

論文94-31B-7-11

전처리 필터를 이용한 선형 위상 LOT 기저의 설계에 관한 연구 (On the Design of the Linear Phase Lapped Orthogonal Transform Bases Using the Prefilter Approach)

李昌愚*, 李商郁*

(Chang Woo Lee and Sang Uk Lee)

要約

변환 부호화의 구획 효과를 감소시키기 위해 제안된 LOT(Lapped orthogonal transform)는 변환 부호화 이득도 기존의 변환 부호화에 비해 좋다고 알려져 있다. 본 논문에서는 변환 부호화 이득을 최대화시키는 LOT 기저 행렬을 설계하기 위한 전처리 필터 접근법을 제안하였다. 영상 부호화에는 비선형 위상 기저가 부적당하기 때문에 본 논문의 접근법에서는 선형 위상 기저 만을 대상으로 하였다. 또한 LOT 기저 행렬을 설계하기 위해서 LOT 기저 행렬을 직교 행렬과 전처리 행렬로 분해하고 입력을 1차 Markov 신호로 가정하여 변환 부호화 이득을 최대로 하는 전처리 행렬과 직교 행렬을 설계하였다. 시뮬레이션 결과 제안한 LOT는 DCT에 비해 PSNR 측면에서 0.6~0.8 dB의 이득을 보였고 기존의 LOT에 비해 0.2~0.3 dB의 이득을 보였다. 또한 DCT에 비해 구획 효과를 현저히 감소시키는 것을 확인할 수 있었다.

Abstract

The lapped orthogonal transform(LOT) has been recently proposed to alleviate the blocking effects in transform coding. The LOT is known to provide an improved coding gain than the conventional transform.

In this paper, we propose a prefilter approach to design the LOT bases with the view of maximizing the transform coding gain. Since the nonlinear phase basis is inappropriate to the image coding, only the linear phase basis is considered in this paper. Our approach is mainly based on decomposing the transform matrix into the orthogonal matrix and the prefilter matrix. And by assuming that the input is the 1st order Markov source, we design the prefilter matrix and the orthogonal matrix maximizing the transform coding gain. The computer simulation results show that the proposed LOT provides about 0.6~0.8 dB PSNR gain over the DCT and about 0.2~0.3 dB PSNR gain over the conventional LOT [7]. Also, the subjective test reveals that the proposed LOT shows less blocking effect than the DCT.

1. 서론

*正會員, 서울대학교 制御計測工學科

(Dept. of Control and Instrumentation Eng.,
Seoul Nat'l Univ.)

接受日字 : 1993年 4月 14日

영상 정보 감축을 위한 영상 부호화(image coding)에서 대역 분할 부호화(sub-band coding)와 변환 부호화(transform coding) 방법이 많이 사용되

고 있다.^{1,2} 변환 부호화 방법은 크게 보아서 대역 분할 부호화의 일종이라고 볼 수 있는데 에너지 집중에 의한 정보 감축 효과가 좋고 대역 분할 부호화에 비해 필요한 계산량이 작은 잇점이 있기 때문에 영상 부호화에 광범위하게 사용되고 있다. 그러나 변환 부호화의 경우 영상을 일정한 크기의 구획(block)으로 나누어서 구획별로 변환(transform) 하기 때문에 전송률이 낮을 때 구획의 가장자리 부분의 불연속으로 인한 구획 효과(blocking effect)가 발생하는 단점이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 오버래핑(overlapping)과 필터링(filtering)^{3,4}이 시도되었는데 오버래핑 방법은 구획을 일부 겹침으로 인해 발생하는 잉여 정보로 인한 전송률의 증가 문제가 있고 필터링 방법은 복원 신호에 다시 필터링을 함으로써 생기는 blur 문제가 있다. 이러한 문제를 발생시키지 않으면서 효율적으로 구획 효과 문제를 해결할 수 있는 방법으로 제안된 것이 LOT(lapped orthogonal transform)이다.^{5,7} LOT에서는 기존의 변환 부호화와 달리 구획 크기보다 큰 기저(basis)를 사용하기 때문에 이웃하는 구획은 겹쳐서 변환된다. 그러나 구획 크기와 같은 수의 기저를 사용하기 때문에 변환 후의 전체 정보량은 변환 전의 정보량과 같다. 따라서 변환 부호화에서 구획의 불연속성으로 인해 발생하는 구획 효과를 효과적으로 줄일 수 있게 된다. 이러한 LOT는 기존의 DCT에 비해 변환 부호화 이득(coding gain)도 크다고 알려져 있다.⁷ 지금까지 LOT에 대한 연구는 LOT의 기저를 구하는 문제와 이를 고속 알고리즘(fast algorithm)으로 구현하는 문제에 집중되었다.¹⁵⁻¹⁸ 이를 위하여 Cassereau¹⁵는 Lagrangian 최적화 알고리즘을 기초로하여 수치적 최적화(numerical optimization) 방법으로 LOT 기저를 설계하였다. 또한 Malvar^{6,7}는 기존의 변환 부호화 방법에서 많이 사용되는 DCT(discrete cosine transform)를 변형한 LOT의 고속 알고리즘^{16,7}과 M 대역 QMF(quadrature mirror filter)로 사용되는 modulated filter bank⁹를 이용한 MLT(modulated lapped transform)의 고속 알고리즘¹⁷에 대해 연구하였다.

