

論文94-31B-2-5

# 미지입력 관측기를 이용한 선형 이산 시스템의 고장 진단

## (Fault Diagnosis of Linear Discrete-Time Systems Based on an Unknown Input Observer)

李在燦\*, 卞增男\*

(Jae Hyeok Lee and Zeung Nam Bien)

### 要約

미지입력이 존재하는 선형 이산 시스템에 대한 관측기를 새로이 제안하고 제안된 관측기를 응용하여 구조적 불확실성이 미지입력으로 모델링되는 선형 이산 시스템의 상태 벡터, 구동기와 감지기의 고장 크기를 정확하게 추정하는 고장 진단 관측기를 제안한다. 각관측기들에 대한 안정 조건과 설계 방법을 제시하며 제안된 고장 진단 관측기를 이용하여 모니터링 기능 및 고장 진단이 가능함을 수치 예제를 통하여 확인하였다.

### Abstract

In this paper, an observer for linear discrete systems with unknown inputs is presented. The suggested observer can estimate the system state vector and the unknown inputs simultaneously. As an extension of the observer, a new fault diagnosis observer for linear discrete systems with structured uncertainty is presented. The fault diagnosis observer can detect and identify the actuator and the sensor faults as well. The stability conditions and the design methods of the each observers are presented and the usability of the observers is shown via numerical examples.

### 1. 서론

최근 산업 공정에서 많은 공정이 자동화되면서 그 신뢰도 향상이 중요한 관건이 되고 있다. 시스템의 고장은 환경문제와 경제문제 뿐만이 아니라, 특히 사람의 생명이 위협하게 되는 경우까지 악화될 수 있

다. 반도체 기술의 발달로 컴퓨터가 소형화되고 가격이 저렴해지면서 컴퓨터가 담당하는 작업이 점점 더 대규모화되고 복잡해져 사소한 고장발생도 막대한 손실을 입힐 수 있게 되어 최근 산업용 공정제어 시스템에는 신뢰도 향상문제가 필수적인 요소가 되고 있다.

신뢰도 향상에서 가장 적극적인 방법은 내고장성 제어(fault tolerant control) 이다. 내고장성 제어는 신뢰도 향상을 위하여 시스템 내부에 고장(fault)이 발생하여도 미리 이를 진단하여 적절한 조치를 취

\*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字 : 1993年 3月 2日

하여 제어 대상 시스템이 원하는 기능을 계속해서 수행할 수 있도록 제어 시스템에 내고장성이 부여된 것이다. 내고장성 제어가 되기 위해서는 정확한 고장 진단이 가장 기본이며 필수적인 선행 요건이라고 할 수 있다.

시스템 전체적으로 고장이 일어날 수 있는 부분은 크게 플랜트(plant), 제어기(controller), 구동기(actuator), 감지기(sensor) 등의 4개 부분으로 나눌 수 있다. 시스템의 고장 진단은 플랜트 자체에 대한 고장 진단과 플랜트 주위에 붙어 있는 계기들 즉 구동기와 감지기에 대한 고장 진단으로 나누어 연구하는데 그 이유는 플랜트 내부의 고장 또는 외부의 고장(구동기, 감지기)을 미리 나누어 전제로 하지 않으면 나타난 증상을 가지고 진단하는 것이 거의 불가능하게 된다. 본 연구에서는 구동기와 감지기의 고장 진단으로 국한하여 고장 진단을 수행한다.

선형 동적 시스템에 대한 해석적 방법에 의한 고장 진단은 많은 문헌들을 통해서 제안되었다.<sup>1,3</sup> 이러한 고장 진단은 두 과정으로 구분할 수 있다. 즉, 고장에 기인한 에러인 레지듀얼 생성(residual generation) 과정과 고장 판단(decision-making) 과정이다.<sup>4</sup> 레지듀얼 생성과정은 측정된 값과 해석적 중복 구조에서 계산된 값을 비교하여 그 차이를 계산하는 과정으로, 시스템이 정상적으로 동작할 경우에는 값이 영(zero)이 되고, 고장 발생시에는 영이 아닌 값이 된다. 많이 알려진 레지듀얼 생성 방법으로는 패리티 공간(parity space)을 사용하는 방법<sup>4,5</sup>, 고장 검출 필터(fault detection filter)의 사용 방안<sup>6,7</sup>, 필터 뱅크를 사용하는 방법<sup>8,9</sup>, 파라미터 추정에 기초한 방법<sup>2</sup>, 고장 진단 관측기를 이용한 방법<sup>10</sup> 등을 들 수 있다.

두번째 단계인 고장 판단 과정은 레지듀얼을 조사하여 고장 판단, 고장 부위의 결정등을 수행하며, 그 결정 방법으로는 경험적으로 적절한 한계값을 설정하여 비교하는 방법, Bayesian 법칙을 활용한 확률적인 결정 방법<sup>11</sup> 등을 들 수 있다. 또한 확률론적인 방법으로 GLR(Generalized-Likelihood Ratio) 방법<sup>12</sup> 등이 있다.

하지만 기존의 해석적 방법을 사용한 고장 진단 연구는 모두 불확실성이 없는 시스템을 대상으로 하였으며, 그나마 불확실성을 고려한 경우는 통계적 방법에 의한 고장 검출(fault detection) 단계에 머물고 있다. 본 연구에서는 구조적 불확실성이 있는 시스템에 대하여 고장 검출뿐만 아니라 고장 진단 시스템을 구성하는 방안까지 연구하였다. 특히 고장 진단은 구동기와 감지기의 고장을 동시에 진단 가능하다.

