論文94-31A-2-8

抵抗띠의 양 끝에서 無限大로 變하는 抵抗率을 갖는 週期格子에 의한 E-分極 反射係數

(E-Polarized Reflection Coefficient by a Tapered Resistive Strip Grating with Infinite Resistivity at Strip-Edges)

尹 義 重*, 梁 承 仁**

(Uei Joong Yoon and Seung In Yang)

要 約

저항띠의 양끝에서 무한대로 변하는 저항율을 가지는 저항띠의 격자구조에 비스듬히 입사하는 E-분극 평면파에 의한 전자파 산란문제를 파수영역에서 모멘 트 법을 이용하여 해석하였다. 이 때 유도되는 표면 전류밀도는 차수가 0인 Ultraspherical 다항식의 급수로 전개하였다. 전개계수들은 파수영역에서 수치계산하였고, 본 논문에서의 변하는 저항율을 갖는 경우와 기존의 균일 저항율을 갖는 경우에 대해 기하광학적 반사계수의 수치계산 결과를 비교하였다. 그리고 기하광학적 반사계수의 크기에서 급변점들의 위치는 입사각과 스트립 주기를 변화시킴으로써 이동시킬 수 있었다. 이러한 급변점들은 전파모드와 감쇠모드 사이에서 고차모드가 천이될 때 발생함을 알 수 있었다.

Abstract

The scattering problem by E-polarized plane wave with oblique incidence on a tapered resistive strip grating with infinite resistivity at strip-edges is analyzed by the method of moments in the spectral domain. Then the induced surface current density is expanded in a series of Ultraspherical polynomials of the zeroth order. The expansion coefficients are calculated numerically in the spectral domain, the numerical results of the geometric-optical reflection coefficient for the tapered resistivity in this paper are compared with those for the existing uniform resistivity. And the position of sharp variation points in the magnitude of the geometric-optical reflection coefficient can be moved by varying the incident angle and the strip spacing. It is found out that these sharp variation points are due to the transition of higher modes between the propagation mode and the evanescent mode.

Ⅰ. 서론

저항 경계조건(resistive boundary condition)은 얇고 손실있는 유전체에 연관된 경계문제를 쉽게하기 위해 고찰되었으며, Harrington과 Mautz에 의해 그러한 매질에 대해서는 좋은 모델임이 입증되었으며

* 正會員, 京畿專門大學 電子通信科
(Dept. of Elec. Comm. Kyungki Jr. College)
** 正會員, 崇實大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Soongsil Univ.)
接受日字 : 1993年 8月 7日

[1]. 저항매질의 예로서는 미사일 날개에 레이다 산란 단면을 줄이기 위해 사용되는 손실있는 매질로부터 눈송이나 담배연기까지 들 수 있다.

저항판을 사용한 기본 문제로서 반평면에 의한 산란으로는 균일한 저항율을 갖는 경우[2]와 저항띠의 저항율이 변하는 저항율을 갖는 경우[3,4], 단일 저항띠가 변하는 저항율을 가지는 경우[5]가 연구되었고, 주기적인 가는띠에 의한 산란으로는 완전도체가 주기적으로 배열되어 있는 경우[6,7]와 균일한 저항율을 갖는 경우[8~11] 등이 연구되었다.

본 논문에서는 3 차원 좌표계에서 한 방향으로는 전자파의 양이 변화가 없다는 가정하에서 저항띠의 경계조건을 고려한 2 차원 전자파 문제에 대해 波數영역(spectral domain)에서 모멘트 법(method of moments)을 이용하여 수치계산하였다. 그리고 변하는 저항율을 가지는 저항띠가 무한한 길이와 미소 두께를 가지는 경우에 주기적인 저항띠의 주기격자에 E-분극 평면파가 비스듬히 입사되며, 본 논문에서의 변하는 저항율은 저항띠 양 끝에서 저항율이 급격히 증가하여 무한대가 되는 경우를 취급하였다. 이 때 저항띠에 유도되는 전류밀도는 직교 다항식의 일종인 차수가 0인 Ultraspherical 다항식[12]의 급수로 전개하였으며, 몇 가지 수치계산 결과로서 저항띠에 유도되는 전류밀도 및 본 논문에서의 변하는 저항율을 가지는 경우와 균일한 저항율을 가지는 경우에 대해 n= 0인 기하광학적 반사계수를 비교하였으며, 기하광학적 반사계수의 急變點(sharp variation points)과 관련된 n≠ 0인 고차모드(higher mode)에 대해 고찰하였다. 그리고 수치계산시 입사전계의 진폭은 1로 하였으며, 시간함수는 $e^{j\omega t}$로 가정하고 앞으로 모든 식에서 생략하기로 한다.

