

관측기를 이용한 강인한 디지털 로봇트제어

正會員 李 普 熙* 正會員 金 振 傑*

Design of a Digital Robust Control Using Observer for Manipulator

Bo-Hee Lee* Jin-Geal Kim* *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 외란이 존재하는 로봇트 시스템에 대하여, 축소차수관측기를 사용하여 강인한 디지털 제어기의 설계방법을 다루었다. 대부분의 로봇트 매니플레이터 경우는 상태변수 모두를 측정할 수 없기 때문에 측정할 수 없는 상태변수들은 추정되거나 재구성되어야 한다. 또 다른 문제점들은 미분불가능한 쿨롱마찰력과 같은 비선형 성분, 중력에 의한 외란, 그리고 구동모터와 매니플레이터 사이에 존재하는 뒤틀림 스프링 효과 등이다. 제어기의 설계는 측정가능한 상태변수와 축소차수 관측기에 의하여 추정한 상태변수들을 궤환시키고 출력 쪽에 이산적분기를 첨가하여 구성하였다. 제어기의 궤환이득은 우선 최적제어 이론에 의해 구하고, 만약 시스템 응답이 리미트싸이클을 가지면 혼성시스템에 대한 기술함수법을 적용해서 제어기의 이득을 재조정하여 리미트싸이클을 제거하였다.

ABSTRACT

This paper is concerned with the design of a robust digital controller using reduced-order observer on a robotic manipulator under the disturbance. In most cases of robotic manipulator, since all state vectors are not measurable, the unmeasurable state vectors must be estimated or reconstructed. Other problems are caused by the nonlinear element like as nondifferentiable Coulomb friction, disturbance due to the gravitational pull, and the torsional spring effect of a link between the drive motor and the manipulator arm. The controller is based on feeding back the observable variables and the estimated state variables which are generated by the observer, and augmenting the system by additional discrete integrators. The feedback gain parameters are obtained by first applying the optimal control theory and then readjusting the feedback parameters to eliminate the limit cycle by using the Describing Function for nonlinear hybrid system.

*仁荷大學校 自動化工學科
Dept. of Industrial Automation, Inha Univ.
論文番號 : 9493
接受日字 : 1994年 3月 26日

I. 서 론

자동화분야에서 로봇트가 차지하는 비중이 점차로 높아가면서 제어하는 방식도 고정도화 및 다양화 되어가고 있다. 로봇트시스템을 제어하는데 있어서의 고려할 점은 외란(disturbance)에 강인(robust)하면서 정상상태에서 오차없이 목표를 추적하는 것인데 대개의 로봇트시스템에서는 선형화 시킬 수 없는 강한 비선형 부분이 존재하기 때문에 제어에 어려움이 있다. 현재 로봇트시스템에 가장 많이 이용하고 있는 제어기는 속도 보상이 포함된 PID제어기로 이는 1) 정확한 수학적 모델링에 근거를 두고 피이드포워드(feedforward) 보상을 포함한 일종의 개방제어이어서 실제의 모델링 오차로 인한 정상상태 오차를 항상 내포하고 있으며, 2) 고감속력을 가진 기어로 인한 뒤틀림(torsional) 스프링효과때문에 최소한 4차로 모델링 하여야 하므로 두개의 변수만을 이용하는 PID 제어로는 적절하지 않고, 3) 비선형성분인 쿨롱마찰(Coulomb friction)로 인하여 발생하는 정상상태 오차를 줄이기 위하여 제어이득을 크게 하면 리미트사이클(limit cycle)이 발생하기 쉬운데, 모든 상태변수들을 궤환(feedback)시켜야 리미트사이클이 제거되므로 PID제어로는 불충분하다[1, 2, 3]. 또한 퍼지나 신경회로망을 이용한 로봇트제어기의 구현방법은 실제적인 제어기의 복잡한 알고리즘에 비해 시스템 응답에서 괄목할 만한 개선효과를 없다. 본 논문에서는 전술한 제어기법들의 단점들을 어느정도 보상할 수 있는 체계적이고 간단한 제어알고리즘을 제안하였다. 로봇트의 형태는 기구의 움직임에도 발생하는 코리올리(Coriolis) 힘 및 원심력으로 인한 기구간의 간섭이 뒤틀림 스프링 효과가 쿨롱마찰에 비해 크지 않고, 높은 기어배율을 가지는 기어식 구동로봇트 각 관절 구동부는 서로 배제(decouple)된다[1, 2]. 쿨롱마찰력은 속도가 0일 때 일어나는 불연속으로 인하여 선형화 시킬 수 없기 때문에 이에 상응하는 비선형 이산(discrete)시스템이 존재하지 않으므로 전체 시스템은 비선형 혼성(hybrid) 시스템이다. 따라서 제어기를 설계할 때, 먼저 비선형 부분을 제거한 후 이산화시킨 다음에 초기 제어이득을 구하고 나중에 재조정하였다. 궤환이득은 성능지수(performance index)를 최소화시키는 최적제어이론에 의하여 구했다. 최적제어를 구현하려면 제어시스템의 상태변수를 모두 필요로 하는데 측정가능한 상태변수는 일부뿐이므로 이를 해결하기 위해서 1) 계측장치를 부착