이를 위하여 본 연구에서는 구조적 불확실성에 의한 미지입력(unknown input)에 무관하게 시스템 상태 벡터를 추정할 수 있는 새로운 미지입력 관측기를 제안하며 이를 토대로 미지입력에 무관하게 구동기와 감지기의 고장을 동시에 검출할 수 있는 고장 진단 관측기를 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서 대상 시스템에 대한 수학적 모델을 기술하고 3절에 미지입력 관측기를 제안하고 이를 이용하여 4절에서 고장 진단 관측기를 제안한다. 5절에서 수치 예제를 통하여 효용성을 입증하고 6절에서 결론을 맺는다.

## II. 시스템의 표현

### 1. 구조적 불확실성의 표현

참고 문헌 [13] 에서 유도한 바와 같이, 구조적 불확실성을 갖는 선형 시스템을 분석하여 구조적 불확실성의 영향을 미지입력으로 변환하여 시스템을 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Hv(t) \quad (1.a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (1.b)$$

여기에서 상태벡터는  $x(t) \in R^n$  입력벡터는  $u(t) \in R^k$ , 출력벡터는  $y(t) \in R^p$ , 미지입력벡터  $v(t) \in R^l$ 이며 시스템 행렬  $A, B, C$ 와  $H$ 는 각 벡터에 맞는 차원을 갖는 알려진 행렬들이다. 또한  $Rank(H) = r$ 을 가정한다. 이러한 시스템의 상태벡터를 미지입력  $v(t)$ 에 무관하게 추정하는 관측기를 미지입력 관측기(unknown input observer)라 한다.<sup>13</sup>

(1)식은 다음과 같이 쓸 수도 있다.<sup>10</sup>

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) + Hv(t-1) \quad (2.a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.b)$$

### 2. 구동기와 감지기의 고장 표현

선형 이산 시스템에서 구동기 고장과 감지기 고장을 동시에 표현한 모델은 다음과 같다.<sup>10</sup>

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + F\lambda(t) \quad (3.a)$$

$$y(t) = Cx(t) + E\gamma(t) \quad (3.b)$$

여기에서  $F\lambda(t)$ 는 구동기 고장을 나타내며  $E\gamma(t)$

는 감지기 고장들을 나타낸다. 식 (3)에서는 구동기의 고장 가능 부위를  $l$ 개, 감지기의 고장 가능 부위를  $m$ 개로 가정하였다.

여기에서 구동기의 고장벡터와 방향행렬을

$$\lambda(t) = [\lambda_1(t) \lambda_2(t) \cdots \lambda_l(t)]^T$$

$$F = [f_1 f_2 \cdots f_l]$$

로 정의한다. 감지기 고장의 경우에는

$$\gamma(t) = [\gamma_1(t) \gamma_2(t) \cdots \gamma_m(t)]^T$$

$$E = [e_1 e_2 \cdots e_m]$$

로 정의한다.

즉 시스템 고장을 고장 방향(fault direction)과 고장 편차(fault deviation)의 두가지 인자로 구분하고, 고장방향인  $f_i$ ,  $e_n$ 는 모두 알려져 있다고 가정한다. 여기서  $f$ 는 상태공간에서 주어진 구동기의 고장 방향을 나타내며,  $e_n$ 는 출력공간에서 주어진 감지기의 고장방향을 나타낸다. 한편 고장편차를 나타내는  $\lambda(t)$ ,  $\gamma(t)$ 는 각각 구동기와 감지기의 고장편차들을 표현하며 모두 미지의 시변함수이다. 실제로 구동기 고장방향  $f$ 는 입력행렬  $B$ 를  $[b_1 b_2 \cdots b_k]$ 라 할 때  $b_1, b_2, \cdots, b_k$ 중 하나로 대응하며 감지기의 고장방향  $e_n$ 는 출력행렬  $C$ 가  $[c_1 c_2 \cdots c_p]$ 일 때  $c_i$ 가 감지기 고장방향을 나타내는 경우  $c_i$ 에 대응한다. 또한 고장편차  $\lambda(t)$ 와  $\gamma(t)$ 는 고장이 없는 정상 동작시에는 항상 영(zero)이다. 또는 (3)을

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) + F\lambda(t-1) \quad (4.a)$$

$$y(t) = Cx(t) + E\gamma(t) \quad (4.b)$$

로 표현할 수 있다.

### 3. 불확실성과 고장의 동시 표현

구조적 불확실성의 식 (2)와 구동기 및 감지기의 고장 표현인 식(4)를함께 표현하면

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) + Hv(t-1) + F\lambda(t-1) \quad (5.a)$$

$$y(t) = Cx(t) + E\gamma(t). \quad (5.b)$$

로 나타낼 수 있다.

본 연구에서는 식(2)으로 표현되는 구조적 불확실성이 있는 시스템과 식(5)로 표현되는 구조적 불확실성이 있는 시스템의 구동기와 감지기 고장에 대하여 연구하였다.

## III. 미지입력 관측기

앞의 2절에서 설명한 구조적 불확실성이 있는 선형 시스템의 미지입력  $v(t)$ 의 영향을 극복하고 시스템의 상태를 관측하기 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 먼저 시스템 상태들을 변환(transform)을 이용하여 관측기를 구성하는 방법<sup>[14]</sup>, 산술 계산적(algebraic) 방식으로 구성하는 방법<sup>[15]</sup>, 기하학적 공간을 이용하여 구성하는 방법<sup>[16]</sup>, 고유 구조 지정 방식에 의한 방법<sup>[17]</sup> 등이 있으며 이 방식들은 모두 미지의 입력  $v(t)$ 를 출력 공간에서 영으로 보내는 (nullify) 원리에 의한 것으로 방법은 다르지만 모두 같은 원리에 입각하고 있다. 또한  $v(t)$ 의 성질을 아는 경우<sup>[18]</sup> 등이 있으나 현실성에 있어 많은 제약이 있는 방식들이 다.

