

# Speed-Gradient 알고리즘을 利用한 適應制御 (Adaptive Control Based on Speed-Gradient Algorithm)

鄭思喆\*, 金晉煥\*, 李正休\*, 咸雲哲\*

(Sa Cheul Jeong, Jin Whan Kim, Jeong Hyu Lee and Woon Chul Ham)

## 要約

본 논문에서는 기준 모델 적응 제어(MRAC)에 이용할 수 있는 3 종류의 매개변수 추정 법칙이 Fradkov에 의해서 맨 처음 소개되었던 S-G알고리즘을 이용하여 제안한다. Narendra에 의해서 제안된 매개 변수 추정 법칙은 이 법칙들 가운데 특별한 형태이며, 제안된 매개변수 추정 법칙은 attainability와 convexity를 만족하는 조건 하에서 전체적인 안정도를 보장할 수 있다. 기준모델의 전달함수는 매개 변수 추정 법칙을 구현하기 위하여 강정실이어야 한다.

## Abstract

In this paper, three types of parameter update law which can be used in model reference adaptive control are suggested based on speed-gradient algorithm which was introduced by Fradkov. It is shown that the parameter update law which was proposed by Narendra is a special form of these laws and that proposed parameter update laws can insure the global stability under some conditions such as attainability and convexity. We also comment that the transfer function of reference model should be positive real for the realization of parameter update law.

## 1. 序論

適應制御를 위한 많은 종류의 媒介變數 추정이 連續시스템과 같은 이산시스템에 대해서 研究 되어졌다. [1]-[9] Narendra [1]는 連續 시간 영역에서 MRAC를 위한 制御構造를 제안했으며, 강정실 (positive-real) 傳達 函數에 관한 Kalman-Yacubovich lemma를 이용하여 Lyapunov 安定度

理論을 이용한 시스템 安定化를 위한 媒介變數 추정을 구현했다. Goodwin<sup>2</sup>은 離散의인 영역에서 適應制御의 安定度를 증명할 Key technical lemma를 창안했으며, Landau<sup>[3]</sup>는 Popov의 超 安定度 이론을 이용하여 MRAC에 관한 많은 媒介變數 추정을 제안했다. 最近에는 유한외란<sup>[4]-[5]</sup> 일때나 unmodeled dynamic<sup>[6]-[7]</sup> 일때 強靱한 制御器에 대한 연구가 진행중이며, 適應制御에 대해서 일시적인 응답을 개선하는 새로운 媒介變數 추정을 위한 研究가 필요 하다.

본 논문에서는 Fradkov가 提案한 S-G알고리즘을 소개하고, convexity and attainability조건에서

\* 正會員, 全北大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng, Chonbuk Nat'l Univ.)  
接受日字 : 1993年 2月 18日

일반적인 오차 dynamics에 대한 安定度를 보장할 수 있는 3 가지 형태의 매개변수 추정이 제안되었다. S-G 알고리즘이 MRAC에 대하여 새로운 媒介變數 추정을 誘導하는데 어떻게 적용되는가를 보인다. 이러한 媒介變數 推定은 모델의 傳達函數가 강정실이라는 假定下에서 가능하다. 모델의 傳達函數가 강정실이 아닌 경우에는 모델의 분자, 분모 次數의 차가 1 이 작은 Hurwitz polynomial로 이루어진 필터로 강정실이 되도록 하며 誤差 방정식의 出力을 수정 한다. 그때  $e_1(t)$  대신에  $L(s)$ 의 誤差를 이용하여 제안된 媒介變數 推定 法則을 구현할 수 있도록 한다. 이러한 경우에 微分器는 필터  $L(s)$ 를 위함이고 잘 설계된 미분기가 사용된다면 問題가 發生되지 않을 것이다. 3 가지 형태의 媒介變數 추정을 Narendra에 의해서 考察한 부가적 非線形 補償이 없는 適應制御에 적용하였다. 그중 하나는 Narendra가 제안한 것과 같다. 본 論文은 2장에서 S-G 알고리즘의 一般의인 형태와 강정실이라는 假定下에서 3 가지 형태의 媒介變數 추정 법칙에 대하여 언급하였다. 3장에서는 Narendra에 의해서 제안된 適應制御 構造에 대해서 부가적인 비선형 補償을 사용하지 않고 3 가지 형태의 媒介變數 추정 법칙을 유도하였다. 4장에서는 앞장에서 제안한 媒介變數 推定 알고리즘의 妥當性을 위하여 安定시스템과 不安定 시스템에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 工程의 誤差가 0으로 빠르게 收斂함을 시뮬레이션 結果로 確認할 수 있다. 結論과 앞으로의 研究方向을 5장에서 논하였다.