하여 측정하는 방법으로 로봇트와 같이 측정해야 할 상태가 많은 경우 고가의 계측장치가 부담이 되고 로봇트시스템에서의 공간적 제약으로 계측장치를 부착할 수 없는 경우도 많아 어려움이 있으며, 2) 측정된 상태 변수들의 미분을 이용할 경우 잡음에 상당히 민감하고 정확성도 떨어지며, 3) 상태변수를 추정하는 상태 관측기(observer)[4]라 불리는 추정 시스템을 쓰는 방법등을 생각할 수 있다. 본 논문에서는 축소 차수 관측기를 사용하여 상태변수를 추정하였다. 또한, 기준 입력의 추적을 위해 피이드포워드 부분을 추가할 경우에는 외란의 영향을 완벽히 제거할 수 없기 때문에 등가 외란 관측기(equivalent disturbance observer)를 구성하는 방법이 있으나[5], 본 논문에서는 출력측에 이산 적분기를 설치하여 보다 용이하게 외란을 제거하였다[6]. 만약 관측기로부터 추정된 신호들을 이용하여 제어기를 구성한 결과 리미트사이클이 발생하면 비선형 혼성 시스템에서의 기술함수법(Describing Function method)을 이용하여 제어기의 궤환이득을 재조정함으로써 강인한 추적제어장치를 설계하였다.

II. 시스템 모델링

로봇트시스템에 대한 모델링은 로봇트 팔을 강체(rigid body)로 해석하여 2차로 모델링이 되어왔다[7]. 그러나, 로봇트 팔은 기어식 구동의 경우 관절이 유연(flexible)하기 때문에 2차 모델링으로는 실제의 시스템과 차이가 있다. 본 논문에서는 유연관절의 뒤틀림 스프링 효과를 고려해서 4차로 모델링하였다. 일반적으로 유연관절을 갖는 로봇트시스템은 그림 1과 같이 표현된다. 감속기어비가 436.7로써 운동시 관절들의 결합효과가 별로 크지 않으므로 각각의 관절을 분리해서 제어할 수 있다[3, 8].

여기서 K_s 는 스프링상수이며 F 와 F_m 은 기어비를 n 으로 연결된 각각의 부하측과 모터측의 쿨롱마찰이

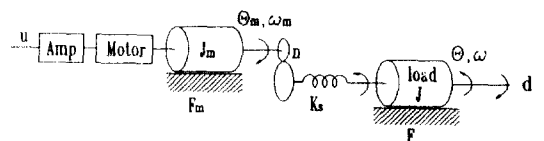


그림 1. 유연관절을 가지고 있는 로봇트 구동시스템
Fig 1. Robot drive system with flexible joint

다. 또한 J 와 J_m 은 부하관성과 모터관성을 나타내며 d 는 중력에 의한 외란이다. 그림 2는 그림 1에 대한 블록 선도를 나타낸 것으로 각 상수와 변수들은 다음과 같다.

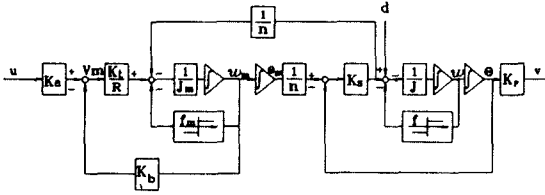


그림 2. 로봇 구동시스템의 블록선도
Fig 2. Block diagram of the robot drive system

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & K_p & 0 & 0 \\ \frac{-K_s}{K_p J} & 0 & \frac{K_s}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{J_m K_n n} & 0 & \frac{-K_s}{J_m n^2} & \frac{-K_b K_t}{R J_m} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_a K_t}{R J_m n} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{f(x_2)}{J} \\ 0 \\ \frac{f_m(x_4)}{n J_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \tag{2.2}$$

- u : 증폭기의 입력
- V_m : 모터의 입력
- d : 외란 토크
- V : 전위차계의 출력
- θ_m : 모터의 위치각도
- ω_m : 모터의 각속도
- θ : 부하의 위치각도
- ω : 부하의 각속도
- n : 감속기어비 (= 436.7)
- J : 부하 관성 (= 0.3 Kg-m²)
- K_p : 전위차계의 상수 (= 4.8 Volt/rad)
- R : 모터 권선 저항 (= 8.19 Ohm)
- K_b : 모터역기전력 상수 (= 0.0388 Volt-sec/rad)
- K_t : 모터 토크 상수 (= 0.0388 N-m/A)
- K_a : 증폭기 상수 (= 6)
- K_s : 스프링 상수 (= 200 N-m/rad)
- F_m : 모터측 쿨롱마찰 (= 0.004264 N-m)
- F : 부하측 쿨롱마찰 (= 0.207 N-m)
- J_m : 모터 관성 (= 0.000003 Kg-m²)

상태변수 x 를 다음과 같이 정의하면

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \tag{2.1}$$

$$x_1 = V, \ x_2 = \omega, \ x_3 = \theta_m/n, \ x_4 = \omega_m/n$$

로봇 시스템에 대한 상태방정식은 식(2.2)와 같다.

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x(t)$$

이때 모터의 인덕턴스(Inductance) 및 기어 백래쉬(Backlash)는 무시하였다[9]. 여기서 $x(t)$ 는 상태변수, $u(t)$ 는 제어 입력, $d(t)$ 는 외란, $f_m(\circ)$ 는 모터 쿨롱마찰, $f(\circ)$ 는 부하측 쿨롱마찰이며, $y(t)$ 는 출력이다. 식(2.2)에 앞에서 정의한 상수 값들을 대입하면 아래와 같이된다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 4.8 & 0 & 0 \\ -139.89 & 0 & 666.67 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 72.83 & 0 & -349.58 & -61.27 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 21.697 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -3.33f(x_2) \\ 0 \\ 763.3f_m(x_4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3.33 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \tag{2.3}$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x(t)$$

샘플링주파수가 100Hz인 경우, 식(2.3)에서 비선형

성분을 제거한 후 이산화 시키면 식(2.4)와 같다.

