 1.4579339e+00 | |
| | 1A | 2.6350222e-01 | |
| | 2B | 5.9207347e-01 | 9.2436673e-01 |
| | 1A | 1.0944209e+00 | |
| | TM | 4.9660465e-01 | |

표 2. 무한자리수로 표현된 양형교대구조 파라미터 값

Table 2. Parameters for two-type-interlaced realization with infinite precision.

| 형 | σ 값 | β 값 |
|----|----------------|----------------|
| 1A | -2.7879569e-02 | |
| 2B | 8.3418947e+00 | -9.4402088e-01 |
| 1A | 9.9174785e-02 | |
| 2B | 2.4020942e+00 | -7.7133043e-01 |
| 1A | 1.9120852e-01 | |
| 2B | 1.5785996e+00 | -7.0722201e-01 |
| 1A | -1.2197981e+00 | |
| 2B | 7.7704944e-01 | 6.2065181e-01 |
| 1A | 4.7543750e-01 | |
| 2B | 6.6134144e-01 | 7.0038970e-01 |
| 1A | 3.8416884e-01 | |
| 2B | 5.9207347e-01 | 9.2436673e-01 |
| 1A | 1.0944209e+00 | |
| TM | 4.9660465e-01 | |

표 3. 6비트 반올림에 의해 양자화된 파라미터
Table 3. Pmeters quantized by rounding with six-bit mantissa.

| 형 | σ 값 | β 값 |
|----|----------------|-----------|
| 1A | -0.02783203125 | |
| 2B | 8.25 | -0.9375 |
| 1A | 0.099609375 | |
| 2B | 2.375 | -0.765625 |
| 1A | 0.19140625 | |
| 2B | 1.59375 | -0.703125 |
| 1A | -1.21875 | |
| 2B | 0.78125 | 0.625 |
| 1A | 0.4765625 | |
| 2B | 0.65625 | 0.703125 |
| 1A | 0.3828125 | |
| 2B | 0.59375 | 0.921875 |
| 1A | 1.09375 | |
| TM | 0.5 | |

표 4. 제 3형 구조의 파라미터값
Table 4. Parameters for Type 3 re-assembled form.

| 단 | 형 | σ 값 | β 값 |
|---|----|------------------------|-----------|
| 1 | 1A | -2.7832031e-02 | |
| | 2B | 8.2500000e+00 | -0.9375 |
| | 1A | -1.1869030e+00 | |
| 2 | 1A | -8.3923767e-02 | |
| | 2B | 2.3750000e+00 | -0.765625 |
| | 1A | -1.7291934e+00 | |
| 3 | 1A | -1.1069105e-01 | |
| | 2B | 1.5937500e+00 | -0.703125 |
| | 1A | -2.8119890e+00 | |
| 4 | 1A | 4.3341207e-01 | |
| | 2B | 7.8125000e-01 | 0.625 |
| | 1A | 1.6470252e+00 | |
| 5 | 1A | 2.8934741e-01 | |
| | 2B | 6.5625000e-01 | 0.703125 |
| | 1A | 1.4465807e+00 | |
| 6 | 1A | 2.6463264e-01 | 0.921875 |
| | 2B | 5.9375000e-01 | |
| | 1A | 1.0979679e+00 | |
| 7 | 1A | $\sigma_b = 0.9961584$ | |

표 5. 6비트 올림에 의해 양자화된 파라미터
Table 5. Parameters quantized by ceiling with six bit mantissa.

| 형 | σ 값 | β 값 |
|----|---------------|-----------|
| 1A | -0.0283203125 | |
| 2B | 8.5 | -0.953125 |
| 1A | 0.099609375 | |
| 2B | 2.4375 | -0.78125 |
| 1A | 0.19140625 | |
| 2B | 1.59375 | -0.71875 |
| 1A | -1.25 | |
| 2B | 0.78125 | 0.625 |
| 1A | 0.4765625 | |
| 2B | 0.671875 | 0.703125 |
| 1A | 0.390625 | |
| 2B | 0.59375 | 0.9375 |
| 1A | 1.125 | |
| TM | 0.5 | |

표 6. 제 3형 재조립 구조의 파라미터값
Table 6. Parameters for Type 3 re-assembled form.

| 단 | 형 | σ 값 | β 값 |
|---|----|-----------------------|-----------|
| 1 | 1A | -2.8320312e-02 | |
| | 2B | 8.5000000e+00 | -0.953125 |
| | 1A | -1.4149160e+00 | |
| 2 | 1A | -7.0399494e-02 | |
| | 2B | 2.4375000e+00 | -0.78125 |
| | 1A | -1.9686988e+00 | |
| 3 | 1A | -9.7224749e-02 | |
| | 2B | 1.5937500e+00 | -0.71875 |
| | 1A | -3.1949688e+00 | |
| 4 | 1A | 3.9124011e-01 | |
| | 2B | 7.8125000e-01 | 0.625 |
| | 1A | 1.6896488e+00 | |
| 5 | 1A | 2.8204825e-01 | |
| | 2B | 6.7187500e-01 | 0.703125 |
| | 1A | 1.4659076e+00 | |
| 6 | 1A | 2.6647313e-01 | 0.9375 |
| | 2B | 5.9375000e-01 | |
| | 1A | 1.0780673e+00 | |
| 7 | 1A | $\sigma_b = 1.043534$ | |