Ⅱ. 波數領域에서의 모멘트法 適用

문제의 구조는 그림 1과 같이 무한개의 저항띠가 y 축상에 규칙적으로 배열되어 있다고 하자. 이 때 x-y 평면상에 폭 a이고, y방향에 따라 변하는 저항율 $R(y)$를 갖는 저항띠가 주기 b로 분포되어 있으며 입사각 ϕ를 갖는 E-분극 평면파가 비스듬히 입사한다. 또한 저항띠에 유도되는 전기전류는 x 방향의 성분만을 가지므로 이를 $J_x(y)$라고 하면 저항띠가 매우 얇은 경우 다음과 같은 저항 경계조건을 만족해야 한다.[4,5]

$$E_x^t = R(y)J_x(y) \tag{1}$$

식 (1)에서 윗 첨자 t가 붙은 것은 저항띠의 전체전

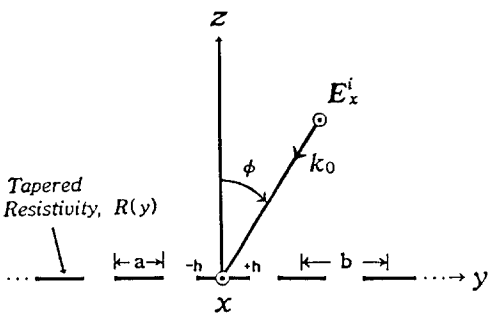

그림 1. 저항띠 주기격자에 비스듬히 입사되는 E-분극 평면파

Fig. 1. E-polarized plane wave with oblique incidence on.

계를 나타낸다. 그리고 $R(y)$는 저항띠의 변하는 저항율이며 본 논문에서는 다음과 같이 변하는 경우를 취급하였다.

$$R(y) = \frac{\eta}{\sqrt{1-(y/h)^2}} P_y(-h,h) \tag{2}$$

식 (2)에서 η는 임의의 상수이며 h는 스트립 폭의 반 즉, h=a/2이다. 또한

$$P_y(-h,h) = \begin{cases} 1, -h \le y \le h \\ 0, \text{그 외에서} \end{cases} \tag{3}$$

이다.

산란전계는 저항띠에 유도되는 전기전류와 영차 2종 Hankel 함수(second kind Hankel function of the zeroth order)와의 convolution 형태의 적분식으로 주어지며, 전류밀도 $J_x(y)$의 프리에 변환을 $\tilde{J}_x(\beta)$로 하여 산란전계의 양변을 y에 대해 프리에 변환(fourier transform)한 후 β를 Floquet mode(공간고조파의 위상정수)에 대응하는 값 $\beta_n = k_0\sin\phi + 2n\pi/b$로 취한 다음 산란전계를 프리에 역변환(Inverse Fourier Transform)한다. 그리고 입사전계는 기존의 경우와 동일하며, 저항띠에서의 전체전계에 관한 식 (1)은 입사전계와 산란전계의 합이 되므로 이를 정리하면 다음과 같다.[8~10]

$$R(y)J_x(y) + \frac{k_0^2}{2\omega\varepsilon}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\tilde{J}_x(\beta_n)}{(k_0^2-\beta_n^2)^{1/2}}e^{j\beta_n y} = E_x^i(y) \tag{4}$$

$$\begin{cases} -h+mb \le y \le h+mb, \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm\infty \\ 0, \text{그 외에서} \end{cases}$$

그리고 식 (1)에서의 전기전류 $J_x(y)$를 임의의 기저함

수 $f_p(y)$의 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$J_x(y)=\sum_{p=0}^{\infty} b_p f_p(y) \tag{5}$$

여기서 b_p는 미지의 계수이며 본 논문에서 $f_p(y)$는 다음과 같이 놓았다.

$$f_p(y)=C_p^{(0)}(y/h)\,P_y(-h,h) \tag{6}$$

식 (6)에서 $C_p^{(0)}$는 차수가 0인 Ultraspherical 다항식[12]을 의미하며, 이를 사용한 이유는 뒤에서 나오는 식 (8)이 closed form으로 구할 수 있기 때문이다. 그리고 시험함수를 기저함수와 동일한 함수로 하여 식 (4)와의 내적(inner product)[13]을 수행하면 미지의 계수를 포함한 식은 다음과 같다.

