

등가 척도에 의한 양방향 근사추론과 추론망

(An Inference Network for Bidirectional Approximate Reasoning Based on an Equality Measure)

全命根*, 卞憎男**

(Myung Gn Jeon and Zeung Nam Bien)

要約

본 논문에서는 학습과정 등을 거치지 않고 주어진 퍼지 데이터로부터 바로 구현될 수 있는, 양방향 근사추론을 위한 추론망을 제안한다. 퍼지 입력 데이터가 주어진 경우 추론망은 등가척도에 기초한 근사추론에 의해 거기에 상응하는 적절한 퍼지 출력을 내게 되며, 퍼지 출력 데이터가 주어진 경우에는 그에 상응하는 적절한 퍼지 입력을 내게 된다. 따라서 제안된 추론망은 지식기반 시스템에 있어서의 양방향 근사추론에 유용하게 사용 될 수 있다.

Abstract

An inference network is proposed as a tool for bidirectional approximate reasoning. The inference network can be designed directly from the given fuzzy data(knowledge). If a fuzzy input is given for the inference network, then the network renders a reasonable fuzzy output after performing approximate reasoning based on an equality measure. Conversely, due to the bidirectional structure, the network can yield its corresponding reasonable fuzzy input for a given fuzzy output. This property makes it possible to perform forward and backward reasoning in the knowledge base system.

1. 서론

Sanchez^[1]에 의해 퍼지 관계방정식이 소개된 이후 퍼지 관계방정식은 퍼지 관계시스템을 분석하고

설계하는데 유용하게 사용되어 왔다. 특히 지식처리 분야에서 퍼지 관계 방정식의 중요성은 인간의 지식을 서로 관계를 갖는 사실과 규칙이 모여있고 그들의 관계를 가능성 분포로 표현할 수 있는 것으로 볼 수 있는데 기인한다.^[2] 즉, 인간의 지식을 하나의 대규모 퍼지 관계 시스템으로 볼 수 있기 때문이다.

* 正會員, 三星電子 生産技術 Center, 自動化研究所 (SAMSUNG Electronics, Production Engineering Center, FA Ressarch Institute.)

** 正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科 (Dept. of Electrical Eng. KAIST)

接受日字 : 1993年 4月 20日

여러가지 형태의 퍼지관계 방정식과 그 방정식의 해를 구하기 위한 해석적인(analytic) 방법들이 제안되었다.^[3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]

그렇지만 이들 해석적인 방법의 대부분은 주어진 퍼지 입·출력 데이터에 대하여 그것들을 모두 정확

히 만족하는 퍼지 관계 행렬이 존재한다는 가정에 기초하고 있다. 그러나 이러한 가정은 실제의 상황에서는 만족되기 쉽지가 않다. 왜냐하면, 주어진 퍼지 입·출력 데이터들 사이에 정확한 일관성이 있는 경우는 드물기 때문이다.

이러한 해석적인 해법의 단점을 극복하기 위하여 Pedrycz¹⁴는 새로운 다층 신경회로망과 이것을 이용하여 퍼지관계방정식의 근사해를 구하는 학습규칙을 제안하였다. 최근에, Chun과 Bien²은 은닉층을 포함하는 다층 퍼지 신경회로망을 제안하고 이것을 이용하여 좀 더 일반적인 형태의 퍼지 관계방정식의 근사해를 구하는 학습규칙을 제시하였다. 그러나 이러한 신경회로망을 이용한 해법 또한, 주어진 퍼지 입·출력 데이터에 대하여 전역최적해(global optimal solution)보다는 국부(local) 최적해를 찾는 경우가 많으며, 더우기 학습되지 않은 퍼지 입력데이터에 대해서는 그에 해당되는 퍼지출력을 제대로 내지 못하는 문제가 있다. 즉, 신경회로망의 학습에 의해 얻어진 관계행렬은 사용된 학습데이터에 대해서만 유효할 뿐, 그외의 데이터에 대한 근사추론에 있어서는 한계가 있다.

