

# 무한도체 평면상에 놓여 있는 동축 케이블의 개구면을 통하여 복사되는 원거리 전계

## (Far-Zone Electric Fields Radiated by A Coaxial Cable Through An Aperture In A Perfectly Conducting Ground Plane)

崔在薰\*, 成赫濟\*

(Choi Jae Hoon and Sung Hyuck Jea)

### 要約

완전도체로 된 무한평면상의 개구면을 갖는 동축 케이블에 의한 원거리 복사전계를 dyadic Green 함수와 벡터 파동함수를 사용하여 계산하였다. 이 논문에서는 동축 케이블의 외측 반경이 파장의 2/100보다 작고, 개구면내의 전계가 dominant TEM 모드에 의해 근사화될 수 있다고 가정하였다. 그에 따른 결과를 기존의 L.L Tsai의 연구 결과와 비교하였다. 단, 이 논문의 결과는 동축 케이블의 중심에서부터 반경  $a$ 를 갖는 구면 영역밖에서만 유효하다.

### Abstract

Far-zone electric fields radiated by a coaxial cable through an aperture in a perfectly conducting ground plane are calculated utilizing the dyadic Green's function and vector wave functions. In this paper the outer radius  $a$  is assumed to be less than  $0.02\lambda$ , so that the aperture fields is well approximated by the dominant TEM mode in the coaxial cable. The result of present approach is compared with the readily obtained solution. The present solution is valid outside of the spherical regions with radius ' $a$ ' from the center of coaxial cable.

### 1. 서론

무한도체 평면상에서 동축 케이블에 의해 구동되는 안테나 급전부의 전원 표현식을 G.E. Albert와 J. L. Synge<sup>[1]</sup>가 제안하였다. 그 후 여러 연구에서 이 제안을 원통형 다이폴의 경우에 적용해 보려는 시도를 해왔다.<sup>[2,3]</sup>

이 연구들에서 사용된 기본 개념은 동축 케이블의 개구면에 발생하는 전류를 안테나를 구동시키는 일차 전원으로 보고 있다. 따라서 동축 케이블에 의해 발생하는 정확한 전계의 계산은 전체 안테나 시스템의 복사 특성을 구하는데 가장 중요한 단계가 된다. 이 논문에서는 동축 케이블에 의해 발생하는 원거리 전계를 Green의 dyadic 함수를 사용하여 구한다. 동축 케이블에 의한 전계를 결정하는 몇 가지 방법 및 환상 전류에 의한 원거리 전계식<sup>[4]</sup>, 그리고 매우 작은 환상 전류에 의한 전계 표현식<sup>[5]</sup>에 관해서는 이미 연구된 바 있다. 또한 기존연구<sup>[6,7]</sup> 가운데는, 동축 케

\* 正會員, 韓國通信 衛星事業團 搭載 研究室  
(Korea Telecom. Satellite Business Group)  
接受日字 : 1993年 5月 24日

이불 개구면 문제를 모드 정합법에 의해 자세히 풀고 있는 있으나, 근거리 해는 매우 복잡한 Bessel 함수를 포함하는 복소 무한적분을 내포하고 있는 것도 있다. 이 논문에서는 초점을 약간 달리하여 동축 케이블의 외부 반경  $a$  보다 크거나 같은 구면 영역에서의 전개식을 구해 보고, 구해진 결과를 L. L. Tsai의 결과식<sup>1</sup>과 비교하여 보았다. 무한도체 평면상에서 종단을 갖는 동축 케이블의 개구면에 의한 복사 특성은 등가 원리(equivalence principle)와 영상 이론(image theory)<sup>2</sup>을 사용하여 단순한 환상 자류(annular magnetic current 또는 magnetic frill)에 의해 해석될 수 있다. 이 논문에서 해석하고자 하는 동축 환상 고리는 그림 1과 같이 내경  $b$ , 외경  $a$ 를 갖고 있으며, 환상 고리의 중심은 원점에 놓여 있다.

