論文 94-19-8-1

PN부호의 동기추적을 위한 비코히어 런트 TDL에서 최적의 BPF 대역폭

正會員 宋 文 圭* 正會員 崔 興 澤** 正會員 車 均 鉉***

Optimum BPF Bandwidth of Noncoherent Tau-Dither Loops for PN Code Tracking

Moon Kyou Song* Heung Taek Choi** Kyun Hyon Tchah*** *Regular Members*

要 約

본 논문에서는 비코히어런트 방식의 시간분할 조만 동기추적루프에 속하는 타우진동루프의 최적 설계를 위한 대역통과필터의 대역폭에 대하여 고찰하였다. NRZ 데이터의 경우 이상적 대역통과 필터를 채용한 비코히어런트 TDL의 제곱손실 및 최소의 동기추적지터를 구하였다. 또한 이를 이용하여 최적의 3 dB 대역통과필터 대역폭을 주어진 데이터율과 데이터 신호대잡음비에 대해 계산하였다. 결과로서 이상적 대역통과 필터의 경우 최적의 대역폭은 주어진 신호대잡음비에 따라 데이터율의 약 1-2배의 범위 내에 존재함을 알 수 있었다.

ABSTRACT

The optimum design and performance of noncoherent TDL considering the effect of distortions due to the IF bandpasss filters are described. NRZ data and ideal filter is presumed in the simulation. The optimum filter bandwidth is calculated in the sense of minimizing the loop's squaring loss, which is equivalent to minimizing the loop's tracking jitter for a given data rate and data signal-to-noise ratio. As a result, the optimum filter bandwidth depends on the signal-to-noise ratio, and is obtained in the range of about 1-2 times of the data rate.

*圓光大學校 制御計測工學科
Dept. of Control & Instrumentation Eng., Wonkwang Univ.
**韓國電子通信研究所 無線技術研究室
ETRI
***高麗大學校 電子工學科
Dept. of Electronic Eng., Korea Univ.

論文番號 : 93142
接受日字 : 1993年 8月 6日

I. 서 론

대역확산 통신 시스템에서는 필연적으로 송수신기 간의 확산 부호의 동기가 요구된다. 전송된 확산 부호와 수신기의 국부 확산 부호 간의 동기가 한 칩 이

상 맞지 않는다면, 데이터를 신뢰성 있게 검파하기 위하여 요구되는 신호 에너지의 전달이 불가능할 것이기 때문이다. 확산부호의 동기 획득(acquisition) 및 유지는 전적으로 수신기의 역할로 부여되는 것이 일반적이며, 확산 부호의 동기는 보통 초기동기 및 동기추적의 두 단계를 거쳐 수행된다. 초기동기 과정에서는 유용한 사전정보를 이용하여 부호의 초기 위상을 검정하여 통상적으로 한 칩이내의 동기를 성취하게 된다. 초기동기가 성공하면 폐루프 동작으로 보다 정밀한 동기추적(tracking) 과정이 시작되며, 이를 통해 연속적인 최적의 확산부호 동기가 이루어진다[1,2].

대역확산 시스템의 동기추적 루프는 여러가지 기준으로 분류할 수 있다. 우선 수신 방송파의 위상정보의 이용 여부에 따라 코히어런트 및 비코히어런트 루프로 분류할 수 있다. 또한 대부분의 동기추적루프는 그 위상 동기루프가 수신 신호와 국부 발생 확산부호의 조만(early-late) 위상간의 상관을 이용하는 조만 동기추적 루프에 속하는데, 이에는 두개의 독립적인 상관기로 구성되는 전시간(full time) 조만 동기추적루프[3,4]와 단일 상관기를 공유하는 시분할(time-sharing) 타우진동(τ dither) 조만 동기추적루프가 있다.

코히어런트 방식의 기저대역 동기추적루프는 실제적인 대역확산 통신 시스템에의 적용에 어려운 점이 있다. 우선 확산 부호의 동기추적에 앞서 반송파의 동기가 이루어져서 수신 신호의 복조가 선행되어야 하는데, 대역확산 시스템은 전형적으로 전송대역에서의 신호대 잡음비가 매우 낮은 상태에서 동작하므로, 코히어런트한 반송파의 발생 및 복조의 수행이란 보통 어려운 일이다. 더우기 통상적인 통신시스템은 송수신기 간에 임의의 정보전달을 목적으로 하며 이러한 정보 데이터 변조는 기저대역 루프의 적용을 더욱 어렵게 하는 부가적인 요소로 작용하게 된다. 이러한 난점으로 인해 비코히어런트 방식의 전시간 조만 동기추적루프 혹은 지연고정루프(dealy locked loop)가 널리 사용되고 있으며, 효율적인 동기추적의 수단을 제공한다.

하지만 이러한 DLL에도 두가지 문제점이 있다. 그 첫번째 문제점은 조만 IF 채널 간의 전폭특성이 정확하게 평형이 이루어져야 한다는 점이다. 만일 두 채널 간에 이득의 불균형이나 기타의 불일치가 존재하면 위상 판별기의 특성에 오프셋(offset)이 존재하므로 추적오차가 0일 때 오프셋 전압을 가하게 되는 것이기 때문이다. 전시간 루프의 경우 또다른 문제점은 다소 고가의 부품이 이중으로 소요된다는 점이다. 이상의 문제점들은 두개의 조만채널 대신 한개의 상관채널을 공유하는 타우 진동 조만 동기추적루프를 사용함으써 해결할 수 있으며, 그 댓가로 발생하는 단점은 잡음 성능 면에 다소 손해를 본다는 것과 해석이 상당히 복잡해진다는 것이다.

본 논문에서는 TDL의 최적 설계를 위한 대역통과 필터의 대역폭에 대하여 고찰하고, 신호성분에 대한 판별기 출력과 최소동기추적 지터의 관점에서 TDL과 DLL의 성능을 비교하고자 한다.

II. 지연동기루프의 해석

본 논문에서 고찰하고자 하는 타우진동 동기추적루프의 구성도는 그림 1과 같다. 이 구성도는 지연동기루프와 비교할 때 위상판별기 부분에 그 차이가 있다. 위상판별기는 스위칭 신호 $q(t)$에 의해 조상관과 반상관을 교대로 수행하는 단일 채널로 구성된다. 이 신호 $q(t)$는 주파수 f_q인 구형파로 ± 1 값을 갖는다. $q(t)$가 -1인 경우 조위상의 PN 부호와 조상관을 수행하도록 하고 $+1$인 경우에는 반상관을 수행하도록 한다. 그리고 나서 포락선검파된 신호에 이 신호 $q(t)$를 다시 곱하면 조만 자기상관함수 간의 차이를 나타내는 판별기의 S곡선을 얻기 위해 요구되는 부호 반전의 효과를 볼 수 있다.