정리해보면, 기존의 퍼지관계방정식이 소수의 퍼지 입·출력 데이터에 대해서는 유용하게 사용될 수 있는 반면에, 여러 쌍의 퍼지 입·출력 데이터가 주어지는 경우에는 그 해를 구하는 것 자체가 거의 불가능한 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 등가척도에 기초한 새로운 형태의 퍼지 매핑(mapping)을 제안하고 이를 이용하여 양방향 근사추론을 행하는 추론망(inference network)을 제안하고자 한다. 제안된 추론망은 퍼지 입·출력 데이터의 형태로 주어진 추론 규칙을 표현할 수 있으며 아울러 등가척도(equality measure)에 기초한 양방향 근사 추론을 할 수 있다. 양방향 근사추론이란, 주어진 퍼지 입력에 대하여 그것에 대응되는 퍼지 출력을 내며 역으로 퍼지 출력에 해당되는 데이터가 주어졌을때 그에 상응되는 퍼지입력을 내는 것을 말한다. 이는 지식기반 시스템에 있어서 전방향추론(forward reasoning)과 후방향추론(backward reasoning)에 각각 해당된다.

논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 max-min 퍼지관계 방정식에 관련된 몇가지 성질들을 기술함으로써 그것을 이용한 지식처리에 있어서의 한계점에 대하여 기술하며 3장에서는 두개의 퍼지 벡터에 대한 등가척도를 제안한 후 그것을 이용한 양방향 근사추론을 행하는 추론망을 제안한다. 끝으로 4장에서 간단한 예를 보이고, 결론을 기술한다.

II. 지식처리에 있어서 퍼지 관계방정식의 한계점

X 와 Y 를 각각 n -차원과 m -차원의 공간이라 할 때, $F(X) = \{X: X \rightarrow [0,1]\}$ 와 $F(Y) = \{Y: Y \rightarrow [0,1]\}$ 를 X 와 Y 에서의 모든 퍼지 부분집합으로 이루어진 집합이라고, $R \in F(X \times Y)$ 을 퍼지 관계행렬이라 하자. $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in F(X)$ 와 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m] \in F(Y)$ 에 대하여 다음과 같은 퍼지 max-min 관계방정식을 생각해 보자.

$$X \circ R = Y. \tag{1}$$

즉,

$$y_j = \bigvee_{1 \leq i \leq n} (x_i \wedge r_{ij}), \quad 1 \leq j \leq m. \tag{2}$$

여기서, \wedge 와 \bigvee 는 각각 min과 max를 나타낸다. 주어진 한쌍의 X 와 Y 에 대하여, R 을 $X \circ R = Y$ 의 모든 해의 집합이라 할때, 즉

$$R = \{R | X \circ R = Y\}.$$

한 쌍의 퍼지 데이터 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in F(X)$ 그리고 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_m] \in F(Y) (i=1, 2, \dots, P)$ 가 주어졌을 때 퍼지 관계방정식 (1)의 해를 해석적으로 구하는 방법은 다음과 같다.

정리 1¹⁵: 만약 $R \neq \emptyset$ 이면, (1)을 만족하는 해 중 가장 큰 퍼지 관계행렬 $\bar{R} \in \mathfrak{R}$ 는 X 와 Y 의 @-합성에 의해 주어진다. 즉, $\bar{R} = X @ Y, n \times m$ 행렬 \bar{R} 을 $[\bar{r}_{ij}] (i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m)$ 와 같이 표기 할때

$$\bar{r}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \leq y_j \\ y_j & \text{if } x_i > y_j \end{cases} \tag{3}$$

$X_i = [x'_1, x'_2, \dots, x'_n] \in F(X)$ 그리고 $Y_i = [y'_1, y'_2, \dots, y'_m] \in F(Y) (i=1, 2, \dots, P)$ 와 같은 여러 쌍의 퍼지 데이터 (X_i, Y_i) 가 주어졌을 때 퍼지 관계방정식 (1)의 해를 해석적으로 구하는 방법은 다음과 같다.

정리 2⁹: 만약 퍼지 입력 출력 데이터 $(X_i, Y_i) (i=1, 2, \dots, P)$ 가 (1) $X_i \circ R = Y_i$, (2) 만약 $i \neq j$ 이면, $x'_i = 1$, 그렇지 않으면 $x'_i = 0$ (3) $P = n$ 의 세가지 조건을 만족하면

$$\bigcap_{i=1}^P \bar{R}_i = R \tag{4}$$

여기서 $\bar{R}_i = x_i @ y_i$.