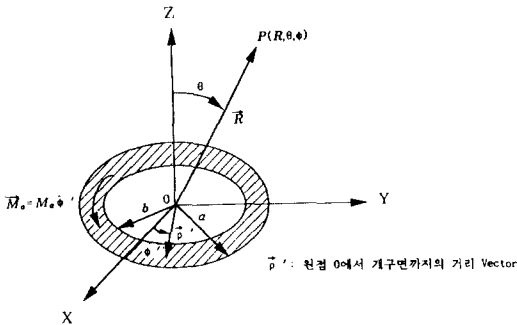


그림 1. 환상 자류  $\vec{M}_a$ 을 갖는 환상 고리의 기하학적 구조

Fig. 1. Geometrical structure of annular ring with magnetic current  $\vec{M}_a$ .

동축 케이블내의 전계를 TEM 모드로 가정하면, 내경  $b$ , 외경  $a$ 로 되어 있는 개구면 (그림 1에서 빗금 부분) 내의 전계는 인가 전압이  $V$  volts일 때

$$\vec{E}_a = \hat{\rho}' \frac{V}{\rho' \ln \frac{a}{b}} \text{ V/m, } b < \rho' < a, z=0 \quad (1)$$

로 표시된다.

개구면에서의 등가 환상 자류를 구하면

$$\vec{M}_a = \vec{E}_a \times \hat{z} = -\hat{\phi}' \frac{V}{\rho' \ln \frac{a}{b}}, \quad b < \rho' < a, z=0 \quad (2)$$

로 주어진다.

식 (2)에서 구해진 자류에 의해 자유 공간으로 복사되는 전개는 영상 이론(image theory)<sup>3</sup>과 dyadic Green 함수를 사용하면 아래와 같이 표시될 수 있다.

$$\vec{E}(\vec{R}) = -\frac{2V}{\ln \frac{a}{b}} \int_b^a \int_0^{2\pi} \nabla \times \vec{\Gamma}_0(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \hat{\phi}' \, d\rho' \, d\phi' \quad (3)$$

식 (3)에서  $\vec{\Gamma}_0$ 은 자유 공간에서의 dyadic Green 함수이며,  $\vec{R}$ 은 좌표 원점에서 측정점까지의 거리 벡터이고,  $\vec{R}'$ 은 좌표 원점에서 환상 고리 개구면상의 임의의 점까지의 거리 벡터를 나타낸다.

다음 장에서는 식 (3)을 원점에서부터 측정점까지의 거리  $R$ 이 동축 케이블의 외경 ' $a$ '보다 크거나 같은 영역에서의 해를 벡터 파동함수(vector wave function)를 사용하여 구해 보았다.

## II. 벡터 파동함수를 이용한 복사전계식( $R > R'$ 인 경우)

이 논문에서 구하고자 하는 원거리 전개식은 측정점까지의 거리 벡터  $\vec{R}$ 이 전원까지의 거리 벡터  $\vec{R}'$ 보다 큰 경우 ( $R > R'$ )이다. 따라서, 식 (3)내의 dyadic Green 함수  $\vec{\Gamma}_0(\vec{R}, \vec{R}')$ <sup>9</sup>을 벡터 파동함수<sup>10</sup>를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{\Gamma}_0(\vec{R}, \vec{R}') = \frac{jk}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\epsilon_m (2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)} \times [\vec{M}^{(4)}_{,mn}(\vec{R}) \vec{M}^{(1)}_{,mn}(\vec{R}') + \vec{N}^{(4)}_{,mn}(\vec{R}) \vec{N}^{(1)}_{,mn}(\vec{R}')] \quad (4)$$

$\vec{R} > \vec{R}'$

식 (4)에서

$\vec{M}^{(4)}, \vec{M}^{(1)}, \vec{N}^{(4)}, \vec{N}^{(1)}$ 는 벡터 파동방정식  $\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) - k^2 \vec{F} = 0$ 을 만족시키는 해로써 벡터 파동함수라 하며,  $\vec{M}^{(4)}$ 와  $\vec{N}^{(4)}$ 는  $R$ 이 무한대로 접근할 때 함수의 값이 유한치를 갖고,  $\vec{M}^{(1)}$ 과  $\vec{N}^{(1)}$ 은  $R$ 의 값이 영으로 접근할 때 함수의 값이 유한치를 갖는다. 또한,

