

각 스펙트럼 영역에서 개선된 Newton 알고리즘을 이용한 완전도체의 역산란 방법

(Microwave Imaging of a Perfectly Conducting Cylinder by Using
Modified Newton's Algorithm in the Angular Spectral Domain)

朴瑄圭*, 朴天錫**, 羅正雄*

(Seon Kyu Park, Cheon Seok Park and Jung Woong Ra)

要約

원거리에서 측정된 산란전장의 각 스펙트럼으로 부터 반복계산 알고리즘을 이용하여 미지의 도체 모양을 재현하는 역산란 방법을 제안하였다. 자유공간상에서 평면파가 입사할 때 도체에 의한 산란전장을 측정하여 각 스펙트럼을 구하고, 전파모드와 감쇄모드를 정의한다. 각 스펙트럼의 전파모드수와 total scattering cross section(TSCS)으로 부터 도체의 중심과 초기모양을 찾고, 이 초기모양과 도체의 중심으로 좌표이동된 각 스펙트럼을 갖고 반복계산을 하여 도체의 정확한 모양을 재현한다. 본래모양과 유사한 초기모양은 Newton 알고리즘을 이용하여 비선형 방정식의 해를 구할 때 흔히 나타나는 local minima를 피할 수 있으며, 반복계산에 입력되는 각 스펙트럼은 전파모드만을 사용함으로써 잡음에 강한 결과를 보여준다.

Abstract

In this paper, an iterative inversion method in angular spectral domain is presented for microwave imaging of a perfectly conducting cylinder. Angular spectra are calculated from measured far-field scattered fields. And then both the propagating modes and the evanescent modes are defined. The center and initial shape of an unknown conductor may be obtained by the characteristics of angular spectra and the total scattering cross section (TSCS). Finally, the original shape is reconstructed by the modified Newton algorithm. By using well estimated initial shape the local minima can be avoided, which might appear when the nonlinear equation is solved with Newton algorithm. It is shown to be robust to noise in scattered fields via numerical examples by keeping only the propagating modes and filtering out the evanescent modes.

1. 서론

* 正會員, 韓國科學技術院

(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

** 正會員, 仁濟大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., InJae Univ.)

接受日字 : 1993年 7月 29日

전자파의 역산란이란 미지의 물체에 전자파를 입사시켜 물체에 의해 직진, 반사, 굴절 및 회절을 일으키면서 발생하는 산란파를 측정하여 얻은 정보로부터 미지의 물체에 대한 모양, 유전율, 투자율, 도전율

및 반사계수 분포등을 알고자 하는 문제로 정의 할 수 있다. 그 중 도체의 역산란 문제는 미지의 물체의 모양을 재현하는 것으로 유전체에 비해 산란특성이 덜 복잡하고, 다른 분야의 역산란 문제에 기본이 되기 때문에 오래전부터 연구가 진행되어 왔다. 도체의 역산란 문제는 산란 적분 방정식을 푸는 방법에 따라 크게 근사 기법과 비근사 기법으로 구분할 수 있다.

근사 기법은 물리광학 근사 및 원거리 근사를 이용하여, 도체의 모양함수와 산란전장사이에 푸리에 변환관계가 성립되게 한후, 측정된 산란전장을 역푸리에 변환하여 도체의 모양을 찾는 Bojarski방법^{1, 2)}이 대표적이다. 그러나 이 방법은 도체의 모양이나 측정거리가 물리광학 근사 및 원거리 근사가 가능한 경우에만 적용가능하기 때문에 도체의 크기가 파장에 비해 매우 클 때만 사용할 수있는 한계가 있다.

비근사 기법은 물리광학 근사에 비해 비교적 근사가 적은 모멘트방법을 이용하여 반복계산으로 산란 적분 방정식을 직접 풀어서 도체의 모양을 재현하는 방법이 대표적이다. Roger³⁾는 적분방정식을 풀기 위해서 반복계산기법인 Newton-Kantrovitch 알고리즘을 이용하였다. 역산란할 도체의 모양을 모드함수로 정의하고, 산란전장의 bistatic scattering cross section을 반복계산의 입력 자료로 하여 모드함수의 계수를 구함으로써 도체의 모양을 재현하였다. 그러나 위상정보를 이용하지 않기 때문에 본래의 모양을 정확하게 재현하는 데는 한계를 보였다. 가장 최근에는 Chiu⁴⁾가 잡음에 대한 ill-posedness를 해결하기 위하여 Roger의 방법에 다중입사파와 psuedo inverse 방법을 사용하여 매우 정확한 도체의 모양을 재현하는 방법을 개발하였다. 반복계산의 입력 자료는 공간영역의 산란전장을 사용하였고, 그 계산에는 모멘트방법이 이용되었다. 그러나 이 방법도 도체의 모양을 재현하는 데 있어서 다음과 같은 두가지 문제점이 제기된다. 그 하나는 도체모양을 재현하기 위해서는 역산란할 도체의 위치를 먼저 파악해야 모양함수를 각도에 대한 단차함수로 전개가 가능하다. 그러나 위의 두논문에서는 이미 도체의 중심은 주어진 것으로 하고 있기 때문에 엄밀한 의미의 역산란이 아니다. 다른 하나는 Newton방법을 이용하여 비선형방정식의 해를 구하는 과정에서 흔히 나타나는 local minima를 피하는 방법이 강구되지 않고 있다.

본 논문에서는 원거리에서 측정된 산란전장의 각 스펙트럼을 이용하여 도체의 위치를 파악하고, 모양을 재현하는 역산란방법을 제시하고자 한다. 기본원리를 간단히 설명하면 다음과 같다. 첫째 자유공간에

서 평면파를 미지 도체에 입사시키고 원거리에서 산란전장을 측정하여 각 스펙트럼과 total scattering cross section(TSCS)을 구한다. 둘째 각 스펙트럼을 전파모드(Propagating mode)와 감쇄모드(Evanescent mode)로 정의하고, 전파모드수와 TSCS으로 부터 도체의 중심과 초기모양을 구한다. 셋째 초기모양에 대한 각 스펙트럼을 모멘트방법으로 계산하고, 측정된 각 스펙트럼과의 차를 구한 후, 그 값의 제곱의 합을 목적함수(Cost Function)로 정의하여 개선된 Newton 알고리즘을 적용하여 목적함수가 최소가 되도록 하는 모양함수를 찾는다. 여기서 사용되는 각 스펙트럼은 전파모드뿐이며, 모양함수는 극좌표계에서 각도의 함수로 표시된다.