그렇지만, 주어진 퍼지 데이터 (X_i, Y_i) 는 일반적인

로 정리 2에 주어진 조건들을 만족하기가 어렵다. 식 (1)이 지금까지 제안된 여러가지 형태의 퍼지 관계방정식 중에서 가장 간단한 형태 임에도 불구하고¹⁰⁾, 모든 퍼지 데이터 $(X_i, Y_i) (i=1, 2, \dots, P)$ 에 대하여 정확히 $Y_i = X_i \circ R$ 을 만족하는 R 을 구하는 것은 거의 불가능하다.⁸⁾ 따라서 퍼지 데이터의 형태로 주어지는 지식을 처리함에 있어서, R 을 찾아내는 것이 필수 불가결한 요소임을 상기한다면 이러한 퍼지 관계방정식을 가지고 지식처리 문제를 다루는 데는 한계가 있음을 알 수 있다. 더우기 퍼지 관계 방정식에 있어서 후방향추론에 해당되는 퍼지관계 방정식의 inverse problem도 그 해를 구하는 것이 용이하지 않다.^{7) 11)} 그러므로 본 논문에서는 해를 구할 필요가 없는, 등가 척도에 기초한 새로운 관계매핑(relational mapping)을 제안하고 이를 이용한 지식처리 방법에 대해 논의하고자 한다.

III. 등가척도 및 추론망

1. 등가척도(Equality Measure)

이번장에서는 먼저 두개의 퍼지 벡타 $X \in [0, 1]^n$ 와 $Y \in [0, 1]^n$ 사이의 등가척도에 대하여 생각해보자. 이와 관련하여 Chen¹¹⁾은 의사결정시스템(decision making system)에 있어서 다음과 같은 등가척도 M 을 제안하고 이를 이용한 추론방법을 제안한 바 있다.

$$M = \frac{X \cdot Y}{\max(X \cdot X, Y \cdot Y)} \quad (5)$$

그러나 위의 등가 척도 M 은 수식에서 알 수 있듯이 단순히 공간상의 두개의 벡타간의 근접성만을 나타내고 있을 뿐, 두개의 벡타간의 논리적 등가성을 나타내는 데는 적절하지 않은 단점이 있다. 반면, Pedrycz^{8) 12)}는 두개의 퍼지값 $x \in [0, 1]$ 와 $y \in [0, 1]$ 에 대하여 등가지수(equality index) q 를 다음과 같은 논리적 배경에서 유도하였다.

$$q = (x \equiv y) = \frac{1}{2} [(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x) + (\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \wedge (\bar{y} \rightarrow \bar{x})] \quad (6)$$

여기서 " \rightarrow "는 implication을 나타내며 $\bar{x} = 1 - x$ 는 x 의 complement이다. 식 (6)에 있어서 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$ 는 x 와 y 간의 등가정도 즉, x 가 y 를 의미하는 정도와 그 역으로 y 가 x 를 의미하는 정도의 최소값을 나타낸다. 유사하게, $(\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \wedge (\bar{y} \rightarrow \bar{x})$ 는 x 와 y 의 complement의 등가정도를 나타낸다. 퍼지논리에 있어서 implication은 여러가지로 정의되는데, 여기서

는 가장 널리 사용되고 있을 뿐만 아니라, 간단한 산술계산만을 필요하는 Lukasiewicz implication 즉,

$$x \rightarrow y = \min(1, 1 + y - x) \quad (7)$$

을 적용하여 기술하고자 한다. (7)을 (6)에 대입하면, 등가지수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$(x \equiv y) = \begin{cases} 1 + x - y, & \text{if } y > x \\ 1 + y - x, & \text{if } y < x \\ 1, & \text{if } x = y \end{cases} \quad (8)$$

위에서 알 수 있듯이 등가지수는 구간선형함수(piecewise linear function)가 됨을 알 수 있다.