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1, & (m=0) \\ 2, & (m \neq 0) \end{cases}$$

$k$ 는 자유 공간에서의 파동 정수(wave number)이다. 식 (4)의 벡터 파동함수들은 아래와 같이 주어진다.

$$\vec{M}^{(4)}_{,mn}(\vec{R}) = h_n^{(2)}(kR) \left[ \mp m \frac{P_n^m(\cos \theta) \sin m\phi}{\sin \theta} \cos m\phi \right] \hat{\theta} - h_n^{(2)}(kR) \left[ \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \right] \hat{\phi} \quad (5.a)$$

$$\begin{aligned} \bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) = & n(n+1) \frac{h_n^{(2)}(kR)}{kR} P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \hat{\gamma} \\ & + \frac{[kR h_n^{(2)}(kR)]'}{kR} \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \hat{\theta} \\ & \mp \frac{[kR h_n^{(2)}(kR)]'}{kR} \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \hat{\phi} \quad (5. b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) = & j_n(kR) \left[ \mp m \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \right] \hat{\theta} \\ j_n(kR) \left[ \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \right] \hat{\phi} \quad (5. c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{N}^{(4)}_{,m}(\bar{R}) = & n(n+1) \frac{j_n(kR')}{kR'} P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \hat{\gamma} \\ & + \frac{[kR' h_n^{(2)}(kR')]}{kR'} \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi}{\sin m\phi} \hat{\theta} \\ & \mp \frac{[kR' j_n(kR')]}{kR'} \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos\theta) \frac{\sin m\phi}{\cos m\phi} \hat{\phi} \quad (5. d) \end{aligned}$$

식 (5. a) ~ (5. d)에서 아래 첨자 'e'는 우함수(even function), 'o'는 기함수(odd function)를 의미하며, 위에 표시된  $\phi$ 함수는 우함수인 경우, 아래 표시된  $\phi$ 함수는 기함수인 경우에 해당된다.  $h_n^{(2)}(kR)$ 는 구면 2종 n차 Hankel 함수,  $j_n(kR)$ 는 구면 Bessel 함수를 나타내며,  $P_n^m$ 는 (n차 (degree), m차 (order)) Associated Legendre Polynomial을 나타낸다. 식 (3)의 적분 내에 있는 dyadic Green 함수의 회전(curl) 항을 벡터 파동함수로 나타내어 보면

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\Gamma}_o(\bar{R}, \bar{R}') = & \frac{jk}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\epsilon_n (2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!} \times \\ & \left[ \nabla \times \bar{M}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \bar{M}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') + \nabla \times \bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \bar{N}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \right] \\ & , \bar{R} > \bar{R}'. \quad (6) \end{aligned}$$

그런데 벡터 파동함수 간에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{1}{k} \nabla \times \bar{M}_q(\bar{R}) = \bar{N}_q(\bar{R}), \quad (7. a)$$

$$\frac{1}{k} \nabla \times \bar{N}_q(\bar{R}) = \bar{M}_q(\bar{R}). \quad (7. b)$$

위 식에서 q는 'mn'을 집합적으로 표시한 것이다. 식 (7. a)와 (7. b)의 관계를 사용하면 식 (6)은

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\Gamma}_o(\bar{R}, \bar{R}') = & \frac{jk^2}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\epsilon_n (2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!} \times \\ & \left[ \bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \bar{M}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') + \bar{M}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \bar{N}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \right] \quad (8) \end{aligned}$$

로 표시된다.

이제, 식 (8)을 식 (3)에 대입하여 복사전계식을 구해 보면

$$\begin{aligned} \bar{E}(\bar{R}) = & \frac{-2Vjk^2}{\ln^a b} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\epsilon_n (2n+1)(n-m)!}{n(n+1)(n+m)!} \\ & \left[ \bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{M}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \cdot \hat{\phi}' d\rho' d\phi' + \right. \\ & \left. \bar{M}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{N}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \cdot \hat{\phi}' d\rho' d\phi' \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

