論文94-31B-3-5

多重시리얼샘플링型 관측기의 설계를 위한 연구

(A Study for the Design of Multiple Serial-Sampling Type Observer)

崔 然 旭*

(Yeon Wook Choe)

要 約

다수의 출력을 가지는 實플랜트에는 어떠한 사정(하드웨어상, 혹은 제어대상의 특성등)에 의해 시스템 전체 출력변수의 측정을 동시에 하지못하고, 측정방식이나 성분이 유사한 것끼리 하나 혹은 몇개씩 서로 조금씩 틀린 시각에 검출되는 경우가 있다. 문헌 1)에서는 이와 같은 상황에서 유효하게 작동하는 다중시리얼샘플링型 관측기를 제안하였으나, 실제로 설계를 수행할 경우 약간의 문제점이 있다는 것을 지적하고 있다. 본 논문에서는, 문헌 1)의 연립방정식 (35)가 항상 해를 가진다는 것을 증명하므로서 위에서 언급한 관측기 설계상의 문제점을 해결한다.

Abstract

In industrial multivariable plants, it is often the case that all of plant outputs are measured not simultaneously, but serially. While Reference 1 proposed a special type of observer (referred to as "serial-sampling" type observers), which was proven to be very effective in this situation, it also pointed out that the observer may have some minor problems in case of practical applications. In this paper, it is shown that these kind of problems can be resolved by proving the existence of the solution of the simultaneous equations (35) of Reference 1.

Ⅰ. 서론

多數의 出力을 가지는 實플랜트에서, 출력변수의 측정값이 동시에 전부 檢出되지않고, 測定방식이나 성분이 類似한 것끼리 하나 혹은 몇개씩 조금씩 틀린 時刻에 검출되어 차례로 디지틀계산기(즉, 制御器)에 入力되어지는 경우가 있다. 문헌 1)에서는, 이와같은 시스템에 있어서 有效하게 작동하는 多重시리얼샘플링型 관측기를 제안하고, 그의 構成可能性과 有效性 등을 밝혔으며, 또한 이를 이용하여 閉루프를 구성하였을 경우 전체 시스템의 安定性에 대해서도 언급했다. 또한, 이와 같은 관측기를 실제로 설계하고자 할 경우, 바람직한 관측기 이득행렬을 얻기위해서는 반드시 연립방정식의 형태로 주어지는 문헌 1)중의 式(35)에 대한 解가 필요하다는 사실을 지적했다. 따라서, 임의의 위치에 관측기의 極을 자유로이 배치할 수 있기 위해서는 적당한 샘플링周期 에서 式(35)가

* 正會員, 釜山工業大學校 制御計測工學科
(Dept of Control & Instrumentation Pusan National Univ. of Technology)
接受日字 : 1993年 3月 9日

항상 解를 가져야한다는 것을 알 수가 있다.

그러나 문헌 1)에서는, 多重시리얼샘플링型 관측기의 존재성을 증명하는 과정에서 제안된 관측기의 설계방법(이것을 構成的방법이라고 부른다)을 사용한다면 式(35)는 항상 解를 가지지만, 이 방법으로 관측기를 설계했을 경우에는 검출가능한 出力 中의 일부분만을 사용하게되는 관측기가 되어버릴 가능성이 커다는 것을 지적하고 있다. 따라서, 이와 같은 설계상의 결점을 피하기 위하여, 먼저 0이 아닌 安定한 관측기의 極 $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$을 지정하여 적당한 極配置방법(Kimura-Hikita의 방법[2,3] 등)을 사용하여 궤환이득 K^*을 구한 뒤, 이 값에 대해 式(35)의 解를 구하는 방법으로 관측기의 설계를 수행하고 있지만(이것을 極配置방법으로 부른다), 이와같이 임의로 주어지는 K^*에 대해 式(35)로 주어지는 연립방정식이 항상 解를 가지고 있다는 증명은 하지않고 있다.