위의 결과를 이용하여 두개의 퍼지 벡타 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 와 $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ 간의 등가척도 $S \in [0, 1]$ 를 두개의 퍼지벡타에 있어서 각각의 element간의 등가지수를 더한 후 이를 정규화(normalized)한 값으로 정의한다. 즉, 두개의 퍼지 벡타 X 와 Y 간의 등가 척도는 다음과 같다.

$$S = (X \equiv Y) = 1/n \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} [(x_i \rightarrow y_i) \wedge (y_i \rightarrow x_i) + (\bar{x}_i \rightarrow \bar{y}_i) \wedge (\bar{y}_i \rightarrow \bar{x}_i)] \quad (9)$$

위의 관계식은 x_i 와 y_i 의 관계에 따라 다음과 같이 세개의 부분으로 나눌 수 있고 Lukasiewicz implication에 대해 아래와 같이 나타내어진다.

$$S = 1/n \left[\sum_{x_i > y_i} (1 + x_i - y_i) + \sum_{x_i = y_i} 1 + \sum_{x_i < y_i} (1 + y_i - x_i) \right] \quad (10)$$

위식에서 알 수 있듯이 등가척도는 두개의 퍼지 벡타가 완전히 동일 할때 1이 됨을 알 수 있다. 위의 등가척도 정의에 있어, Lukasiewicz implication을 사용한 경우에 대해서만 기술하였지만 문제 대상에 따라 기존의 여러가지 다른 implication operator가 유용하게 사용되는 경우가 있을 수 있다. 이때 다른 implication 연산자에 대해서도 본 논문에서 제안한 근사추론을 쉽게 유도할 수 있음은 물론이다.

2. 양방향 근사 추론을 위한 추론망

l 개의 퍼지 입력데이터와 출력데이터의 쌍으로 이루어진 집합 $T = \{(X_j, Y_j) | X_j \in [0, 1]^n, Y_j \in [0, 1]^m, j = 1, 2, \dots, l\}$ 에 대하여 $\{X_i, i = 1, 2, \dots, l\}$ 를 X' 로 놓고 $\{Y_i, i = 1, 2, \dots, l\}$ 를 Y' 로 놓자. 이 경우에 대해 우리가 다루고자 하는 문제는 전방향 추론에 대해서는 $[0, 1]^n$ 로 부터 $[0, 1]^m$ 로의 mapping을 행하는 추론망을 구성하는데 있다. 그렇지만 그러한 mapping이 근사추론을 행하기 위해서는 다음과 같은 성질을 가져야 한다. 첫째, X' 에 속하는 퍼지 입력 데이터 X 가 들어 왔을

때는 Y' 의 한 원소 Y 로 mapping시킬 수 있어야 하며, 둘째, X 와 유사한 퍼지 입력 $X(\in X')$ 가 들어 왔을 때 Y 와 유사한 퍼지 벡터 Y 로 mapping시킬 수 있어야 한다. 이와 동시에, 후방향 추론을 위해서 추론망은 $[0, 1]^n$ 로부터 $[0, 1]^n$ 로의 mapping을 아울러 수행할 수 있어야 한다. 이때도, Y' 에 속하는 퍼지 입력 데이터가 들어 왔을 때는 그것에 대응되는 X' 의 한 원소로 mapping시켜야 하며, Y 와 유사한 퍼지 입력 $Y(\in Y')$ 에 대해서는 X 와 유사한 퍼지 벡터 X 로 mapping시킬 수 있어야 한다.

위와 같은 동작특성을 갖도록 제안된 추론망의 전체적 구조는 그림 1에 나타나 있다. 구조적으로 볼 때는 Hecht-Nielsen³⁾에 의해 제안된 counterpropagation network와 유사한 구조를 갖고 있으나 counterpropagation network는 fuzzy 논리와는 무관하며, 무엇보다도, 본 논문에서 제안된 추론망은 보통의 신경회로망에서의와 같은 학습을 전혀 필요로 하지 않고 주어진 퍼지 입력 출력 데이터로부터 직접 구성되는 특징이 있다.

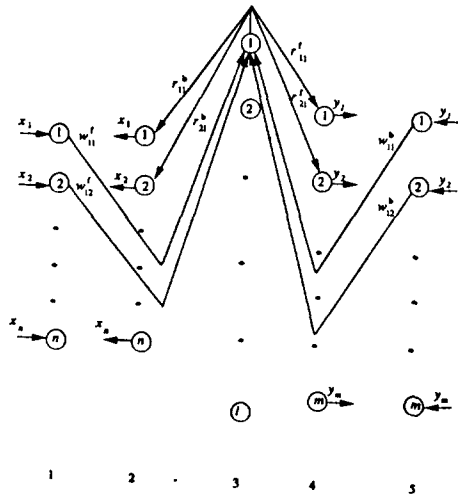


그림 1. 제안된 추론망
Fig. 1. Proposed inference network.