본 논문에서는 전처리 필터의 개념을 이용하여 변환 부호화 이득을 최대화 하는 LOT 기저를 설계하였다. 이를 위해서 먼저 영상 신호에 LOT를 적용할 때 영상의 경계 부분(boundary)에서 발생하는 문제점에 대해 고찰해 보았다. 영상의 경계 부분을 완전 복원할 수 있는 순환적 확장(circular extension)과 대칭 확장(symmetric extension) 방법을 비교하여 대칭 확장 방법이 우수함을 입증하였다. 한편 대칭 확

장 방법을 적용하기 위해서는 LOT 기저가 선형 위상 성질을 가져야 한다. 이러한 사실을 근거로 선형 위상 전처리 필터(linear phase prefilter) 개념을 이용해서 변환 부호화 이득을 최대화 하는 LOT 기저 행렬을 설계하였다. 또한 본 논문에서 제안한 LOT 변환의 성능 평가를 위해서 DCT, 기존의 LOT, MLT와 본 논문에서 제안한 LOT를 실제 영상에 적용하여 부호화하였을 때의 성능을 비교하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 LOT의 기본적인 성질을 기술하였고 3장에서는 LOT를 위한 경계 확장 방법에 대해 고찰하였다. 또한 4장에서는 본 논문에서 제안하는 선형 위상 LOT 기저 행렬의 설계 방법에 대해 설명하였고 5장에서는 실제 영상에 대한 모의 실험 결과를 기술하였다. 마지막 6장에서는 결론을 제시하였다.

II. LOT(Lapped orthogonal transform)

LOT는 기저의 길이를 구획 크기의 정수배(≥ 2)로 하여 각 구획을 겹쳐서 변환함으로써 구획 효과 발생을 막고 변환 영역에서 계수의 수는 구획의 수와 같게 함으로써 잉여 정보를 발생하지 않도록 한다. 보통 기저의 길이를 구획 크기의 2 배로 하는 LOT가 많이 사용된다. 구획의 크기를 M 이라 하고 LOT 기저 행렬 T 의 각 행을 기저라 가정하자. 이때 기저의 길이를 구획 크기의 2 배라 하면 T 는 $M \times 2M$ 행렬이 된다. 또한 다른 변환 부호화와 마찬가지로 T 의 각 기저는 직교해야 하므로

$$TT^t = I \quad (1)$$

의 관계를 만족시킨다. 한편 이웃하는 구획의 겹치는 부분도 직교해야 하므로 T 를 다음과 같이 정의할 때

$$T = [T_1 | T_2] \quad (2)$$

다음의 관계가 성립한다.

$$T_1^t T_2^t = T_2^t T_1^t = 0 \quad (3)$$

이때 T_1 , T_2 는 각각 $M \times M$ 정방 행렬이고 I 는 단위 행렬, “ t ”는 전치(transpose) 행렬을 의미한다. 식 (1), (3)의 관계는 LOT 기저가 기본적으로 만족해야 하는 성질인데 이를 feasibility라 한다.⁶ 이러한 성질을 만족하는 LOT 기저중에서 변환으로 인한 에너지 집중도(energy compaction)를 최대화 하는 것이

최적 LOT이다. 만일 $2M \times 1$ 입력 벡터 x 와 $M \times 1$ 변환 계수 벡터 y 가 다음의 관계를 만족한다고 할 때

$$y = Tx \tag{4}$$

에너지 집중도를 최대화하기 위해서는 다음의 변환 부호화 이득(transform coding gain) G_{TC} 를 최대화 해야 한다. [6,10]

$$G_{TC} = \frac{(\sum \sigma_{y_i}^2) / M}{(\prod \sigma_{y_i}^2)^{1/M}} \tag{5}$$

이때 $\sigma_{y_i}^2$ 은 식 (4)의 변환 계수 y_i 의 분산으로 다음 식의 상관 행렬(correlation matrix) R_{yy} 의 대각 원소이다.

$$R_{yy} = E(yy') = E(Txx'T') = TR_{xx}T' \tag{6}$$

이때 R_{xx} 는 입력의 상관 행렬로서 만일 입력 신호를 1차 Markov 신호로 모델링할 때 다음 식으로 표시 되는 행렬이다.

$$R_{xx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{2M-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{2M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{2M-1} & \rho^{2M-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

식 (7)에서 ρ 는 Markov 신호의 상관 계수(correlation coefficient)이다. 지금까지 LOT에 대한 연구는 식 (5)의 G_{TC} 를 최대화하는 효율적인 변환 행렬(transform matrix)을 구하는 것에 집중되었는데 Cassereau [5]는 Lagrangian 최적화 알고리즘을 기초로 G_{TC} 를 최대화하는 T 를 반복적 최적화 기법(iterative optimization technique)을 사용하여 구하였다. 또한 Malvar는 DCT와 DST를 변형하여 LOT의 고속 알고리즘을 제안하고 M 대역 분할 부호화에서 사용하는 modulated filter bank를 이용한 MLT를 제안하였다. [7]

III. LOT의 경계 확장 방법

LOT는 기존의 변환 부호화 방법과는 다르게 크기 M 인 변환 계수를 얻기 위해서는 $2M$ 개의 입력 신호가 필요하므로 영상 신호의 경계 부분에서 문제가 발생한다. 만일 영상의 경계 부분을 변환에 의한 손실 없이 완전 복원(perfect reconstruction)하려면 경계 부분의 확장에 주의하여야 한다. 대역 분할 부호화에서도 경계 확장 방법을 사용하는데 LOT의 경우