실제로, 문헌 1)에서 취급한 例題2를 앞에서 언급한 2가지 방법을 이용하여 관측기를 구성하여 시뮬레이션을 수행해 본 결과, 예상했던 바와 같이 구성적 방법에 의해 설계한 것은 실제값으로의 수렴속도가 극배치방법에 의한 것보다 상당히 늦음을 확인할 수가 있었다. 이것은 (C_1, A^p)가 可觀測하므로, 두번째 組(즉, 2번째 샘플링)에서 얻어진 출력정보가 관측기의 내부상태 경신에 전혀 도움이 되지 못하고 있음을 의미하고 있다.

따라서, 본 논문에서는 극배치방법에 의한 관측기의 설계를 위해, 制御對象이 연속시간으로서 可觀測(observable)하다면 式(35)는 임의의 K^*에 대해 항상 解를 가진다는 것을 증명한다.

Ⅱ. 多重시리얼 샘플링型 관측기

여기서는 章 이후의 증명을 위해 필요한 기호와 문헌 1)의 주된 결과를 간단하게 요약한다.

다음과 같이 주어지는 可觀測한 제어대상을 생각한다.

$$\frac{d x_c(t)}{dt} = A_c x_c(t) + B_c u_c(t) \tag{1-a}$$

$$y_c(t) = C_c x_c(t) \tag{1-b}$$

단, $x_c(t)$, $u_c(t)$, $y_c(t)$ 는 각각 n次元의 狀態벡터, m次元의 操作벡터, p次元의 檢出벡터를 意味하며 p개의 檢出量은 서로 다른 時刻

$$t = k\,T_c + \tau(i-1)T,\quad T_c = rT$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots ;\ i = 1, \cdots, r$$

에 각각 $p_1, \cdots, p_r$(단, $p = p_1 + p_2 + \cdots + p_r$, $r \le p$)個씩 얻어지는 것으로 가정한다. 여기서, 式(1)을 샘플링周期 로 離散化하고 上記의 出力조건에 대한 離散時間의 상태방정식을 구하면 다음과 같다.

$$x(k,i+1) = A\,x(k,i) + B\,u(k,i) \tag{2.a}$$

$$y(k,i+1) = c_{i+1}\,x(k,i) + d_{i+1}\,u(k,i) \tag{2.b}$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots ;\ i = 0, 1, 2, \cdots, r$$

$$A = \exp(A_c T),\quad B = \int_0^T \exp(A_c \tau) B_c\, d\tau \tag{3.a}$$

$$c_{i+1} = C c_{\sigma i+1, \sigma i+1} \exp(A_c \tau) \tag{3.b}$$

$$d_{i+1} = C c_{\sigma i+1, \sigma i+1} \int_0^{\tau} \exp[A_c(\tau - \sigma) B_c]\, d\sigma \tag{3.c}$$

$$i = 0, 1, 2, \cdots, r-1$$

$$\sigma_k = \sum_{j=0}^{k} p_j\ k = 0, 1, 2, \cdots, r \tag{3.d}$$

단, $p_0 = 0$ 이며 $C_{c\ \sigma_i+1,\ \sigma_i+1}$ 는 出力行列 C_c의 σ_i+1 번째 行에서 σ_{i+1}번째行까지를 포함하는 $(p_{i+1} \times n)$크기인 行列을 意味한다. 式(3)은, 검출이 多重시리얼샘플링인 것에 대응해서 시간에 관한 변수가 2종류(k와i)로 되어있는 점이 일반적인 상태방정식과 다른 점이다.

위식에서 알 수 있는 바와같이, 출력의 검출이 샘플링周期 T마다 p_i개씩 이루어지고 있기 때문에, 전체 출력에 관한 정보가 얻어지기 까지에는 $r \cdot T$시간이 필요하게 된다. 따라서, 이와같은 시스템에 대해 從來型의 관측기를 설계하면 $r \cdot T$시간마다 상태변수의 推定값이 경신되게 되므로 직전에 얻어진 정보(검출량)가 즉시 이용되지 못하게된다. 그러나, 문헌 1)에서는 한 組의 검출량이 얻어질 때(즉, 샘플링주기)마다 그의 내부 상태를 경신하는 관측기를 제안하고 그의 유효성을 보이고있다.