미지입력과 시스템 상태 벡터를 동시에 추정하려는 연구도 최근들어 진행되고 있다. Park 과 Stein<sup>[19]</sup>의 연구는 본래의 시스템을 특별한 형태로 확장(augmentation)하여 새로운 시스템에 대하여 관측기를 구현하는 것이다. Gleason 과 Andrisani II<sup>[20]</sup>역시 특별한 입력 모델(input model)로 확장한 후 피셔 필터(Fisher filter)를 구현하는 방법을 제안하였다. Hou와 Müller [14]의 경우는 본래의 시스템을 특이 시스템(singular system)으로 바꾼 후 기존의 관측기 이론에 의해 설계하는 방법을 제시하였다. 하지만 [19]와 [14]의 경우는 무엇보다 추가의 미분기를 필요로하기 때문에 비용과 무게등의 경제적 단점과 함께 감지기(sensor)쪽의 작은 잡음에도 민감하게 반응하는 단점이 있다. 또 [20]의 경우에는 일반적인 관측기 설계 방법이 제안되지 않고 단지 Fisher filter 설계 방법만 제시되었다. 또한 [14] [19]

[20] 연구 모두 특별한 좌표 변환이나 확장을 기반으로 설계하기 때문에 이해하기 어렵고 설계가 어려운 단점이 있다. 특히 센서의 고장 진단 관측기로의 확장이 어려운 단점이 있다.

따라서 기존의 상태 관측기 설계 방식을 그대로 활용하면서 미지입력에 대한 수용성(accommodation)을 가지며, 설계하기 쉬운 새로운 상태 관측기를 제안한다. 이를 위하여 다음과 같은 가정을 먼저 세운다.

[가정 1]

$Rank(CH) = r$ 이다.

[가정 2]

$G=A-KC$ 라 할때 상태 관측기의 이득  $K$ 는 행렬  $[G-H \ [CH] \ 'CG]$ 의 고유치들이 단위원내에 존재하도록 선택되었다. 여기서  $\dagger$ 는 왼쪽 유사 역행렬(left pseudo-inverse)를 의미한다. 즉  $[CH] \ ' =$

$[(CH)^T (CH)]^{-1}(CH)^T$  이다.

가정 1은 미지입력 관측기(unknown input observer)를 구성하기 위한 일반적인 조건<sup>[16]</sup>이다.

식(2)로 표현되는 시스템에 대한, 제안된 상태 관측기는 다음과 같다.

$$\bar{x}(t) = A\bar{x}(t-1) + B(t-1) + K[y(t-1) - \bar{y}(t-1)] + H\hat{v}(t-1) \quad (6.a)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \quad (6.b)$$

여기서

$$\hat{v}(t-1) = [CH]^T [y(t) - \hat{y}(t)] \quad (6.c)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (6.d)$$

$$\hat{x}(t) = A\bar{x}(t-1) + Bu(t-1) + K[y(t-1) - \bar{y}(t-1)]. \quad (6.e)$$

이다. 위 관측기에서  $\bar{x}(t)$ 는 실제 시스템 상태를 추정한다. 즉, 전체적인 동작 원리는 미지입력을 추정하여 이를 보상함으로써 실제 시스템 상태를 추정하는 것이다. 그림 1은 제안된 미지입력 관측기의 구조이다. 행렬  $B$ 는 이해를 쉽게하기 위해 제외하여 나타냈다.

새로운 관측기의 장점은 먼저 구현이 간단하다는 것이다. 또한 새 관측기는 미지입력을 추정할 수 있는 기능이 있다. (6.c)에서 보듯이, 미지입력은 한 스텝 뒤에 추정되는 것으로 미지입력에 대해서는 deadbeat 관측기가 구현된다. 즉 초기 추정 에러가 극복되고 나면 미지입력은 항상한 주기 후에 정확하게 추정된다.

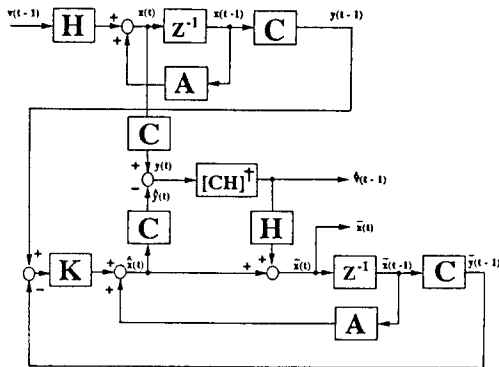


그림 1. 제안된 미지입력 관측기 구조

Fig. 1. Structure of the unknown input observer.

새로운 상태 관측기가 임의의 모든 시스템 초기 상태에 대해 미지입력에 무관하게 실제 시스템을 추정할 수 있음을 다음 정리에서 서술하였다.

[정리 1]

식(2)에서 표현된 시스템에 대하여 식(6)와 같이 새로운 상태 관측기가 구성하고 시스템과 관측기가 가정 1, 가정 2를 각각 만족할 경우 상태 추정 벡터  $\bar{x}(t)$ 는 임의의 초기 상태  $\bar{x}(t_0)$ 와 미지입력  $v(t)$ 에 대하여 실제 시스템 상태 벡터  $x(t)$ 를 추정한다.