본 논문에서 제시한 산란전장의 각 스펙트럼을 이용한 반복계산 역산란 방법의 장점은 첫째 각 스펙트럼의 전파모드수로부터 도체의 위치정보를 알 수 있으며, 둘째 각 스펙트럼중 전파모드만을 취하여 반복계산의 입력자료로 사용하여 잡음에 강한 특성을 나타내며, 셋째 각 스펙트럼은 모든 각영역에서의 산란전장을 사용하여 얻어지기 때문에 측정시 발생하는 잡음에 대한 regularization효과를 준다. 이는 또한 공간영역에서의 역산란에서 입력자료로 사용되는 산란전장의 측정위치 선정에 대한 어려움을 피할 수 있게한다. 넷째 초기모양을 본래모양과 거의 유사하게 취함으로써 local minima를 피할 수 있는 방법을 제시하며, 반복계산의 수렴속도도 빠르게 한다. 본문의 구성을 보면 II장에서는 각 스펙트럼의 유도과정과 전파모드와 감쇄모드를 정의하며, III장에서는 각 스펙트럼과 TSCS으로 부터 미지의 도체의 위치와 초기모양을 구한다. IV장에서는 앞서 구한 각 스펙트럼과 초기모양을 갖고서 반복기법을 이용하여 정확한 도체의 모양을 재현하는 과정을 설명하며, V장에서는 제시한 방법을 사용한 수치계산 결과를 보여주며, 끝으로 VI장의 결론으로 맺는다.

II. 2차원 완전 도체에 대한 산란전장의 각 스펙트럼

그림1과 같이 z방향으로 모양의 변화가 없는 완전도체 기둥에 전자파 $u^i(x,y)$ 가 z방향으로 분극되어 입사할 때, 산란전장 $u^s(x,y)$ 은 식(1)과 같이 표시된다.

$$u^s(x,y) = \oint dl' (-j\omega\mu_0) J_z(x',y') G(x,y,x',y';k_0) \quad (1)$$

여기서 입사파는 평면파, 도체 외부는 자유공간을 가정하며, k_0 는 자유공간의 주파수, J_z 는 도체에 유기

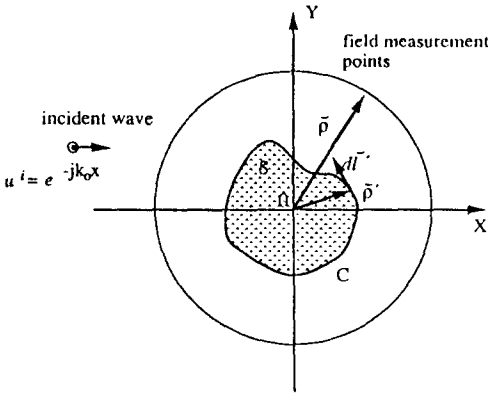


그림 1. 2차원 산란문제의 기하학적 구조
 Fig. 1. Geometry of the 2 dimensional scattering problem.

된 전류, C 는 도체의 둘레를 표시한다. 시간조화함수는 $e^{j\omega t}$ 를 사용하며 모든 표현식에서 생략하기로 한다. 식(1)의 적분 방정식을 원통 좌표계에 대한 식으로 고쳐쓰면 다음과 같다.

$$u^s(\bar{\rho}) = \oint_C d\bar{l}' \rho(\bar{\rho}') G(\bar{\rho}, \bar{\rho}'; k_0), \quad (2)$$

여기서 $\rho(\bar{\rho}') = -j\omega\mu_0 J_z(\bar{\rho}')$ 이고, 2차원 자유 공간상의 Green 함수는

$$G(\bar{\rho}, \bar{\rho}'; k_0) = \frac{-j}{4} H_0^{(2)}(\sqrt{k_0} |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|) \quad (3)$$

이다. 여기서 $H_n^{(2)}$ 는 제2종 Hankel함수이고, 이 식에 Hankel 함수의 가법정리(Addition Theorem)를 적용하면 다음과 같이 각도 ϕ 에 대한 급수 형태로 전개된다.

$$G(\bar{\rho}, \bar{\rho}'; k_0) = \frac{-j}{4} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_m^{(2)}(k_0 \rho) J_m(k_0 \rho') e^{jm(\phi - \phi')}, \rho > \rho', \quad (4)$$

여기서 J_m 은 m 차 Bessel 함수이다. 식(3)의 적분 방정식에 급수형태로 표현된 Green 함수를 대입하여 정리하면, 산란전장은 각도 ϕ 에 대해서 푸리에 급수 전개한 표현식으로,

$$u_s(\rho, \phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U^s(\rho, m) e^{jm\phi} \quad (5)$$

과 같이 된다. 여기서 $U^s(\rho, m)$ 은 m 차항의 푸리에 계수이다. 다시말해 각 스펙트럼영역에서 산란전장의 m 차 모드를 의미하며 다음과 같이 표시된다.

$$u^s(\rho, m) = -\frac{j}{4} H_m^{(2)}(k_0 \rho) \oint_C \rho(\rho', \phi') J_m(k_0 \rho') e^{-jm\phi} d\bar{l}' \quad (6)$$

입의 모양의 도체에 대한 산란전장의 각 스펙트럼은 수치해석적 방법으로 구해지며, 본 논문에서는 모멘트 방법을 이용한다. 완전도체의 경우 유기전류 $\rho(\rho')$ 는 도체의 둘레에만 존재하므로 도체의 둘레를 1차원 변수 l 로 표시하고, 그 둘레를 N 개의 요소로 나누고, 선형기초함수(linear basis function)을 이용하여 표시하면 식(7)과 같다.

$$\rho(l) = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n(l), \quad (7)$$

여기서 $f_n(l)$ 은 선형기초함수이고, α_n 은 n 번째 요소의 전류크기를 나타내는 계수이다. 산란전장의 각 스펙트럼을 구하기 위하여 도체의 경계조건으로부터 도체 표면에 유기된 전류를 구하는 과정은 다음과 같다.

$$u^i(l) = \frac{j}{4} \oint_C \rho(l') H_0^{(2)}(k_0 |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|) d\bar{l}', \quad (8)$$

여기서 $u^i(l)$ 은 도체표면에서의 입사파를 표시한다. 식(7)을 식(8)에 대입하면 다음과 같은식으로 변환된다.

$$u_l^i = \sum_{n=1}^N C_n \alpha_n, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

여기서 아래첨자 l, n 은 각각 측정점, 전원점을 표시하며,

$$C_n = \frac{j}{4} \int_{\Delta C_n} f(l') H_0^{(2)}(k_0 \rho_l) d\bar{l}' \quad (10)$$

이며, ΔC_n 은 도체둘레의 n 번째 요소이고, ρ_l 은 측정점과 전원점 사이의 거리로 다음과 같다.

$$\rho_l = \sqrt{(x_l - x')^2 + (y_l - y')^2} \quad (11)$$

식(9)에서 α_n 이 구해지면 식(6)에 대입하여 다음과 같이 각 스펙트럼을 구한다.

$$U^s(\rho, m) = -\frac{j}{4} H_m^{(2)}(k_0 \rho) \sum_{n=1}^N \alpha_n \int_{\Delta C_n} f(l') J_m(k_0 \rho') e^{-jm\phi} d\bar{l}', \quad (12)$$

여기서 m 은 m 차 모드를 표시한다.