그림 1의 추론망에서 ω'_j 를 layer 1의 j 번째 요소(unit)로부터 layer 3의 j 번째 요소로의 가중치(weight)로 놓으면, $W_j^l = [\omega'_{j1}, \omega'_{j2}, \dots, \omega'_{jn}]$ 는 layer 1의 요소들로부터 layer 3의 j 번째 요소로의 가중치들을 나타내는 벡터가 된다. 또한, r'_k 를 layer 3의 k 번째 요소(unit)로부터 layer 4의 k 번째 요소로의 가중치(weight)로 놓으면, $R_j^l = [r'_{j1}, r'_{j2}, \dots, r'_{jm}]$ 는 layer 3의 j 번째 요소로부터 layer 4의 요소들의 가중치

들을 나타내는 벡터가 된다. 유사하게, 역방향에 대해서 $W_j^b = [\omega^b_{j1}, \omega^b_{j2}, \dots, \omega^b_{jm}]$ 는 layer 5의 요소들로부터 layer 3의 j 번째 요소로의 가중치들을 나타내는 벡터가 되며, $R_j^b = [r^b_{j1}, r^b_{j2}, \dots, r^b_{jm}]$ 는 layer 3의 j 번째 요소로부터 layer 2의 요소들의 가중치들을 나타내는 벡터가 된다.

위와 같은 표기를 따라, 가중치 행렬 $W^l \in [0, 1]^{l \times n}$ 와 $R^l \in [0, 1]^{l \times m}$ 를 그들의 j 번째 row 벡터로 각각 $W_j^l (j=1, 2, \dots, l)$ 와 $R_j^l (j=1, 2, \dots, l)$ 를 갖는 행렬로 정의한다. 또한, 가중치 행렬 $W^b \in [0, 1]^{l \times n}$ 와 $R^b \in [0, 1]^{l \times m}$ 를 그들의 j 번째 row 벡터로 각각 $W_j^b (j=1, 2, \dots, l)$ 와 $R_j^b (j=1, 2, \dots, l)$ 를 갖는 행렬로 정의한다.

그러면, 다음과 같이 주어진 퍼지 입·출력 데이터에 대하여 추론망을 구성하여 보자.

$$X_j = [x'_1, x'_2, \dots, x'_n], Y_j = [y'_1, y'_2, \dots, y'_m] \quad j=1, 2, \dots, l.$$

위의 퍼지데이터에 대한 추론망에 있어서, 각 가중치들을 다음과 같이 정한다.

$$W_j^l = X_j \text{ 그리고 } R_j^l = Y_j, \quad j=1, 2, \dots, l. \quad (11)$$

$$W_j^b = X_j \text{ 그리고 } R_j^b = Y_j, \quad j=1, 2, \dots, l. \quad (12)$$

위의 관계들로부터 $R^l = W^b$ 그리고 $W^l = R^b$ 의 관계를 쉽게 이끌어 낼 수 있다. 이제, 위와 같이 구성된 추론망에 대하여 어떻게 양방향 근사추론을 행하는지 살펴보자. 후방향추론에서 대해서는 전방향추론과 유사하게 설명될 수 있으므로 이후에는 전방향추론에 대해서만 기술하고자 한다

먼저, layer 1에 퍼지 입력 데이터 $X \in [0, 1]^n$ 이 주어졌을 때, x_j 는 layer 1의 j 번째 요소의 입력이 된다. $S^l = [s'_1, s'_2, \dots, s'_l]$ 를 등가척도 벡터라 놓으면 S^l 는 다음과 같이 계산된다.

$$s'_j = (X \equiv W_j^l), \quad j=1, 2, \dots, l. \quad (13)$$

위와 같이 $S^l = [s'_1, s'_2, \dots, s'_l]$ 가 계산되면, layer 3의 출력 $Z^l = [z'_1, z'_2, \dots, z'_l]$ 는 다음과 같이 구한다.

$$z'_j = \begin{cases} s'_j & \text{if } s'_j \geq \theta'_j, j=1, 2, \dots, l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

여기서 임계값(threshold value) θ'_j 는 추론시에 사용될 데이터의 level을 결정하기 위해 주어지는 값이다. 즉, 만약 입력된 퍼지 데이터 X 와 X' 에 속하는 퍼지 데이터 X 와의 등가척도가 임계값 θ'_j 보다 작으면 퍼지 데이터 X 는 퍼지 출력 Y 를 구성하는 데에

있어서 전혀 기여를 못하게 하는 작용을 한다. 이때, 모든 임계값을 1로 두는 경우에 추론망은 입력된 데이터와 똑같은 가중값이 있는 경우에만 출력을 내게 된다.