에는 완전 복원 성질을 만족해야 하므로 경계 확장 방법중 순환적 확장과 대칭 확장 방법 만이 사용 가능하다. 순환적 확장 방법과 대칭 확장 방법을 그림 1에 도시하였다. 그림 1에서 알 수 있는 것과 같이 순환적 확장 방법을 사용하면 변환 계수들의 주기적 특성에 의하여 LOT 기저의 선형 위상(linear phase) 여부에 관계없이 완전 복원이 가능하다. 그러나 순환적 확장 방법을 사용하면 영상의 경계 부분에서 고주파 성분이 증가하므로 에너지 집중도가 낮아지는 단점이 있다. 만일 선형 위상 LOT 기저를 사용한다면 대칭 확장 방법을 사용해도 완전 복원 성질을 유지할 수 있고 영상의 경계 부분에서도 고주파 성분이 증가하지 않기 때문에 선형 위상 LOT 기저가 영상 신호 부호화에는 적합하다. 이를 정량적으로 알아보기 위해서 입력을 1차 Markov 신호라고 가정하고 LOT를 적용하였을 때 식 (5)의 변환 부호화 이득을 알아본다. 먼저 경계가 아닌 부분에서 입력의 상관 행렬은 식 (7)과 같이 주어진다. 한편 영상의 양쪽 경계 부분간의 상관성은 없다고 볼 수 있으므로 그림 1(a)와 같은 순환적 확장 방법을 사용하였을 때 입력의 경계 부분의 상관 행렬을 R_{xxcir} 라 하면 R_{xxcir} 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$R_{xxcir} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{M/2-1} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{M/2-2} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho^{M/2-1} & \rho^{M/2-2} & \dots & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & \rho & \dots & \dots & \rho^{3M/2-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \rho & 1 & \dots & \dots & \rho^{3M/2-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \rho^{3M/2-1} & \rho^{3M/2-2} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

또한 대칭 확장 방법을 사용한 경우의 상관 행렬 R_{xxsym} 은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$R_{xxsym} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \rho^{M/2-1} & \rho^{M/2-1} & \dots & 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^M \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho^{M/2-1} & \dots & 1 & 1 & \dots & \rho^{M/2-1} & \rho^{M/2} & \rho^{M/2+1} & \dots & \rho^{3M/2-1} \\ \rho^{M/2-1} & \dots & 1 & 1 & \rho & \dots & \dots & \dots & \dots & \rho^{3M/2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \rho & 1 & \dots & \dots & \dots & \rho^{3M/2-2} \\ 1 & \dots & \rho^{M/2-1} & \rho^{M/2-1} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho & \dots & \rho^{M/2} & \rho^{M/2} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho^2 & \dots & \rho^{M/2+1} & \rho^{M/2+1} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho^M & \dots & \rho^{3M/2-1} & \rho^{3M/2-1} & \dots & \dots & \dots & 1 & \rho & \vdots \\ & & & & & & & \rho & 1 & \vdots \end{bmatrix} \tag{9}$$

한편 영상 신호는 상관성이 매우 높기 때문에 식 (7), (8), (9)에서 상관계수는 0.95로 가정하였다. [10] 이때 [7]의 LOT를 M 이 8인 경우 (5)의 변환 부호화 이득식을 이용하여 각 경우의 변환 부호화 이

득을 구하고 이를 표 1에 정리하였다. 표 1에서 알 수 있듯이 경계 부분을 대칭 확장한 경우는 경계가 아닌 부분과 변환 부호화 이득에서 큰 차이가 나지 않는 것을 알 수 있다. 그러나 경계 부분을 순환적 확장한 경우는 경계 부분의 고주파 성분 증가로 인한 변환 부호화 이득 손실이 매우 크다. 따라서 영상 신호 변환을 위한 LOT는 선형 위상 성질을 갖는 것이 변환 부호화 이득 측면에서 유리하다고 생각된다. V 장에 실제 영상에 각 대칭 확장 방법을 적용하였을 때의 성능을 비교하였다.

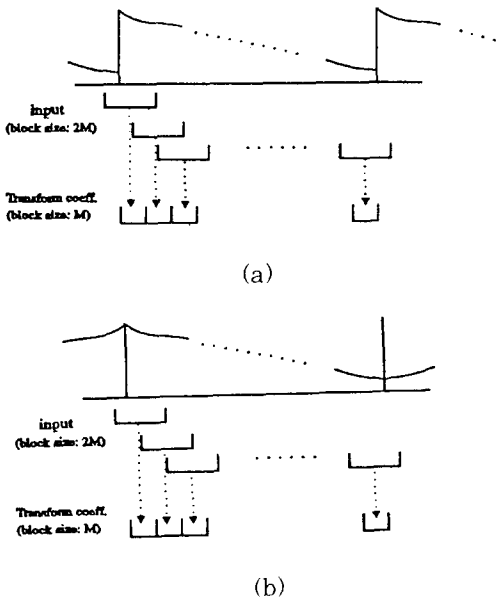


그림 1. 경계 확장방법

(a) 순환적 확장 (b) 대칭 확장

Fig. 1. Boundary extension methods.

(a) Circular extension

(b) Symmetric extension.

표 1. 경계 확장 방법의 변환 부호화 이득 비교 (구획 크기 8인 경우)

Table 1. Comparison of the transform coding again for the boundary extension method. (block size: 8)

구 분	변환 부호화 이득
경계가 아닌 부분	8.35 (9.22 dB)
경계 부분 (순환적 확장)	5.03 (7.02 dB)
경계 부분 (대칭 확장)	7.96 (9.01 dB)

IV. 선형 위상 LOT 기저의 설계

지금까지 발표된 LOT^[6], MLT^[7]는 기존의 변환 부호화 방법과 M 대역 분할 필터를 응용하여 효율적으로 LOT를 구현하였지만 식 (5)의 변환 부호화 이득을 최대화 하는 것은 아니다. 특히 MLT는 비선형 위상 특성을 가지기 때문에 3장에서 살펴본 바와 같이 영상 신호를 부호화 하기에는 부적당하다. 따라서 본 논문에서는 선형 위상 성질을 갖고 변환 부호화 이득을 최대화 하는 LOT 기저 행렬을 설계하였다.