VI. 결론

본 논문에서는 기존의 LBR two-pair 연결회로가 근본적으로는 아날로그 사다리회로를 WDF로 바꾸는 것과 동일하다는 점을 이용하여, 디지털 영역에서 주어진 LBR two-pair가 제 1형 LBR two-pair와 제

2제형 LBR two-pair의 교대구조 구현될 수 있음을 보였고, 이를 양형교대구조(two-type-interlaced structure)라고 명하였다. 그리고 이 구조를 실제로 유한자리수의 하드웨어로 구현하려고 할 때 전체 two-pair의 LBR 성질이 유지되는지를 시험할 수 있는 절차, 곧 "LBR 시험"을 제시하였다.

양형교대구조는 중속변수가 없는 사다리회로의 저민감도 성질을 그대로 이어받고 있기 때문에 기존의 직교필터에 비해 계수 양자화에 대한 민감도가 훨씬 낮다. 아날로그 사다리회로는 LC 소자값들이 음수가 되면 물리적으로 구현불가능하지만, 본 논문에서 제안하는 디지털 양형교대구조는 LBR 시험을 통하여 각각의 제 1형 혹은 제 2형 블록들이 LBR이 아니더라도 전체 two-pair는 LBR이 되도록 구현 할 수 있다.

LBR 시험은 양자화 이후의 회로에 대해 대응하는 아날로그 회로를 구한 다음 브룬 단들을 재조립해 나가면, 최종적으로 인덕터 하나가 남게 되는데, 이 인덕터의 값이 양수나 음수냐하는 것이 전체 아날로그 회로가 수동성(passivity)을 만족하느냐 하지 않느냐를 결정한다는 사실을 기초로 하고 있다. 즉, 양자된 양형교대구조 회로에 대해 제 3형 LBR two-pair들을 재조립한 다음, 맨 마지막 단에 등장하는 제 1형 two-pair가 LBR인지 아닌지의 여부를 판정함으로써 전체 two-pair가 LBR인지 아닌지를 확인하는 것이다. 만약 양자화된 양형교대구조가 이 시험을 통과하지 못할 경우, 양자화된 계수의 값들을 조금씩 변화시키면 쉽게 이 시험을 통과할 수 있다.

參 考 文 獻

[1] L. B. Jackson, "Roundoff noise bounds derived from coefficient sensitivities for digital filters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 481-485, August 1976.

[2] A. Fettweis, "On the connection between multiplier word length limitation and roundoff noise in digital filters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 486-491, September 1972.

[3] A. Fettweis, "Digital filter structures related to classical filter networks," *Arch. Elek. Ubertragung.*, pp. 79-89, February 1971.

[4] A. Fettweis, "Wave digital filters: theory and practice," *Proc. IEEE*, pp.

270-327, February 1986.

- [5] P. P. Vaidyanathan and S. K. Mitra, "Low passband sensitivity digital filters: A generalized viewpoint and synthesis procedures," *Proc. IEEE*, pp. 404-423, April 1984.
- [6] P. P. Vaidyanathan, "A Unified approach to orthogonal digital filters and wave digital filters, based on LBR two-pair extraction," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 673-686, July 1985.
- [7] M. R. Jarmasz and G. O. Martens, "A simplified synthesis of lossless cascade analog and digital two-port networks," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 1501-1516, December 1991.
- [8] G. O. Martens and H. H. Le, "Wave digital adaptors for reciprocal second-order sections," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 1077-1082, December 1978.
- [9] M. R. Jarmasz and G. O. Martens, "Design of canonic wave digital filters using Brune and matched 4-port adaptors," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 480-495, May 1987.
- [10] B. D. O. Anderson and S. Vongpanitlerd, *Network Analysis and Synthesis*, Prentice-Hall, 1973.
- [11] V. Belevitch, *Classical Network Theory*, Holden-Day, 1968.
- [12] H. J. Orchard, "Loss sensitivities in singly and doubly terminated filters," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, pp. 293-297, May 1979.
- [13] G. C. Temes and S. K. Mitra, *Modern Filter Theory and Design*, John Wiley, 1973.
- [14] 임일택, 이병기, "WDF를 기반으로한 무손실 유계실수 제약조건들의 유도," 전자공학회 논문지, 제 31권 B편 제 1호, pp. 1-10, 1994년 1월.
- [15] I. -T. Lim and B. G. Lee, "A missing LBR criterion for Type 3 LBR two-pairs," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, July 1994.

著 者 紹 介

林 一 澤(正會員) 第 31卷 B編 第 1號 參照
1994年 8月 서울대학교 대학원 전자공학과에서 박사
학위 취득. 현재 금성사 중앙연구소 선임연구원.

李 秉 基(正會員) 第 31卷 B編 第 1號 參照
현재 서울대학교 전자공학과 부교수