우선, 식 (9)의 두번째 적분을 계산하여 보면

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{N}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \cdot \hat{\phi}' d\rho' d\phi' = & \quad (10. a) \\ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mp \frac{[kR' j_n(kR')]}{kR'} \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} d\rho' d\phi' = 0. \end{aligned}$$

첫번째 적분은

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{M}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \cdot \hat{\phi}' d\rho' d\phi' = & \\ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} -j_n(kR') \left[ \frac{d}{d\theta'} P_n^m(\cos\theta') \right] \frac{\cos m\phi'}{\sin m\phi'} d\rho' d\phi' = & \\ = \begin{cases} -\frac{dP_n^m(\cos\theta')}{d\theta'} 2\pi \int_0^{\pi} j_n(kR') d\rho', & m=0 \text{이며, 우함수}(\cos m\phi) \text{인 경우} \\ 0, & m \neq 0 \text{ 이거나, 기함수}(\sin m\phi) \text{인 경우} \end{cases} \quad (10. b) \end{aligned}$$

이 논문에서 고려하고 있는 geometry (그림 1)의 경우  $\theta' = \pi/2$ 이므로  $R' = \rho'$ 이다. 따라서

$$\begin{aligned} \frac{dP_n^m(\cos\theta')}{d\theta'} \Big|_{\theta'=\pi/2} = -P_n'(0) \quad \text{이고, 식 (10. b)은} \\ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \bar{M}^{(1)}_{,mn}(\bar{R}') \cdot \hat{\phi}' d\rho' d\phi' = & \\ = \begin{cases} 2\pi P_n'(0) \int_0^{\pi} j_n(k\rho') d\rho', & m=0 \text{이며, 우함수인 경우} \\ 0, & \text{다른 경우} \end{cases} \quad (10. c) \end{aligned}$$

식 (10. a)와 (10. c)를 식 (9)에 대입하여 정리하면, 복사전계는

$$\bar{E}(\bar{R}) = -\frac{Vjk^2}{\ln^a b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n'(0) \int_0^{\pi} j_n(k\rho') d\rho' \bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}). \quad (11)$$

가 된다.

식 (11)에서

$$\bar{N}^{(4)}_{,mn}(\bar{R}) = m(n+1) \frac{h_n^{(2)}(kR)}{kR} P_n^m(\cos\theta) \hat{\gamma} - \frac{d[kR h_n^{(2)}(kR)]}{kR} P_n^m(\cos\theta) \hat{\theta} \quad (12)$$

$j_n(k\rho')$ 과  $h_n^{(2)}(kR)$ 은 구면 Bessel 함수 및 2종  $n$  차 구면 Hankel 함수이다.

식 (11)과 식 (12)로부터  $\{R \sim R'\}$ 에서의 복사전계는

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \hat{y}E_y + \hat{\theta}E_\theta \\ &= \hat{y} \frac{-Vjk^2}{\ln \frac{a}{b}} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) P_n'(0) P_n(\cos \theta) \int_0^a j_n(k\rho') d\rho' \frac{h_n^{(2)}(kR)}{kR} + \\ &\quad \hat{\theta} \frac{Vjk^2}{\ln \frac{a}{b}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n'(0) P_n(\cos \theta) \int_0^a j_n(k\rho') d\rho' \frac{d[kRh_n^{(2)}(kR)]}{kR} d(kR) \end{aligned} \quad (13)$$

로 주어진다.

### III. $a \ll \lambda$ 인 경우 원거리(far-field) 복사전계

동축 케이블의 외경  $a$ 가 파장에 비해 매우 작은 경우 ( $a \ll \lambda$ ) 식 (13)에 포함되어 있는 적분 내의 구면 Bessel 함수  $j_n(kR)$ 은 구면 Bessel 함수의 승역급수 (ascending power series)<sup>[11]</sup>의 처음 두 항으로 나타낼 수 있다.

$$j_n(k\rho') \cong \frac{(k\rho')^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{(k\rho')^2}{(2n+3)} \right] \quad (14)$$