이를 위해서 일반적인 직교 변환(orthogonal transform)의 경우를 먼저 생각해 본다. 식 (5)에서 변환 부호화 이득 G_{Tx} 의 분자 항의 산술 평균은 직교 변환을 사용한 경우는 일정하므로 분모 항의 기하 평균을 최소로 하는 직교 변환이 변환 부호화 이득을 최대화 한다. 그런데 상관 행렬 R_{yy} 는 다음의 관계를 만족한다.^[10]

$$\det(R_{yy}) \leq \prod_i \sigma_y^2 \quad (10)$$

그런데 직교 변환 행렬을 T_0 라 하면 다음 식

$$\det(R_{yy}) = \det(T_0 R_{xx} T_0^T) = \det(R_{xx}) \quad (11)$$

의 관계가 성립한다. 따라서 식 (10), (11)의 관계로부터 변환 계수 에너지의 기하 평균은 다음 관계를 만족한다.^[10]

$$\det(R_{xx})^{\frac{1}{M}} = \det(R_{yy})^{\frac{1}{M}} \leq \left(\prod_i \sigma_y^2 \right)^{\frac{1}{M}} \quad (12)$$

식 (12)의 관계로부터 변환 계수 y 의 에너지의 기하 평균은 $\det(R_{xx})^{1/M}$ 에 의해 아래 한계값(lower bound)이 결정된다는 사실을 알 수 있다. 이때 등호가 성립하는 경우는 R_{yy} 가 대각 행렬인 경우로 이때 변환 부호화 이득 G_{Tx} 가 최대화된다. R_{yy} 를 대각화하기 위해서는 직교 변환의 각 기저가 입력 x 의 상관 행렬의 eigen vector가 되어야 하는데 이러한 변환을 KLT(Karhunen-Loeve transform)라 한다. 이상의 사실에서 최대 변환 부호화 이득은 입력의 에너지가 정규화(normalization) 되었다면 $1/[\det(R_{xx})^{1/M}]$ 에 의해 그 한계가 결정된다는 사실을 알 수 있다.

본 논문에서는 변환 부호화 이득을 최대화 하는 LOT 기저 행렬 T 를 구하기 위해서 T 를 다음과 같이 행렬 U 와 행렬 P 로 분해하는 접근 방법을 사용하였다.

$$T=UP \tag{13}$$

이때 P 는 $M \times 2M$ 행렬로서 전처리 필터 (prefilter) 역할을 하고 U 는 $M \times M$ 직교 변환 행렬이다. 전처리 행렬 P 가 식 (1), (3)의 feasibility 성질을 만족하고 U 가 직교성을 만족할 때 LOT 기저 행렬 T 는 feasibility를 만족한다. LOT 기저 행렬 T 를 식 (13)과 같이 분해했을 때 입력 신호 \underline{x} 를 변환하는 것은 입력 \underline{x} 와 전처리 행렬 P 의 곱 $P\underline{x}(\equiv \underline{f})$ 를 직교 변환하는 것과 같다. 이러한 관계를 식 (14)에 나타내었다.

$$\underline{y} = U(P\underline{x}) = U\underline{f} \tag{14}$$

즉 LOT는 원래의 입력 신호 \underline{x} 대신에 전처리 필터를 통과한 신호 \underline{f} 를 직교 변환한 것으로 생각할 수 있다. 이때 \underline{f} 의 상관 행렬 R_{ff} 는 다음 식의 관계를 갖는다.

$$R_{\underline{f}} = E(\underline{f}\underline{f}^t) = PE(\underline{x}\underline{x}^t)P^t = PR_{\underline{x}}P^t \tag{15}$$

LOT의 경우 최대 변환 부호화 이득은 직교 변환의 경우와 같은 방법으로 생각하면 $1/[\det(R_{ff})^{1/M}]$ 에 의해서 그 한계가 결정된다. 따라서 U 를 \underline{f} 에 대한 KLT로 하면 최적 T 를 구하는 것은 $\det(R_{ff})^{1/M}$ 를 최소화하는 P 를 구하는 문제로 귀착된다.

본 논문에서는 위의 사실을 토대로 하여 변환 부호화 이득을 최대화하는 LOT 기저 행렬을 설계하였다. 먼저 전처리 행렬 P 를 다음과 같이 정의하자.

$$P = [P_1 | P_2] \tag{16}$$

그런데 3장에서 설명한 것과 같이 영상 신호에 LOT를 효율적으로 적용하기 위해서는 전처리 필터 역할을 하는 P 의 각 행이 선형 위상이어야 한다. P 의 각 행이 선형 위상이 되기 위해서는 각 행이 대칭 (symmetric) 혹은 반대칭 (anti-symmetric)이 된다. 해석의 편의상 위 $M/2$ 행들을 대칭이라 하고, 아래 $M/2$ 행들을 반대칭이라 가정하면 P_1 과 P_2 의 관계는 다음 식과 같다.

$$P_2 = \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & -I_{M/2} \end{bmatrix} P_1 J \tag{17}$$

이때 $I_{M/2}$ 는 $M/2 \times M/2$ 단위 행렬이고 J 는 아래식으로 정의되는 counter-identity 행렬이다.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

이때 P 행렬이 LOT의 feasibility 성질을 만족해야 하므로

$$P_1 P_1^t + P_2 P_2^t = I \tag{19}$$

$$P_1 P_2^t = 0 \tag{20}$$

의 식이 성립하여야 한다. 식 (17), (19)로부터 P 는 다음 식

$$PP^t = P_1 P_1^t + \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & -I_{M/2} \end{bmatrix} P_1 J J P_1^t \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & -I_{M/2} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} (P_1 P_1^t)_{M/2, v} & 0 \\ 0 & (P_1 P_1^t)_{M/2, t} \end{bmatrix} = I \tag{21}$$