마지막으로 layer 4의 출력은 다음과 같은 일반화된 max-min합성(generalized max-min composition)에 의해 구해진다.

$$Y = Z' \circ_p R' \tag{15}$$

즉

$$y_j = \max_{1 \leq i \leq l} (\min_p (z'_i, r'_{ij})) \quad 1 \leq j \leq m$$

윗식에서 Yager^[14]에 의해 정의된 일반화된 교집합 \min_p 는 다음과 같이 정의된다.

$$\min_p(x, y) = 1 - \min \left[1, \left\{ (1-x)^p + (1-y)^p \right\}^{1/p} \right] \text{ for } p \geq 1$$

식 (15)에서 일반화된 max-min합성을 쓴 이유는 적절한 p 를 선택함으로써 보다 원하는 출력을 얻을 수 있기 때문이다. p 의 의미 및 그것을 선택하는 방법은 [14]에 잘 나타나 있다.

이제, 제안된 추론망의 전체 동작을 살펴보자. 설명을 용이하게 하기 위하여 모든 임계값은 1로 하고 $p=\infty$ 로 한다. $p=\infty$ 일 경우 식 (15)는 보통의 max-min합성이 된다.

l 개의 퍼지 입력데이터와 출력데이터로 이루어진 집합 $T = \{(X, Y) | X \in [0, 1]^m, Y \in [0, 1]^n, j = 1, 2, \dots, l\}$ 에 대하여 $X^j = \{X_i, j = 1, 2, \dots, l\}$ 그리고 $Y^j = \{Y_i, j = 1, 2, \dots, l\}$ 로 놓자. 퍼지 입력 $X_j \in X^j$ 가 layer 1에 주어졌을때, 퍼지 척도 벡터 S 는 Wp 이 X 와 같으므로 $s'_i = 1$ 인 하나의 요소를 갖게 된다. 임계값이 1이므로, 식 (14)로 부터 layer 3의 출력 Z 는 $z'_i = 1$ 와 $z'_i = 0 (i \neq j)$ 로 이루어진 벡터가 되며, 식 (15)로 부터 출력 Y 는 $Y_j \in Y^j$ 로 주어진다. 이는 집합 T 에서 X 과 관계되는 퍼지데이터이다. 유사하게, layer 5에 Y 가 주어질 경우, layer 2의 출력은 $X_j \in X^j$ 로 주어지는데 이는 집합 T 에서 Y 과 관계되는 퍼지 데이터이다.

위의 동작특성에서 알 수 있듯이, 제안된 추론망은 일반화된 max-min합성에 의한 interpolation기능을 갖는 heteroassociative memory^[4]의 일종이라 볼 수 있다. 즉, 퍼지입력 X 가 추론망에 입력되었을 때, 이것과 추론망에 기억되어 있는 가중치 벡터 W_j ($j=1, 2, \dots, l$) 즉, 사전에 주어진 지식들과 비교하여 등가척도 벡터 S 가 계산되며, 그후 이것과 기존에

기억되어 있던 퍼지 출력에 대한 데이터들간의 일반화된 max-min 합성 (15)을 통해서 근사추론을 하게 된다.

IV. 예 제

앞에서 설명 되어진 추론망을 [1]에 기술된 의료 진단문제에 대하여 생각하여 보자. 의료진단에 있어서, 의사의 지식은 "If symptoms then conclude disorder"^[11]와 같은 형태로 표현 될 수 있다.