[정리 1의 증명]

식 (2.a)와 (6.a)에 의해 새로운 추정 에러식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{e}_x(t) = G\bar{e}_x(t-1) + H\hat{e}_v(t-1). \quad (7)$$

여기에서  $\bar{e}_x(t) = x(t) - \bar{x}(t)$  이고  $\hat{e}_v(t-1) = v(t-1) - \hat{v}(t-1)$  이다. 그러면 식(6.c)에 의해

$$\hat{v}(t-1) = [CH]^T CG\bar{e}_x(t-1) + v(t-1) \quad (8)$$

이고 식(7)과 식(8)에 의해 최종 에러식은 다음과 같다.

$$\bar{e}_x(t) = [G - H[CH]^T CG]\bar{e}_x(t-1). \quad (9)$$

따라서 식(8), 식(9)과 가정 2에 의해 임의의 초기치  $\bar{e}_x(t_0)$ 와 미지입력  $v(t)$ 에 대해

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_x(t) = 0$$

이다. 증명 끝.

위의 정리 1은 새로운 관측기가 미지입력에 무관하게 정확하게 시스템 상태 벡터를 추정함을 보여준다. 또한 아래의 따름 정리(corollary)는 새로운 관측기가 시스템 상태뿐만 아니라 미지입력을 추정할 수 있음을 보여준다.

[따름 정리 1]

식(2)으로 표현된 시스템과 식(6)의 관측기는 가정 1, 2를 만족할 경우 임의의 초기치  $\bar{x}(t_0)$ 에 대해 미지입력  $v(t)$ 를 추정한다.

[따름 정리 1의 증명]

식(8)에서

$$v(t-1) - \hat{v}(t-1) = -[CH]^T CG\bar{e}_x(t-1) \quad (10)$$

이고 정리 1에 의해

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_x(t) = 0 \quad (11)$$

이므로 식(10)와 식(11)에 의해 아래식이 성립한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (v(t) - \hat{v}(t)) = 0.$$

따라서 임의의 시스템 초기치에 대해 미지입력  $v(t)$  를 추정할 수 있다. 증명 끝.

설계 방법 :  $P = [I - H(CH)^+ C]$  라 하면 식(9)의 최종 에러식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{e}_x(t) = P(A - KC)\bar{e}_x(t-1).$$

한편 행렬  $P(A-KC)$ 의 고유치와  $(A-KC)P$ 의 고유치가 같으므로  $\bar{A} = AP$ ,  $\bar{C} = CP$ 로 정의할 때 행렬 쌍  $(\bar{A}, \bar{C})$ 가 가검출(detectable)이면 식(6)으로 표현되는 미지입력 관측기가 구현 가능하다. 좀 더 자세한 존재 조건에 대한 설명과 존재 조건의 의미, 다른 연구와의 비교는 [21]에 설명되어 있다.

#### IV. 고장 진단 관측기

앞의 2절에서 설명한 구조적 불확실성이 있는 시스템에 대하여 구동기(actuator)와 감지기(sensor)의 고장을 동시에 검출해 내는 고장 진단 관측기를 구현하기 위해 대상 시스템의 모델링은 다음과 같다.

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1) + Hv(t-1) + F\lambda(t-1) \quad (12. a)$$

$$y(t) = Cx(t) + E\gamma(t). \quad (12. b)$$

여기에서 상태벡터는  $x(t) \in R^n$ , 입력벡터는  $u(t) \in R^r$ , 출력벡터는  $y(t) \in R^l$ , 미지입력벡터  $v(t) \in R^m$ 이며 구동기 고장벡터는  $\lambda(t-1) \in R^p$ , 감지기 고장벡터는  $\gamma(t) \in R^q$ 이다.  $A, B, C$ 와  $H, F, E$ 는 각 벡터에 맞는 차원을 갖는 알려진 행렬들이다. 고장 진단 관측기를 구성하기 위해 다음과 같은 가정을 먼저 세운다.

[가정 3]

$$\text{Rank} \begin{bmatrix} C & H & C & F & E \end{bmatrix} = (r+l+m)$$

[가정 4]

관측기 이득  $K$ 는 행렬

$$(I - [HF] \begin{bmatrix} W_r \\ W_l \\ W_m \end{bmatrix} C) (A - K(I - EW_m)C)$$

의 고유치들이 단위원내에 존재하도록 선택되었다. 여기서  $W_r, W_l$ 은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} W_r \\ W_l \\ W_m \end{bmatrix} = [CHCFE]^+$$

가정 3는 다중 고장시 이를 구별할 수 있는 *output separability* [7]에 대응하며 구동기 고장과 감지기 고장 및 미지입력을 동시에 취급할 수 있게 확장하였다.

제안된 고장 진단 관측기는 다음과 같다.

$$\bar{x}(t) = A\bar{x}(t-1) + Bu(t-1) \quad (13. a)$$

$$K[y(t-1) - \bar{y}(t-1)] + H\hat{v}(t-1) + F\hat{\lambda}(t-1)$$

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + E\hat{\gamma}(t) \quad (13. b)$$

여기서

$$\hat{v}(t-1) = W_r[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (13. c)$$

$$\hat{\lambda}(t-1) = W_l[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (13. d)$$

$$\hat{\gamma}(t) = W_m[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (13. e)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (13. f)$$

$$\hat{x}(t) = A\bar{x}(t-1) + Bu(t-1) + K[y(t-1) - \bar{y}(t-1)] \quad (13. g)$$

$$\begin{bmatrix} W_r \\ W_l \\ W_m \end{bmatrix} = [CHCFE]^+$$

이다. 위 관측기는 3절의 상태 관측기를 기반으로 하여 시스템 출력을 통하여 구동기와 감지기, 미지입력이 서로 다른 방향으로 나타나는 경우에 이를 추정하여 보상하여줌으로써 시스템 상태 벡터를 정확하게 추정하는 관측기이다.