II. Speed-Gradient 알고리즘

適應制御에 S-G 접근방식을 소개하기 전에 convex 函數의 定義와 이와 관련된 定理에 대해 언급하기로 한다. 이 개념은 安定度 分析에 중요한 역할을 한다. [8] [9]

[定義 1]

$S$ 는  $R^n$ 에서 convex set이라 하고  $f: S \rightarrow R^1$ 은 실수값을 갖는 函數라 하자.

$f[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$ 인  $f$ 가  $S$ 에 대해서 convex 函數일 必要充分 條件은 모든  $x_1, x_2 \in S$ 와  $0 \leq \lambda \leq 1$  이다.

주: 영역이 convex set이 아니면 convex 函數는 定義되지 않는다.

[定理 1]

$S$ 는  $R^n$ 에서 convex set이고,  $f: S \rightarrow R^1$ 은 convex 函數라고 假定한다. 또한  $x^0$ 는  $S$ 의 내부점이라 한다.

이때, (a) 실수인  $a_1, a_2, \dots$ 에 대해서 다음식이 성립한다.

$$f(x) \geq f(x^0) + \sum_{i=1}^n a_i(x_i - x_i^0), \quad x \in S \tag{1}$$

(b) 만약  $S^0$ 에 대해서  $f \in C^1$ 이면,

$$a_i = \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{x=x^0} \tag{2}$$

여기서  $S^0$ 는  $S$ 의 내부점들의 집합이다.

[證明] (자세한 證明은 參考文獻 [10])

일반적으로 適應制御 시스템의 誤差 動特性은 非線形 微分方程式이며 다음과 같다.

$$\dot{x} = F(x, \phi, t), \quad t \geq 0 \tag{3}$$

여기서  $x(t) \in R^n$ 는 誤差 狀態벡터이고  $\phi(t) \in R^m$ 은 媒介變數 推定 誤差벡터 ( $\phi(t) = \theta(t) - \theta^*$ )이며  $f(\cdot): R^m \times R^n \rightarrow R^m$ 은  $x, \theta$ 에 대해서 연속적으로 微分 가능한 벡터 函數이다. 制御 問題는 媒介變數 推定 法則을 찾는 것이다.

즉,  $\theta(t) = \Theta(x_0^t, \theta_0^t, t)$  (4)

여기서  $x_0^t$ 와  $\theta_0^t$ 는 집합  $\{x(s), 0 \leq s \leq t\}, \{\theta(s), 0 \leq s \leq t\}$ 를 의미한다. 이 기준은 어떤 目的函數  $Q_0 = Q(x_0^t, \theta_0^t, t)$ 의 最小값을 요구한다고 假定한다.  $Q(x(t), t) \geq 0$ 인 local form으로, 여기서  $Q(t) = Q(x(t), t)$ 은 스칼라 smooth 目的函數이다. 函數  $\zeta(x, \theta, t)$ 는  $Q_0$ 의 時間 微分値로 定義한다. ( $Q_0$ 의 速度는 시스템의 軌적을 따라 변한다.)

이때,  $\zeta(x, \theta, t) = (\nabla_x Q)^T F(x, \theta, t)$  (5)

여기서  $\nabla_x Q$ 는  $x$ 에 대한  $Q$ 의 기울기이다.

위의 定義를 이용하여, Fradkov가 提案한 媒介變數 推定 알고리즘은 다음과 같이 3 가지 形態로 나타낼 수 있다.

알고리즘 1. (微分形)  $\dot{\theta}(t) = -\Gamma \nabla_{\theta} \zeta(x, \theta, t)$  (6)

(積分形)  $\theta(t) = -\psi(x, \theta, t) - \Gamma \int_0^t \nabla_{\theta} \zeta(x, \theta, s) ds$  (7)

(限定形)  $\theta(t) = \theta^0(x, t) - \gamma(x, t)\psi(x, \theta, t)$  (8)

여기서  $\Gamma$ 는 對稱인 陽의 行列,  $\psi(\cdot)$ 은 pseudo-gradient 條件  $\psi^T \nabla_x \zeta \geq 0$ 을 滿足하며,  $\nabla_x \zeta$ 는  $\theta$ 에 대한  $\zeta$ 의 기울기이며  $\gamma(x, t) > 0$ 은 스칼라이다.