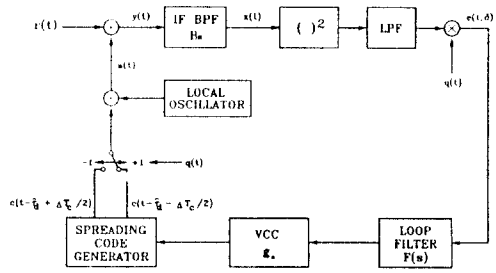


그림 1. 비코히어런트 타우진동루프
Fig. 1. Noncoherent tau dither loop

1. 루프의 수학적모델

타우진동 루프의 수신신호는 데이터 및 직접확산 변조된 반송파와 양측 전력밀도가 $N_0/2$인 대역제한된 AWGN의 합으로서 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$r(t)=\sqrt{2P}\,m(t-\tau_d)c(t-\tau_d)\cos(\omega_o t+\phi)+n(t) \tag{1}$$

여기서 P는 수신신호전력이고, $m(t)$는 데이터 변조파형이고, $c(t)$는 확산신호파형이고, τ_d는 전송지연, ϕ는 수신반송파의 랜덤위상, ω_o는 반송파의 각주파수이다. 한편 잡음성분 $n(t)$는

$$n(t)=\sqrt{2}\,n_I(t)\cos(\omega_o t+\phi)-\sqrt{2}\,n_Q(t)\sin(\omega_o t+\phi) \tag{2}$$

로 표현되는 대역제한된 영평균 백색 가우시안 잡음 프로세스이다. 여기서 $n_I(t)$와 $n_Q(t)$는 각각 양측 전력스펙트럼밀도가 $N_o/2$인 독립적인 영평균 저역통과 백색 가우시안 잡음의 동상 및 직교 성분이다.

수신신호는 전력분배되며, 조만상관기에 의해 국부발진 주파수로 변조된 확산부호 파형과 상관된다. 믹서의 LO 입력파형은 다음 식으로 기술할 수 있다.

$$a(t)=\sqrt{2P_{LO}}\,c\left(t-\tau_d-q(t)\frac{\Delta T_c}{2}\right)\cos[\omega_{LO}t+\phi'] \tag{3}$$

여기서 $\omega_{LO}=\omega_o-\omega_{IF}$는 국부발진기의 각주파수이고 ϕ'는 국부발진신호의 위상이다.

이제 $q(t)$의 주파수 f_q는 IF BPF의 대역폭에 비해 충분히 작다고 하면 필터의 과도특성은 무시할 수 있다. 이러한 경우 그림 1에 대한 등가적인 구성도는 그림 2에서와 같이 두 함수 $q_1(t)$, $q_2(t)$에 의해 조만 채널을 교대로 스위칭되는 두 채널 루프로 표현할 수 있다. 이 함수 $q_1(t)$, $q_2(t)$는 다음 식과 같이 정의된다.

$$q_1(t)=\frac{1-q(t)}{2} \tag{4}$$

$$q_2(t)=\frac{1+q(t)}{2} \tag{5}$$

$q(t)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$의 파형은 그림 3과 같다.

그림 2에서 조만 확산부호 파형은 다음 식으로 기술된다.

$$a_1(t)=\sqrt{2P_{LO}}\,c(t-\hat{\tau}_d+\Delta T_c/2)\cos[\omega_{LO}t+\phi'] \tag{6}$$

$$a_2(t)=\sqrt{2P_{LO}}\,c(t-\hat{\tau}_d-\Delta T_c/2)\cos[\omega_{LO}t+\phi'] \tag{7}$$

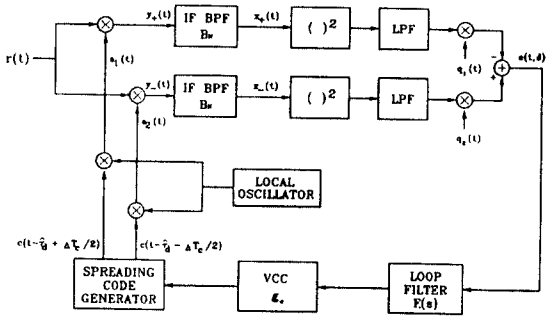


그림 2. 타우진동루프의 등가 모델

Fig. 2. An equivalent loop model for tau dither loop

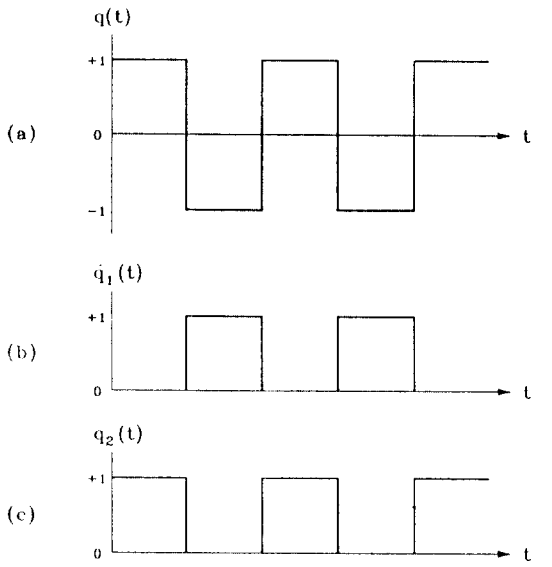


그림 3. 진동루프의 스위칭 함수

Fig. 3. Dither loop switching fuctions : (a)q(t) ; (b)$q_1(t)$; (c)$q_2(t)$

여기서 $\omega_{LO}=\omega_o-\omega_{IF}$는 국부발진기의 각주파수이고 ϕ'는 국부발진신호의 랜덤위상이다. 이 등가모델은 조만 전이시 발생하는 IF 필터의 과도특성을 제외하면 그림 1의 구성도와 동일함을 알 수 있다. 또한 이 등가 모델은 단지 해석적 모델이므로 전력분배기가 없다는 사실에서 기인하는 곱셈기의 인수 2와 $q_1(t)$, $q_2(t)$에 대한 부가적인 곱셈기를 제외하면 참고논문 [9]에 보인 DLL구성도와 동일함을 알 수 있다.

IF 대역통과 필터의 중심주파수는 ω_{IF}, 단측 잡음 대역폭은 B_N이라 하고 믹서의 합주파수 성분은 이 필터에 의해 제거될 것이다. 따라서, 차주파수 성분만을 고려하면 믹서의 출력은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} y_{\pm}(t) &= K_M\sqrt{2P}\,m(t-\tau_d)c(t-\tau_d) \\ &\quad c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &\quad + K_M\sqrt{2}\,n_I(t)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &\quad - K_M\sqrt{2}\,n_Q(t)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)\sin(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 K_M은 믹서의 변환손실을 나타내며, 조만 채널 모두 동일하다고 가정한다.