각 스펙트럼의 물리적 특성을 검토하기 위하여 식(12)의 소적분 구간 ΔC_n 을 그 길이는 같고 반경이

일정한 원의 호로 대체하면 $\Delta C_n = \rho_n \Delta \phi_n$ 이 되고 식(12)는 식(13)과 같이 표시된다. 여기서 ρ_n 은 각구간의 반경을, $\Delta \phi_n$ 은 등가구간의 각도를 표시한다.

$$U^s(\rho, m) \equiv W(\rho, m) \sum_{n=1}^N C(n) G(n, m) \alpha_n \quad (13)$$

여기서 $W(\rho, m)$, $C(n)$ 및 $G(n, m)$ 은 다음과 같다.

$$W(\rho, m) = H_m^{(2)}(k_0 \rho) \quad (14)$$

$$C(n) = \frac{-j}{4} \rho_n \Delta \phi_n \operatorname{sinc}\left(\frac{n \Delta \phi_n}{2}\right) e^{-jn \Delta \phi_n} \quad (15)$$

$$G(n, m) = J_m(k_0 \rho_n) e^{-jm \phi_n} \quad (16)$$

각 스펙트럼의 진폭분포는 도체의 모양 및 위치에 따라 다르며, 에너지를 전달할수 있는 모드의 수는 제한되어있다. 이러한 모드를 전파모드(propagating mode)라 정의하고, 이밖의 모드를 감쇄모드(evanescent mode)라 정의하기로 하며 식(13)에서 모드의 종류를 나누는 기준을 설명하기로 한다. 각 스펙트럼은 식(14), (15), (16)에 표시한대로 각

각 특성이 상이한 식의 곱으로 표현된다. 식(14)는 측정점의 함수로서 ρ 방향의 전파특성을 나타내며 Hankel함수의 근사식에 의거하여 원거리에서 각 스펙트럼의 진폭을 $1/\sqrt{\rho}$ 로 감쇄시킨다. 그러나 각 스펙트럼은 ρ 가 일정한 원주상에서 계산되므로 식(14)는 모드의 감쇄특성에 거의 영향을 주지않는다. 식(15)는 기초함수와 요소모양의 함수로서 각 스펙트럼의 진폭 및 위상 특성에 기여하나, 역시 감쇄특성을 나타내지 않는다. 식(16)은 도체 위치의 함수로서 역시 진폭 및 위상 특성에 영향을 주며 특히 진폭을 지수적으로 감쇄시켜 모드의 종류를 구분하는 기준을 마련해 준다. Bessel 함수는 고차모드에서 식(17)과 같이 근사식으로 표시된다.

$$J_m(k_0 \rho_n) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \left(\frac{ek_0 \rho_n}{2m}\right)^m, \quad k_0 \rho_n \ll m \quad (17)$$

여기서 e 는 자연지수이며, 괄호안의 수가 1보다 적을 때 식(17)의 값은 지수적으로 감쇄하여 0에 수렴하게 된다. 도체의 요소중 원점으로부터 가장 먼요소의 반경을 ρ_{nmax} 라 할때 전파모드의 최고차수 M 은 식(18)과 같이 정의되며, 전파모드수는 $M_p = (2M+1)$ 가 된다.

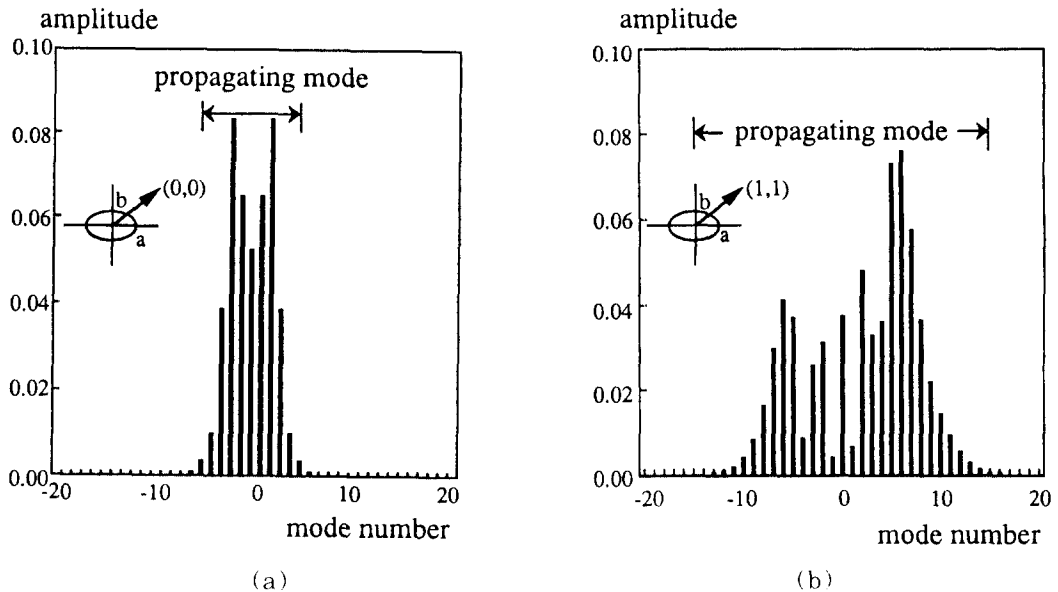


그림 2. 각 스펙트럼의 진폭 분포도 (주어진 조건: 산란체 - 장반경 0.5λ 이고 단반경 0.3λ 인 타원도체, 입사파 - x축으로 진행하는 단위 평면파, 측정반경 10λ) (a) 타원의 중심이 원점에 위치할 때 (b) 타원의 중심이 $(1\lambda, 1\lambda)$ 에 위치할 때
 Fig. 2. Distributions of amplitude of angular spectral (the given conditions: scatterer - ellipse with $a=0.5\lambda$ and $b=0.3\lambda$, incident wave - unit planewave propagating along x axis, measurement field points - on circle of radius 10λ), (a) a case that the center of scatterer is located at origin, (b) a case that the center of scatterer is located at $(1\lambda, 1\lambda)$.