문헌 1)의 주된 결과는 다음과 같다.

【정리 1】 (A_c, C_c)가 可觀測하다면, 거의 대부분의 샘플링주기 T에 대해, 다음식으로 주어지는 動的시스템이 항상 구성가능하다.

$$\begin{aligned} z(k,i+1) &= A\,z(k,i) + B\,u(k,i) \\ &+ h_{i+1}\left[c_{i+1} z(k,i) + d_{i+1} u(k,i) - y(k,i+1)\right] \end{aligned} \tag{4}$$

$$k = 0, 1, 2, \cdots ;\ i = 0, 1, 2, \cdots, r-1$$

단, $h_1, h_2, \cdots, h_r$은 설계자 결정해야 할 $(n \times p_{i+1})$인 크기를 가지며 관측기이득행렬이라고 부르고 있다.

이 정리는, 주어진 제어대상이 연속시간으로서 可觀測이라면, 式(4)의 動的시스템이 아래의 조건

$$k \to \infty일때\quad \varepsilon(k,i) = z(k,i) - x(k,i) \to 0$$

$$i = 0, 1, 2, \cdots r-1 \tag{5}$$

을 만족하는 행렬 $h_1, \cdots, h_r$가 항상 존재한다는

것을 의미하고 있다. 따라서, 만일 주어진 제어대상이 可觀測하다면, A^p와 아래식으로 주어지는 G가 거의 대부분의 샘플링주기 T에 대해서 항상 可觀測으로 되므로[1], 서론에서 언급한 여러가지 방법을 통해 h_i를 얻을 수가 있다.

$$G = \left[(c_1)^T, (c_2 A)^T, \cdots, (c_{r-1} A^{r-2})^T, (c_r A^{r-1})^T\right]^T \tag{6}$$

Ⅲ. 式(35)의 解의 존재에 관한 검토

관측기의 극이 $(\lambda_1, \cdots, \lambda_n)$에 배치될 수 있도록 적당한 방법으로 궤환이득을 구하여 K^*라 두면, 문헌 1)의 式(35)는 다음과 같다.

$$K^* = [k_1^*, k_2^*, \cdots, k_r^*]$$

$$(A + h_r c_r) \cdots (A + h_3 c_3)(A + h_2 c_2) h_1 = k_1^* \tag{7.1}$$

$$\cdots\cdots$$

$$(A + h_r c_r) \cdots (A + h_{i+1} c_{i+1}) h_i = k_i^* \tag{7.i}$$

$$\cdots\cdots$$

$$(A + h_r c_r) h_{r-1} = k_{r-1}^* \tag{7.r-1}$$

$$h_r = k_r^* \tag{7.r}$$

이때 관측기의 극은

$$\Phi_o^* := A^P + K^* \cdot G \tag{8}$$

의 고유치로 주어진다. 여기서는 주어진 제어대상이 가관측하다면 式(7)을 만족하는 행렬 h_i가 항상 존재한다는 것을 증명한다. 단, 表記上의 간략함을 위해서 (즉, $p_1 = \cdots = p_p = 1$이다)로 둔다. 만약 $p_i \geq 2$인 경우에는 c_i가 $(p_i \times n)$인 행렬로 되므로, 아래 증명의 과정에서 나오는 벡터 $\alpha_{k,j}$도 역시 $(p_i \times n)$인 행렬로 된다. 따라서, 이와 같은 경우에는 아래 式(12), (14)와 같이 벡터의 1次독립성을 계산하는 과정에서만 주의하여 전개해간다면 以下 동일한 방법으로 증명이 가능하다.

먼저, 다음과 같은 보조정리가 필요하다.

【보조정리 1】(A_c, C_c)가 可觀測하다면, 거의 대부분의 샘플링주기 T에 대해, 다음式으로 주어지는 관측기 출력의 오차의 遷移를 나타내는 式

$$\varepsilon(k+1, 0) = \Phi_o \varepsilon(k, 0)$$

$$\Phi_o = (A + h_p c_p)(A + h_{p-1} c_{p-1}) \cdots (A + h_1 c_1) \tag{9}$$

을 안정화하는 벡터 h_i(i=1, …, p)가 존재한다.