을 만족시켜야 한다. 이때 $(\cdot)_{M/2, v}$ 는 (\cdot) 의 처음 $M/2$ 행, $M/2$ 열로 이루어진 $M/2 \times M/2$ 행렬을 의미하고 $(\cdot)_{M/2, t}$ 는 마지막 $M/2$ 행, $M/2$ 열로 이루어진 $M/2 \times M/2$ 행렬을 의미한다. 또한 식 (17), (20)로부터 P 는 다음 식을 만족시켜야 한다.

$$P_1 P_2^t = P_1 J P_1^t \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & -I_{M/2} \end{bmatrix} = 0 \tag{22}$$

즉

$$P_1 J P_1^t = 0 \tag{23}$$

의 관계를 만족한다. 이상에서 선형 위상 전처리 행렬 P 를 식 (16), (17)과 같이 정의하였을 때 P_1 은 식 (21), (23)의 관계를 만족해야 한다는 사실을 알 수 있다. 또한 부록에서 보이는 것과 같이 행렬 P 가 식 (16), (17)의 형태로 나타나는 선형 위상 성질을 갖는다면 LOT 행렬 T 도 선형 위상 성질을 갖는다. 만일 P_1 을 다음 식과 같이 정의하면 P_1 은 (21), (23)의 관계를 만족한다.

$$P_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} D_v & -D_o \\ D_e & -D_o \end{bmatrix} \tag{24}$$

이때 D_v, D_o 는 각각 선형 위상 직교 행렬(orthog-

onal matrix)의 대칭, 반대칭 행이다. 참고로 [7]에서 제안하는 LOT 행렬은 D_e , D_o 를 각각 DCT 변환의 대칭, 반대칭 기저를 사용하였다. 일반적으로 S_1, S_2 를 $M/2 \times M/2$ 직교 행렬이라 할 때 식 (24)의 D_e, D_o 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_1 | S_1 J] \tag{25}$$

$$D_o = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_2 | -S_2 J] \tag{26}$$

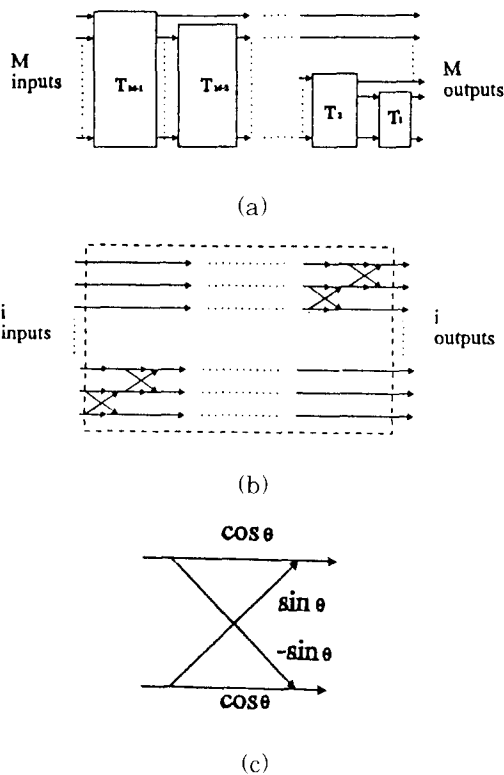


그림 2. $M \times M$ 직교 행렬의 분해 (a) 전체 흐름도 (b) T_{l-1} 블록 (c) 각 butterfly
Fig. 2. Decomposition of the $M \times M$ orthogonal matrix. (a) Flow chart, (b) T_{l-1} block, (c) Each butterfly.

또한 $M \times M$ 직교 행렬은 그림 2에서 볼 수 있는 것처럼 $M(M-1)/2$ 개의 변수로 factorization 시킬 수 있으므로 [11] 식 (24), (25), (26)으로부터 P_1 은 $M/2 \times (M/2-1)$ 개의 변수로 factorization 되고 식 (16), (17)에서 P_1 이 정해지면 전처리 행렬 P 가 결정된다. 지금까지 설명한 내용을 이론적 배경으로

하여 수치적 최적화 방법으로 전처리 행렬 P 를 구하였다. 먼저 입력 신호를 1 차 Markov 신호로 모델링 하였는데 상관 계수를 0.89~0.99로 변화시켜 각 경우에 대한 P 를 설계하였다. 이때 상관 행렬 R_{xx} 는 식 (7)에서 $\rho = 0.89 \sim 0.99$ 인 행렬이 된다. 이러한

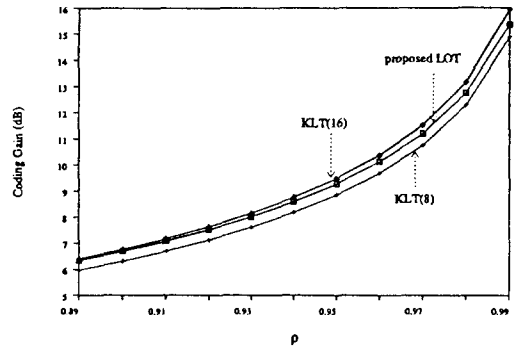


그림 3. 제한한 LOT와 KLT의 변환 부호화 이득 비교
Fig. 3. Comparison of the transform coding gain between the proposed LOT and the KLT.