제안된 관측기의 장점은 우선 설계가 쉬우며, 구조적 불확실성을 수용하여 구동기와 감지기의 고장을 동시에 검출함이 가능하다. 또한 구동기와 감지기의 고장의 정도를 정확하게 추정할 수 있다. 여기서 주의할 것은 제안된 고장 진단 관측기는 모든 구동기와 감지기를 동시에 진단하는 것이 아니고 가정 4를 만족하는 구동기와 감지기 조합의 고장을 검출하는 구조이다.

제안된 고장 진단 관측기가 임의의 모든 시스템 초기 상태에 대해 미지입력에 무관하게 실제 시스템 상태를 추정하면서 동시에 구동기와 감지기 고장을 추정할 수 있음을 다음 정리에서 서술하였다.

[정리 2]

식(12)에서 표현된 시스템에 대하여 식(13)와 같이 새로운 고장 진단 관측기를 구성하고, 시스템과 관측기가 가정 3, 가정 4를 각각 만족할 경우 상태 추정

벡터  $\bar{x}(t)$ 는 임의의 초기 상태  $\bar{x}(t_0)$ 와 미지입력  $v(t)$  구동기 고장  $\lambda(t)$  감지기 고장  $\gamma(t)$ 에 무관하게 실제 시스템 상태 벡터  $x(t)$ 를 추정한다.

[정리 2의 증명]

식(12)와 식(13)에 의해 새로운 상태 추정 에러식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{e}_i(t) = G\bar{e}_i(t-1) + H\hat{e}_i(t-1) + F\hat{e}_\lambda(t-1) - KE\hat{e}_\gamma(t-1) \quad (14. a)$$

$$\bar{e}_i(t) = C\bar{e}_i(t) + E\hat{e}_\gamma(t) \quad (14. b)$$

여기에서  $\hat{e}_\lambda(t-1) = \lambda(t-1) - \hat{\lambda}(t-1)$ ,  $\hat{e}_\gamma(t-1) = \gamma(t-1) - \hat{\gamma}(t-1)$ 이다. 식(13.c), (13.d), (13.e)에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\hat{e}_i(t-1) = -W_i C(A - K(I - EW_m)C)\bar{e}_i(t-1) \quad (15. a)$$

$$\hat{e}_\lambda(t-1) = -W_\lambda C(A - K(I - EW_m)C)\bar{e}_i(t-1) \quad (15. b)$$

$$\hat{e}_\gamma(t-1) = -W_\gamma C\bar{e}_i(t-1) \quad (15. c)$$

마지막으로 식(14), 식(15)에 의해 에러식은 다음과 같이 된다.

$$\bar{e}_i(t) = (I - [HF] \begin{bmatrix} W_r \\ W_i \end{bmatrix} C) (A - K(I - EW_m)C)\bar{e}_i(t-1). \quad (16)$$

따라서 가정 4에 의해

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_i(t) = 0$$

가 성립한다. 증명 끝.

위의 정리 2는 새로운 고장 진단 관측기가 미지입력과 고장에 무관하게 정확하게 시스템 상태 벡터를 추정함을 보여주고 있으며 다음의 따름 정리는 시스템 상태 벡터를 추정할 뿐만 아니라 미지입력과 구동기 및 감지기 고장도 추정할 수 있음을 보여준다.

[따름 정리 2]

식 (12)으로 표현된 시스템과 식 (13)의 관측기는 가정 3, 가정 4를 만족할 경우 임의의 초기치  $x(t_0)$ 에 대해 미지입력  $v(t)$  구동기 고장  $\lambda(t)$  감지기 고장  $\gamma(t)$ 를 추정한다.

[따름 정리 2의 증명]

식(15)에서

$$v(t-1) - \hat{v}(t-1) = -W_r C(A - K(I - EW_m)C)\bar{e}_i(t-1) \quad (15. a)$$

$$\lambda(t-1) - \hat{\lambda}(t-1) = -W_\lambda C(A - K(I - EW_m)C)\bar{e}_i(t-1) \quad (15. b)$$

$$\gamma(t-1) - \hat{\gamma}(t-1) = -W_\gamma C\bar{e}_i(t-1) \quad (15. c)$$

이고 정리 2에서

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e}_i(t) = 0$$

이므로 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_v(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_\lambda(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_\gamma(t) = 0$$

따라서 임의의 시스템 상태 벡터 초기치에 대해서 미지입력  $v(t)$  구동기 고장  $\lambda(t)$ , 감지기 고장  $\gamma(t)$ 를 추정할 수 있다. 증명 끝.

실제 방법 : 다음과 같이 행렬  $Q$   $M$ 을 정의하면

$$Q = I - [HF] \begin{bmatrix} W_r \\ W_i \end{bmatrix} C, \quad M = I - EW_m$$

최종 에러식 (16)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\bar{e}_i(t) = Q(A - KMC)\bar{e}_i(t-1).$$

한편 행렬  $Q(A - KMC)$ 와  $(A - KMC)Q$ 의 고유치가 같으므로  $\bar{A} = AQ$ ,  $\bar{C} = MCQ$ 로 정의할 때 행렬 쌍  $(\bar{A}, \bar{C})$ 가 가검출이면 식(13)으로 표현되는 고장 진단 관측기가 구현 가능하다. 좀 더 자세한 존재 조건에 대한 의미는 [21]의 결과의 응용으로 쉽게 얻어질 수 있다.