$$\sum_{p=0}^{\infty} b_p\left[Z_{ip}+\frac{bk_0^2}{2\omega\varepsilon}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{f}_p(\beta_n)\tilde{f}_p^{*}(\beta_n)\frac{1}{(k_0^2-\beta_n^2)^{1/2}}\right] = b\tilde{f}_i^{*}(\beta^{inc}),\ i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \infty \tag{7}$$

여기서 "*"표시는 공액복소(complex conjugate)를 의미하며, 각 항에 대한 적분식은 다음과 같다.

$$Z_{ip}=-\int_{-h}^{h} R(y)\,C_i^{(0)}(y/h)\,C_p^{(0)}(y/h)\,dy \tag{8}$$

$$\tilde{f}_p(\beta_n)=\frac{1}{b}\int_{-h}^{h} C_p^{(0)}(y/h)e^{-j\beta_n y}\,dy \tag{9}$$

$$\tilde{f}_i^{*}(\beta_n)=\frac{1}{b}\int_{-h}^{h} C_i^{(0)}(y/h)e^{j\beta_n y}\,dy \tag{10}$$

$$\tilde{f}_i^{*}(\beta^{inc})=\frac{1}{b}\int_{-h}^{h} C_i^{(0)}(y/h)e^{j\beta_n y}\,dy \tag{11}$$

그리고 $n\neq 0$인 고차모드의 반사계수 Γn은 식 (4)의 좌변의 2번째 항으로부터 구할 수 있으며, $n=0$인 기하광학적 반사계수 Γ는 다음과 같다.

$$\Gamma_n=-\frac{k_0^2}{2\omega\varepsilon}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{b_p\tilde{f}_p(\beta_n)}{\left(k_0^2-\beta_n^2\right)^{1/2}} \tag{12}$$

$$\Gamma=\Gamma_0 \tag{13}$$

Ⅲ. 計算結果 및 檢討

식 (7)의 미지의 계수 b_p를 구하기 위해서는 식 (8)에서부터 식 (11)까지의 적분식을 해결해야 하는데 식 (8)은 적분테이블을 이용하여 해결이 가능하나[14] 식 (9)에서 식 (11)까지의 적분식은 closed form이 없으므로 확장된 심프슨 공식(extended Simpson's rule)을 이용하여 수치적분하였다.[12] 따라서 미지의 계수 b_p를 구하면 식 (5)에 대입하여 저항띠에 유도되는 전류밀도 및 식 (12)와 식 (13)에 대입하여 반사계수를 구할 수 있으며 수치계산시 입사전계의 진폭 E_0=1로 하였다.

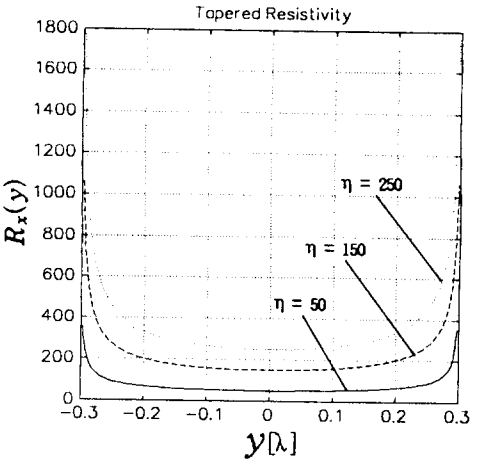

그림 2. 저항띠의 변하는 저항 (h=0.3[λ], -h≤y≤h)

Fig. 2. The tapered ersistivity of the resistive strips (h= 0.3[λ], -h≤y≤h).

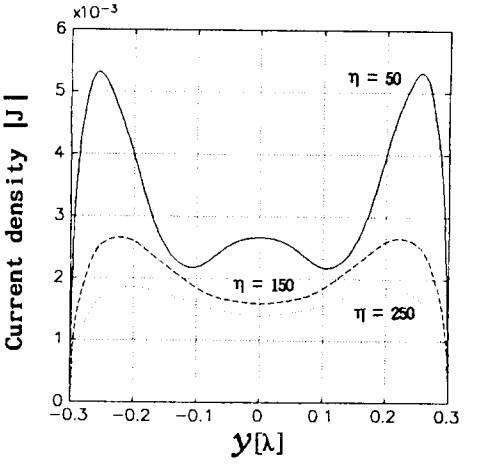

그림 3. 수직입사시 전류밀도의 크기, |J| (h=0.3[λ], a=2h, b=1.8a)

Fig. 3. The magnitude of current density, |J| for normal incidence (h=0.3[λ], a=2h, b=1.8a).