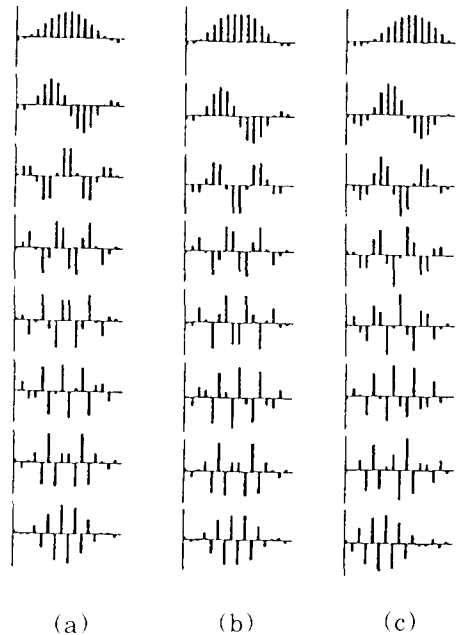


그림 4. LOT 기저 (a) 기존의 LOT [7] (b) 제안한 LOT (c) MLT [7]
Fig. 4. LOT bases (a) Conventional LOT [7], (b) Proposed LOT (c) MLT [7]

V. 모의 실험

R_{xx} 에 대하여 식 (15)의 R_{LL} 를 최소화 시키는 P를 최적화 알고리즘을 사용하여 구하였다. 이때 사용한 알고리즘은 IMSL^[12]의 최적화 프로그램인 ZXMWWD이다. 또한 직교 행렬 U 는 신호 f 에 대한 KLT, 즉 R_{LL} 를 대각화 시키는 행렬로 하였다. 구획 크기가 8인 경우 본 논문에서 제안하는 LOT의 1차 Markov 신호에 대한 변환 부호화 이득을 구해서 KLT의 경우와 비교하였는데 이를 그림 3에 도시하였다. 그림 3에서 알 수 있듯이 제안하는 LOT는 구획 크기 16인 KLT와 구획 크기 8인 KLT의 중간 정도의 부호화 이득을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 ρ 가 0.89~0.99 사이에서 변환 때 각 ρ 에 대해 설계한 LOT를 실제 영상에 적용하여 각각 변환 부호화 이득을 구한 결과 동일한 영상에 대해서는 각 LOT에 대한 변환 부호화 이득 차이가 매우 작은 것을 알 수 있었다. 또한 각 영상에서 저주파 성분과 고주파 성분의 많고 적음에 따라 최대 변환 부호화 이득을 갖는 ρ 값은 영상마다 다른 것을 확인할 수 있었다. 따라서 보통 영상 신호의 모델링에 많이 사용되는^[10] $\rho = 0.95$ 인 1차 Markov 신호에 대해 LOT 기저를 설계하였다. $\rho = 0.95$ 이고 구획 크기가 8인 경우 본 논문에서 제안한 방법으로 설계한 LOT 기저와 기존의 LOT, MLT 기저^[7]를 그림 4에 도시하였다. 또한 본 논문에서 제안한 LOT와 기존의 LOT, MLT^[7]를 상관 계수 0.95인 1차 Markov 신호에 대해 적용했을 때의 변환 부호화 이득을 표2에 정리하였다. 표 2에서 알 수 있듯이 제안한 LOT는 기존의 LOT와 MLT의 중간 정도의 변환 부호화 이득을 갖는 것을 알 수 있다. 이것은 제안한 LOT가 기존의 LOT에 비해 변환 부호화 이득 측면에서 향상이 있음을 의미한다. 또한 LOT가 MLT에 비해 변환 부호화 이득이 작은 것은 선형 위상을 만족하기 위한 제약성 때문이다. 참고로 참고 문헌 [7]에서 제안하는 LOT는 참고 문헌 [6]의 LOT를 일반화 한 것으로 1차 Markov 신호에 대한 두 LOT의 부호화 이득은 거의 차이가 없음을 확인할 수 있었다. 다음 5장에 실제 영상에 대한 모의 실험 결과를 제시하였다.

표 2. LOT의 변환 부호화 이득 비교 (구획 크기 8인 경우)

Table 2. Comparison of the transform coding gain for LOT's. (block size: 8)

구 분	변환 부호화 이득
LOT[7]	8.35 (9.22 dB)
MLT[7]	8.57 (9.33 dB)
제안한 LOT	8.45 (9.27 dB)

본 논문에서 제안하는 LOT 변환의 부호화 성능을 분석하기 위해서 실제 영상을 사용하여 부호화한 결과를 기존의 LOT와 DCT 변환의 경우와 비교하였다. 모의 실험에는 512×512 Lena 영상, Girl 영상과 Baboon 영상을 사용하였다. 사용한 원 영상을 그림 5에 도시하였다. 그림 5에서 알 수 있는 것과 같이 Girl 영상은 저주파 성분이 많고 Lena 영상은 얼굴과 배경등의 저주파 성분과 머리 부분 등의 고주파 성분이 적당히 섞여 있는 영상이다. 반면에 Baboon 영상은 고주파 성분이 많은 영상이다. 각 영상을 변환한 후 부호화에는 Chen & Smith^[13]의 적응 부호화(adaptive coding) 방법을 사용하였다. 적응 부호화에 사용한 class의 수는 8 개이며 DC 성분의 pdf는 uniform, AC 성분의 pdf는 Laplacian으로 가정하여 양자화 하였다.

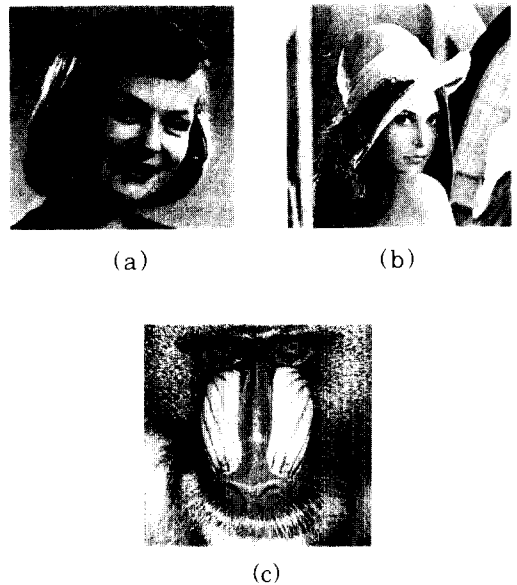


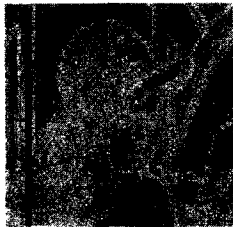
그림 5. 원 영상(a) Girl (b) Lena (c) Baboon
Fig. 5. Original Image (a) Girl, (b) Lena, (c) Baboon.