[定理 2]

시스템 (3), (7)은 初期條件  $x(0), \theta(0)$ 에서 單一 解를 가지며, 또한 函數  $F(x, \theta, t), \nabla_x Q(x, t), \psi(x, t), \nabla_x \zeta(x, \theta, t)$ 은  $t$ 에서 부분적으로 有限값을 갖고  $\{(x, \theta, t): \|x\| + \|\theta\| \leq \beta \leq \infty, t \geq 0\}$ 에서 유한한 다

음 條件들이 주어진다.

- (a) Growth 條件 :  $\|x(t)\| \rightarrow \infty$  일때  $\inf Q(x, t) \rightarrow \infty$
- (b) Convexity 條件 : 函數  $\xi(x, \theta, t)$ 는  $\theta$ 에 대해 convex 이다.
- (c) Attainability 條件 : 벡터  $\theta^* \in R^m$ 와  $Q > 0$  일때  $\rho(Q) > 0$ 인 函數  $\rho(Q)$ 가 存在하고 다음을 滿足시킨다.

$$\xi(x, \theta^*, t) \leq -\rho(Q) \tag{9}$$

그러면 시스템 (3), (7)의 모든 解는 有限하며,  $t \rightarrow \infty$  일때  $Q_t \rightarrow 0$ 이다.

[證明]

다음과 같은 Lyapunov 函數를 고려한다.

$$V_t = Q_t + \frac{1}{2} \{ \theta(t) - \theta^* + \psi(x, \theta, t) \}^T \Gamma^{-1} \{ \theta(t) - \theta^* + \psi(x, \theta, t) \} \tag{10}$$

Convexity 와 attainability 條件에 의해서 다음 부등식이 유도된다.

$$\xi(x, \theta, t) - (\theta - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi \leq \xi(x, \theta^*, t) \tag{11}$$

시스템의 軌적을 따라  $V_t$ 의 時間 微分形은 다음과 같다.

$$\dot{V}_t = Q_t - \{ \theta(t) - \theta^* + \psi(x, \theta, t) \}^T \nabla_{\theta} \xi(x, \theta^*, t) \tag{12}$$

Pseudo gradientity 條件  $\psi^T \nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t) \geq 0$  으로부터

$$V_t \leq \xi(x, \theta, t) - (\theta(t) - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi(x, \theta^*, t) \tag{13}$$

식 (9), (11)로 부터  $V_t$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_t \leq \xi(x, \theta^*, t) \leq -\rho(Q) < 0 \tag{14}$$

그러므로  $t \rightarrow \infty$  일때  $Q_t \rightarrow 0$ 이다.

[定理 3]

定理 1의 조건들이 식 (9)에서  $\rho(Q)=0$ 을 충족시킨다고 하자. 이때, 시스템 (3), (7)의 모든 解는 有限값을 갖는다.

[證明]

定理 2의 증명과 같이

$$V_t \leq \xi(x, \theta, t) \leq -\rho(Q) \leq 0 \tag{15}$$

그러므로  $Q_t$ 는 有限값을 갖는다.

[定理 4]

定理 1의 條件들이 만족되고 다음과 같은 strong pseudo gradientity 條件을 충족시킨다 하자. 즉,  $\kappa > 0$  와  $\delta \geq 0$ 에 대해서

$$\psi(x, t)^T \nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t) \geq \kappa \|\nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t)\|^{\delta} \tag{16}$$

$$\kappa \gamma(x, t) \|\nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t)\|^{\delta-1} \geq \|\theta^0 - \theta^*\| \tag{17}$$

이때 시스템 (3), (8)의 모든 解는 有限값을 가지며  $t \rightarrow \infty$  일때  $Q_t \rightarrow 0$ 이다.