예를 들어, $P = \{p_1, p_2, p_3\}$ 를 증상(symptom)을 나타내는 집합이라 하고 $D = \{d_1, d_2\}$ 이 병명을 나타내는 집합이라 했을때, 의사의 지식은 다음과 같은 형태의 추론 규칙으로 나타낼 수 있다.

$$\text{If } \{(p_1, 0.85), (p_2, 0.1), (p_3, 0.92)\} \text{ then } \{(d_1, 0.8), (d_2, 0.2)\}$$

위의 추론 규칙은 $X_1 = [0.85 \ 0.1 \ 0.92]$ 그리고 $Y_1 = [0.8 \ 0.2]$ 와 같이 벡터로 표현 될 수 있다.^[1]

그러면 $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ 그리고 $D = \{d_1, d_2, d_3\}$ 로 이루어진 다음과 같은 퍼지 추론 시스템을 생각해 보자.

$$R_1: \text{If } \{(p_1, 0.3), (p_2, 1.0), (p_3, 0.5), (p_4, 0.2)\} \text{ then } \{(d_1, 0.7), (d_2, 0.5), (d_3, 0.6)\}$$

$$R_2: \text{If } \{(p_1, 0.1), (p_2, 1.0), (p_3, 1.0), (p_4, 0.5)\} \text{ then } \{(d_1, 0.7), (d_2, 1.0), (d_3, 0.6)\}$$

$$R_3: \text{If } \{(p_1, 0.5), (p_2, 0.7), (p_3, 0.2), (p_4, 1.0)\} \text{ then } \{(d_1, 0.7), (d_2, 0.7), (d_3, 0.6)\}$$

$$R_4: \text{If } \{(p_1, 1.0), (p_2, 0.7), (p_3, 0.5), (p_4, 0.3)\} \text{ then } \{(d_1, 1.0), (d_2, 0.5), (d_3, 0.6)\}$$

위의 추론 규칙들은 다음과 같은 퍼지 데이터의 형태로 표현 된다.

$$X_1 = [0.3 \ 1.0 \ 0.5 \ 0.2] \quad Y_1 = [0.7 \ 0.5 \ 0.6]$$

$$X_2 = [0.1 \ 1.0 \ 1.0 \ 0.5] \quad Y_2 = [0.7 \ 1.0 \ 0.6]$$

$$X_3 = [0.5 \ 0.7 \ 0.2 \ 0.1] \quad Y_3 = [0.7 \ 0.7 \ 0.6]$$

$$X_4 = [1.0 \ 0.7 \ 0.5 \ 0.3] \quad Y_4 = [1.0 \ 0.5 \ 0.6]$$

여기서 $(X_i, Y_i) (i=1, 2, 3, 4)$ 는 R_i 에 해당되며 $X^j = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ 그리고 $Y^j = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$ 이다. 위의 경우에 W^a 와 W^b 는 다음과 같다.

$$W^a = \begin{bmatrix} 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0.2 \\ 0.1 & 1.0 & 1.0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 1.0 & 0.7 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} \quad R^b = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.5 & 0.6 \\ 0.7 & 1.0 & 0.6 \\ 0.7 & 0.7 & 0.6 \\ 1.0 & 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}$$

이때, W^b 와 R^b 는 $W^b = R^b$ 그리고 $R^b = W^a$ 이 된다.

위의 퍼지 추론시스템에 대하여 $X = [1.0 \ 0.8 \ 0.4 \ 0.3] \notin X^j$ 와 같은 퍼지 입력에 대하여 등가 척도

벡터 S' 는 $[0.73 \ 0.53 \ 0.63 \ 0.95]$ 이 된다. 위의 등가척도 벡터에서 알 수 있듯이 주어진 퍼지 입력은 X_4 와 가장 유사함을 알 수 있다. 출력 퍼지 데이터 Y 는 p 가 100일때 $S' \circ_p R'$ 의 연산에 의해 $[0.95 \ 0.63 \ 0.6]$ 로 주어진다. 얻어진 Y 는 Y 의 원소들 중 Y_4 와 가장 유사함을 알 수 있다. 반면에, 만약 $Y = [0.95 \ 0.45 \ 0.6] \notin Y'$ 이 퍼지 추론망의 입력으로 주어지는 경우, 등가 척도 벡터 S' 는 $[0.9 \ 0.73 \ 0.83 \ 0.96]$ 이 되며, 이때의 퍼지 출력은 p 가 100일때 $S' \circ_p R'$ 을 거쳐 $X = [0.97 \ 0.9 \ 0.73 \ 0.83]$ 이 계산된다.