(증명) 크기가 $(1 \times n)$인 行벡터 $\alpha_{k,j}$를

$$(\alpha_{k,j}) = c_j (A^p)^{k-1} A^{j-1} \quad (j = 1, \cdots, p) \tag{10}$$

와 같이 정의한다. (A_c, C_c)가 可觀測이라는 가정에 의해,

$$rank\left[(\alpha_{1,1}), \cdots, (\alpha_{1,n}), (\alpha_{2,1}), \cdots, (\alpha_{p,n})\right] = n \tag{11}$$

으로 된다. $(\alpha_{1,1})$, …, $(\alpha_{n_{j-1},j-1})$, $(\alpha_{1,j})$, …, $(\alpha_{k,j})$가 1次독립으로 되는 最小의 k를 n_j로 표시한다. 단, $(\alpha_{1,1})$, …, $(\alpha_{n_{j-1},j-1})$, $(\alpha_{1,j})$가 次종속 또는 $(\alpha_{1,j})=0$일 경우에는 $n_j=0$로 한다. 陽의 整數 g_i를

$$g_1 := \min\{j \mid c_j \neq 0, j = 1, \cdots, p\}$$

$$g_{i+1} := \min\Big\{j \,\Big|\, (\alpha_{i,j})^T \notin span\big[(\alpha_{1,g_1})^T, \cdots,$$

$$(\alpha_{n_1,g_1})^T, \cdots, (\alpha_{1,g_i})^T, \cdots, (\alpha_{n_i,g_i})^T\big], j = 1, \cdots, p\Big\} \tag{12}$$

와 같이 정의한다. 단, 列벡터 a_1, …, a_k로 이루어지는 공간을 span{a_1, …, a_k}으로 표시하며, 첨자의 수를 줄이기위해 n_{g_i}를 n_i(i=1, …, p)로 표기하고 있다. 이후로는 n_{g_i}를 n_i로 略記한다.

式(11)의 조건에 의해, 적당한 양의 整數 t(≤p)가 존재해서, n개의 벡터

$$(\alpha_{1,g_1})^T, \cdots, (\alpha_{n_1,g_1})^T, (\alpha_{1,g_2})^T, \cdots, (\alpha_{n_2,g_2})^T, \cdots, (\alpha_{n_t,g_t})^T \tag{13}$$

가 1次독립으로 된다. 여기서, $m_k := \sum_{i=1}^{k} n_i$ 로 두면, 으로 되며, 이것은 $m_t = n(A, C)$에 대한 Kronecker Invariant로 됨을 알 수가 있다.

行列 는 正則(nonsingular)이므로, 적당한 실수 $\beta_i \neq 0$(i=1, …, t-1)가 존재해서

$$(\alpha_{1,g_1}) A^{g_{i+1}}, \cdots, (\alpha_{n_{i-1},g_i}) A^{g_{i+1}}, (\alpha_{n_i,g_i}) A^{g_{i+1}} + \beta_i c_{g_{i+1}},$$

$$(\alpha_{1,g_{i+1}}) A^{g_{i+1}}, \cdots, (\alpha_{n_t,g_t}) A^{g_{t+1}} \tag{14}$$

를 1次독립으로 만들 수가 있다. 여기서, $\Phi(i)$를

$$\Phi(i) := (A + h_p c_p)(A + h_{p-1} c_{p-1}) \cdots (A + h_i c_i) \quad (1 \leq i \leq p)$$

$$\Phi(i) := I \quad (i > p) \tag{15}$$

과 같이 정의하면

$$\Phi_o = \Phi(1) = \Phi(g_1 + 1) A^{g_1} + \Phi(g_1 + 1) h_{g_1} c_{g_1} A^{g_1 - 1} \tag{16}$$