[證明]

$V_t = Q_t$ 라 하자. 시스템 軌적에 대한  $V_t$ 의 時間 微分形은 다음과 같다.

$$\dot{V}_t = Q_t = \xi(x, \theta, t) \tag{18}$$

Convexity 條件에 의해서

$$\begin{aligned} V_t &= \xi(x, \theta, t) \leq \xi(x, \theta^*, t) + (\theta - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi \\ &= \xi(x, \theta^*, t) + (\theta - \theta^0)^T \nabla_{\theta} \xi + (\theta^0 - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi \\ &\leq \xi(x, \theta^*, t) - \gamma(x, t) \psi(x, \theta, t)^T \nabla_{\theta} \xi + (\theta^0 - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi \end{aligned} \tag{19}$$

식 (16)으로 부터

$$\begin{aligned} V_t &\leq \xi(x, \theta^*, t) - \kappa \gamma(x, t) \|\nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t)\|^{\delta} + (\theta^0 - \theta^*)^T \nabla_{\theta} \xi \\ &\leq \xi(x, \theta^*, t) - \kappa \gamma(x, t) \|\nabla_{\theta} \xi(x, \theta, t)\|^{\delta} + \|\theta^0 - \theta^*\| \|\nabla_{\theta} \xi\| \end{aligned} \tag{20}$$

식 (17)로 부터

$$V_t \leq \xi(x, \theta^*, t) \leq -\rho(Q) < 0 \tag{21}$$

그러므로  $t \rightarrow \infty$  일때  $Q_t \rightarrow 0$ 이다.

### III. 媒介變數 推定 法則

本 節에서는 S-G알고리즘을 Narendra 등이<sup>[11]</sup> 提案한 MRAC에 적용한다. 非最小 誤差方程式은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_m e(t) + b_m \phi(t)^T \omega(t) \\ y_p(t) - y_{m(t)} &= e(t) = c_m^T e(t) \end{aligned} \tag{22}$$

여기서  $c_m^T (sI - A_m) b_m = W_m(s)$ 는 모델의 傳達函數이며

媒介變數 誤差벡터  $\phi(t)$ 와 데이터벡터  $\omega(t)$ 는 다음과 같이 定義된다

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \theta(t) - \theta^*(t) \\ \omega(t)^T &= [r(t), v_1(t)^T, y_p(t), v_2(t)^T]\end{aligned}\quad (23)$$

Narendra는 다음과 같은 媒介變數 推定 法則을 提案했다.

$$\dot{\phi}(t) = -\Gamma e(t)^T P b_m \omega(t) \quad (24)$$

여기서  $P = P^T > 0, A_m^T P + P A_m = -Q < 0$

또한  $b_m^T P (sI - A_m)^{-1} b_m$ 이 強正實이라는 假定下에서 總체적 安定性을 證明했다.

다음은 S-G 알고리즘을 이용한 새로운 媒介變數 推定을 유도한다. 目的函數  $Q_t$ 는 다음과 같은 local form으로 나타낸다.

$$Q_t = \frac{1}{2} e(t)^T P e(t) \quad (25)$$

이때  $\xi(x, \theta, t)$ 는 다음과 같다.

$$\xi(x, \theta, t) = e(t)^T P [A_m e(t) + b_m (\theta(t) - \theta^*)^T \omega(t)] \quad (26)$$

위 식으로부터,  $\xi(x, \theta, t)$ 는  $\theta(t)$ 에 대하여 convex 函數임을 알 수 있다. 만약 기준 모델의 傳達函數가 안정하다는 가정하에서  $\theta(t)$ 를  $\theta^*$ 로 놓으면, 이때  $\xi(x, \theta, t)$ 는 attainability 조건을 만족한다.

$$\text{즉, } \xi(x, \theta^*, t) = \frac{1}{2} e(t)^T [P A_m + A_m^T P] e(t) \leq 0 \quad (27)$$

식 (25), (26), (27)로 부터, S-G 알고리즘을 식 (22)에 적용하면, 適應 시스템에서 總體的

安定性을 갖는 3가지 형태의 媒介變數 推定 法則을 구현할 수 있다.

알고리즘 2.

$$\text{(微分形): } \dot{\theta}(t) = \dot{\phi}(t) = -\Gamma e(t)^T P b_m \omega(t) \quad (28)$$

$$\text{(積分形): } \theta(t) = \psi(x, \theta, t) - \Gamma \int_0^t e(\tau)^T P b_m \omega(\tau) d\tau \quad (29)$$

$$\text{(限定形): } \theta(t) = \theta^*(x, t) - \Gamma e(t)^T P b_m \omega(t) \quad (30)$$

여기서  $\Gamma$ 와  $P$ 는 陽의 行列이며,  $\psi(x, \theta, t)$ 는  $\psi(x, \theta, t)^T e(t)^T P b_m \omega(t) \geq 0$ 인 pseudo gradientity 條件을 만족한다. 위의 媒介變數 推定 法則에서 微分形은 Narendra가 提案한 것과 같다. 그러나 나머지 2가

지 形은 아직 提案되지 않았다.