$$M = \frac{ek_0\rho_{nmax}}{2} \tag{18}$$

그림 2는 모양이 타원인 도체의 중심이 각각 좌표계 원점과 $(1\lambda, 1\lambda)$ 에 위치할 때 산란전장 각 스펙트럼의 진폭분포와 전파모드수를 표시한다. 여기서 좌표값은 입사파의 파장(λ)으로 정규화하여 표시한 것이다. 그림2(a)는 $\rho_{nmax} = .5\lambda$ 로 전파모드수는 11개이고, 그림2(b)는 $\rho_{nmax} \cong 2\lambda$ 로 전파모드수는 31개이다. 즉 서로 같은 모양일지라도 위치에 따라서 전파모드수가 달라지게 된다. 또한 그림2(a)의 경우 도체의 중심과 좌표계의 원점이 일치하여 유기전류원까지의 거리 ρ_{nmax} 이 최소가 되어 전파모드수가 최소가 되며, 이때의 전파모드수를 고유전파모드수라 정의하기로 한다. 고유전파모드수는 도체의 절대크기에 비례한다. 따라서 미지의 도체의 전파모드수와 고유전파모드수를 안다면 도체의 대략적인 위치와 크기를 파악할 수 있게된다.

Ⅲ. 도체의 중심과 초기모양을 찾는 방법

측정된 산란전장으로부터 각 스펙트럼과 TSCS을 구한후, 각 스펙트럼의 전파모드수를 계산하고 TSCS을 이용하여 고유전파모드수를 추출하여 역산란 할 도체의 위치와 대략적인 모양을 찾아가는 과정을 기술하기로 한다.

1. 전파모드수의 결정

Ⅱ장에서 설명한대로 미지 도체의 전파모드수는 도체의 위치에 관계가 있으며, 전파모드수를 안다면 도체가 존재하는 범위를 예측할 수 있게 된다. 역산란에 이용되는 산란전장의 각 스펙트럼은 측정된 산란전장을 푸리에 급수 전개하여 구하기 때문에 무수히 많은 모드를 계산해낼 수 있으며, 이로 인하여 전파모드를 결정하는 방법이 모호해진다. 그러나 원거리에서 측정된 TSCS은 식(19)와 같이 전파모드만에 의해서 거의 결정된다는 사실을 상기할 때, 전파모드를 TSCS의 99.9%를 점유하는 모드로서 정의하여 구할 수 있다. 그림 3은 단위 평면파를 입사시켰을 때 원통형도체의 반경을 $.1\lambda$ 부터 6λ 까지 증가시키면서 이 방법에 의해서 전파모드수를 구한 결과이며, 측정거리는 10λ 이다. 전파모드수는 도체의 절대크기에 의존하는 것이 아니라 원점으로부터 가장 멀리 떨어진 유기전류원에 의해서 결정되기 때문에 그림3을 유기전류원까지의 최대거리를 구하는 기준으로 사용하면 된다. 즉 역산란할 도체에 대한 전파모드수를 측정하여 그림3에 대입하면 해당반경(ρ_{nmax})이 구해

number of propagating modes

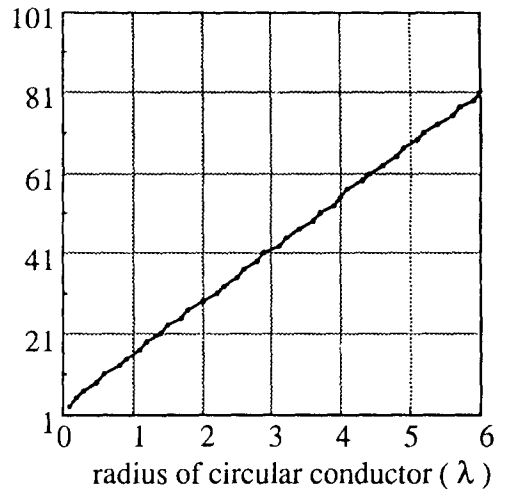


그림 3. 전파모드수를 결정하는 기준 도체원통의 전파모드수와 반경과의 관계

Fig. 3. The number of propagating modes for the refrence circular conducting cylinder versus its radius.

지며, 이 반경을 갖는 원내에 도체가 존재한다는 사실을 알 수 있게 된다.

2. TSCS과 고유 전파모드수 및 산란체 크기와의 관계

TSCS을 식(19)와 같이 정의할 때, 그 값은 입사파의 입사방향에 대한 산란체의 크기에 비례한다.

$$\begin{aligned} \sigma_T &= 2\pi\rho \int_0^{2\pi} \left| \frac{u^s(\rho, \phi)}{u^i(\rho, \phi)} \right|^2 d\phi, \\ &= 2\pi\rho \sum_{m=-\infty}^{\infty} |W^s(\rho, m)|^2 \end{aligned} \tag{19}$$

여기서 ρ 는 측정원의 반경을 표시한다. 그림4는 단위 평면파를 입사시켰을 때 원통형도체의 반경을 $.1\lambda$ 부터 6λ 까지 증가시키면서 TSCS을 계산하여 표시한 것이며, 측정거리는 역시 10λ 이다. 역산란할 도체에 대한 TSCS을 측정하여 그림4에 대입하면 입사방향의 물체의 크기가 대략적으로 추정된다. 본 논문에서는 x 방향 입사파에 대한 크기 L_x 와 y 방향 입사파에 대한 크기 L_y 를 구하며, 그 크기를 그림3에 대입하면 미지 도체에 대한 전파모드수가 구해지며 이것은 미지 도체의 절대크기에 따라 변하므로 역산란할 도체의 고유전파모드수에 해당 된다.

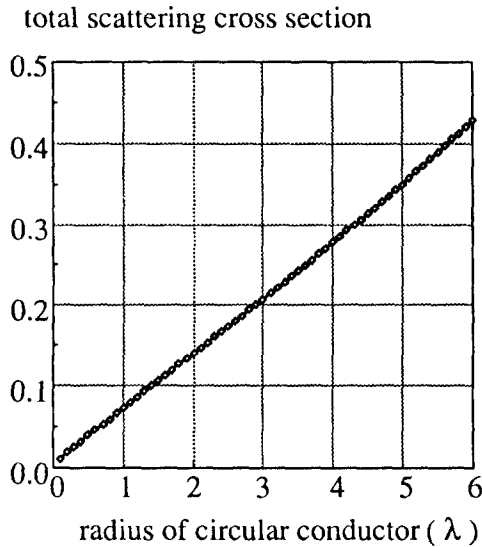


그림 4. total scattering cross section과 도체 크기와의 관계

Fig. 4. The total scattering section for the refrence circular conducting cylinder versus its radius.