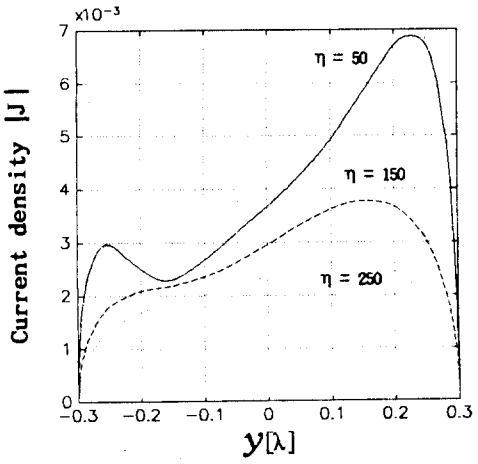

그림 4. 입사각 30도에서의 전류밀도의 크기, |J| (h=0.3[λ], a=2h, b=1.8a)

Fig. 4. The maginitude of current density, |J| for incident angle 30° (h=0.3 [λ], a=2h, b=1.8a).

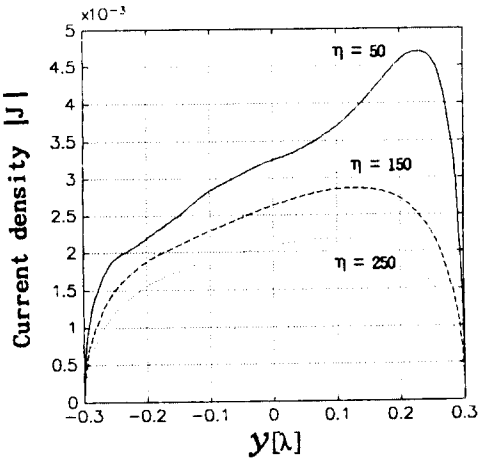

그림 5. 입사각 60도에서의 전류밀도의 크기, |J| (h=0.3[λ], a=2h, b=1.8a)

Fig. 5. The maginitude of current density, |J| for incident angle 60° (h=0.3 [λ], a=2h, b=1.8a).

변하는 저항율이 식 (2)와 같은 형태를 가질 때 상수 η=50, 150 및 250인 경우에 대해 변하는 저항율을 그림 2에 나타내었다. 그리고 특별한 경우로 η=0인 완전도체의 경우[6,7], 균일한 저항율을 갖는 저항띠의 경우[8] [11]는 이미 언급한 바 있다.

그림 3은 수직입사시 h=0.3[λ], a=2h, b=1.8a인 경우 중앙에 있는 저항띠에 유도되는 전류밀도를 계산한 결과로서 실선은 η=50, 끊어진 실선은 η=150 그리고 점선은 η=250인 경우로서 저항띠 양끝에서 저항율이 무한대의 값을 가지므로 전류밀도가 현저히 감소하였으며 또한 좌우 대칭이었다. 그림 4는 입사각이 30도, 그림 5는 입사각이 60도인 경우의 전류밀도이다.

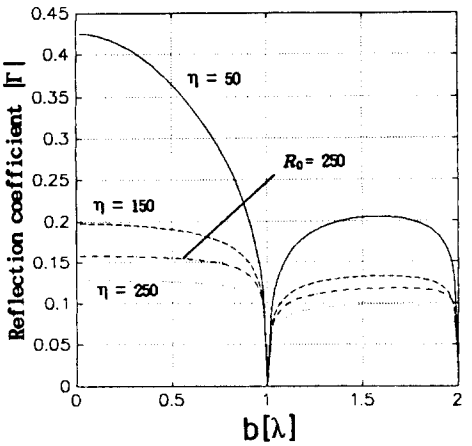

그림 6. 수직입사시 반사계수의 크기 (a/b=0.25, η=50, 150, 250 및 R_0=250 [Ω/square])

Fig. 6. The magnitude of reflection coefficient for normal incidence (a/b=0.25, η=50, 150, 250 and R_0=250 [Ω/square]).