[定理 5]

만약 限定形 媒介變數 推定 法則을 식 (22)에 適用하면 다음식이 존재한다.

$$\delta_1 = \frac{\|\theta^0(x, t) - \theta^*\|^2}{8\lambda_{\min}[Q]\lambda_{\min}[\Gamma]} > 0 \quad (31)$$

$$\text{즉 } \lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\|^2 \leq \delta_1 \quad (32)$$

여기서  $\lambda_{\min}[A]$ 는 行列  $A$ 의 最小 固有值이다.

만약  $\Gamma$ 를 可能한한 크게하면,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\|$ 를 可能한한 작게 할 수 있다. 定理 5를 證明하기 위하여 다음 보조정리를 이용한다.

[보조정리 1]

$e(t)$ 는  $n \times 1$  벡터이고,  $P$ 와  $Q$ 는  $n \times n$ 인 양의 대칭 행렬이라 하자. 만약  $k_1(t) > 0$ 이고  $k_2(t)/k_1(t)$ 가 경계를 갖는다고 가정할때 모든  $t$ 에 대하여 다음 조건이 만족되면

$$\frac{d}{dt} [e^T P e] = -e^T Q e - k_1(t) (a^T e)^2 + k_2(t) a^T e \quad (33)$$

이때  $n \times 1$  상수벡터  $a$ 와 독립적인 시변구(time varying ball)  $B_\delta = \{e \mid \|e\| \leq \delta(t)\}$ 가 존재한다. 즉, 만약  $e(t)$ 의 초기값이 구의 밖에 있으면  $\delta(t)$ 는 다음과 같다.

$$\delta(t) = \frac{1}{\lambda_{\min}[Q]} \left[ \frac{k_2(t)^2}{4k_1(t)} \right] \quad (34)$$

만약 限定形 媒介變數 推定 法則에 적용하고 Lyapunov 함수  $V(t)$ 를  $Q$ 로 잡으면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}V(t) &= -\frac{1}{2} e(t)^T Q e(t) + e(t)^T P b_m (\theta - \theta^*)^T \xi \\ &= -\frac{1}{2} e(t)^T Q e(t) - (e(t)^T P b_m)^2 \xi(t)^T \Gamma \xi(t) \\ &\quad + e(t)^T P b_m (\theta^0 - \theta^*)^T \xi(t)\end{aligned}\quad (35)$$

위 식에 보조정리 1을 適用하면 定理 5을 쉽게 풀 어낼 수 있다. 식 (22)이 可觀測일지라도 觀測器를 이용하여  $e(t)$ 를 誘導하는 것은 不可能하다. 그러므로 위에서 提案한 媒介變數 推定 法則의 實現을 위한 모델을 취해야 한다. 즉  $(c_m, A_m, b_m)$ 는 다음 方程式을 滿足하여야 한다. 모델의 傳達函數가 強正實이어야 한다.

$$P A_m + A_m^T P = -qq^T - \varepsilon Q \quad (36)$$

$$P b_m = c_m \quad (37)$$

여기서 P, Q는 陽의 行列이며  $\epsilon$ 는 작은 스칼라 량이며 q는  $n \times 1$  벡터이다. 이때 구해진 형식은 다음과 같다.

알고리즘 3.

$$(微分形): \dot{\theta}(t) = \dot{\phi}(t) = -\Gamma \omega(t) e_1(t) \quad (38)$$

$$(積分形): \theta(t) = -\psi(x, \theta, t) - \Gamma \int_0^t \omega(\tau) e_1(\tau) d\tau \quad (39)$$

$$(限定形): \theta(t) = \theta^0(x, t) - \Gamma \omega(t) e_1(t) \quad (40)$$

#### IV. 制御對象의 選定 및 시뮬레이션

本節에서는 앞에서 提案한 媒介變數 推定 알고리즘의 타당성을 위하여 安定 시스템과 不安定 시스템에 대한 시뮬레이션을 하였다. W.C.Ham이 제안한 制御法則은 다음과 같다. <sup>[11]</sup>

$$u = r(t) + \theta^T [v_1(t), v_2(t), y(t)]$$

여기서 媒介變數  $\theta^{*T} = [c_1, c_2, d]^T$ 이고,  $v_1(t), v_2(t)$ 는 補助信號 發生器의 特性 多項式이다.