[10]의 관측기의 경우 시스템 모델링이 정확하여 불확실성이 전혀 없어야 하는 전제 조건과 함께 관측기의 초기값과 시스템 상태의 초기값 역시 정확하게 같다는 조건을 가지고 있어서 실제 적용하기 힘들뿐 아니라 초기 에러에 대하여 안정화될 수 있는 조건을 구하지 않아 조건 4를 위반하는 이득을 정한 경우 관측기의 안정성이 깨지며 고장이 아님에도 고장으로 판단할 경우가 생긴다. 또한 안정성은 깨지지 않는다 하여도 불확실성에 의한 에러로 실제 고장의 정확한 값을 추정할 수 없기 때문에 고장 검출을 못하거나 잘못 진단할 수 있다.

## V. 수치 예제

### 1. 수치 예제 1

식(2)로 표현되는 시스템의 각 행렬값이 다음과 같은 시스템을 대상으로 모의 실험을 수행하였다.

$$A = \begin{bmatrix} 0.95 & 1 & 0 \\ 0 & 0.9 & 1 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 1.014 & 0 \\ 0.347 & 0.5 \\ 0 & 0.45 \end{bmatrix},$$

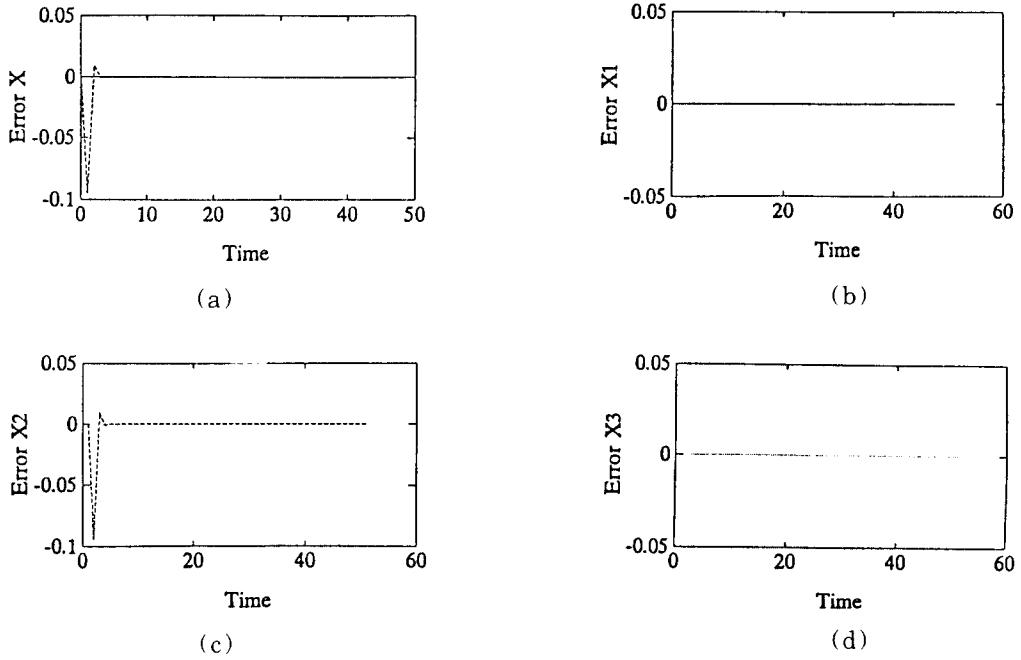


그림 2. 시스템 상태 벡터 추정 에러  
Fig. 2. State estimation error.

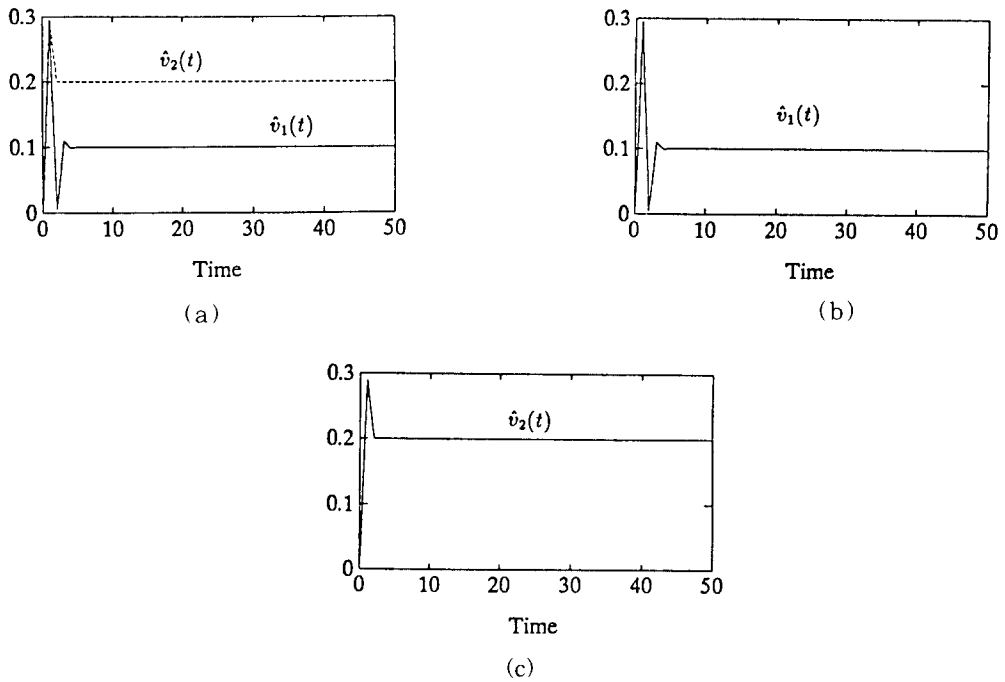


그림 3. 미지입력 추정값  
Fig. 3. Unknown input estimation value.