이제 확산부호의 자기잡음성분을 다음과 같이 정의한다.

$$s_{\pm}(t-\tau_d,\ \delta) \equiv c(t-\tau_d)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2) - \overline{c(t-\tau_d)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)} \tag{9}$$

여기서 $\delta = (\tau_d - \hat{\tau}_d)/T_c$이고, 상단의 선은 통계적 평균을 의미한다. 한편, 확산부호의 자기잡음 $s_{\pm}(t-\tau_d,\ \delta)$은 시스템의 처리이득이 클 경우의 합당한 가정으로 무시할 수 있고, 윗식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y_{\pm}(t) &= \\ &K_M\sqrt{P}\,m(t-\tau_d)\,\overline{c(t-\tau_d)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)}\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &+ K_M\sqrt{P}\,m(t-\tau_d)s_{\pm}(t-\tau_d,\ \delta)\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &+ K_M n_I(t)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &- K_M n_Q(t)c(t-\hat{\tau}_d \pm \Delta T_c/2)\sin(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 주기가 N인 PN 부호의 자기상관 함수(그림 4)는 다음과 같이 구해진다.

$$R_c(\tau) = \overline{c(t)c(t-\tau)} = \begin{cases} 1-\dfrac{\tau}{T_c}\left(1+\dfrac{1}{N}\right), & 0 \le \tau < T_c \\ -\dfrac{1}{N}, & T_c \le \tau < (N-1)T_c \\ \dfrac{\tau-(N-1)T_c}{T_c}\left(1+\dfrac{1}{N}\right)-\dfrac{1}{N}, & (N-1)T_c \le \tau < NT_c \end{cases} \tag{11}$$

$$R_c(\tau) = R_c(\tau + pN), \qquad p = \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\cdots \tag{12}$$

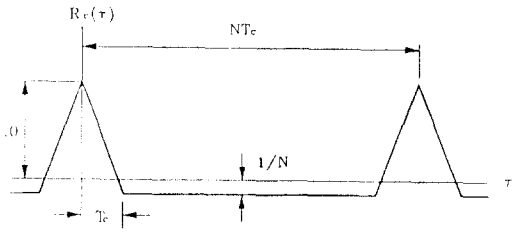


그림 4. PN 부호의 자기상관 함수
Fig. 4. Autocorrelation function of PN code

이제 대역통과 필터 $H(s)$의 등가 저역통과 전달함수를 $H_l(s)$라 하면, 대역통과 필터를 통과한 이후의 신호는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} x_{\pm}(t) &= \\ &K_M\sqrt{2P}\,\hat{m}(t-\tau_d)R_c[(\delta \pm \Delta/2)T_c]\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &+ K_M\sqrt{2}\,\hat{n}_{I\pm}(t)\cos(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \\ &- K_M\sqrt{2}\,\hat{n}_{Q\pm}(t)\sin(\omega_{IF}t+\phi-\phi') \end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $\hat{m}(t-\tau_d) = H_l(s)[m(t-\tau_d)]$ (14)

$$\hat{n}_{I\pm}(t) = H_l(s)[n_I(t)c(t-\tau_d \pm \Delta T_c/2)] \tag{15}$$

$$\hat{n}_{Q\pm}(t) = H_l(s)[n_Q(t)c(t-\tau_d \pm \Delta T_c/2)] \tag{16}$$

윗 식에서 $H_l(s)[\cdot]$는 Heaviside 연산자를 나타낸다.

이제 제곱법칙 포락선 검파기를 통과하여 루프필터에 입력된 오차신호는 다음 식과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} e(t,\ \delta) &= [x_+^2(t)q_1(t) - x_-^2(t)q_2(t)]_{LP} \\ &K_M^2\hat{m}^2(t-\tau_d)[q_1(t)R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c] - q_2(t)R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c]] \\ &+ K_M^2[q_1(t)[\hat{n}_I^2(t)+\hat{n}_Q^2(t)] - q_2(t)[\hat{n}_{I+}^2(t)+\hat{n}_{Q+}^2(t)]] \\ &+ 2K_M^2\sqrt{P}\,\hat{m}(t-\tau_d)[q_1(t)\hat{n}_I(t)R_c[(\delta-\Delta/2)T_c] \\ &- q_2(t)\hat{n}_{I+}(t)R_c[(\delta+\Delta/2)T_c]] \\ &\equiv K_M^2 P\hat{m}^2(t-\tau_d)D(\delta) + K_M^2 n_e(t,\ \delta) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서 루프의 S곡선 판별기 특성 $D'(\delta)$및 등가적 부가잡음 $n_e'(t,\delta)$는 다음과 같이 정의된다.

$$D'(\delta) \equiv q_1(t)R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c]-q_2(t)R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c] \tag{18}$$

$$\begin{aligned} n_e'(t,\delta) &= q_1(t)[\hat{n}_{I}^2(t)+\hat{n}_{Q}^2(t)]-q_2(t)[\hat{n}_{I}^2(t)+\hat{n}_{Q}^2(t)] \\ &+2\sqrt{P}\,\hat{m}(t-\tau_d)\{q_1(t)\hat{n}_{I-}(t)R_c[(\delta-\Delta/2)T_c] \\ &-q_2(t)\hat{n}_{I+}(t)R_c[(\delta+\Delta/2)T_c]\} \end{aligned} \tag{19}$$

한편, $q_1(t)$와 $q_2(t)$를 $q(t)$의 함수로 표시하면, $D'(\delta)$는

$$\begin{aligned} D'(\delta) &= \frac{1}{2}\{R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c]-R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c]\} \\ &-\frac{q(t)}{2}\{R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c]+R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c]\} \\ &=\frac{1}{2}D(\delta)-\frac{q(t)}{2}f(\delta) \end{aligned} \tag{20}$$

와 같이 되며, 여기서

$$D(\delta) = R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c]-R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c] \tag{21}$$

$$f(\delta) = R_c^2[(\delta-\Delta/2)T_c]+R_c^2[(\delta+\Delta/2)T_c] \tag{22}$$

이다. 식 (20)의 제 2항은 진동주파수 f_q의 고조파 항으로 구성되며, f_q가 루프필터의 대역폭에 비해 매우 크다는 일반적 사실을 고려하면 무시가능하다. 따라서,

$$e(t,\delta) = \frac{K_M^2}{2}P\,\hat{m}^2(t-\tau_d)D(\delta)+K_M^2 n_e'(t,\delta) \tag{23}$$