일반적인 誤差 시스템은 다음과 같이 고려한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [c_1 \ c_2] [x_1(t) \ x_2(t)]^T$$

또한 窺고자 하는 모델을 다음과 같이 2次 連續 시스템으로 선정한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1}(t) \\ \dot{x}_{m2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{m1} & -a_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

$$y_m(t) = [c_{m1} \ c_{m2}] [x_{m1}(t) \ x_{m2}(t)]^T$$

여기서  $[a_{m1}, a_{m2}] = [4.5, 5], [c_{m1}, c_{m2}] = [1, 0.6]$ 이다.

#### 표 1. 制御對象 工程의 形態

Table 1. Types of plant for control.

工程	工程의 媒介變數		工程의 特性
工程 1	a1 = -0.37	a2 = -4.0	時不變 安定한 工程
	c1 = 1	c2 = 0.5	극 점 : -1.5, -2.5
工程 2	a1 = -1	a2 = 1.5	時不變 不安定한 工程
	c1 = 1	c2 = 0.5	극 점 : 0.5, -2.0

표 1의 두가지 工程에 대하여 S-G알고리즘의 3가지 媒介變數 推定法則의 特性을 알아보기 위하여 시뮬레이션을 수행한다.

표 2는 S-G알고리즘 3을 적용하여 시뮬레이션한 그림에 대한 要約을 나타내었다. 이때  $\mu, H$ 는 보조신호 發生器의 이득 값이다. 그림 1과 그림 2는 工程 1, 2에 대하여 基準 入力 +10, -10인 경우에 대한 微分形 제어기의 應答特性을 나타내었다. 初期狀態에서의 過度應答은 있으나 定常狀態에서 應答特性이 매우 좋음을 알 수 있다.

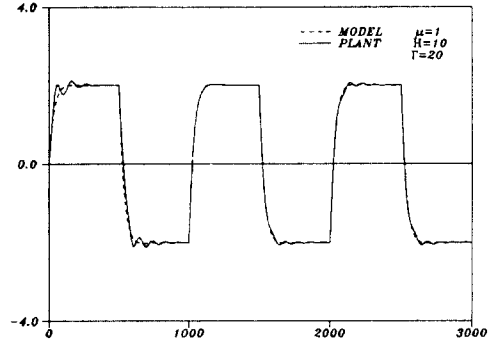


그림 1. 工程 1에 대한 出力 y(t)의 應答特性(微分形)  
Fig. 1. Output y(t) for plant 1(differential type).

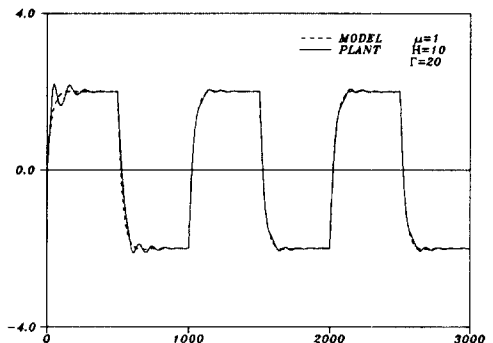


그림 2. 工程 2에 대한 出力 y(t)의 應答特性(微分形)  
Fig. 2. Output y(t) for plant 2(differential type).

#### 표 2. S-G알고리즘에 적용한 媒介變數 값

Table 2. Parameter values for S-G Algorithms.

그림	공정	기준입력	알고리즘	$\mu$	H	$\Gamma$
그림 1	1	+10, -10	微分形	1	10	20
그림 2	2	+10, -10	微分形	1	10	20
그림 3	1	+10, -10	積分形	4	10	20
그림 4	2	+10, -10	積分形	4	10	20
그림 5	1	+10, -10	限定形	1	10	20
그림 6	2	+10, -10	限定形	1	10	20

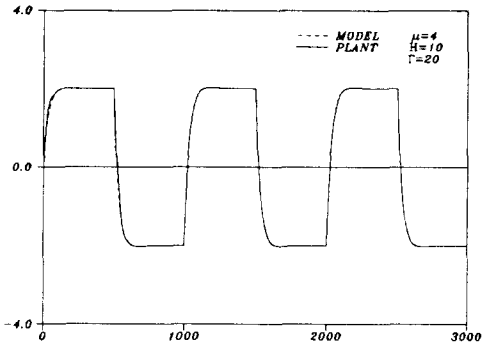


그림 3. 工程 1에 대한 出力  $y(t)$ 의 應答特性(積分形)  
Fig. 3. Output  $y(t)$  for plant 1(integral type).