가 成立하기 때문에, $[\Phi(g_1+1)A^{g_1},\ c_{g1}A^{g_1-1}]$가 可觀測한 시스템으로 됨과 동시에, $\Phi(g_1+1)$을 正則으로 하는 $h_j(j=g_1+1,\cdots,p)$가 만약 존재한다면 hg_1을 적당히 선택함으로서 $\Phi(1)$의 고유치를 임의의 위치에 설정할 수 있다는 것을 알 수가 있다.[1] (14)式으로부터, 다음 行列

$$\left[(\alpha_{1,g_1})^T,\cdots,(\alpha_{n_1,g_1})^T,(\alpha_{1,g_2})^T,\cdots,(\alpha_{n_t,g_t})^T\right]^T A^j$$
$$j=(g_i+1),\cdots,p$$

는 正則이다. 따라서, $j=g_{i+1}(i=1,\cdots,t-1)$에 대해서

$$\begin{aligned}
&(\alpha_{1,g_1})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=0\\
&\cdots\cdots\\
&(\alpha_{n_1,g_1})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=0\\
&\cdots\cdots\\
&(\alpha_{n_i-1,g_i})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=0\\
&(\alpha_{n_i,g_i})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=\beta_i\\
&(\alpha_{1,g_{i+1}})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=0\\
&\cdots\cdots\\
&(\alpha_{n_t,g_t})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}=0
\end{aligned} \tag{17}$$

을 만족하며, $j\neq g_{i+1}(i=1,\cdots,t-1)$ 에 대해서는 $h_j=0$를 만족하도록 $h_j(j=g_1+1,\cdots,p)$를 결정할 수가 있다. 따라서, 式(17)를 이용하면 다음 관계식을 얻을 수가 있다.

$$c_{g_1}A^{g_1-1}=(\alpha_{1,g_1}), \tag{18.1}$$
$$c_{g_1}A^{g_1-1}\Phi(g_1+1)A^{g_1}=c_{g_1}A^{g_1-1}(A+h_pc_p)\cdots(A+h_{g_1+1}c_{g_1+1})A^{g_1}$$

이므로

$$c_{g_1}A^{g_1-1}(A+h_pc_p)=c_{g_1}A^{g_1}+(\alpha_{1,g_1})h_pc_p=c_{g_1}A^{g_1}$$
$$c_{g_1}A^{g_1}(A+h_{p-1}c_{p-1})=c_{g_1}A^{g_1+1}+(\alpha_{1,g_1})h_pc_p=c_{g_1}A^{g_1+1}$$
$$\cdots\cdots$$

와 같이 전개되어, 최종적으로

$$c_{g_1}A^{g_1-1}\Phi(g_1+1)A^{g_1}=(\alpha_{2,g_1}) \tag{18.2}$$

으로 된다. 이와 같은 과정을 되풀이하면

$$c_{g_1}A^{g_1-1}[\Phi(g_1+1)A^{g_1}]^{m_{t-1}-1}=\text{앞에서 나온 行벡터의 1次結合}+\beta'_{t-2}(\alpha_{n_{t-1},g_{t-1}}) \tag{18.3}$$

$$\begin{aligned}c_{g_1}A^{g_1-1}[\Phi(g_1+1)A^{g_1}]^{m_{t-1}}&=\text{앞에서 나온 行벡터의 1次結合}+\beta'_{t-2}(\alpha_{n_{t-1},g_{t-1}})[\Phi(g_1+1)A^{g_1}]\\&=\text{앞에서 나온 行벡터의 1次結合}+\beta'_{t-2}(\alpha_{1,g_t})\end{aligned} \tag{18.4}$$

......

$$c_{g_1}A^{g_1-1}[\Phi(g_1+1)A]^{n-1}=\text{앞에서 나온 行벡터의 1次結合}+\beta'_{t-1}(\alpha_{n_t,g_t}) \tag{18.5}$$

가 얻어진다. 여기서, $(\alpha_{1,g_1}),(\alpha_{2,g_1}),\cdots,\beta(\alpha_{1,g_2}),\cdots,\beta'_{t-2}(\alpha_{n_{t-1},g_{t-1}}),\beta'_{t-1}(\alpha_{1,g_t})\cdots\beta'_{t-1}(\alpha_{n_t,g_t})$ 이다. 은 1次독립이므로, $[\Phi(g_1+1)A^{g_1},c_{g_1}A^{g_1-1}]$ 은 可觀測하게 된다. 다음에, $\Phi(g_1+1)$가 정칙으로 됨을 나타내기 위해 $[A+h_ic_i](i=g_1+1,\cdots,p)$가 정칙인 것을 보이겠다.