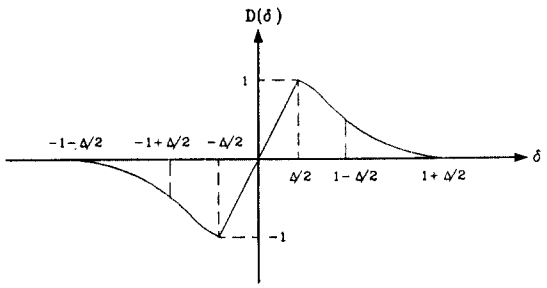


그림 5. 타우진동위상판별기 S 곡선
Fig. 5. Tau-dither discriminator S curves

로 근사화할 수 있고, $0\le\Delta<1$인 경우에 대해 $D(\delta)$는 식 (11)을 이용하면, 다음과 같이 구해진다.

$$D(\delta) = \begin{cases} 0 & ,-N+1+\frac{1}{2}\le\delta<-(1+\frac{1}{2}) \\ \frac{1}{N^2}-[1+(\delta+\frac{\Delta}{2})(1+\frac{1}{N})]^2 & ,-(1+\frac{\Delta}{2})\le\delta<-(1-\frac{\Delta}{2}) \\ -2(1+\frac{1}{N})\Delta[1+(1+\frac{1}{N})\delta] & ,-(1-\frac{\Delta}{2})\le\delta<-\frac{\Delta}{2} \\ 2(1+\frac{1}{N})\{2-(1+\frac{1}{N})\Delta\}\delta & ,-\frac{\Delta}{2}\le\delta<+\frac{\Delta}{2} \\ 2(1+\frac{1}{N})\Delta[1-(1+\frac{1}{N})\delta] & ,+\frac{\Delta}{2}\le\delta<+(1-\frac{\Delta}{2}) \\ [1-(1+\frac{1}{N})(\delta-\frac{\Delta}{2})]^2-\frac{1}{N^2} & \\ & ,+(1-\frac{\Delta}{2})\le\delta<+(1+\frac{\Delta}{2}) \end{cases} \tag{24}$$

$1\le\Delta<2$인 경우에 대해서도 마찬가지로 구할 수 있다. PN 부호의 주기 N이 1에 비해 매우 크다는 일반적인 가정 하에서 그림 $D(\delta)$의 곡선은 그림 5와 같다. 여기서 주목할 만한 사항은 $\Delta=1$인 경우의 선형 pull-in 영역이 최대가 되며, Δ가 작아질수록 선형영역의 기울기가 증가한다는 사실이다. 한편, 식(23)을 참고문헌[9]의 식(17)과 비교해 볼 때, TDL의 신호성분에 대한 판별기 출력은 DLL의 경우와 전적으로 동일하다는 사실을 알 수 있다. 이는 TDL이 신호전력면에서 DLL에 비해 3dB의 감소가 있다고 한 M. K. Simon의 결과와는 다른 사실이다.[3] 이는 DLL에 대한 Simon의 해석에서 수신 신호가 2만 가지(branch)로 나뉘어질 때 실제적으로 사용되는 전력분배기를 고려하지 않았기 때문에 기인하는 것으로, 이를 고려하지 않고 TDL과 DLL의 성능을 비교한 M. K. Simon의 분석은 오류를 가지고 있다고 사료된다.

이제 PN 부호발생기의 출력에 대한 순시 지연 추정치 $\hat{\tau}_d/T_c$는 $e(t,\delta)$의 제어를 받게 될 것이며 그 관계는 다음 식으로 기술할 수 있다.

$$\frac{\hat{\tau}_d}{T_c} = \frac{g_c F(s)}{s}[e(t,\delta)] \tag{25}$$

여기서 $F(s)$는 루프필터의 전달함수이며, g_c는 PN 부호발생기를 구동할 VCC의 이득이다.

따라서 그림 1의 전체 구성도에 대한 동작방정식은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\frac{\hat{\tau}_d}{T_c} = \frac{KF(s)}{s}\left[\frac{P}{2}\hat{m}^2(t-\tau_d)D(\delta)+n_c(t,\delta)\right] \tag{26}$$

여기서 $K=K_M^2 g$는 루프의 이득을 나타낸다. 한편 $\hat{m}^2(t-\tau_d)D(\delta)$항은 다음과 같이 그 평균값과 나머지인 변조자기잡음항의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{m}^2(t-\tau_d)D(\delta) = \langle \hat{m}^2(t-\tau_d)\rangle D(\delta)$$

$$+[\hat{m}^2(t-\tau_d)-\langle \hat{m}^2(t-\tau_d)\rangle]D(\delta) \tag{27}$$

여기서 $\langle\cdot\rangle$는 시평균을 의미하며,

$$\langle \hat{m}^2(t-\tau_d)\rangle \equiv \alpha = \int_{-\infty}^{\infty} S_m(f)|H_I(j2\pi f)|^2 df \tag{28}$$

이다. 앞에서와 마찬가지 이유로 루프대역폭 B_l이 데이터율 R_b보다 매우 작다면 변조자기잡음항을 무시가능하다. 선형구간에 대해 $D(\delta)$를 다음과 같이 정규화하면, $D_n(\delta)$의 $\delta=0$ 근처의 기울기는 1이 될 것이다.

$$D(\delta) = \eta D_n(\delta) \tag{29}$$

여기서 $\eta = 2(1+\frac{1}{N})[2-(1+\frac{1}{N})\Delta]$ (30)

이다. 이상의 사실을 이용하면, 식 (26)으로부터

$$\delta = -H(s)\left[\frac{n_c'(t,\delta)}{\frac{1}{2}\eta P_s}\right] + [1-H(s)]\left[\frac{\tau_d}{T_c}\right] \tag{31}$$

을 얻을 수 있고, 여기서

$$H(s) \equiv \frac{\frac{1}{2}\eta P_s KF(s)}{s+\frac{1}{2}\eta P_s KF(s)} \tag{32}$$

는 루프의 전달함수이다.