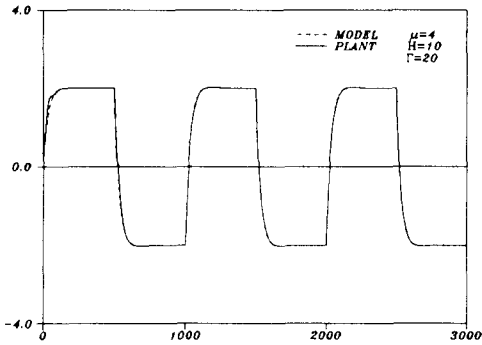


그림 4. 工程 2에 대한 出力  $y(t)$ 의 應答特性(積分形)  
Fig. 4. Output  $y(t)$  for plant 2(integral type).

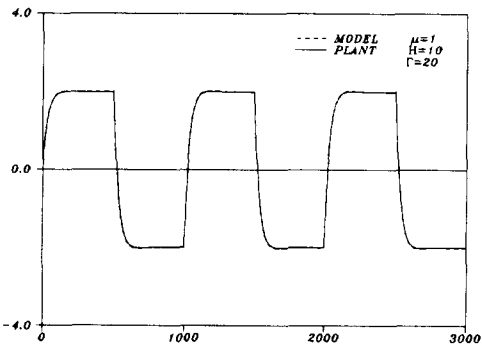


그림 5. 工程 1에 대한 出力  $y(t)$ 의 應答特性(限定形)  
Fig. 5. Output  $y(t)$  for plant 1(finite type).

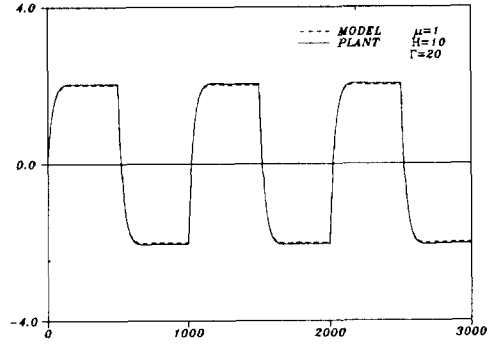


그림 6. 工程 2에 대한 出力  $y(t)$ 의 應答特性(限定形)  
Fig. 6. Output  $y(t)$  for plant 2(finite type).

그림 3, 4는 安定한 工程과 不安定한 工程에 대하여 積分形 S-G알고리즘을 적용하였을 때의 應答特性을 나타내었다. 基準 入力은 +10, -10일 경우에 媒介變數 適應 利得  $\Gamma$ 의 변화에 대하여 微分形과 같은 應答特性을 볼 수 있는데 微分形과는 달리 過度應答이 적은 좋은 應答特性을 볼 수 있으며 初期狀態에서 부터 매우 좋은 應答特性을 볼 수 있다. 그림 5, 6은 工程 1, 2에 대한 限定形 S-G알고리즘을 適用하였을 때의 시뮬레이션한 應答特性을 나타내었다. 初期狀態에서 부터 매우 좋은 應答特性을 볼 수 있었으며, 微分形과 積分形과는 달리 定常狀態에서 유한한 誤差가 발생되고 있음을 알 수 있는데 이 誤差는 식 (40)의  $\Gamma$  값을 크게 함으로써 줄일 수 있다. 3 가지 形態의 S-G알고리즘에 대하여 시뮬레이션 하여본 결과 微分形은 媒介變數 適應 利得  $\Gamma$ 의 크기에 매우 敏感하게 動作하게 되고,  $\Gamma$ 를 크게하는 것이 初期狀態에서 過度應答은 크나 빠른 應答特性을 가질 수 있다. 積分形인 경우는  $\Gamma$ 가 큰경우에 매우 좋은 특성을 볼 수 있으며, 限定形인 경우는  $\Gamma$ 가 큰 경우에 制御器 適應이 빠르고, 모델과 工程사이의 誤差를 0으로 보내는 收斂特性을 볼 수 있음을 확인할 수 있었다.