식 (14)를 식 (13)에 대입한 뒤 적분을 수행하면 전계의 radial 성분 ( $r$ -성분)  $E_r$ 과  $\theta$ -성분  $E_\theta$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_r = \frac{-Vjk^2}{\ln \frac{a}{b}} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) P_n'(0) \alpha_n P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(2)}(kR)}{kR} \quad (15. a)$$

$$E_\theta = \frac{Vjk^2}{\ln \frac{a}{b}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n'(0) \alpha_n P_n(\cos \theta) \frac{d[kRh_n^{(2)}(kR)]}{kR} d(kR) \quad (15. b)$$

$$\alpha_n = \frac{k^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)} \left[ \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{n+1} - \frac{k^2(a^{n+3} - b^{n+3})}{2(n+3)(2n+3)} \right] \quad (15. c)$$

이제, 식 (15)에 주어진 급수가 매우 빨리 수렴하여 첫 세 항만으로도 급수를 계산하기에 충분하다고 가정하여 보자. 식 (15)에서  $P_2'(0)=0$ 이므로, 복사전계의  $r$ -성분  $E_r$ 과  $\theta$ -성분  $E_\theta$ 는

$$E_r = \frac{-jVk^2}{\ln \frac{a}{b}} \left[ 3\alpha_1 P_1(\cos \theta) \frac{h_1^{(2)}(kR)}{kR} - \frac{21}{2} \alpha_3 P_3(\cos \theta) \frac{h_3^{(2)}(kR)}{kR} \right] \quad (16. a)$$

$$E_\theta = \frac{jVK^2}{\ln \frac{a}{b}} \left[ \frac{3}{2} \alpha_1 P_1'(\cos \theta) \left( \frac{h_1^{(2)}(kR)}{kR} + \frac{d h_1^{(2)}(kR)}{d(kR)} \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \alpha_3 P_3'(\cos \theta) \left( \frac{h_3^{(2)}(kR)}{kR} + \frac{d h_3^{(2)}(kR)}{d(kR)} \right) \right] \quad (16. b)$$

$$\left. - \frac{7}{8} \alpha_5 P_5'(\cos \theta) \left( \frac{h_5^{(2)}(kR)}{kR} + \frac{d h_5^{(2)}(kR)}{d(kR)} \right) \right] \quad (16. b)$$

으로 주어진다. 식 (16)에서

$$P_1'(0) = 1$$

$$\alpha_1 = \frac{k}{6} (a^2 - b^2) \left[ 1 - \frac{k^2(a^2 + b^2)}{20} \right]$$

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta$$

$$P_1'(\cos \theta) = \sin \theta$$

$$P_3'(0) = -\frac{3}{2}$$

$$\alpha_3 = \frac{k^2(a^2 + b^2)}{420} \left[ a^2 + b^2 - \frac{k^2(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{27} \right]$$

$$P_3(\cos \theta) = \frac{1}{8} [5 \cos^3 \theta + 3 \cos \theta]$$

$$P_3'(\cos \theta) = \frac{1}{8} [18 \sin \theta - 15 \sin^3 \theta]$$

$h_1^{(2)}(kR)$  : 2종 1차 구면 Hankel 함수

$h_3^{(2)}(kR)$  : 2종 3차 구면 Hankel 함수.

원거리에서 구면 Hankel 함수  $h_1^{(2)}(kR)$ 과  $h_3^{(2)}(kR)$ 을  $kR$ 의 값이 큰 경우의 근사 표현 식 (large argument form)으로 나타내면

$$h_1^{(2)}(kR) \approx \frac{-1}{kR} e^{-j\mu R} \quad (17. a)$$

$$h_3^{(2)}(kR) \approx \frac{1}{kR} e^{j\mu R} \quad (17. b)$$

$$\frac{d h_1^{(2)}(kR)}{d(kR)} \approx e^{-j\mu R} \left( \frac{j}{kR} + \frac{1}{(kR)^2} \right) \quad (17. c)$$

$$\frac{d h_3^{(2)}(kR)}{d(kR)} \approx e^{j\mu R} \left( \frac{-j}{kR} - \frac{1}{(kR)^2} \right) \quad (17. d)$$

식 (17)과 기 계산된 항들을 식 (16)에 대입하여 정리하면 복사전계는 다음과 같다.