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.9667 & 0.0475 & 0.1587 & 0.0005 \\ -1.3764 & 0.9667 & 6.5591 & 0.0272 \\ 0.0030 & 0.0001 & 0.9857 & 0.0074 \\ 0.5344 & 0.0143 & -2.5654 & 0.5303 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0021 \\ 0.0009 \\ 0.1613 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} -0.0008 \\ -0.0329 \\ 0 \\ -0.0002 \end{bmatrix} d(k) \quad (2.4)$$

$$y(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x(k)$$

본 논문의 제어대상인 Rhino 로봇시스템은 공간상의 제약으로 인하여 모터측에는 계측장치를 부착하기가 곤란하여 부하 측에만 위치를 측정할 수 있는 전위차계를 설치하였으므로 상태변수 x_1 만 측정 가능하고 x_2, x_3, x_4 는 측정할 수 없다. 따라서 x_2, x_3, x_4 는 제어기 설계에 이용가능 하도록 추정되어야 한다.

III. 제어기 설계

3.1 시스템 확장

제어기를 설계하기 위한 최종목적은 추적제어로서 본 논문에서 고려하는 기준입력 $r(t)$ 는 계단(step)이나 경사(ramp)입력으로 주어진다고 하자. 즉 $r(t) = at + b$ 이다. 외란에 관계없이 기준입력의 추적을 위해서 (기준 입력 차수+1)개 즉, 두개의 이산 적분기를 출력측에 추가시키고 이들을 케환시킨다. 다음과 같은 새로운 상태변수 x_5 와 x_6 를 정의하자.

$$\begin{aligned} x_5(k+1) &= x_5(k) + 0.01x_6(k) \\ x_6(k+1) &= x_6(k) + 0.01[x_1(k) - r(k)] \end{aligned} \quad (3.1)$$

식(3.1)에서 정의한 x_5 와 x_6 를 추구한 확장된 전체시스템의 상태방정식은 식(3.2)와 같이된다. 단, 비선형 부분은 제외하였다.

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.9667 & 0.0475 & 0.1587 & 0.0005 & 0 & 0 \\ -1.3764 & 0.9667 & 6.5591 & 0.0272 & 0 & 0 \\ 0.0030 & 0.0001 & 0.9857 & 0.0074 & 0 & 0 \\ 0.5344 & 0.0143 & -2.5654 & 0.5303 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.01 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot x_a(k) \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0021 \\ 0.0009 \\ 0.1613 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_a(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.01 \end{bmatrix} \cdot r(k) \\ &+ \begin{bmatrix} -0.0008 \\ -0.0329 \\ 0 \\ -0.0002 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d(k) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$y(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] x_a(k)$$

여기서 $x_a(k)$ 는 $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$ 이고 $u_a(k)$ 는 제어 입력, $r(k)$ 는 기준입력을 나타내며, $d(k)$ 는 외란을 나타낸다. 결국 식(2.4)의 상태방정식이 식(3.2)와 같이 확장되어 그림 3과 같이 나타낼 수 있다. 시스템(3.2)는 $r(k) = d(k) = 0$ 일 때 제어 가능하다.

3.2 관측기 구성

관측기를 구성하려면 먼저 시스템이 관측 가능한가를 검토해야 하는데 식(2.4)에서 $d(k) = 0$ 일 때 즉, 시스템(3.3)은 관측 가능하므로

$$\begin{aligned} x_a(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.9667 & 0.0475 & 0.1587 & 0.0005 \\ -1.3764 & 0.9667 & 6.5591 & 0.0272 \\ 0.0030 & 0.0001 & 0.9857 & 0.0074 \\ 0.5344 & 0.0143 & -2.5654 & 0.5303 \end{bmatrix} \cdot x(k) \\ &+ \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0021 \\ 0.0009 \\ 0.1613 \end{bmatrix} u(k) \end{aligned} \quad (3.3)$$

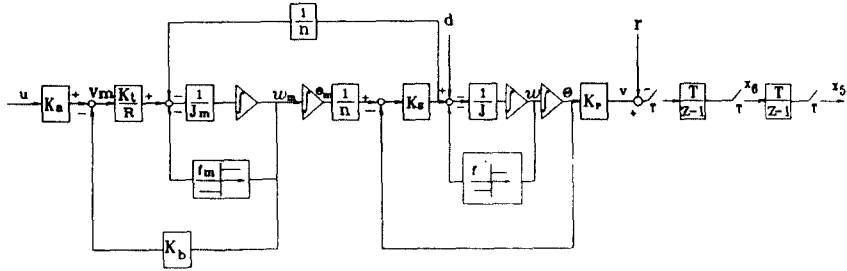


그림 3. 확장 시스템의 블록선도
Fig 3. Block diagram of augmented system

$$y(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x(k)$$

축소차수 관측기를 구성하기 위하여 시스템의 상태변수를 측정가능한 상태변수 x_m 과 측정할 수 없는 상태변수 x_u 로 다음과 같이 분할한다.

$$\begin{bmatrix} x_m(k+1) \\ x_u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ x_u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \cdot u(k)$$

$$y(k) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_m(k) \\ x_u(k) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