2. 등가적 부가잡음의 전력밀도

이제 등가적 부가잡음 $n_c'(t,\delta)$의 전력밀도를 구하기 위해서 먼저 $n_c'(t,\delta)$의 자기상관함수를 구하자. 이를 위해 먼저 스위칭 함수의 상관함수들을 다음과 같이 표시하기로 한다.

$$R_{q1}(\tau) \equiv \langle q_1(t)\, q_1(t+\tau)\rangle \tag{33}$$

$$R_{q2}(\tau) \equiv \langle q_2(t)\, q_2(t+\tau)\rangle \tag{34}$$

$$R_{q1q2}(\tau) \equiv \langle q_1(t)\, q_2(t+\tau)\rangle \tag{35}$$

그러면, 다음의 관계식이 성립한다(그림 6 참조).

$$R_{q1}(\tau) = R_{q2}(\tau) = \frac{1}{2} - R_{q1q2}(\tau) \equiv R_q(\tau) \tag{36}$$

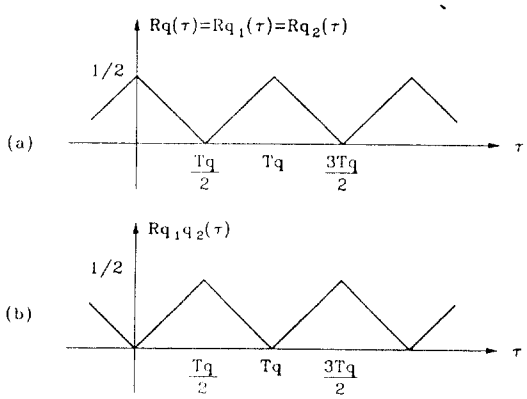


그림 6. 스위칭 함수의 자기상관 및 교차상관함수
Fig. 6. Autocorrelation and crosscorrelation function of switching functions

이상의 관계를 고려하여 $n_c(t,\delta)$의 자기상관함수를 구하면 다음 식의 결과를 얻을 수 있다.

$$R_{nc}(\tau,\delta) = n_c'(t,\delta)\, n_c'(t+\tau,\delta)$$

$$= 8R_n^2(\tau)R_q(\tau) + 8R_n^2(0)\left[2R_q(\tau) - \frac{1}{2}\right] \tag{37}$$

$$+ 4PR_m(\tau)R_n(\tau)R_q(\tau)f(\delta)$$

여기서

$$R_n(\tau) = \frac{N_o}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|H_I(j2\pi f)|^2 \exp(j2\pi ft)\, df \tag{38}$$

$$R_m(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_m(f)|H_I(j2\pi f)|^2 \exp(j2\pi ft)\, df \tag{39}$$

이며, 여기서 $S_m(f)$는 데이터변조의 psd이다.

$f(\delta)$는 식 (22)에 정의된 바 있으며, $0 \le \Delta \le 1$인 경우에 대해 다음과 같이 구해진다.

$$f(\delta)=\begin{cases} 0 & ,-N+1+\frac{\Delta}{2} < \delta \le -(1+\frac{\Delta}{2}) \\ \frac{1}{N^2}+[1+(\delta+\frac{\Delta}{2})(1+\frac{1}{N})]^2 & ,-(1+\frac{\Delta}{2}) < \delta \le -(1-\frac{\Delta}{2}) \\ 2[[1+(1+\frac{1}{N})\delta]^2+(1+\frac{1}{N})^2(\frac{\Delta}{2})^2], & -(1-\frac{\Delta}{2}) < \delta \le -\frac{\Delta}{2} \\ 2[[1-(1+\frac{1}{N})\frac{\Delta}{2}]^2+(1+\frac{1}{N})^2\delta^2], & -\frac{\Delta}{2} < \delta \le +\frac{\Delta}{2} \\ 2[[1-(1+\frac{1}{N})\delta]^2+(1+\frac{1}{N})^2(\frac{\Delta}{2})^2] & \\ ,+\frac{\Delta}{2} < \delta \le +(1-\frac{\Delta}{2}) & \\ [1-(1+\frac{1}{N})(\delta-\frac{\Delta}{2})]^2+\frac{1}{N^2} & \\ ,+(1-\frac{\Delta}{2}) < \delta \le +(1+\frac{\Delta}{2}) & \end{cases} \tag{40}$$

TDL의 대역폭은 일반적으로 $n_e'(t, \delta)$의 등가 잡음대역폭에 비해 협대역이므로 $n_e'(t, \delta)$의 양측 전력밀도는 다음의 양측 전력밀도를 갖는 프로세스와 댐타함수의 곱으로서 근사화할 수 있다.

$$\frac{\hat{N}_e'(\delta)}{2}=\int_{-\infty}^{\infty} R_{n_e}(\tau)\,d\tau \tag{41}$$

따라서 이 식은 잡음 $n_e'(t, \delta)$의 dc 주변 전력을 의미하게 된다.

한편, 이상의 관계식과 Parseval의 정리를 이용하면

$$N_e'(\delta)=16\int_{-\infty}^{\infty}[S_{\hat{N}}(f)*S_{\hat{N}}(f)]S_q(-f)\,df +8Pf(\delta)\int_{-\infty}^{\infty}[S_{\hat{m}}(f)*S_{\hat{m}}(f)]S_q(-f)\,df \tag{42}$$

가 됨을 알 수 있고, 여기서

$$S_{\hat{N}}(f)=F[R_{\hat{n}}(\tau)]=\frac{N_0}{2}\,|H_l(j2\pi f)|^2 \tag{43}$$

$$S_{\hat{m}}(f)=F[R_{\hat{m}}(\tau)]=S_m(f)\,|H_l(j2\pi f)|^2 \tag{44}$$

$$S_q(f)=F[R_q(\tau)]=\frac{1}{4}\delta(f) +\frac{1}{4}\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\,odd}}^{\infty}(\frac{2}{n\pi})^2\delta(f-\frac{n}{T_q}) \tag{45}$$

임을 적용하여 간략화하면,

$$N_e'(\delta)=\frac{PN_0}{2}[2\alpha_4' f(\delta)+\frac{2\beta'}{r_N}] \tag{46}$$

를 얻을 수 있고, 여기서

$$\alpha_4'=\alpha_4+2\sum_{\substack{n=1 \\ n\,odd}}^{\infty}(\frac{2}{n\pi})^2\alpha_{4n} \tag{47}$$

$$\beta'=\beta+2\sum_{\substack{n=1 \\ n\,odd}}^{\infty}(\frac{2}{n\pi})^2\beta_n \tag{48}$$

$$\alpha_{4n}=\int_{-\infty}^{\infty}S_m(f)\,|H_l(j2\pi f)|^2\,|H_l[j2\pi(\frac{n}{T_q}-f)]|^2\,df \tag{49}$$

$$\beta_n=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}|H_l(j2\pi f)|^2\,|H_l[j2\pi(\frac{n}{T_q}-f)]|^2\,df}{\int_{-\infty}^{\infty}|H_l(j2\pi f)|^2\,df} \tag{50}$$

$$\beta=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}|H_l(j2\pi f)|^4\,df}{\int_{-\infty}^{\infty}|H_l(j2\pi f)|^2\,df} \tag{51}$$

$$\alpha_4\equiv\int_{-\infty}^{\infty}S_m(f)\,|H_l(j2\pi f)|^4\,df \tag{52}$$

$$r_N\equiv\frac{P}{N_0B_N} \tag{53}$$

$$B_N=\int_{-\infty}^{\infty}|H_l(j2\pi f)|^2\,df \tag{54}$$

이다.