3. 좌표계 이동

산란전장의 각 스펙트럼을 전개하는 좌표계를 이동하여 좌표원점과 도체중심을 일치시킬 때 전파모드수가 최소가 되며, 이 때 식(19)를 이용하여 전파모드만으로 TSCS을 계산하면 그 값이 최대가 된다. 좌표계 이동에 의한 새로운 좌표계에서의 각 스펙트럼은 재측정 없이 식(20)과 같이 이미 구한 각 스펙트럼으로부터 계산된다.

$$U^s(\rho', m) = H_m^{(2)}(k_0 \rho')$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{U^s(\rho, m) J_{m-n}(k_0 \rho) e^{-j(m-n)\phi}}{H_n^{(2)}(k_0 \rho)} \quad (20)$$

여기서 (ρ', ϕ') 는 새로운 좌표계에서의 측정점을, (ρ, ϕ) 는 이동된 좌표계의 원점을 각각 표시한다.

좌표계를 이동하여 효율적으로 도체의 중심을 찾는 방법은 다음과 같다. 그림5와 같이 타원도체가 $(1\lambda, 1\lambda)$ 에 중심을 두고 있다면, 3절의 결과에 의하여 도체는 ρ_{nmax} ($\cong 2\lambda$)를 반경으로 갖는 원안에 존재하는 것을 알게된다. 이 영역에서 도체의 정확한 중심을 찾기 위하여 x축 입사파에 대한 산란전장의 각 스펙트럼을 그림5와 같이 좌표중심을 y축상에서 path1을 따라 $-\rho_{nmax}$ 부터 ρ_{nmax} 까지 $L_v/10$ 간격으로 이동하

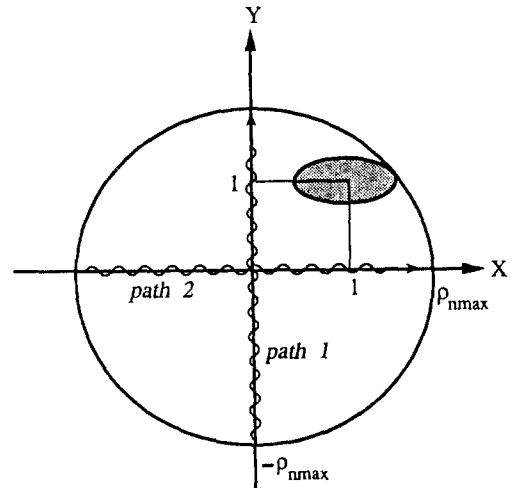
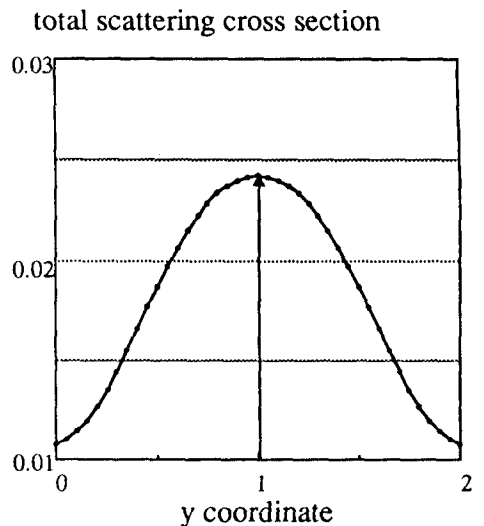


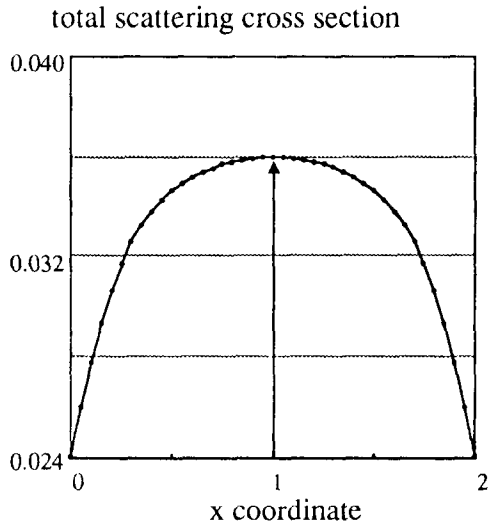
그림 5. 미지 도체의 중심을 찾기 위한 좌표계의 이동방법

Fig. 5. Method of translating coordinate system to find the center of an unknown conductor.

면서 고유전파모드수만으로 계산된 TSCS을 구하면 그림6(a)와 같이 표시된다. 이 그림에서 앞서 언급했듯이 TSCS이 최대가 되는 지점이 입사방향에 대한 도체의 중심이 되며, 이경우 도체중심의 y 좌표가 구해진다. 같은방법을 y축 입사파에대한 각 스펙트럼에 적용하면 그림6(b)의 결과를 얻으며, 결국 도체중심



(a)



(b)

그림 6. 그림5와 같이 좌표 이동하면서 구한 total scattering cross section
 (a) x방향 입사파에 대한 total scattering cross section
 (b) y방향 입사파에 대한 total scattering cross section

Fig. 6. Total scattering cross section calculated by keeping only characteristic propagating modes as shown Fig. 5.
 (a) total scattering cross section for x-axis incident wave.
 (b) total scattering cross section for y-axis incident wave.

의 x좌표를 구할 수 있게 된다. 이상과 같이 산란전장의 각 스펙트럼의 전파모드수와 TSCS에 의해 비교적 용이하게 도체의 중심을 구할 수 있으며 그 정확도는 도체크기의 5%정도이다.

4. 초기모양과 반복계산의 입력자료

Ⅳ장에서 설명할 반복계산에서 초기값은 2절에서 구한 L_n . L_r 를 장 단반경으로 하는 타원으로 만들어진다. 초기모양은 역산란할 도체의 모양과 거의 유사해야 local minima을 피하고 수렴속도를 빨리한다. 또한 반복계산에 이용되는 측정된 각 스펙트럼은 좌표이동하여 좌표원점과 도체중심이 일치할 때의 각 스펙트럼이며, 사용하는 모드수는 고유전파모드수와 같다.