$$E_r = \frac{-jVk^2(a^2 - b^2)}{\ln \frac{a}{b}} \frac{e^{-j\mu R}}{(kR)^2} \left\{ \cos \theta \left[ -\frac{k}{2} \left( 1 - \frac{k^2(a^2 - b^2)}{20} \right) - \frac{3k^2}{320} (a^2 + b^2 - \frac{k^2(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{27}) \right] + \cos^3 \theta \frac{5k^4}{320} \left( a^2 + b^2 - \frac{k^2(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{27} \right) \right\} \quad (18. a)$$

$$E_\theta = \frac{-Vk^2(a^2 - b^2)}{\ln \frac{a}{b}} \frac{e^{-j\mu R}}{R} \left\{ \sin \theta \left[ \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{k^2(a^2 - b^2)}{20} \right) - \frac{3k^2}{160} (a^2 + b^2 - \frac{k^2(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{27}) \right] - \sin^3 \theta \frac{k^2}{64} \left( a^2 + b^2 - \frac{k^2(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{27} \right) \right\} \quad (18. b)$$

원거리에서  $kR$ 의 값은 매우 크므로  $\frac{1}{(kR)^2}$ 에 비례하는  $r$ 성분  $E_r$ 은  $\theta$ 성분  $E_\theta$ 에 비해 매우 작게되어 무시할 수 있다. 또한, 이 논문에서 고려하고 있는 환상 고리의 외경  $a$ 는 파장에 비해 매우 작으므로, 식 (18.a), (18.b)에서  $E_r$ ,  $E_\theta$ 는

$$E_r \approx 0 \tag{19.a}$$

$$E_\theta = \frac{-Vk^2(a^2 - b^2)e^{-jKR}}{\ln \frac{a}{b}} R \left[ \frac{1}{4} \sin \theta - \sin^3 \theta \frac{k^2}{64} (a^2 + b^2) \right] \tag{19.b}$$

로 근사될 수 있다.

위에서 유도된 원거리(far-field) 전개식의 유효성을 입증하기 위해 L.L. Tsai의 결과식<sup>8</sup>과 비교하여 보았다. 그 결과 두 식이 일치함을 알 수 있었다.

#### IV. 결과 및 고찰

이 장에서는 앞장에서 유도된 무한도체 평면상의 개구면을 갖는 동축 케이블에 의한 원거리 복사전계식 (18.b)와 (19.b)를 사용하여 케이블의 반경 변화에 따른  $\theta$ 성분 전계 패턴과 내외경 비 ( $a/b$ )의 변화에 따른  $r$ 성분 전계 패턴을 비교하여 본다. 이 장에서 고찰한 복사패턴은 원거리 전계에 국한하며 아래의 식

$$S_\theta = 10 \log |\bar{E}_\theta|^2 \text{ dB} \tag{20}$$

로 주어진  $\theta$ 성분 전계의 dB 표현식을 기하학적 대칭성을 고려하여  $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$  영역에서 계산하였다. 식 (20)에서  $\bar{E}_\theta$ 는 각각 식 (18.b)의 대괄호 { } 내의 항과, 식 (19.b)의 중괄호 [ ] 내의 항을 나타낸다.

먼저  $a/b$ 의 비(내경 대 외경의 비)를 2.5로 고정시키고 외경  $a$ 값을  $0.005\lambda$ ,  $0.01\lambda$ ,  $0.02\lambda$ 로 변화시켰을 때의 복사패턴을 각각 그림 2a, b, c에 도시하였다. 각 그림에서  $\text{---}$ 은 식 (18.b)로 계산된 값이고,  $\text{---}\bullet\text{---}$ 은 식 (19.b)로 계산된 값이며,  $\text{---}\times\text{---}$ 은 Tsai의 식 ([8]의 572쪽 식 (27))으로 계산된 값이다. 이 그림에서 보듯이 식 (18.b), (19.b) 및 Tsai의 결과가 잘 일치하며, 최대 % 오차는 0.1% 이내이다. 따라서 동축 케이블의 외경이 파장의 2/100보다 작은 경우에는 식 (19.b)로도 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그림 3에서는  $a$ 의 값을 0.01로 고정시키고 ( $a/b$ )의 값을 2, 5, 10으로 변화시켰을 때의 복사패턴을 식 (19.b)를 이용하여 도시한 것이다. 결과에서 보듯이 ( $a/b$ )의 값의 변화는 복사패턴에 거의 영향을 주지 않으며, 이 경우 최대 %오차는 0.1% 이내이다.