3. TDL의 동기추적성능에 대한 선형해석

대역확산 시스템 설계자에게 특히 중요한 결과는 제곱평균 동기추적오차 즉 동기추적지터와 루프대역폭 내의 수신 신호대 잡음비 간의 관계이다. 선형구

간에 대해 $D_n(\delta)=\delta$이고, 식 (31)에서 두번째 항의 전달함수$(1-H(s))$는 고역통과함수이므로 상수항 입력 τ_d/T_s에 대해 0으로 가정하면,

$$\sigma_e^2=\overline{\delta^2}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S_{n_e}(f)}{(\frac{1}{2}\eta P_s)^2}|H(j2\pi f)|^2\,df \tag{55}$$

$$=\frac{\overline{N_o'(\delta)}}{(\frac{1}{2}\eta P_s)^2}B_L$$

여기서

$$B_L=\int_{-\infty}^{\infty}|H(j2\pi f)|^2\,df \tag{56}$$

는 루프의 등가대역폭이다. 식 (46)으로부터

$$\sigma_e^2=\frac{B_L}{(\frac{1}{2}\eta P_s)^2}\frac{PN_o}{2}\left[2\alpha_1'f(\delta)+\frac{2\beta'}{r_N}\right] \tag{57}$$

이 되고, 식 (30)과 식 (40)을 이용하면 다음 식을 구할 수 있다.

$$\sigma_e^2=\frac{N_oB_L}{2P}$$

$$\frac{\alpha_1'\left[(1+\frac{1}{N})^2+\frac{16}{\eta^2}(1+\frac{1}{N})^2\delta^2\right]+\frac{8\beta'}{r_N\eta^2}}{\alpha^2} \tag{58}$$

σ_e^2에 대해 풀면

$$\sigma_e^2=\frac{1}{2r}\frac{\alpha_1'(1+\frac{1}{N})^2+\frac{8\beta'}{r_N\eta^2}}{\alpha^2\left[1-\frac{2}{\eta^2r}\frac{\alpha_1'}{\alpha^2}(1+\frac{1}{N})^2\right]} \tag{59}$$

여기서 $r=\frac{P}{N_oB_L}$은 루프대역내의 신호대잡음비이다. 선형해석을 위한 전제조건으로서 r은 크기 때문에 윗식은 근사적으로 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_e^2=\frac{1}{2r}\frac{\alpha_1'(1+\frac{1}{N})^2+\frac{8\beta'}{r_N\eta^2}}{\alpha^2}=\frac{1}{2rS_l'} \tag{60}$$

여기서 S_l'은 TDL의 제곱손실로서 정의되며, Costas 루프의 제곱손실에 대한 정의식과 유사하게[6] 다음의 성분으로 구성된다.

$$S_l'=\frac{\text{신호}\times\text{신호}}{\text{신호}\times\text{잡음}+\text{잡음}\times\text{잡음}} \tag{61}$$

Ⅲ. 모의실험을 위한 전제 조건 및 결과

본 논문에서는 이제 NRZ 데이터에 대해 제곱손실 및 동기추적지터의 관점에서 최적성능을 갖는 TDL의 실현을 위한 대역통과필터의 대역폭을 알아보고자 한다.

식 (50)의 적분의 계산은 매우 복잡하므로 $H_l(s)$를 이상적인 필터$(\beta=1)$의 전달함수로 가정하여 계산하면,

$$\beta_n'=\frac{\int_{-\frac{B_N}{2}+\frac{n}{T_q}}^{\frac{B_N}{2}}df}{\int_{-\frac{B_N}{2}}^{\frac{B_N}{2}}df}$$

$$\begin{cases}1-\dfrac{n}{B_NT_q}, & n\le\lfloor B_NT_q\rfloor\equiv n_o\\ 0, & n>n_o\end{cases} \tag{62}$$

가 되고, 여기서 $\lfloor x\rfloor$는 x 이하의 최대의 정수를 의미한다. 따라서

$$\beta'=1+\frac{8}{\pi^2}\sum_{\substack{n=1\\ n:odd}}^{n_o}\frac{1}{n}-\frac{8}{\pi^2B_NT_q}\sum_{\substack{n=1\\ n:odd}}^{n_o}\frac{1}{n} \tag{63}$$

가 된다. 그림 7은 β'와 B_NT_q의 관계를 그린 것이다.

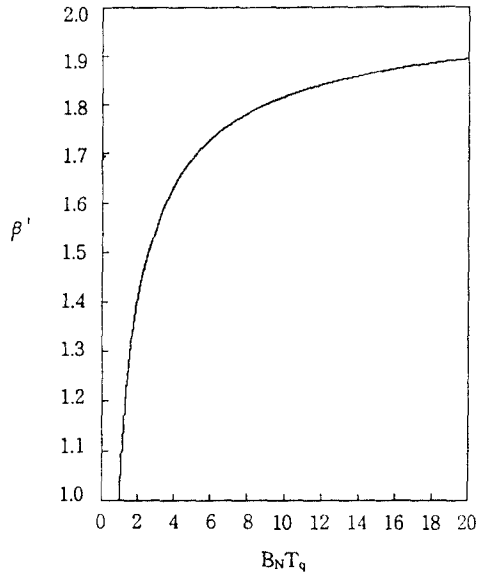


그림 7. 이상적 필터의 β'와 $B_N T_q$의 관계
Fig. 7. A plot of β' versus $B_N T_q$: ideal filter

한편, 데이터율이 $R_b = 1/T_b$인 NRZ데이터에 대하여

$$S_m(f) = T_b \frac{\sin^2 \pi f T_b}{(\pi f T_b)^2} \tag{64}$$

이므로[7],

$$\alpha_{1n} = \int_{-\frac{B_N}{2}+\frac{n}{T_q}}^{\frac{B_N}{2}} T_b \frac{\sin^2 \pi f T_b}{(\pi f T_b)^2}\, df$$

$$= \int_{-\frac{B_N T_b}{2}}^{\frac{B_N T_b}{2}} \frac{\sin^2 \pi x}{(\pi x)^2}\, dx \tag{65}$$

$$- \int_{-\frac{B_N T_b}{2}}^{-\frac{B_N T_b}{2}+\frac{nT_b}{T_q}} \frac{\sin^2 \pi x}{(\pi x)^2}\, dx$$

이고, 이상적 필터의 경우 $\alpha_2 = \alpha_4$임을 이용하면

$$\alpha_4' = \left(1 + \frac{8}{\pi^2} \sum_{\substack{n=1 \\ n\,odd}}^{n_0} \frac{1}{n_2}\right) \int_{-\frac{B_N T_b}{2}}^{\frac{B_N T_b}{2}} \frac{\sin^2 \pi x}{(\pi x)^2}\, dx$$

$$- \frac{8}{\pi^2} \sum_{\substack{n=1 \\ n\,odd}}^{n_0} \frac{1}{n_2} \int_{-\frac{B_N T_b}{2}}^{-\frac{B_N T_b}{2}+\frac{nT_b}{T_q}} \frac{\sin^2 \pi x}{(\pi x)^2}\, dx \tag{66}$$

를 얻을 수 있다. 그림 8은 $B_N T_b$를 매개변수로 하여 α_4'/α_2와 $B_N T_q$의 관계를 나타낸 것이다.