따라서 x_m 은 x_1 , x_u 는 $(x_2 \ x_3 \ x_4)^T$ 로써 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_u(k+1) &= A_{22}x_u(k) + \{A_{21}x_m(k) + B_2u(k)\} \\ x_m(k+1) &= y(k+1) = A_{11}y(k) + A_{12}x_u(k) + B_1u(k) \end{aligned} \quad (3.5)$$

식(3.5)의 첫번째 식에서 측정 가능한 항과 불가능한 항을 정리하면 축소차수 관측기는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_u(k+1) &= A_{22}\hat{x}_u(k) + A_{21}y(k) + B_2u(k) \\ &+ L(y(k+1) - A_{11}y(k) - B_1u - A_{12}\hat{x}_u(k)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

여기서 $L = (\alpha \ \beta \ \gamma)^T$ 는 관측기의 이득행렬이다. 식(3.6)을 재정리하면 식(3.7)과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_u(k+1) &= (A_{22} - LA_{22})\hat{x}_u(k) + (A_{21} - LA_{11})y(k) \\ &+ (B_2 - LB_1)u(k) + Ly(k+1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

만약 상태벡터 ω 를 다음과 같이 정의하면

$$\omega(k+1) \equiv \hat{x}_u(k+1) - Ly(k+1) \quad (3.8)$$

관측기는 아래와 같이 표현되므로

$$\begin{aligned} \omega(k+1) &= (A_{22} - LA_{12})\hat{x}_u(k) + (A_{21} - LA_{11})y(k) \\ &+ (B_2 - LB_1)u(k) \end{aligned} \quad (3.9)$$

추정된 상태변수들은 식(3.10)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_2(k+1) &= \omega_2(k+1) + \alpha x_1(k+1) \\ \hat{x}_3(k+1) &= \omega_3(k+1) + \beta x_1(k+1) \\ \hat{x}_4(k+1) &= \omega_4(k+1) + \gamma x_1(k+1) \\ \omega_2(k+1) &= (0.9667 - 0.0475 \alpha) \hat{x}_2(k) \\ &+ (6.5591 - 0.1587 \alpha) \hat{x}_3(k) + (0.0272 - 0.0005 \alpha) \hat{x}_4(k) \\ &+ (-1.3764 - 0.9667 \alpha)x_1(k) + 0.0021 u(k) \\ \omega_3(k+1) &= (0.0001 - 0.0475 \beta) \hat{x}_2(k) \\ &+ (0.9857 - 0.1587 \beta) \hat{x}_3(k) + (0.0074 - 0.0005 \beta) \hat{x}_4(k) \\ &+ (0.0030 - 0.9667 \beta)x_1(k) + 0.0009 u(k) \\ \omega_4(k+1) &= (0.0143 - 0.0475 \gamma) \hat{x}_2(k) \\ &+ (-2.5654 - 0.1587 \gamma) \hat{x}_3(k) + (0.5303 - 0.0005 \gamma) \hat{x}_4(k) \\ &+ (0.5344 - 0.9667 \gamma)x_1(k) + 0.1613 u(k) \end{aligned} \quad (3.10)$$

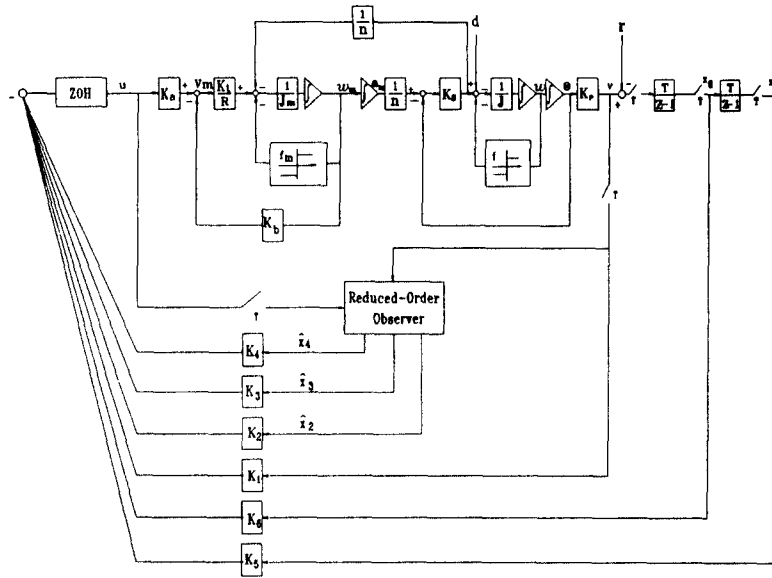


그림 4. 전체 로봇제어 시스템
Fig. 4. Overall robot control system

3.3 디지털 제어기 설계

비선형 부분을 제거한 선형 시스템의 폐환제어기 $u_a(k) = -Kx_a(k)$ 를 설계하기 위하여 최적제어 이론을 이용하였으며 확장된 전체시스템 블록선도는 그림 4와 같다. 여기서 ZOH는 전달함수 $(1 - e^{-sT})/s$ 를 갖는 영차 유지기(zero-order hold)이다.