$j\neq g_{i+1}(i=1,\cdots,t-1)$에 대해서는 $h_j=0$이므로 $[A+h_ic_i]$는 정칙이다. 따라서, $j=g_{i+1}$인 경우만을 생각한다. 基底벡터로서 $(\alpha_1,g_1)A^{g}$,$\cdots$, $(\alpha_{nt},\alpha_{gt})A^{g}$ 취하면, 임의의 行벡터 v는

$$v=a_1(\alpha_{1,g_1})A^{g_{i+1}}+\cdots+a_{m_i}(\alpha_{n_i,g_i})A^{g_{i+1}}+\cdots+a_n(\alpha_{n_t,g_t})A^{g_{i+1}} \tag{19}$$

와 같이 표현할 수가 있다. 여기서, a_i는 적당한 실수이다.

$$v=[A+h_{g_i+1}c_{g_i+1}]=0 \tag{20}$$

로두면 h_{gi+1}는 式(17)을 만족하도록 정해졌기 때문에

$$\begin{aligned}&vA+a_1(\alpha_{1,g_1})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}c_{g_{i+1}}+\cdots+a_{m_i}(\alpha_{n_i,g_i})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}c_{g_{i+1}}\\&\quad+\cdots+a_n(\alpha_{n_t,g_t})A^{g_{i+1}}h_{g_{i+1}}c_{g_{i+1}}\\&=a_1(\alpha_{1,g_1})A^{g_{i+1}}+\cdots+a_{m_i}\{(\alpha_{n_i,g_i})A+\beta_ic_{g_{i+1}}\}+\cdots\\&\quad+a_n(\alpha_{n_t,g_t})A^{g_{i+1}}=0\end{aligned} \tag{21}$$

로 된다. $(\alpha_{1,g_1})A^{g_{i+1}},\cdots\{(\alpha_{n_i,g_i})A^{g_{i+1}}+\beta_ic_{g_{i+1}}\},\cdots,a_n(\alpha_{n_t,g_t})A^{g_{i+1}}$ 1次독립이므로, $a_1=a_2=\cdots=a_n=0$으로 되므로, $v=0$이 된다. 따라서, $[A+h_{g_{i+1}}c_{g_{i+1}}]$는 정칙이다. [Q.E.D.]

위의 보조정리는, 천이행렬 Φ_o에서 관측기 이득벡터 h_i를 적당히 선택하므로서 임의의 위치에 그의 고유치를 배치할 수 있다는 것을 의미하고 있다. 그런데, 여기서

$$\begin{aligned}\Phi_o&=(A+h_pc_p)(A+h_{p-1}c_{p-1})\cdots(A+h_1c_1)\\&=A^p+K\cdot G\\K&=[(A+h_pc_p)\cdots(A+h_3c_3)(A+h_2c_2)h_1,\cdots,\\&\quad(A+h_pc_p)\cdots(A+h_{i+1}c_{i+1})h_i,\cdots,(A+h_pc_p)h_{p-1},h_p]\end{aligned} \tag{22}$$

$$:=[k_1,k_2,\cdots,k_p] \tag{23}$$

와 같이 전개되므로, Φ_o의 고유치를 $(\lambda_1,\cdots,\lambda_n)$으로 하는 n次의 벡터 $k_j(j=1,\cdots,p)$가 반드시 존재한다는 사실을 알 수가 있다.