그림 6은 수직입사시 a/b = 0.25인 경우 스트립 간격 b를 0에서 2 파장까지 증가시켰을 때의 기하광학적 반사계수의 계산 결과로서 실선은 η=50, 끊어진 실선은 η=150, 점선은 η=250 그리고 일점쇄선은 균일한 저항율 R_0=250 [Ω/square] 일 때이며, 저항띠의 가운데가 250 [Ω/square] 이고 양 끝에서 무한대가 되는 점선의 경우가 일점쇄선의 균일 저항율을 가지는 경우보다 상대적으로 저항율이 큰 경우이므로 기하광학적 반사계수가 작아짐을 알 수 있다. 그림 7은 입사각이 30도이고 a/b = 0.25인 경우의 기하광학적 반사계수와 고차모드의 반사계수를 비교하였으며 실선은 η=50, 끊어진 실선은 η=150, 점선은 η=250 그

리고 일점쇄선은 R_0=250 [Ω/square] 인 경우의 반사계수이다. 그리고 기하광학적 반사계수가 갑자기 변하는 급변점은 b = 0.67 [λ] 와 1.34 [λ] 부근에서 n=1과 -2인 고차모드가 감쇠모드(evanescent mode)에서 전파모드(propagation mode)로 전환(transition)될 때 발생하였으며, 급변점의 위치는 입사각 및 주기를 변화시키므로서 이동시킬 수 있었다. 그리고 전파모드와 감쇠모드를 명확히 구분하기 위하여 전파모드는 양수, 감쇠모드는 음수로 구분하여 표시하였다.

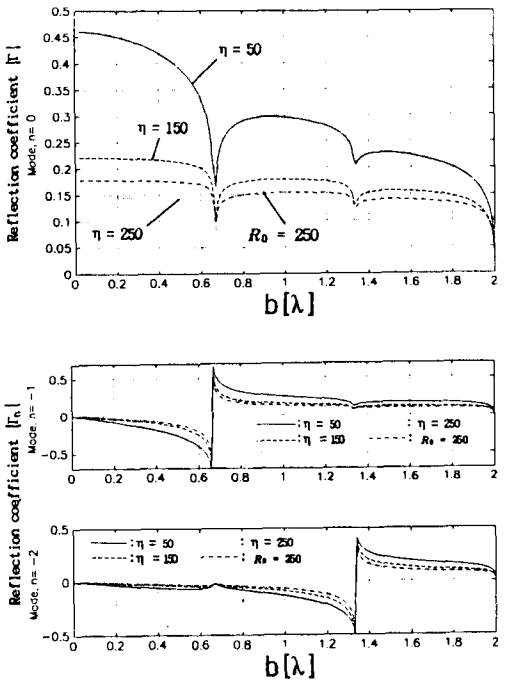

그림 7. 모드 n=0, -1 및 -2에서의 반사계수 (ϕ=30 , a/b=0.25, η=50, 150, 250 및 R_0=250 [Ω/square])

Fig. 7. The reflection coefficient for mode n=0, -1, and -2 (ϕ=30 , a/b=0.25, η=50, 150, 250 and R_0=250 [Ω/square]) (Positive : Propagation mode, Negative : evanescent mode).

그림 8은 h = 0.3 [λ] , a = 2h 및 b = 1.6 [λ] 일 때 입사각에 따른 기하광학적 반사계수로서 실선은 η= 50, 끊어진 실선은 η=150, 점선은 η=250, 그리고 일점쇄선은 균일한 저항율 R_0=250 [Ω/square] 일 때이며, 점선의 경우가 일점쇄선의 경우보다 반사계수가 작아짐을 알 수 있으며, 가장 큰 급변점은 22도 부근에서 발생하는데 이는 그림 7에서와 마찬가지로 고차모드의 반사계수가 모드 전환될 때 발생하게 된다.

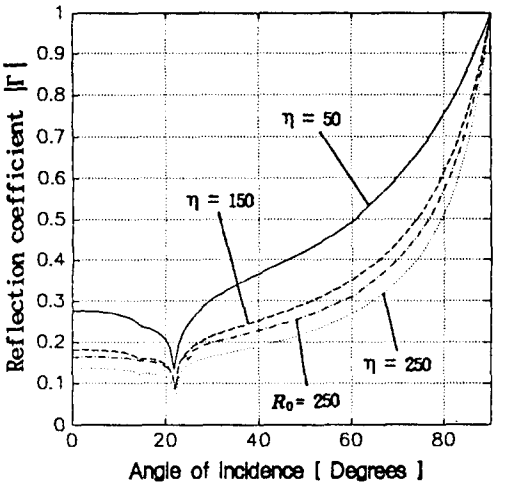

그림 8. 입사각에 따른 반사계수(h= 0.3 [λ], a=2h, b=1.6 [λ])

Fig. 8. The reflection coefficient for angles of incidence (h= 0.3 [λ] , a=2h, b=1.6 [λ]).