제어이득을 구하기 위해서 먼저 성능지수 J를 다음과 같이 정의하자.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} [x_a(k)^T Q x_a(k) + u_a(k)^T R u_a(k)] \quad (3.11)$$

이때 폐환이득행렬 K는 Riccati 대수 방정식을 풀어서 구할 수 있다. 가중행렬 Q는 x_5 와 x_6 이 오차에 관한 변수이므로 대각선 성분 q_{55} 와 q_{66} 는 동시에 0이 되어서는 안되며 Q와 R을 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \text{diag}[1000 \ 0 \ 0 \ 10000 \ 100] \quad R = 1 \quad (3.12)$$

성능지수 J를 최소화 시키는 폐환이득 K는 다음과 같다.

$$K = [-3.964 \ 1.514 \ 82.01 \ 1.127 \ 87.759 \ 50.377] \quad (3.13)$$

측정할 수 없는 상태변수 $x_u(k)$ 와 추정된 상태변수 $\hat{x}_u(k)$ 의 차이를 $\tilde{x}_u(k)$ 라 하면 식(3.7)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{x}_u(k+1) = (A_{22} - LA_{12})\tilde{x}_u(k) \quad (3.14)$$

이때, 식(3.14)의 특성 방정식은 아래와 같다.

$$\det[zI - (A_{22} - LA_{12})] = 0 \quad (3.15)$$

일반적으로 관측기의 극점은 제어기의 극점보다 대단히 빠르게 선정하여 관측기의 정상상태 오차가 빨리 감소하게 하는 방향으로 설계함으로써 전체 시스템 응답은 제어기의 우세극점에 받게 한다. 그러나 너무 빠르게 선정하면 그만큼 큰 제어량이 요구되며 잡음신호가 증폭될 수 있기 때문에 적절한 극점을 선정하여야 한다[10]. 본 논문에서는 이러한 사항을 고려하여 페루프 폐환시스템의 가장 안정한 극점을 한 개 선정하고 그보다 약간 큰 임의의 두개의 값을 선정하여 설계하였다. 식(3.13)의 폐환이득 K에 대하여 페루프 시스템에 대한 고유값을 구하면 다음과 같다.

$$\lambda = 0.571, 0.871, 0.898 \pm j 0.270, 0.977 \pm j 0.215 \quad (3.16)$$

고유값들 중에서 우세극점 0.571을 택하여 s 평면으로 옮긴후에 이 극점보다 다섯배 왼쪽으로 이동시키고, 이를 다시 z 평면상으로 옮겨서 0.003을 구했으며 나머지 두개의 극점 0.01과 0.1은 적절하게 선정하였다. 특성방정식은 다음과 같다.

$$(z-0.003)(z-0.01)(z-0.1) = 0 \quad (3.17)$$

따라서 관측기의 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha = 33.4283, \beta = 4.22124, \gamma = 69.8899 \quad (3.18)$$

위에서 구한 궤환이득 K와 관측기의 이득 α, β, γ 를 이용하여 크기가 0.1인 계단함수의 모의실험을 하였을때 그림 5와 같이 리미트사이클이 발생하였다. 따라서 제어기의 궤환이득을 재조정 하여야 할 필요가 있다.

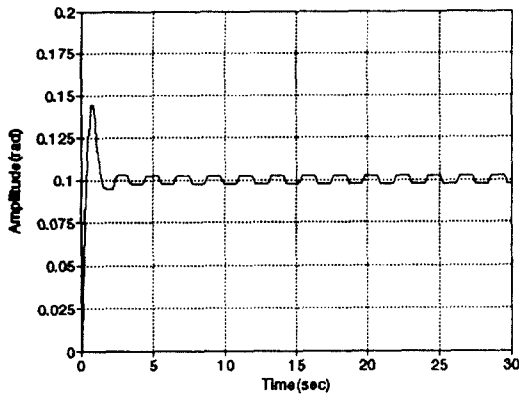


그림 5. 로봇시스템의 계단응답
Fig 5. Step response of robot system

IV. 궤환 이득 조정

Goldfand와 Kochebberger[11]에 의해 소개된 기술함수법은 연속시스템에 대한 것으로 본 논문에서는 기존의 기술함수 해석법을 확장하여 비선형 혼성시스템에서의 기술함수법을 적용한다[6]. 그림 6은 일반적인 비선형 혼성시스템을 나타낸 것으로 $L_1(s)$ 와 $L_2(s)$ 는 선형 요소를 나타내며 N은 비선형 요소, $D(z)$ 는 이산화된 선형 요소의 전달함수를 나타낸다.

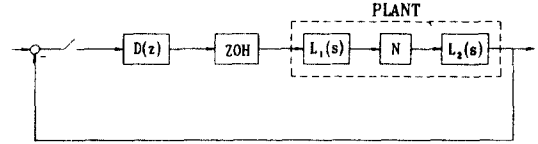


그림 6. 일반적인 비선형 혼성시스템
Fig 6. General nonlinear hybrid system

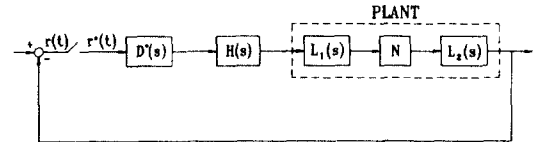


그림 7. 그림 6의 등가시스템
Fig 7. System equivalent to that of Fig.6

그림 7은 임펄스 샘플러를 이용한 수학적으로 등가인 시스템을 나타낸 것으로 샘플링정리를 이용하여 출력 $R^*(s)$ 를 구하면 식(4.1)과 같다. 그림에서 $H(s)$ 는 영차유지기의 전달함수이며 $D^*(s) = [D(z)]_{z=e^{sT}}$ 이다.

$$R^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R(s + jn\omega_s) \quad (4.1)$$