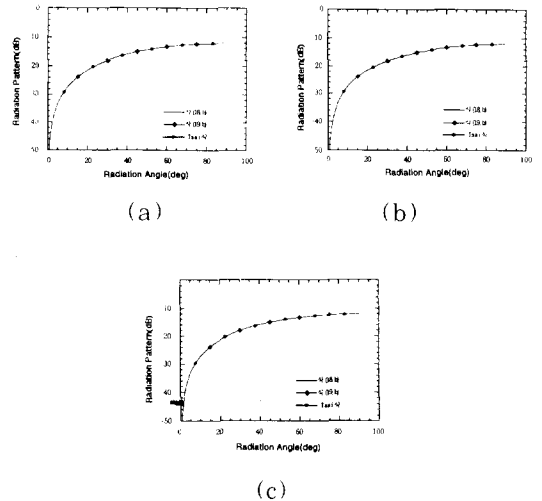


그림 2. 무한도체 평면상의 개구면을 통해 복사되는 동축 케이블의 원거리 전계 ( $a/b=2.5$ ) (a)  $a = 0.005\lambda$  (b)  $a = 0.01\lambda$  (c)  $a = 0.02\lambda$

Fig. 2. Far-zone electric fields radiated by a coaxial cable through an aperture in a perfectly conducting ground plane. ( $a/b=2.5$ ) (a)  $a = 0.005\lambda$  (b)  $a = 0.01\lambda$  (c)  $a = 0.02\lambda$

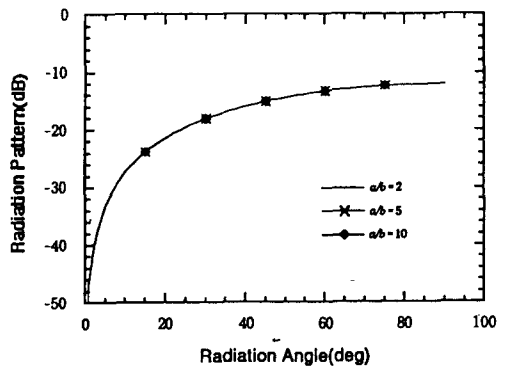


그림 3. 무한도체 평면상의 개구면을 통해 복사되는 동축 케이블의 원거리 전계 ( $a=0.01$ ,  $\text{---}$  :  $a/b=2$ ,  $\text{---}\times\text{---}$  :  $a/b=5$ ,  $\text{---}\diamond\text{---}$  :  $a/b=10$ )

Fig 3. Far-zone electric fields radiated by a coaxial cable through an aperture in a perfectly conducting ground plane. ( $a=0.01$ ,  $\text{---}$  :  $a/b=2$ ,  $\text{---}\times\text{---}$  :  $a/b=5$ ,  $\text{---}\diamond\text{---}$  :  $a/b=10$ )

## V. 결론

이 연구에서는 무한도체 평면에 의해 중단된 동축 케이블의 개구면내의 TEM파에 의한 복사 전계를 dyadic Green 함수를 사용하여 구하였다. 우선, 자유 공간에서의 dyadic Green 함수를 벡터 파동함수 (vector wave function)로 표현하여 전계 적분식을 계산하였다. 이렇게 구해진 전계 표현식은  $R \geq \alpha$ 인 영역에서 유효하다. 또한 원점에서부터 측정점까지의 거리  $R$ 이 원거리(far-field) 조건을 만족하는 경우의 전계 표현식을 근사하여 본 결과 Tsai의 결과\*와 식 (19.b)로 주어진 원거리 전계식과 일치함을 보였다. 이러한 동축 케이블의 개구면에 의한 복사전계식의 계산은 도체구나 원통상에 설치되어 동축 케이블에 의해 구동되는 다이폴 안테나의 해석 등에 유효하게 사용될 수 있다. 또한, 동축 케이블 구동 Yagi-Uda 안테나, Wire-Loop 안테나, 그리고 원추 (cone)의 바닥(base)에 설치된 동축 개구면(coaxial aperture)등의 해석에도 매우 적절히 적용되어 질 수 있다.