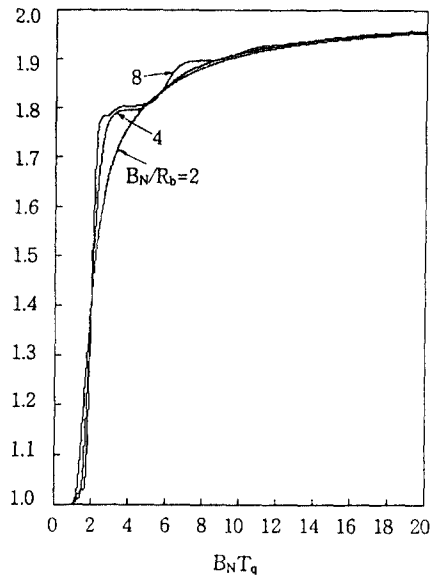


그림 8. NRZ데이타의 경우 이상적 필터에 대해 $B_N T_b$를 매개변수로 한 α_4'/α_2와 $B_N T_q$의 관계
Fig. 8. Plots of α_4'/α_2 versus $B_N T_q$ with $B_N T_b$ as a parameter : ideal filter, NRZ coding

이제 PN 확산부호의 주기 N이 1에 비해 크다고 가정하고, TDL의 제곱손실을 데이터 심볼 신호대잡음비 $E_b/N_o = PT_b/N_o$ 및 대역통과필터의 대역폭과 데이터율의 비 B_N/R_b로서 나타내면 다음 식과 같이 된다.

$$S_L' = \frac{\alpha^2}{\alpha_4' + 2\beta' \dfrac{B_N/R_b}{E_b/N_o} \dfrac{1}{(2-\Delta)^2}} \tag{67}$$

윗 식으로부터 데이터율이 R_b인 $n-\Delta$ 루프의 제곱손실은 데이터율이 $(2-\Delta)^2 R_b$인 $1-\Delta$ 루프의 경우와 일치한다는 사실을 알 수 있으며, 따라서 $1-\Delta$ 루프의 경우에 대한 제곱손실의 곡선을 구하면 다른 루프의 제곱손실은 이 곡선으로부터 데이터율만 수정하면 직접 구할 수 있다. 그림 9는 NRZ데이터의 경우 이상적 Butterworth 필터의 B_L/R_b에 대한 $1-\Delta$ TDL의 제곱손실의 곡선을 E_b/N_o을 매개변수로 하여 도시한 것이다.

이 곡선들로부터 루프의 제곱손실을 최대로 하는 최적의 필터대역폭이 존재함을 알 수 있으며, 식(60)의 관계에 의해 이는 곧 루프의 동기추적 지터를 최소화하는 것과 등가적임을 알 수 있다. 이러한 최적의 대역통과 필터의 대역폭을 E_b/N_o에 대해 구하면 그림 10의 곡선을 구할 수 있다.

한편 이 경우에 상응하는 루프의 E_b/N_o에 대한 최소 동기추적지터를 루프대역폭대 데이터율의 비 ρ를 매개변수로 하여 구하기로 한다. 이를 위해 $B_L T_q$를 1로 취하여 다음의 매개변수를 정의하였다.