모든 j 에 대하여 $\theta_j = 1$ 인 경우에 X' 에 속하는 퍼지 입력 X 가 주어지면, 추론망의 출력으로는 그것에 대응되는 Y 의 한 원소 X 가 출력 됨을 알 수 있다.

위에서 알 수 있듯이 본 논문에서 제안한 추론망은 등가척도에 기반을 둔 양방향 근사 추론을 행함을 알 수 있다. 더우기, 기존의 신경회로망에서와 같이 학습을 필요로 하지 않을 뿐더러 새로운 지식의 추가나 수정이 용이한 장점이 있다.

V. 결론

본 논문에서는 양방향 근사추론을 가능하게 하는 추론망을 제안하였다. 입력된 퍼지데이터에 대하여, 제안된 추론망은 등가척도에 기초한 근사추론을 통하여 적절한 퍼지 출력을 내게된다. 더우기, 양방향성의 구조적 특성에 기인하여 지식 기반시스템에 있어서의 전방향 추론 및 후방향 추론 모두가 가능하다. 제안된 방법은 간단한 산술적인 계산만을 필요로 하므로 실시간 의사결정(real-time decision making)을 요구하는 제어 시스템이나 고장 진단시스템 등에 유용하게 사용 될 수 있으리라 생각 된다. 논문에서 정의된 퍼지척도는 Lukasiewicz implication에 기초하고 있으나 주어진 문제에 따라 다른 implication operator를 채용한 등가척도를 사용함으로써 다양한 추론 결과를 얻을 수 있다.

參 考 文 獻

[1] S.-M. Chen, "A New Approach to Handling Fuzzy Decision Making Problems." *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 18, pp. 1012-1016, 1988.

[1] M.-G. Chun and Zeungnam Bien, "Neurocomputational Approaches to Solve a

Convexly Combined Fuzzy Relational Equation with Generalized Connectives." *Fuzzy Sets and Systems*, to be published.

[3] R. Hecht-Nielsen, *Neurocomputing*. New York, NY: Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

[4] T. Kohonen, *Self-Organization and Associative Memory*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[5] A. Di Nola, W. Pedrycz, E. Sanchez and S. Sessa, *Fuzzy relational equations and their applications to knowledge engineering*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989.

[6] A. Di Nola, W. Pedrycz, S. Sessa, and E. Sanchez, "Fuzzy relational equations theory as a basis of fuzzy modelling: An overview," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 40, pp. 415-429, 1991.

[7] C.P. Pappis and M. Sugeno, "Fuzzy relational equations and the inverse problem," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 15, pp. 79-90, 1985.

[8] W. Pedrycz, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. New York, NY: John Wiley and Sons, 1989.

[9] W. Pedrycz, E. Czogala, K. Hirota, "Some remarks on the identification problem in fuzzy systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 12, pp. 185-189, 1984.

[10] W. Pedrycz, "On generalized fuzzy relational equations and their applications," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 107, pp. 520-536, 1985.

[11] W. Pedrycz, "Inverse problem in fuzzy relational equations," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 36, pp. 277-291, 1990.

[12] W. Pedrycz, "Neurocomputations in relational systems," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, no. 3, pp. 289-297, 1991.

[13] E. Sanchez, "Resolution of compositional fuzzy relational equations," *Information*

and Control, vol. 30, pp. 38-48, 1976.
 [14] R.R. Yager, "On a general class of

fuzzy connectives." *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4, pp. 235-242, 1980.

著 者 紹 介



全 命 根(正會員)

1964年 7月 17日生. 1987年 2月
 부산대학교 전자공학과 졸업(공학
 사). 1989年 2月 한국과학기술원
 전기 및 전자공학과 졸업(공학석
 사). 1993年 8月 한국과학기술원
 전기 및 전자공학과 졸업(공학박
 사). 1993年 8月 ~ 현재 삼성전자 생산기술센터 자
 동화 연구소 선임연구원. 주관심 분야는 Fuzzy
 petri nets, Neuro fuzzy, 공정제어 등임.

卞 憎 男(正會員) 第 30卷 B編 第 10號 參照

한국과학기술원 전기 및 전자공학과
 교수