Ⅳ. 반복 기법에 의한 도체의 역산란 방법

도체의 모양을 그림7과 같이 각도의 함수인 $r(\phi)$ 로 표시할 때, $r(\phi)$ 는 단치함수(single-valued function)이어야 역산란이 가능하다. 이 조건을 만족하기 위하여 도체의 내부에 사용좌표계의 원점이 존재하여야 하며, Ⅲ장에서 미지 도체의 중심을 구하는 방법을 기술하였다. 본 논문에서 모양함수 $r(\phi)$ 는 도체의 둘레를 등각도($2\pi/N$)로 나누어 N 개의 각에서의 반경 r_1, r_2, \dots, r_N 로 표시하는 point matching 방법을 사용한다. 또한 N 의 값은 초기모양의 둘레를 $.2\lambda$ 로 나누어 결정하며, 실제 계산에서는 cubic spline 보간법을 이용하여 중간에 한점을 삽입하여 수치해석의 분해능이 약 $.1\lambda$ 가 되도록하여 계산의 정확성을 향상시킨다.

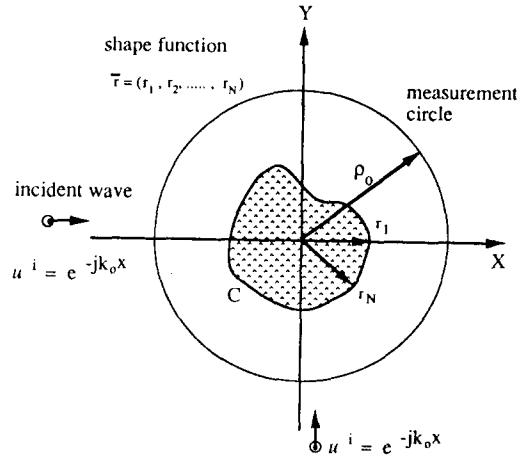


그림 7. 제시한 역산란 문제의 기학적 구조
 Fig. 7. The geometry of inverse problem.

다음은 Ⅲ장에서 구한 초기모양과 좌표이동된 각 스펙트럼을 갖고서 정확한 도체의 모양을 찾아가는 과정을 설명하기로 한다. 측정된 산란전장의 각 스펙트럼을 $U_m^s(\rho_0; m)$, i 번째 반복계산과정에서 얻어지는 각 스펙트럼을 $U_m^c(\rho_0; m)$ 라고 하자. 여기서 ρ_0 은 측정반경, m 은 m 차 모드를 표시한다. 측정된 각 스펙트럼과 계산된 각 스펙트럼의 차이를 오차함수라 정의하면

$$F_m = U_m^c(\rho_0, m; x) - U_m^s(\rho_0, m; x) \tag{21}$$

가 되며, 여기서 x 는 x축방향의 입사파를 의미하고, 전파모드수만큼의 각 스펙트럼에 대해 적용하면 다음

과 같은 행렬식으로 표시된다.

$$\bar{F}_i^T = [F_{M_1}, \dots, F_{0_i}, \dots, F_{M_i}] \quad (22)$$

여기서 M_x 은 주어진 입사방향에서의 전파모드의 최고차수이다. 또한 본논문에서는 x 방향과 y 방향의 2개의 입사파를 사용하기 때문에 전체 오차함수를 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\bar{F}_i^T = [\bar{F}_i^T \bar{F}_i^T] \quad (23)$$

오차함수로부터 도체의 모양을 구하기 위하여 다음과 같은 목적함수를 정의하기로 한다.

$$f = \frac{1}{2} \bar{F}_i^T \bar{F}_i^* = \frac{1}{2} \left(\sum_{m=-M_x}^{M_x} |F_{m_x}|^2 + \sum_{m=-M_y}^{M_y} |F_{m_y}|^2 \right) \quad (24)$$

여기서 M_x, M_y 는 각각 x, y 방향의 입사파에 대한 전파모드의 최고차수를 의미한다. 목적함수 f 는 모양함수 $r(\cdot)$ 의 함수로서 그 값을 최소로 하는 모양이 재현하고자하는 물체의 모양이 된다. 목적함수 f 를 최소로 하는 $r(\cdot)$ 를 구하는방법은 Newton방법을 개선한 Levenberg Marquardt 알고리즘 [5] 을 사용하면 그 결과식은 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{r}^{(i+1)} = \bar{r}^{(i)} - (\bar{J}^{(i)T} \bar{J}^{(i)} + \alpha \bar{D})^{-1} (\bar{J}^{(i)T} \bar{F}_i^{(i)}) \quad (25)$$

여기서 $\bar{r}^{(i)}$ 는 i 번째 반복계산에서 재현된 모양함수 $r(\cdot)$ 의 벡터표시이며, \bar{J} 는 \bar{F}_i 의 Jacobian행렬이고, α 는 Levenberg Marquardt 파라메타이고, \bar{D} 는 $\bar{J}^{(i)T} \bar{J}^{(i)}$ 의 대각선요소만을 취한 행렬이다.

Ⅲ. IV장에서 기술한 도체의 역산란 계산과정을 종합하여 정리하면 다음과 같다.

1단계. 산란전장을 측정하여 TSCS과 각 스펙트럼을 구한다.

2단계. 각 스펙트럼과 TSCS을 이용하여 도체의 중심과 초기모양을 찾는다. 또한 초기모양으로부터 구하고자 하는 모양함수의 미지수 N 을 구한다.

3단계. 좌표이동된 각 스펙트럼중 전파모드만을 취하여 U^M 을 구한다.

4단계. 초기모양에 대한 각 스펙트럼 U_i^* 를 모멘트 방법을 이용하여 구한다.

5단계. U^M, U_i^* 를 식(21)에 대입하여 오차함수를 구한다.

6단계. 식(21)을 식(25)에 대입하여 목적함수를 구한다.

7단계. 식(25)를 이용하여 새로운 $\bar{r}^{(i)}$ 를 구한다.

8단계. $\Delta r_n = r_n^{(i+1)} - r_n^{(i)} < \delta$ 를 시험한다. 여기서 n 은 수렴반경이고, r_n 은 모양함수의 n 번째 반경을 표시한다.

9단계. 모든 n 에 대해 위조건이 만족되면 계산을 끝내고, 이조건을 만족하지 못하면 새로운 $\bar{r}^{(i)}$ 를 갖고 4단계로 돌아간다.

V. 수치계산 결과 및 분석

그림 5에 표시한 타원은 그림6의 결과에 의하면 그 중심이 $(1\lambda, 1\lambda)$ 이 되며, 이 중심으로 좌표이동된 각 스펙트럼과 TSCS으로 부터 구한 초기모양을 갖고 반복계산을 한 결과가 그림8에 표시되어 있다. 여기서 미지수의 수 N 은 12개이며, 실제 도체의 모양은 cubic spline 보간법을 이용하여 재구성된다.