초기치  $x(t_0) = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$ , 미지입력  $v(t) = [0.1 \ 0.2]$  로 가정하였다.

그림 2 는 제안된 상태 관측기가 시스템 상태 벡터를 초기값에 관계없이 잘 따라감을 보여주고 있다. (a) 에서는 모든 상태 벡터의 값을 보여주고 있으며 (b)는  $x_1$ , (c)는  $x_2$ , (d)는  $x_3$ 에 대한 추정 에러이다. 그림3는 각 미지입력  $v_1(t)$ 와  $v_2(t)$ 에 대한 추정값을 보여주고 있다. 모두 초기치 영향을 극복하고 미지입력을 잘 추정함을 보여주고 있다.

2. 수치 예제 2

식(12)로 표현되는 시스템의 각 행렬값이 다음과 같은 시스템을 대상으로 모의 실험을 수행하였다.

$$A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & -0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.95 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0.598 & 0.1 & 0.012 \\ 0.010 & 0.598 & -0.012 \\ 0.012 & -0.012 & 0.51 \\ -0.011 & -0.005 & 0.31 \end{bmatrix}$$

시스템의 초기치는  $x(t_0) = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$ 이고 미지입력  $v(t) = 0.1 + 0.02 * \sin(2\pi t/100)$ 로 하였다.  $t=100$  스텝에서 구동기 고장  $\lambda(t) = -0.1$  감지기 고장  $\gamma(t) = 0.002t$  가 각각 발생하였다.

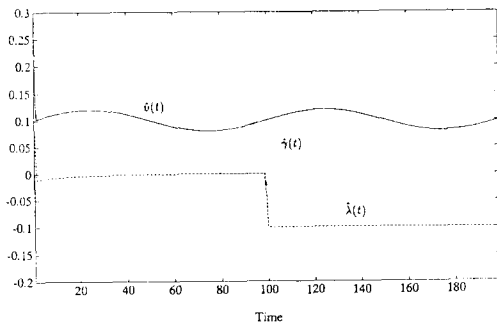


그림 4. 미지입력, 구동기 고장, 감지기 고장의 추정값

Fig. 4. Unknown input, actuator and sensor fault estimation value.

그림 4에서  $\hat{v}(t), \hat{\lambda}(t), \hat{\gamma}(t)$  를 보였다.  $\hat{v}(t)$ 와  $\hat{\lambda}(t)$ 는 실제보다 한 스텝뒤에 그 값을 추정하고 있으며  $\hat{\gamma}(t)$ 는 바로 고장을 진단하고 있다. 즉  $v(t)$ 에 무관하게 구동기 고장  $\lambda(t)$ 와 감지기 고장  $\gamma(t)$ 를 추정하고 있다.

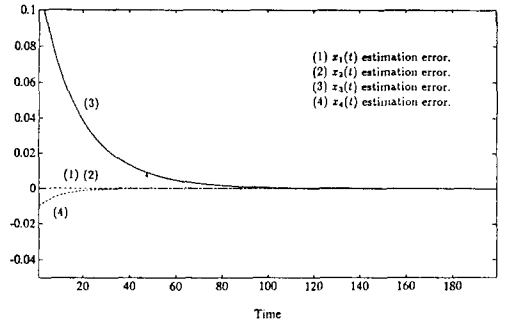


그림 5. 시스템 상태 벡터 추정 에러  
Fig. 5. State estimation error.

그림 5 에서는 새로운 고장 진단 관측기가 시스템 상태 벡터를 정확하게 따라감을 보여주고 있다. 그림에서 (1)은  $x_1(t)$ , (2)는  $x_2(t)$ , (3)은  $x_3(t)$ , (4)는  $x_4(t)$ 에 대한 추정 에러를 나타내며 모두 초기치에 영향을 극복하고 영으로 가고 있으며  $t=100$ 에서 고장이 발생하였으나 영향을 받지 않고 시스템 상태 벡터를 따라가는 것을 볼 수 있다.

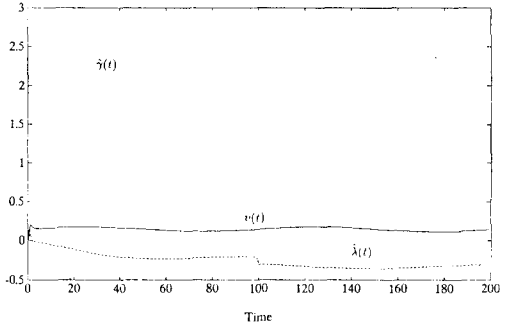


그림 6. 방법 [10]의 미지입력, 구동기 고장, 감지기 고장의 추정값

Fig. 6. In [10]. Unknown input, actuator and sensor fault estimation value.

그림 6 에서는 [10]의 관측기로 고장 진단을 한 결과이다. 여기에선 미지입력의 영향으로 초기에 구동기와 감지기의 고장 진단이 제대로 되지 않으며  $t=100$ 에서의 고장 발생에 대해서도 전혀 틀린 진단 계산값을 보이고 있다.

그림 7 에서는 [10]에 의한 시스템 상태 추정 결과를 보여주고 있다. 역시 미지입력의 영향으로 시스템 상태를 제대로 추정 못하고 에러가 존재함을 보여주고 있다.



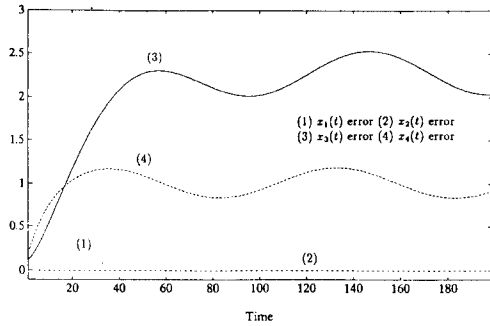


그림 7. 방법 [10] 의 시스템 상태 벡터 추정 에러  
Fig. 7. In [10], State estimation error.