여기서 $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ 는 샘플링 주파수이다. 식(4.1)에서 고주파 성분을 무시할 경우 식(4.2)와 같이 근사화시킬 수 있다.

$$R^*(s) \approx \frac{1}{T} R(s) \quad (4.2)$$

즉, 샘플링 작용은 전달함수 $1/T$ 로 대체되므로 선형 부분 전달함수 $L(s)$ 를 구하면 식(4.3)과 같다.

$$L(s) = \frac{1}{T} L_1(s) L_2(s) D^*(s) H(s) \quad (4.3)$$

비선형 요소 N의 기술함수를 $N_d(M, \omega)$ 라 할 때 전체 비선형 혼성시스템에서 나타나는 리미트사이클은 다음의 식을 만족해야 한다.

$$L(j\omega) = -\frac{1}{N_d(M, \omega)} \quad (4.4)$$

리미트사이클을 제거하기 위해서는 케환이득 K 값을 조정하여 $L(j\omega)$ 와 $-1/N_{df}(M, \omega)$ 의 두 궤적 교차점을 이동시킨다. 교차점은 입력 신호의 진폭 M 과 주파수 ω 에 따라 변화하므로 $L(j\omega)$ 의 궤적과 $-1/N_{df}(M, \omega)$ 의 궤적을 그리면 두 궤적의 교차점 변화에 따라 리미트사이클의 크기와 주파수가 달라진다. 따라서 식(4.4)를 만족하지 않고, 즉 두 궤적이 교차하지 않는 제어기의 케환이득 K 를 구함으로써 리미트 사이클을 제거하거나 혹은 최소의 크기로 줄일 수 있다.

로봇시스템에서의 비선형 성분인 쿨롱 마찰력의 기술향수 N_{df} 는 식(4.5)와 같다[9].

$$N_{df}(M) = \sqrt{a^2 + b^2} e^{j \tan^{-1}(b/a)} \quad (4.5)$$

여기서, 상수 a, b 는 데드존이 없으면 식(4.6)으로 되고,

$$a = M(1 - 2 \frac{F_c^2}{M}) \quad (4.6)$$

$$b = 2F_c \sqrt{(\frac{2}{\pi})^2 - (\frac{F_c}{M})^2}$$

데드존이 있는 경우는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{M}{\pi} [\pi - (\omega t_1 - \omega t_2) - \sin \omega t_1 (\cos \omega t_1 + \cos \omega t_2) \\ &\quad - \cos \omega t_2 (\sin \omega t_1 + \sin \omega t_2)] \\ b &= \frac{M}{\pi} (\sin \omega t_1 + \sin \omega t_2)^2 \\ \omega t_1 &= \sin^{-1}(\frac{F_c}{M}) \\ \omega t_2 \sin \omega t_1 &= \cos \omega t_2 + \cos \omega t_1 - (\pi - \omega t_1) \sin \omega t_1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

식(4.6)과 (4.7)에서 F_c 는 쿨롱마찰력의 크기이다. 로봇시스템에서 선형부분의 전달함수 $L(s)$ 를 구하

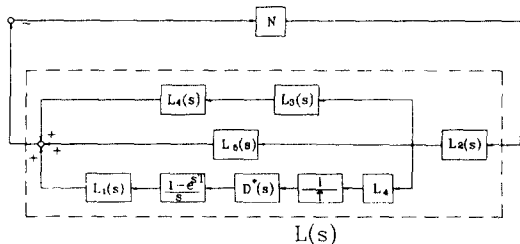


그림 8. 간략화된 블럭선도
Fig 8. Simplified block diagram

기 위해 우선 그림 8과 같이 전체시스템을 재정렬하여 간략화시킨다.

그림 8의 각 부분의 전달함수는 다음과 같다.

$$L_1(s) = K_a$$

$$L_2(s) = \frac{K_t}{R J_m s}$$

$$L_3(s) = \frac{K_s K_p}{J s^3 + K_v s}$$

$$L_4(s) = \frac{R J s^2}{K_t K_p n}$$

$$L_5(s) = K_b n$$

$$D(z) = E(z) + k_1 + k_5 \frac{T^2}{(z-1)^2} + k_6 \frac{T}{z-1} \quad (4.8)$$

여기서 $E(z)$ 는 출력 y 에 대한 제어 입력 u 의 관측기 전달함수로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(z) &= [k_1 \ k_3 \ k_4] (zI - A)^{-1} \\ &\quad (A, L + A_{21} - LA_{11} + B_2 k_1 - LB_1 k_1) \end{aligned} \quad (4.9)$$

단, $A_r = A_{22} - LA_{12} + B_2 [k_2 \ k_3 \ k_4] - LB_1 [k_2 \ k_3 \ k_4]$ 이며 선형부분의 전체 전달함수 $L(j\omega)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} L(j\omega) &= L_2(j\omega)L_5(j\omega) + L_2(j\omega)L_3(j\omega)L_4(j\omega) \\ &\quad + \frac{1}{T} \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} L_1(j\omega)L_2(j\omega)L_3(j\omega)D^*(j\omega) \\ &= \frac{61.3}{\omega^2(\omega^2 - 666.7)} [-5.7\omega^2 + \frac{1133}{\omega T} (-k_1 \sin \omega T - E(j\omega) \sin \omega T) \\ &\quad + k_5 \frac{T^2}{2(1 - \cos \omega T)} (\sin \omega T - \sin 2\omega T) - k_6 T \sin \omega T] \\ &\quad + j \frac{61.3}{\omega^2(\omega^2 - 666.7)} [-\omega^3 + 666.7\omega + \frac{1133}{\omega T} \\ &\quad (k_1(\cos \omega T - 1) + E(j\omega)(\cos \omega T - 1)) \\ &\quad + k_5 \frac{T^2}{2(1 - \cos \omega T)} (\cos \omega T - \cos 2\omega T) - k_6 T \cos \omega T] \end{aligned} \quad (4.10)$$