구획 크기가 8인 경우 각 영상에 대한 부호화 결과를 표3~표5에 정리하였다. 먼저 경계 확장에 의한 영향을 살펴보기 위해서 [7]의 LOT를 순환적 확장과 대칭 확장에 각각 적용하였을 때를 비교해 보면 대칭 확장의 경우가 약 0.3 dB 정도의 PSNR 이득이 있는 것을 알 수 있다. 이것은 같은 순환적 확장

을 적용하였을 때 MLT가 LOT에 비해 갖는 PSNR 이득보다 큰 것으로 대칭 확장 방법이 전체 성능에 미치는 영향을 잘 설명한다고 볼 수 있다. 또한 제안한 LOT는 기존의 LOT에 비해서 0.2~0.3 dB의 PSNR 이득이 있는 것을 확인할 수 있었다. 한편 표 3~표 5에서 MLT를 사용했을 때 대칭 확장을 사용한 LOT의 경우보다 PSNR 결과가 나쁜 것은 MLT는 경계 확장 방법으로 순환적 확장 방법을 사용할 수 밖에 없기 때문에 경계 부분의 고주파 성분 증가로 인한 부호화 이득 감소 때문이다. 또한 LOT로 인한 구획 효과 감소를 설명하기 위해서 전송율 0.25 bpp에서 DCT와 제안한 LOT를 사용하였을 때 Lena 원 영상과 복원된 영상의 차이를 20 배 한 결과를 그림 6에 도시하였다. 이것은 표 3~표 5에서 정량적으로 구한 PSNR 결과를 정성적인 방법으로 도시한 것으로 LOT가 DCT에서 발생하는 구획 효과를 크게 감소시키는 것을 확인할 수 있었다. LOT가 DCT에 비해서 PSNR 측면에서 이득을 보이는 것은 에너지 집중도의 증가에 따른 것이다. 따라서 실험 영상중에서 저주파 성분이 많은 영상인 Girl, Lena 영상이 고주파 성분이 많은 Baboon 영상보다 변환으로 인한 에너지 집중도의 효과가 크므로 PSNR 이득도 큰 것을 확인할 수 있다.



(a)



(b)

그림 6. 복원된 영상과 원 영상의 차(0.25 bpp)

(a) DCT (b) 제안한 LOT

Fig. 6. Difference between original image and the reconstructed image.

(a) DCT. (b) Proposed LOT.

표 3. Lena 영상에 대한 부호화 성능 (구획 크기 8인 경우, PSNR om dB)

Table 3. Coding results for Lena image (block size:8, PSNR in dB).

BPP (bits per pixel)	DCT	LOT(7) (대칭 확장)	제안한 LOT (대칭 확장)	LOT(7) (순환적 확장)	MLT(7) (순환적 확장)
0.25	27.87	28.47	28.73	28.18	28.36
0.5	32.91	33.49	33.74	33.03	33.13
0.75	35.28	35.77	35.93	35.33	35.42

표 4. Girl 영상에 대한 부호화 성능 (구획 크기 8인 경우, PSNR om dB)

Table 4. Coding results for Girl image (block size:8, PSNR in dB).

BPP	DCT	LOT(7) (대칭 확장)	제안한 LOT (대칭 확장)	LOT(7) (순환적 확장)	MLT(7) (순환적 확장)
0.25	29.20	29.89	30.10	29.69	29.85
0.5	34.41	34.69	34.94	34.33	34.49
0.75	36.47	36.91	37.07	36.51	36.69

표 5. Baboon 영상에 대한 부호화 성능 (구획 크기 8인 경우, PSNR om dB)

Table 5. Coding results for Baboon image (block size:8, PSNR in dB).

BPP	DCT	LOT(7) (대칭 확장)	제안한 LOT (대칭 확장)	LOT(7) (순환적 확장)	MLT(7) (순환적 확장)
0.25	20.61	20.85	20.84	20.83	20.82
0.5	23.06	23.30	23.34	23.27	23.35
0.75	24.76	25.05	25.08	25.00	25.06

VI. 결론

본 논문에서는 전처리 필터 개념을 이용해서 변환 부호화 이득을 최대한으로 하는 선형 위상 LOT 기저 행렬을 설계하였다. 이를 위해서 먼저 LOT 변환이 갖는 기본적인 특성에 대해 살펴보았다. 또한 LOT를 영상 부호화에 적용하였을 때 영상의 경계 부분 확장이 전체 부호화에 미치는 영향을 살펴보았다. 경계 부분의 완전 복원을 위해서는 순환적 확장과 대칭 확장 방법이 사용 가능한데 두 확장 방법의 성능을 정량적으로 비교하여 대칭 확장 방법의 성능 향상을 확인하였다. 대칭 확장 방법을 적용하였을 때 영상의 경계 부분의 완전 복원을 위해서는 LOT 기저가 선형 위상 성질을 만족해야 한다. 이러한 사실을 토대로 본 논문에서는 전처리 필터 개념을 이용한 선형 위상 LOT 기저를 설계하였다. 본 논문에서 설계한 LOT 기저는 고속 알고리즘으로 구현할 수는 없으나 이론적으로 최대 부호화 이득을 갖는다. 본 논문에서 설

제한 LOT 기저를 1차 Markov 신호에 적용하였을 때 기존의 LOT에 비해 변환 부호화 이득이 향상됨을 확인하였다. 또한 실제 영상에 대한 모의 실험을 통해서 DCT, 기존의 LOT와 제안한 LOT의 성능을 비교하여 제안한 LOT의 성능 향상을 확인하였다.