이 논문의 결과를 위의 경우들에 적용하기 위해서는 전계 적분식 (3)에서 dyadic Green 함수  $\vec{\Gamma}_0(\vec{R}, \vec{R}')$ 의  $\vec{R} < \vec{R}'$ 인 경우의 표현식\*을 대입하여 적분을 계산한 다음,  $\vec{R}$ 의 값에 관계없이 전 구면 좌표계에서 유효한 해를 얻으면 된다. 이처럼 동축 개구면에 의해 구동되는 여러 형태의 안테나에 대한 복사전계나 입력 임피던스 계산을 위해서는 더 연구할 필요가 있으며, 앞으로 별개의 연구를 통해 이 문제를 다루어 볼 생각이다.

## 參考文獻

[1] G.E. Albert and J.L. Synge, "The general problem of antenna radiation and the fundamental integral equation, with application to an antenna of revolution, part I," *Quart. Appl. Mathematics*, Vol. 6, No.1, pp. 117~131, 1948

[2] D.V. Otto, "Cylindrical antenna theory," Ph.D. Dissertation, University of Auckland, Auckland, New Zealand, 1967.

[3] D.V. Otto, "The Admittance of cylindrical antennas driven from a coaxial line," *Radio Sci.(New Series)*, Vol.2, No.9, pp. 1031~1042, 1967.

[4] E.A. Wolff, *Antenna Analysis*, New York: Wiley, pp.166~169, 1966.

[5] R.F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, New York: McGraw-Hill, pp. 93, 106~116, 1961.

[6] D.C. Chang, "Input admittance and complete near-field distribution of an annular aperture antenna driven by a coaxial line," *IEEE Transact. Antennas Propagat.*, Vol. AP-18, pp. 610~616, Sept. 1970.

[7] C.W. Harrington, Jr., and D.C. Chang, "Theory of the annular slot antenna based on duality," *IEEE Transact. Electromag. Compat.*, Vol. EMC-13, pp. 8~14, Feb. 1971.

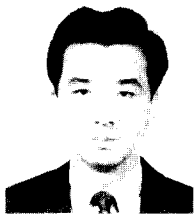
[8] L.L. Tsai, "A numerical solution for the near and far fields of an annular ring of magnetic current," *IEEE Transact. Antennas Propagat.*, Vol. AP-20, No.5, pp. 569 ~ 576, Sept. 1972.

[9] The Ohio State University EE 818 Class Notes, Columbus, OH.

[10] T.B.A. Senior, "A note on Hansen's vector wave functions," *Can. J. Physics*, Vol. 38, pp.1702~1715, 1960.

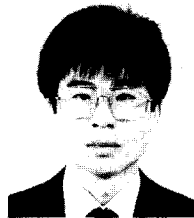
[11] M. Abramowitz and I.A. Stegun ed., *Handbook of Mathematical Tables*, National bureau of standards, pp. 437~441, Dec. 1972.

## 著者紹介



崔在薰(正會員)

1957年 5月 28日生. 1980年 한양대학교 전자공학과(공학사). 1986年 Ohio State University 전기공학과(공학석사). 1989年 Ohio State University 전기공학과(공학박사). 1989年 9月 ~ 1991年 3月 Arizona State University 연구교수. 1991年 4月 ~ 현재 한국통신 위성사업단 탑재체 연구팀장. 주관심분야는 안테나 시스템 분석 및 설계, 전자과 이론, 마이크로파 시스템개발 및 위성통신등임.



成赫濟(正會員)

1960年 4月 20日生. 1986年 홍익대학교 전자공학과(공학사). 1989年 홍익대학교 전자공학과(공학석사). 1992年 3月 ~ 현재 홍익대학교 전자공학과 박사과정. 1990年 5月 ~ 현재 한국통신 위성사업단 전임연구원. 주관심분야는 안테나 시스템 분석 및 설계, 전자과이론, 마이크로파 시스템설계 및 위성통신등임.