리미트사이클을 제거하려면 게환이득 K 의 값의 변화에 따른 궤적 변화의 추이를 조사하여 복소평면에서 비선형부분과 선형부분이 만나는 점을 가능한 멀리 하여야 한다. 그림 9-11은 각각의 게환이득 k_1 , k_5 , k_6 만이 변화하고 나머지는 초기의 이득 그대로 일 때 $L(j\omega)$ 의 궤적들을 보여주고 있다.

이들 그림으로부터 k_1 과 k_6 를 크게 k_5 를 작게 하면 두 궤적이 만나는 점이 위로 움직임을 알 수 있으며, 이같은 추이를 용이하여 재조정된 게환이득 K' 값을 선택하였다.

$$K' = [-2.6 \ 1.514 \ 82.01 \ 1.127 \ 38.0 \ 57.0] \quad (4.11)$$

그림 12의 $L^2(j\omega)$ 는 새로 조정된 K' 의 경우의 선형부분의 궤적으로 비선형 부분과 만나는 점이 위로 이동하였음을 보여준다. 여기서 $L^1(j\omega)$ 는 조정되지 않은 게환이득 K 의 전체 선형부분 궤적이다.

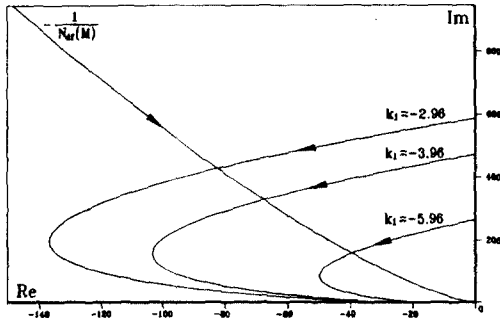


그림 9. k_1 에 따른 $L(j\omega)$ 의 궤적
Fig 9. Loci of $L(j\omega)$ for various k_1

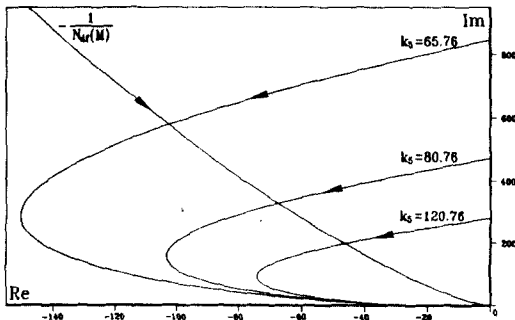


그림 10. k_5 에 따른 $L(j\omega)$ 의 궤적
Fig 10. Loci of $L(j\omega)$ for various k_5

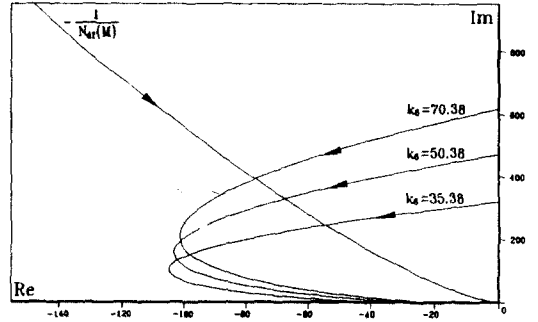


그림 11. k_6 에 따른 $L(j\omega)$ 의 궤적
Fig 11. Loci of $L(j\omega)$ for various k_6

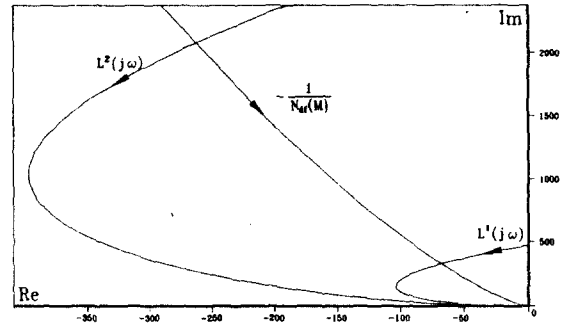


그림 12. $L^1(j\omega)$, $L^2(j\omega)$ 와 $\frac{1}{N_M(M)}$ 의 궤적
Fig 12. Loci of $L^1(j\omega)$, $L^2(j\omega)$ and $\frac{1}{N_M(M)}$

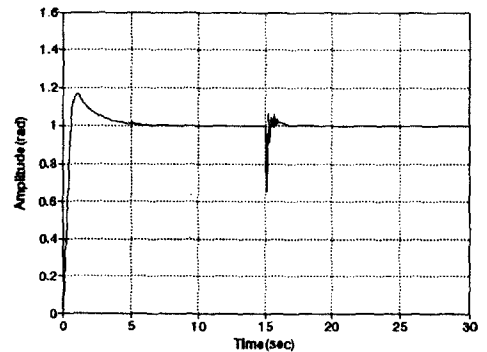


그림 13. 외란($t \geq 15$, $d(t) = 10$)이 있을 때의 계단응답
Fig 13. Step response under the disturbance $d(t) = 10$ for $t \geq 15$

이때 새로이 재조정된 제어기에 의해서 다양한 형태의 기준입력에 대한 시스템응답들이 그림13-14에 나타나 있으며 외란이 인가되었어도 정상상태 오차가 없는 강인한 응답임을 잘 보여주고 있다.