Ⅳ. 結 論

변하는 저항율을 갖는 저항띠의 주기격자에 대한 전자파 산란문제를 취급함에 있어 E-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 입사하는 경우 파수영역에서 모멘트 법을 이용하여 수치계산하였다. 이 때 전류밀도는 차수가 0인 Ultraspherical 다항식의 급수로 전개하였으며, 본 논문에서의 변하는 저항율은 저항띠의 양 끝에서 무한대가 되는 경우를 취급하였다. 수치계산 결과로 수직입사시 저항띠에 유도되는 전류밀도는 저항띠의 양 끝에서 현저히 감소하였으며 또한 좌우 대칭이었다. 그리고 변하는 저항율을 갖는 경우와 변하는 저항율의 최저치와 동일한 균일 저항율을 갖는 경우와 비교했을 때 변하는 경우가 균일 저항율을 갖는 경우보다 상대적으로 저항율이 큰 경우이므로 기하광학적 반사계수가 작음을 알 수 있다. 또한 기하광학적 반사계수에서의 급변점은 n≠0인 고차모드가 전파모드에서 감쇠모드로 또는 감쇠모드에서 전파모드로 전환될 때 발생하였으며, 이러한 급변점의 위치는 입사각 및 주기를 변화시키므로서 이동시킬

수 있었다.

변하는 저항율이 좌에서 우로, 우에서 좌로 완만하게 또는 급격히 증가 및 감소할 때 적용이 가능할 것으로 기대되며 다음 기회에 발표하고자 한다.

參 考 文 獻

[1] R. F. Harrington and J. R. Mautz, "An impedances sheet approximation for thin dielectric shells," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-23, pp. 513-534, 1975.

[2] T. B. A. Senior, "Half plane edge diffration," *Radio Science*, vol. 10, no. 6, pp. 645-650, 1975.

[3] T. B. A. Senior and S. I. Yang, "Scattering by a linearly tapered resistive half plane," *National Radio Science Meeting*, Boston, p. 38, 1984.

[4] T. B. A. Senior and V. V. Liepa, "Backscattering from Tapered Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-32, pp. 747-751, pp. 747-751, July 1984.

[5] R. L. Haupt and V. V. Liepa, "Synthesis of Tapered Resistive Strips." *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-35, pp. 1217-1225, Nov. 1987.

[6] J. H. Richmond, "On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, Nov. 1980.

[7] 尹義重, 梁承仁, "스트립 回折格子에 의한 E-分極散亂," 大韓電子工學會, 秋季綜合學術大會論文集, 第15券 第2集, pp. 99-102, 1992年 11月.

[8] R. C. Hall and R. Mittra, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, Sept. 1985.

[9] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of Multilayered Periodic Structure Using Generalized Scattering Matrix Theory," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. AP-36, pp. 511-517, Apr. 1988.

[10] 尹義重, 梁承仁, "抵抗板 스트립 回折格子에 의한 E-分極散亂," 大韓電子 工學會論文集, 第30券 A編 第4號, pp. 20-27, 1993年 4月.

[11] 尹義重, 梁承仁, "抵抗板 스트립 回折格子의 E-分極 反射係數," 大韓電子工學會, 春季 마이크로波 및 電波傳播研究會 學術發表會論文集, 第16券 第1集, pp. 114-117, 1993年 5月.

[12] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical functions*, Dover, New York, 1972.

[13] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillman Co., New York, 1968.

[14] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.

著 者 紹 介

尹 義 重(正會員)
1958年 7月 7日生.
1988年 3月 ~ 1991年 2月 숭실대학교 대학원 전자공학과 박사과정수료. 1990年 3月 ~ 1992年 2月 숭실대학교 전자공학과, 한국항공대학 통신정보공학과 강사. 1993年 8月 숭실대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사). 1992年 3月 ~ 현재 경기전문대학 전자통신과 전임강사. 주관심 분야는 전자파 산란의 수치해석, 안테나 및 마이크로파회로 등임.

梁 承 仁(正會員) 第 30卷 A 編 第 4號 參照
현재 숭실대학교 전자공학과 교수