### VI. 결론 및 추후과제

본 연구에서는 먼저 미지입력처럼 모델링되는 구조적 불확실성이 있는 시스템의 상태벡터를 미지입력에 무관하게 추정할 수 있는 새로운 미지입력 관측기를 제안하고 새로운 미지입력 관측기를 이용하여 구동기와 감지기의 고장을 진단할 수 있는 고장 진단 관측기를 제안하였다. 제안된 고장 진단 관측기 역시 미지입력에 무관하게 시스템 상태 벡터를 추정할 수 있다. 제안된 미지입력 관측기 및 고장 진단 관측기가 안정하기 위한 조건을 유도하였고 설계 방법을 제안하였다. 또한 수치 예제를 통하여 제안된상태 관측기와 고장 진단 관측기가 미지입력을 극복하고 정상적으로 동작함을 보였다. 따라서 본 연구에서 제안한 시스템 고장 진단 관측기를 이용하여 구조적 불확실성이 있는 시스템에 대한 고장 진단 및상태 감지 기능을 구현할 수 있으므로 신형 동적 시스템에 대한 신뢰도 증가문제를 해결할 수 있는 방안을 구현할 수 있다고 생각한다. 본 연구는 구조적 불확실성만 다루었으나 비구조적 불확실성이 추가되는 경우 그 불확실성의 영향을 최소화하는 최적화(optimal) 개념에서의 관측기 이득을 정하는 연구가 계속 필요하다.

### 參 考 文 獻

[1] P. M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - A survey and some new results." *Automatica*, vol.26, no.3, pp.459-474, Mar., 1990.  
[2] R. Isermann, "Process fault detection

based on modelling and estimation methods - A survey." *Automatica*, vol. 20, pp.387-404, Jul., 1984.  
[3] A. S. Willsky, "A survey of design methods for failure detection in dynamic systems." *Automatica* vol.12, no.6, pp.601-611, Nov., 1976.  
[4] E. Y. Chow and A. S. Willsky, "Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.* vol.29, pp. 689-691, Jul., 1984.  
[5] X. Lou, A. S. Willsky and G. C. Verghese, "Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems," *Automatica* vol.22, no.3, pp.333-344, 1986.  
[6] M. A. Massoumnia, "A geometric approach to the synthesis of failure detection filters," *IEEE Automat. Contr* vol. 31, no. 9, pp.839-846, 1986.  
[7] J. E. White and L. Speyer, "Detection filter design: spectral theory and algorithms," *IEEE Trans. Automat. Contr.* vol.32, no.7, pp.593-603, Jul., 1987.  
[8] R. J. Patton and S. W. Willcox, "Parameter-insensitive technique for aircraft sensor fault analysis," *J. Guidance* vol.10, no.4, Jul.-Aug., pp. 359-367, 1987.  
[9] N. Viswanadham and R. Srichander, "Fault detection using unknown-input observers," *Cont. Theo. and Adv. Tech.* vol.3, no.2, pp.91-101, Jun., 1987.  
[10] B. C. Moon and Z. Bien, "Failure detection, identification and accommodation based on a new accommodation filter," *Int. J. Sys. Sci.*, vol. 22, no. 6, pp. 1025-1034, 1991.  
[11] E. Y. Chow and A. S. Willsky, "Bayesian design of decision rules for failure detection," *IEEE Trans. Aero. and Elec. Sys* vol.20, no.6, pp.76-774, Nov., 1984.

- [12] A. S. Willsky and H. L. Jones. "A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems." *IEEE Trans. Automat. Contr.* Feb., pp.108-112, 1976.
- [13] R. P. Patton, P. Frank and R. Clark. "Fault diagnostics in dynamic systems": *theory and application*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1989.
- [14] M. Hou and P. C. Müller. "Design of observers for linear systems with unknown inputs." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no.6, pp. 871-875, 1992.
- [15] F. Yang and R. W. Wilde. "Observers for linear systems with unknown inputs." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.33, no.7, Jul., pp.677-681, 1988.
- [16] S. P. Bhattacharyya. "Observer design for linear systems with unknown inputs." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 23, pp. 483-484, 1978.
- [17] C. D. Johnson. "Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 16, pp. 635-644, 1971.
- [18] J. C. Chung, Y. S. Kim and Z. Bien. "A note on ship-motion prediction based on wave-excitation input estimation." *IEEE J. Oceanic Engineering*, vol. 15, pp. 244-250, 1990.
- [19] Y. Park and J. L. Stein. "Closed-loop, state and input observer for systems with unknown inputs." *Int. J. Control* vol. 48, no. 3, pp. 1121-1136, 1988.
- [20] D. Gleason and D. Andrisani II. "Observer design for discrete systems with unknown exogenous inputs." *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, no. 8, pp. 932-935, 1990.
- [21] 이재혁, 변증남. "선형 이산 시스템에 대한 미지입력 관측기의 설계," 대한전기학회 논문지, 제42권, 10호, pp. 107-111, 1993.

---

 著 者 紹 介
 

---



李在焜(正會員)

1963年 2月 12日生. 1986年 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1988年 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 박사과정.

卞增男(正會員)

1943年 10月 11日生. 1969年 서울대 공대 전자공학과 졸업. 1972年 미국 Iowa대학 전기과 및 수학과 졸업. 1975年 Iowa대학 전기과 졸업(공학박사). 1977年 ~1982年 동 객원 교수. 현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수.