$$\rho = \frac{R_b}{B_L} \tag{67}$$

$$\gamma = \frac{P}{N_o B_L} = \frac{E_b}{N_o}\ \rho \tag{68}$$

이를 이용하면 식 (60)으로부터

$$\sigma^2_{e'\min} = \frac{1}{2(E_b/N_o)\rho}\ \frac{1}{S_{L\min}} \tag{69}$$

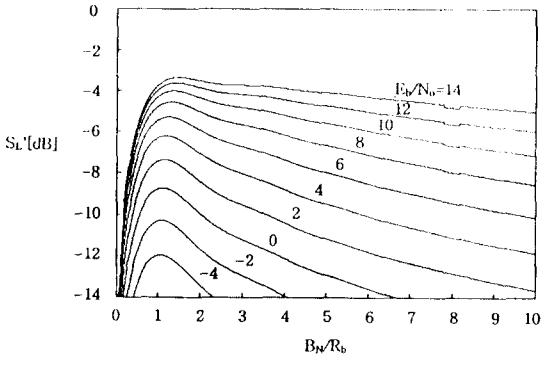


그림 9. NRZ 데이타, 이상적 필터의 경우 $1-\Delta$ TDL의 제곱손실

Fig. 9. Squaring loss for $1-\Delta$ TDL : ideal filter, NRZ coding

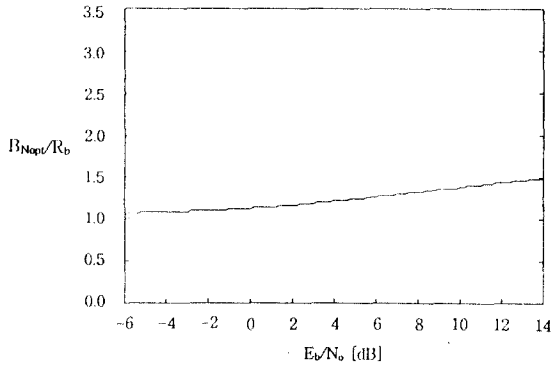


그림 10. 비코히어런트 TDL에 대한 이상적 대역통과필터의 최적대역폭

Fig. 10. Optimum bandwidth for ideal BPF of noncoherent TDL : NRZ coding

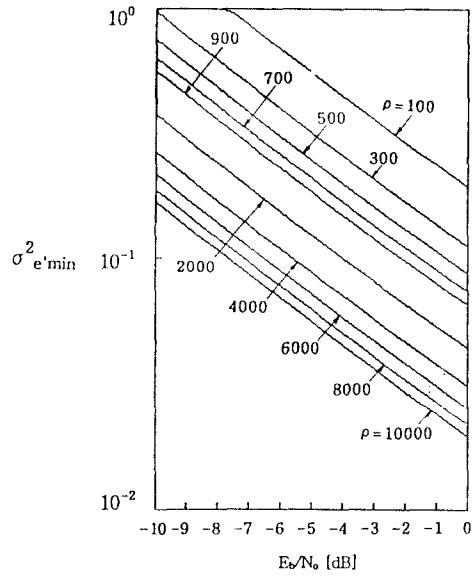


그림 11. $1-\Delta$ TDL의 최소 동기추적지터 : 이상적 필터

Fig. 11. Linear tracking jitter of TDL : ideal filter

음을 알 수 있고, 이를 도시하면 결과로서 그림 11을 얻을 수 있다. $B_L T_q$가 증가함에 따라 즉, 잡음주파수가 IF 대역폭에 비해 넓추어 감수록 성능면에서 감소가 증가하며, 성능저하의 구한값은 $B_L T_q$가 무한대로 될 때 약 1.5 dB정도가 된다. 이러한 상황은 루프의 해석시 잡음주파수가 루프의 대역폭에 비해 크다는

가정을 전제로 하였으므로 실제적으로는 불론 이론적으로도 발생하지 않는다. 이 곡선과 참고문헌[9]의 그림 11과 비교해볼 때 TDL의 성능은 최소동기추적 지터의 관점에서 볼 때 DLL에 비해 약 1.10-1.12 dB 정도 떨어짐을 알 수 있다.

Ⅳ. 결 론

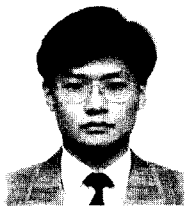
동기추적 루프는 수신된 확산 부호의 동적 파형에 대한 추적을 수행함에 있어 AWGN 존재 하에서 낮은 동기추적 지터를 목적으로 설계된다. 전송지연 τ_d는 송수신기가 상대적으로 이동할 경우 시간의 함수가 되며, 전송지연 함수 $\tau_d(t)$는 동기추적 루프에 의해 추적되어야 한다. 반송파의 추적을 위한 PLL에서와 마찬가지로 루프의 대역폭은 동적인 $\tau_d(t)$의 추적을 수월하게 하기 위해서는 넓어야 하며, AWGN으로 인한 추적 지터를 최소화하기 위해서는 작아야 하므로, 이 양자 간의 적절한 절충이 요구된다고 하겠다.

본 논문에서는 비코히어런트 방식의 시간분할 조만 동기추적루프에 속하는 타우진동루프의 최적 설계를 위한 대역통과필터의 대역폭에 대하여 고찰하였다. 그 결과 NRZ 데이터의 경우 이상적 대역통과필터를 채용한 비코히어런트 TDL의 제곱손실 및 최소의 동기추적지터를 구하였으며, 이를 통해 루프의 제곱손실을 최대로 하여 동가적으로 루프의 동기추적지터를 최소화하는 최적의 3 dB 대역통과필터 대역폭을 주어진 데이터율 R_b과 신호대 잡음비 E_b/N_o에 대해 구하였다. 결과로서 NRZ 데이터의 경우 합리적인 최적의 대역폭필터의 대역폭은 신호대 잡음비에 따라 변하나, 대체적으로 데이터율의 약 1.2배의 범위에서 준최적의 성능을 얻을 수 있다고 결론을 내릴 수 있다(그림 10 참조).

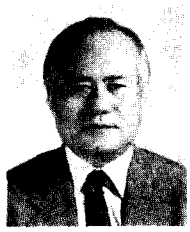
또한 TDL의 신호성분에 대한 판별기 출력은 DLL의 경우와 전적으로 동일하다는 결과를 얻었으며, 이는 TDL이 신호전력 면에서 DLL에 비해 3 dB의 감소가 있다고 한 M. K. Simon의 결과와는 다른 사실이다. 한편 최소동기추적 지터의 관점에서 볼 때 TDL의 성능은 DLL에 비해 약 1.10-1.12 dB 정도 떨어짐을 알 수 있다. 이상의 결과는 대역확산 시스템의 설계에 유용한 자료가 되리라 생각한다.

참 고 문 헌

1. J. K. Homles, *Coherent Spread Spectrum Systems*, New York : Wiley-Interscience, 1982.
2. R. E. Ziemer and R. L. Peterson, *Digital Communications and Spread Spectrum Systems*, New York : Macmillan Publishing Company, 1985.
3. M. K. Simon, J. K. Omura, R. A. Scoltz, and B. K. Levitt, *Spread Spectrum Communications, Vol. III*, Rocville, Md. : Computer Science Press, 1985.
4. J. J. Spilker and D. T. Magill, "The Delay-Lock Discriminator-An Optimum Tracking Device," *Proc. IRE*, vol. 49, No. 9, pp. 1403-1416, September 1961.
5. A. Polydoros and C. L. Weber, "Analysis and Optimization of correlative code tracking loops in spread spectrum systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, No. 1, pp. 322-335, January 1985.
6. M. K. Simon and W. C. Linsey, "Optimum performance of suppressed carrier receivers with Costas loop tracking," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, No. 2, pp. 215-227, February 1977.
7. W. C. Linsey and M. K. Simon, *Telecommunication Systems Engineering*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1973.
8. M. K. Simon, "On the calculation of squaring loss in Costas loops with arbitrary arm filters," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-26, No. 1, pp. 179-184, January 1978.
9. 송문규, 차균현, "PN부호의 동기추적을 위한 비코히어런트 지연동기 루프의 최적설계에 관한 연구," 한국통신학회논문지, 제 18 권, 제 7 호, 1993. 7.



宋 文 圭(Moon Kyou Song) 정회원
1965년 6월 8일생
1988년 2월 : 고려대학교 전자공학과 졸업
1990년 2월 : 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1994년 2월 : 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
1994년 3월 ~ 현재 : 원광대학교 제어계측공학과 전임강사



車 均 鉉(Kyun Hyon Tchah) 정회원
1939년 3월 26일생
1965년 : 서울대학교 졸업(공학사)
1967년 : 미국 일리노이대학교 공학석사
1976년 : 서울대학교 공학박사
1977년 ~ 현재 : 고려대학교 전자공학과 교수

崔 興 澤(Heung Taek Choi) 정회원
1962년 2월 5일생
1984년 2월 : 고려대학교 전자공학과 졸업(공학사)
1986년 2월 : 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1994년 2월 : 고려대학교 대학원 전자공학과 박사과정 수료
1987년 9월 ~ 현재 : 한국전자통신연구소 선임연구원