【定理 2】(A_c, C_c)가 가관측한 시스템이라면, 0이 아닌 안정한 고유치 $\lambda_1,\cdots,\lambda_n$를 적당히 주고, 극배치 등의 방법으로 구한 궤환이득 K*에 대해 式(7)은 항상 解를 가진다.

(증명) 式(22)을 이용하면, 가정에 의해

$$\det(\Phi_o^*) = \det(A^p + K^* \cdot G) = \lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n \neq 0 \tag{24}$$

또한, 보조정리로부터 Φ_o의 고유치를 $(\lambda_1,\cdots,\lambda_n)$으로 하는 h_i 가 존재하므로 이로부터

$$\begin{aligned}\det(\Phi_o) &= (A+h_pc_p)(A+h_{p-1}c_{p-1})\cdots(A+h_1c_1)\\ &= \lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n \neq 0\end{aligned} \tag{25}$$

즉, $\det(A+h_ic_i) \neq 0$ $(i=1,\cdots,p)$가 얻어진다. 따라서, Φ_o와 Φ_o^*는 같은 위치에 고유치를 가지는 등가행렬이나 式(22)과 (24)을 비교해보면 결국, $\Phi_o=\Phi_o^*$됨을 알 수가 있다. 이는, 다시 말하면

$$\begin{aligned}&(A+h_pc_p)\cdots(A+h_3c_3)(A+h_2c_2)h_1 = k_1^*\\ &\cdots\cdots\\ &(A+h_pc_p)\cdots(A+h_{i+1}c_{i+1})(A+h_2c_2)h_1 = k_i^*\\ &\cdots\cdots\\ &(A+h_pc_p)h_{p-1} = k_i^*\\ &h_p = k_p^*\end{aligned}$$

가 성립함을 의미한다. 이 사실은, 임의의 K^*에 의해 Φ_o^*의 고유치가 이 아닌 곳에 지정된다면 $(A+h_ic_i)$ $(i=1,\cdots,p)$는 항상 정칙이 된다는 것을 나타내고 있다. 〔Q.E.D.〕

위정리로 부터, 이 아닌 단위원 內의 임의의 고유치 $(\lambda_1,\cdots,\lambda_n)$을 가지도록 하는 궤환이득 K*를 극배치등의 방법으로 먼저 구한 뒤, 연립방정식 (7)을 이용하면 관측기의 이득행렬 h_i의 계산이 가능하다는 것을 알 수가 있다.

Ⅳ. 결론

多重시리얼샘플링型 관측기를 설계할 경우에 필요한 연립방정식의 解의 존재성에 관한 문제를 증명했다. 따라서, 주어진 제어대상이 연속계로서 可觀測하다면, 임의의 위치에 관측기의 극을 배치할 수 있는 이득행렬 $h_1,\cdots,h_i$가 항상 존재한다는 사실을 알 수가 있다.

參考文獻

[1] 崔 然旭, "多重시리얼 샘플링 시스템의 최적제어," 大韓電子工學會論文誌 vol.28, B編, no.10 pp. 771 782 1991

[2] H.Kimura, "Pole assignment by gain output feedback," *Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-20, no. 4, pp. 509-516, 1975

[3] H.Hikita, S.Koyama and R.Miura, "The redundancy of feedback gain matrix and derivation of low feedback gain matrix in pole assignment," *Trans.*, vol. 11, no. 5, pp. 556-560, 1975

[4] W.M.Wonham, "On pole assignment in multi-input controllable linear systems," *Trans. Automat. Contr.*, vol. -12,no.6, pp 660-665, 1967

著者紹介

崔 然 旭(正會員)

1955年 6月 7日生. 1978年 2月 한양대학교 전자공학과 졸업. 1980年 2月 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업 공학석사학위취득. 1990年 3月 일본 京都大學대학 대학원 전기과 졸업 공학박사학위취득. 1985年 4月 ~ 1986年 3月 일본 京都大學 전기과 연구원. 1990年 3月 ~ 현재 부산공업대학교 제어계측공학과 조교수. 주관심 분야는 digital 제어, Robust 제어 및 최적제이론 등임.