그림8(a)는 초기모양으로부터 본래의 모양을 재구성하는 과정을 표시한 것이며, 그림8(b)는 정규화 목적함수(normalized cost function)가 수렴해가는 과정을 표시한다. 그림8(c)는 측정된 산란전장에 Gaussian 잡음이 첨가되었을 때 재구성된 모양함수의 정규화 평균오차 [normalized root mean square shape error(NRMSe)]를 표시한 것이다. 여기서 NRMSe는 본래의 모양과 재구성된 모양의 차이를 나타내는 양으로서 식(25)과 같이 표시된다.

$$NRMSe = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N_r} (r_n - r_n^M)^2}{\sum_{n=1}^{N_r} r_n^M^2}} \times 100 [\%] \quad (26)$$

여기서 N_r 는 NRMSe 측정을 위해 추출되는 표본 수로서 $2N$ 이고, r_n^M 은 본래 도체의 n 번째 반경이고, r_n 은 재구성된 도체의 n 번째 반경을 표시한다. 그림8(a)에서 잡음이 없는 경우 NRMSe는 0.5%로 완벽한 재구성이 가능하며, 그림8(b)의 수렴속도를 보면 5번째 단계에서 본래의 모양으로 수렴해가는 것을 알 수있다. 이것은 본래의 모양과 거의 유사한 초기모양과 도체의 모양이 곡선으로 이루어져 cubic spline보간법이 잘 맞는데 기인한 것이다. 그림8(c)에서 잡음을 25%까지 증가시키면서 NRMSe를 측정하였는데, 그 값이 5%이하였다. 이 결과는 제시한 역산란 방법이 잡음에 거의 관계없이 도체의 모양을 재구성할 수 있다는 점을 보여 주며, 이는 전파모드만의 사용과 다중입사에 기인한 것으로 볼 수 있다.

그림9은 제시한 역산란방법이 임의의 모양을 갖는 도체에 대해서도 적용가능함을 보여주는 예로서 중심이 $(-1\lambda, -1\lambda)$ 에 위치한 wedge를 갖는 다각형의 역산란과정을 표시한 것이다. 미지수의 수 N 은 16개

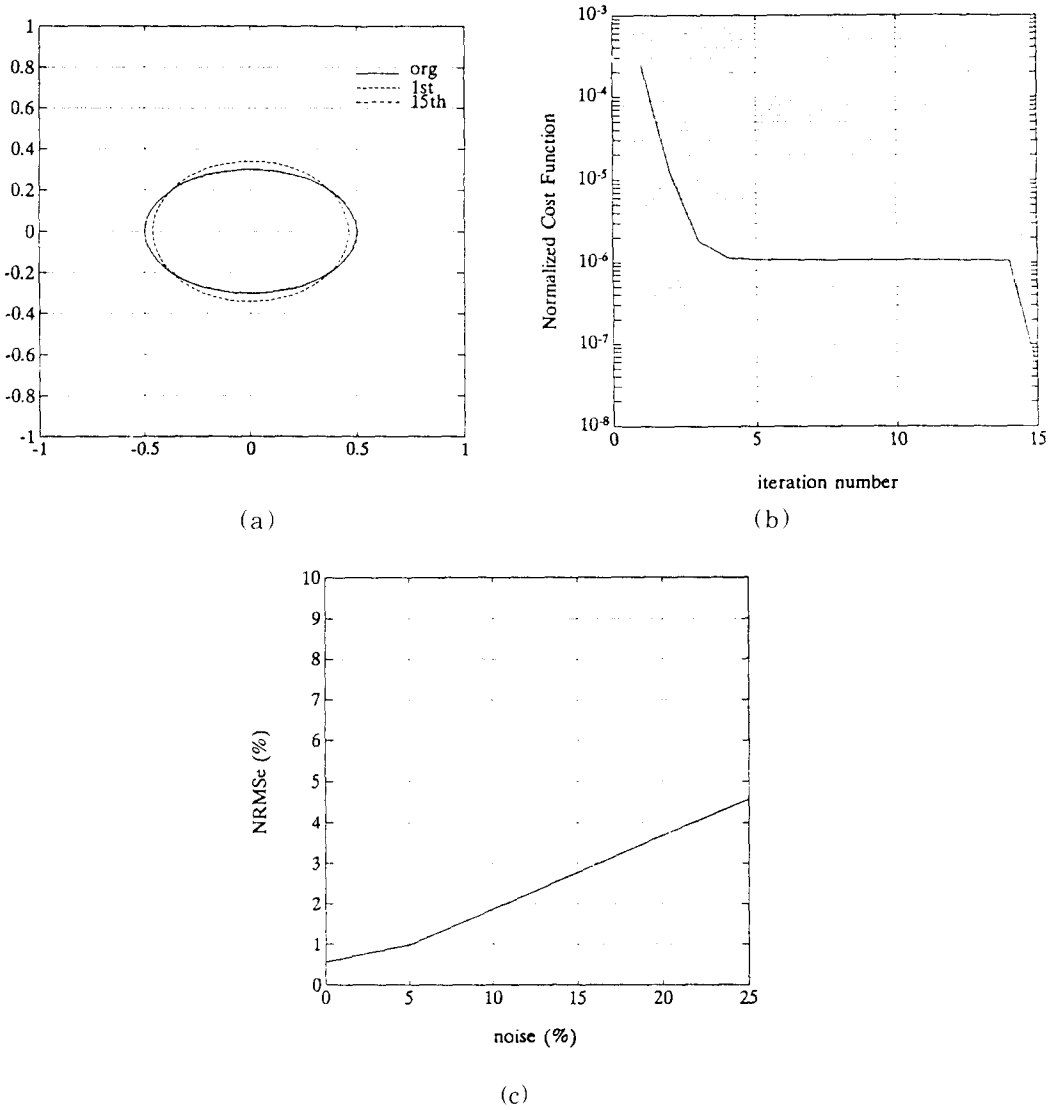


그림 8. 타원에 대한 역산란 결과

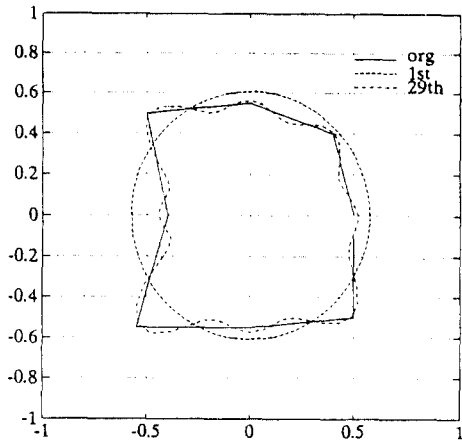
- (a) 본래모양의 재구성과정
- (b) 정규화된 목적함수의 수렴과정
- (c) 잡음과 NRMSe 의 관계

Fig. 8. Results of inverse scattering for an ellipse.