## V. 結論

본 論文에서는 외란이 없을 경우에 S-G알고리즘을 이용하여 MRAC에 대한 새로운 媒介變數 推定 法則을 제안하였다. 이러한 媒介變數 推定은 모델의 傳達函數가 강정실이라는 假定下에서 가능하다. 모델의 傳達函數가 강정실이 아닌 경우에는 모델의 분자, 분모의 次數의 차가 1이작은 Hurwitz polynomial로 이루어진 필터  $L(s)$ 로  $\xi(s)L(s)$ 가 강정실이 되도록 하며 誤差 동특성의 出力을 수정한다. 그때  $e_1(t)$ 대신

에  $L(s)$ 의 誤差를 이용하여 제안된 媒介變數 推定 法則을 구현할 수 있으며, 이러한 경우에 微分器는 필터  $L(s)$ 를 위한 것이다. 잘 설계된 微分器가 사용된다면 問題가 發生되지 않을 것이다. Narendra가 제안한 媒介變數 推定法則은 본 論文에서 제안한 3가지 유형의 특별한 形態이다.

시뮬레이션 結果 제안된 媒介變數 推定 法則들이 이득값들의 적절한 選擇에 의하여 過度應答이 거의 發生하지 않고 매우 빠른 收斂特性을 갖는 媒介變數 推定 法則임을 確認할 수 있었다. 또한 시스템의 特性에 따라 적절한 推定法則을 사용함으로써 媒介變數 推定法則을 擴張하였다.

앞으로 外亂이 存在할 경우의 S-G알고리즘의 強韌한 媒介變數 推定法則에 대한 研究가 進行되어야 하겠다.

#### 參 考 文 獻

- [ 1 ] K.S.Narendra, Y.H.Lin, and L.S. Valavani, " Stable adaptive controller design, part II : proof of stability, " *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-25, pp.439-p p.448, June, 1980.
- [ 2 ] G.C.Goodwin, P.J.Ramadge, and P.E. Caines, "Discrete time multivariable adaptive control, " *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-25, pp.449-456, June, 1980.
- [ 3 ] I.D.Landau, *Adaptive Control the model reference approach*, Marcel Dekker, New York, 1979.
- [ 4 ] B.B.Peterson and K.S.Narendra, " Bounded error adaptive control, " *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp.1161-1168, Dec.1982.
- [ 5 ] G.Kreisselmeier and K.S.Narendra, "Stable model reference adaptive control in t he pres-ece of bounded disturbance," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-27, pp 1169-1175, Dec. 1982
- [ 6 ] P.Ioannou and P.Kokotovic, "Robust redesign of adaptive control," *IEEE Trans. A utomat. Contr.*, vol AC-29, pp.202-211, Mar. 1984.
- [ 7 ] R.H.Middleton, G.C.Goodwin, D.J. Hill, and D.Q.Mayne, " Design issues in adaptiv e contr-ol," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.33, pp.50-58, Jan.1988.
- [ 8 ] A.L.Fradkov, "Speed-gradient scheme and its application in adaptive control problems," *Automation and Remote Control*, pp.1333-1342, 1979.
- [ 9 ] A.L.Fradkov, *Large-Scale Control Systems*, Leningrad, 1990.
- [10] M.H.Protter and C.B.Morrey, *A First Course in Real Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1977.
- [11] W.C.Ham " A Study on Stability Analysis and Robustness for Adaptive Control " P h.D Dis-ertation, Seoul National Univ., 1988.7.

## 著者紹介



金 晋 換(正會員)

1964年 5月 10日生. 1988年 2月  
원광대학교 전자공학과 졸업 1990  
年 2月 전북대학교 대학원 전자공  
학과 졸업(공학석사) 1993年 3月  
현재 전북대학교 대학원 전자공학  
과 박사과정 재학중



鄭 思 喆(正會員)

1962年 5月 1日生. 1985年 2月  
전북대학교 전자공학과 졸업 1991  
年 2月 전북대학교 대학원 전자공  
학과 졸업(공학석사) 1994年 현재  
전북대학교 대학원 전자공학과 박  
사과정 재학중

咸 雲 哲(正會員) 第 29卷 B編 第 12號 參照  
현재 전북대학교 전자공학과 부교수

李 正 休(正會員) 第 30卷 B編 第 3號 參照  
현재 국립농공대학 전임강사