부 록

전처리 행렬 P 가 선형 위상 성질을 만족하여 식 (16), (17)의 형태로 나타내어 질 때, 전처리 행렬 P 의 출력 \underline{f} 의 상관 행렬 R_{ff} 의 형태를 먼저 유도해 본다. 입력을 1차 Markov 신호라 가정할 때 입력 \underline{x} 의 상관 행렬 R_{xx} 는 식 (7)로 표시되고 이것을 다음 식과 같이 분해하여 생각한다.

$$R_{xx} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_2' & R_1 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

식 (A1)에서 R_1 과 R_2 는 각각 다음 식으로 표시된다.

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{M-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{M-1} & \dots & \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (A2)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} \rho^M & \rho^{M+1} & \dots & \rho^{2M-1} \\ \rho^{M-1} & \rho^M & \dots & \rho^{2M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho & \rho^2 & \dots & \rho^M \end{bmatrix} \quad (A3)$$

이때 R_{ff} 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$R_{ff} = PR_{xx}P^T = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_2' & R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \end{bmatrix} \quad (A4)$$

식 (16), (17)과 (A.4)로부터

$$R_{ff} = P_1R_1P_1' + I_\alpha P_1JR_2'P_1' + P_1R_2JP_1'I_\alpha + I_\alpha P_1JR_1JP_1'I_\alpha \quad (A5)$$

의 관계를 만족한다. 이때 J 는 counter identity 행렬이고 I_α 는 다음 식으로 표시된다.

$$I_\alpha = \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & -I_{M/2} \end{bmatrix} \quad (A6)$$

식 (A6)에서 $I_{M/2}$ 는 $M/2 \times M/2$ identity 행렬이다. 식 (A5)에서

$$JR_1J = R_1 \quad (A7)$$

$$JR_2' = R_2J \quad (A8)$$

이므로 R_1' , R_2' 을 다음과 같이 정의할 때

$$R_1' \equiv P_1R_1P_1' \quad (A9)$$

$$R_2' \equiv P_1JR_2'P_1' \quad (A10)$$

R_{ff} 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$R_{ff} = 2 \begin{bmatrix} (R_1' + R_2')_{M/2 \times M/2} & 0_{M/2} \\ 0_{M/2} & (R_1' - R_2')_{M/2 \times M/2} \end{bmatrix} \quad (A11)$$

이때 $(\cdot)_{M/2 \times M/2}$ 과 $(\cdot)_{M/2 \times L}$ 는 식 (21)에서와 같은 의미를 갖고 $0_{M/2}$ 는 $M/2 \times M/2$ 영 행렬이다. R_{ff} 가 식 (A11)의 형태를 갖을 때 \underline{f} 에 대한 KLT U_{IKLT} 를 다음 식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$U_{IKLT} = \begin{bmatrix} \cdot & 0_{M/2} \\ 0_{M/2} & \cdot \end{bmatrix} \quad (A12)$$

LOT 기저 행렬 T 는 식 (13)과 같이 U 와 P 의 곱으로 주어지고 U 와 P 는 각각 식 (A12), (16), (17)의 형태를 갖으므로 전처리 행렬 P 가 선형 위상 특성을 갖을 때 1차 Markov 신호에 대해 설계된 LOT 기저 행렬 T 도 선형 위상 특성을 갖는다는 사실을 알 수 있다.

參 考 文 獻

[1] J. W. Woods and S. D. O'Neil, "Subband coding of images," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 34, pp. 1278-1288, Oct. 1986.

[2] R. J. Clarke, *Transform Coding of Images*. London, England: Academic, 1985.

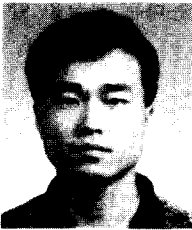
[3] H. C. Reeve, III, and J. S. Lim, "Reduction of blocking effect in image coding," in *Proc. ICASSP 83*, Boston, MA, pp. 1212-1215.

[4] D. E. Pearson and M. W. Whybray, "Transform coding of images using interleaved blocks," *IEE Proc., Part F*, vol. 131, pp. 466-472, Aug. 1984.

[5] P. M. Cassereau, D. H. Staelin, and G. de Jager, "Encoding of images based on a lapped orthogonal transform,"

- IEEE Trans. Commun.*, vol. 37 pp 189-193, Feb. 1989.
- [6] H. S. Malvar and D. H. Staelin, "The LOT: Transform coding without blocking effects." *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 553-559, April 1989.
- [7] H. S. Malvar, "Lapped transforms for efficient transform/subband coding." *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 38, pp. 969-978, June 1990.
- [8] H. S. Malvar, "Extended lapped transform: properties, applications, and fast algorithms." *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, pp. 2703-2714, Nov. 1992.
- [9] P. Princen, A. W. Johnson and A. B. Bradley, "Analysis/synthesis filter bank design based on time domain aliasing cancellation." *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. 34, pp. 1153-1161, Oct. 1986.
- [10] N. S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Prentice Hall: Englewood Cliffs, 1992.
- [11] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice Hall: Englewood Cliffs, 1992.
- [12] *IMSL Fortran Library*.
- [13] W. H. Chen and C. H. Smith, "Adaptive coding of monochrome and color images." *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, pp. 1285-1292, Nov. 1977.

 著 者 紹 介



李昌愚(正會員)

1965年 9月 4日生. 1988年 2月 서울대학교 제어계측 공학과 졸업. 1990年 2月 서울대학교 대학원 제어계측 공학과 졸업. 공학석사 학위 취득. 1990年 3月 ~ 현재 서울대학교 대학원 제어계측 공학과 박사과정 재학중. 주관심 분야는 영상 신호 처리, 디지털 통신 등임.

李商郁(正會員) 第 25卷 第 7號 參照

현재 서울대학교 제어계측 공학과 교수