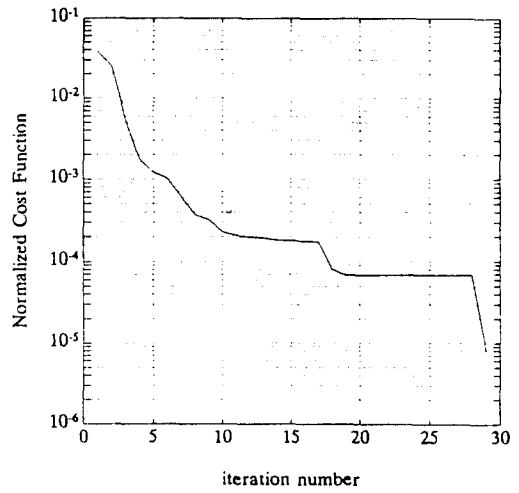
- (a) reconstruction process for shape.
- (b) convergent process for normalized cost function.
- (c) variation of NRMSe as a function of noise.

이며, 역산란결과를 보면 wedge가 있기 때문에 cubic spline 보간법에 의하여 모양의 정확한 재구성 (그림9(a))은 어려우며, 이로 인하여 수렴속도(그림9

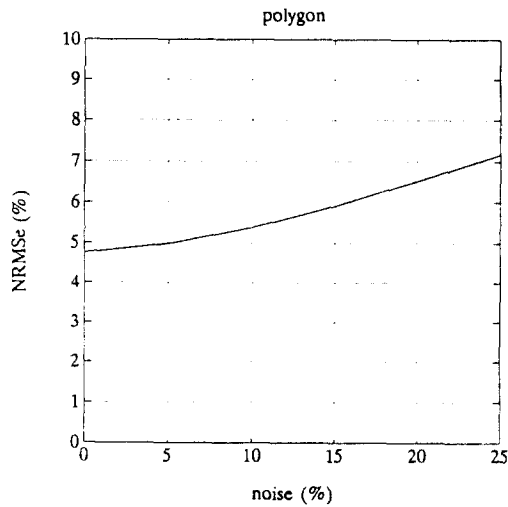
(b))도 상당히 늦어진다. 그러나 전체적인 윤곽의 재구성은 가능하며, 잡음에 대해서도 강한 특성(그림9 (c))을 보여준다.



(a)



(b)



(c)

그림 9. 다각형에 대한 역산란 결과

- (a) 본래모양의 재구성과정
- (b) 정규화된 목적함수의 수렴과정
- (c) 잡음과 NRMSe의 관계

Fig. 9. Results of inverse scattering for a polygon.

- (a) reconstruction process for shape.
- (b) convergent process for normalized cost function.
- (c) variation of NRMSe as a function of noise.

VI. 결론

도체의 역산란 문제에서 적분 방정식을 풀기 위하

여 모멘트방법을 사용할 때, 반 드시 도체의 위치에 대한 정보가 필요하다. 또한 비선형방정식의 해를 구하는 과정에서 흔히 나타나는 local minima를 피하

여 도체 모양의 재구성이 안정적으로 이루어지도록 초기 값을 잘 부여할 필요성이 있다. 본 논문에서는 이러한 두가지 문제점을 산란전장의 각 스펙트럼과 TSCS을 이용하여 해결하는 방법을 제시하였다.

IV장에서 도체의 모양을 point matching 방법을 이용하여 재현하는 이유는 다음과 같은 장점을 지니고 있기 때문이다. 첫째 도체의 중심을 찾는 과정에서 잡음 또는 모양의 복잡성에 의하여 원래의 중심으로부터 이탈된 점을 중심으로 찾았을 때, 모드함수 전개법을 사용하는 것 보다 적은 미지수로 정확한 모양을 구현할 수 있다. 둘째 도체의 크기와 미지수의 개수를 체계적으로 연결시켜 정확한 도체의 모양을 재현할 수 있게 된다. 셋째 L_x , L_y 를 이용하여 쉽게 초기모양을 구현할 수 있다.

수치 계산 결과에서는 두가지 모양의 도체에 대해 본논문에서 제안한 역산란 방법을 적용하여 그 유용성에 대해 살펴 보았다. 즉 잡음이 첨가된 상태에서도 잡음량보다 적은 모양 오차를 갖고 도체의 모양을 재구성할 수 있으며, 또한 다각형과 같이 wedge가 있는 도체에 대해서도 적용이 가능하다는 것을 보여 주었다. 단 고주파 스펙트럼(감쇄모드) 정보를 사용하지 않기 때문에 wedge의 정확한 재구성은 어렵다. 따라서 제시한 방법은 둘레가 곡선으로 이루어진 도체에 대해서는 완벽한 재구성이 가능하며, wedge가 있는 도체에 대해서는 모양의 대략적인 윤곽의 재구성이 가능하다고 결론지을 수 있다.

參考文獻

- [1] R. M. Lewis, "Physical optics inverse diffraction," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. AP-17, pp. 308-314, May 1969.
- [2] N. N. Bojarski, "A survey of the physical optics inverse scattering identity," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. AP-30, pp. 980-989, Sept. 1982.
- [3] A. Roger, "Newton-Kantorovitch algorithm applied to an electromagnetic inverse problem," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. AP-29, pp. 232-238, Mar. 1981.
- [4] C. C. Chiu and Y. W. Kiang, "Electromagnetic imaging for an imperfectly conducting cylinder," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, pp. 1632-1639, Sept. 1991.
- [5] D.W. Maquardt, "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters," *J. SIAM*, Nov. 1963.

著者紹介



朴瑄圭(正會員)

1958年 7月 30日生. 1981年 2月 서강대학교 전자공학과卒業(공학사). 1983年 2月 한국과학기술원 전기및 전자과 졸업(공학석사). 1988年 3月 ~ 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정 재학중. 1983年 3月 ~ 현재 한국방송공사 기술연구소(차장) 근무. 주관심 분야는 전자파이론 및 위성통신 등임.

朴天錫(正會員) 第31卷 A編 第5號 參照

현재 인제대학교 전자공학과 전임강사

羅正雄(正會員) 第31卷 A編 第5號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수