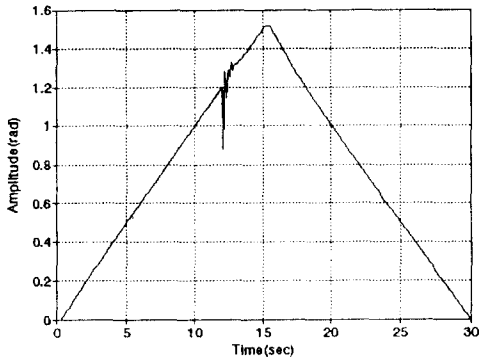


그림 14. 외란($t \geq 12, d(t) = 10$)이 있을 때의 기울기 0.1을 가진 경사응답

Fig 14. Ramp response with slope 0.1 under the disturbance $d(t) = 10$ for $t \geq 12$

V. 결 론

로봇시스템을 제어하는데 최적 제어 이론을 적용하여 외란에 강인한 디지털 추적제어기를 설계하였으며, 모든 상태변수의 값들을 감지기로부터 측정할 수 없기 때문에 한개의 상태변수 위치만 측정 가능하다고 할 경우, 측정 불가능한 상태변수들을 축소 차수 관측기를 이용하여 추정하여 측정된 값과 함께 궤환시켜 제어하였다. 따라서 기존의 PID제어기법이 가지는 시스템 응답의 불충분함을 해결하고 퍼지나 신경회로망에 의한 복잡한 제어알고리즘 없이도 체계적으로 용이한 제어기의 구현이 가능하였다. 관측기를 설계할 때는 비선형 부분(쿨롱마찰)을 제거한 시스템을 기준으로 설계하였다. 유연관절을 갖고 있는 로봇시스템에 외란이 발생했을 때, 또는 모델링 오차가 발생 하였을 때에도 주어진 계단이나 경사의 기준입력을 정상상태 오차없이 잘 추적할 수 있는 제어기의 설계를 위해 원래의 비선형 로봇시스템에 두개의 적분기를 출력측에 첨가하여 외란의 영향을 제거하였고, 또한 비선형 요소인 쿨롱마찰로 인하여 로봇시스템의 응답에 리미트싸이클이 발생할 경우

기술함수법을 이용하여 리미트싸이클의 크기와 주기를 분석하고 다시 궤환이득을 재조정함으로써 제거하였다. 근본적으로 로봇시스템은 비선형 요소가 포함되어 있으므로 관측기의 설계시 비선형으로 모델링하여 궤환이득의 재조정 하는 과정을 거치지 않고 강인한 제어를 할 수 있는 제어기에 관한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. Sweet,L.M. and Good,M.C., "Re-definition of the Robot Motion Control Problem : Effects of Plant Dynamics, Drive System Constraints, and User Requirements," Proc. 23rd IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 724-731, Las Vegas, NV, Dec. 1984.
2. M.C.Good, L.M.Sweet, and K.L.Strobel, "Dynamics Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems," J. of Dyn. Sys. Meas. Control, Vol. 107, pp. 53-59 1985.
3. M.Vidyasagar, "System Theory and Robotics," IEEE Control Systems, vol.7 No.2, pp 16-18, 1987.
4. D.G.Luenberger, "An Introduction to Observer," IEEE Trans. Auto. Contr, vol. AC-16, No.6, 1971.
5. Y.Dote, "Digital Signal Processor-based Variable Structure Control with Observer for Robot Manipulator," Proc. of the IECON '87(Cambridge, MA, U.S.A), Nov.1987.
6. J-G.Kim, "Design of a Digital Tracking Controller For Non-linear Sampled-Data Systems," Ph.D.Thesis, Electrical and Computer Engineering, University of Iowa, 1988.
7. H.Asada and J.J.E.Slotine, Robot Analysis and Control, John Wiley & Sons, New York, 1986.
8. J.Y.S.Luh, "Conventional Controller Design for Industrial Robots-A Tutorial," IEEE Trans. System, Man and Cybernetics, 1983.
9. S.M.Shinner, Modern Control System Theory and Application, Addison Wesley, 1984.

10. G.F.Franklin and J.D.Powell, Feedback Control of Dynamic Addison Wesley, 1988.
11. A.Gelb and W.E.Vander Velde, Multiple Input Describing Function and Nonlinear System Design, McGraw-Hill, New York, 1968.



李 普 熙(Bo-Hee Lee) 正會員
1963년 4월 20일생
1985년 2월~1987년 12월:三星半
導體 通信研究所
1987년 12월~1990년 7월:雙龍컴
퓨터시스템 研究所
1992년 7월:仁荷大學校 自動化工
學科 卒業(工學碩士)

1993년 2월~現在:仁荷大學校 自動化工學科 博士課程
※주관심분야: Robot Control, Walking Robot



金 振 傑(Jin-Geol Kim) 正會員
1955年 7月 4日生
1978년 2월: 서울大學校 電氣工學
科(工學士)
1984년 8월:美國 IOWA대 電氣및
컴퓨터工學科(工學碩
士)
1986년 2월:美國 IOWA대 數學科
(理學碩士)

1988년 5월:美國 IOWA대 電氣및 컴퓨터工學科(工學博士)
1988년 8월~現在:仁荷大學校 自動化工學科 教授