

## 페이딩 통신로에서 M-ary PSK 신호의 통신용량 산출

正會員 高 鳳 震\* 正會員 趙 成 俊\*\*

### Estimate of Channel Capacity for M-ary PSK Signal in Fading Channel

Bong Jin Ko\*, Sung Joon Cho\*\* *Regular Members*

#### 요 약

페이딩 통신로에서의 통신용량은 가우스 잡음 통신로에서의 통신용량보다 줄어든다. 더우기 정보전송을 위해 신호를 변조할 때에는 통신용량이 더욱 줄어들 것이 예상되나 이에 대한 통신용량값은 구하기가 매우 어렵다.

잡음 통신로에서의 다상 위상변조(M-ary PSK) 신호에 대한 통신용량을 구하는 식은 기존에 유도되어 있는데 복소적분식을 이용하는 관계로 매우 복잡하다. 그러므로 본논문에서는 다상 위상변조 신호의 평균 심벌오율을 이용하여 간편하게 통신용량을 구하는 식을 유도하였다. 그리고 유도된 식을 이용하여 가우스 잡음 통신로 뿐만 아니라 Rician 페이딩 통신로와 m-분포 페이딩 통신로에 있어서의 다상 위상변조 신호의 통신용량을 각각 구하였다. 본논문에서 구한 가우스 잡음 통신로에서의 통신용량값은 기존 문헌에 구해져 있는 통신용량값과 거의 같다는 것을 확인하였다. 그리고 M-ary PSK 신호의 통신용량은 신호 대 잡음 전력비(SNR)가 커짐에 따라 심벌당 비트 수( $\log_2 M$ )에 수렴한다는 것도 알아냈다.

#### ABSTRACT

The channel capacity of fading channel becomes less than that of Gaussian noise channel. Moreover, the channel capacity of system with modulated signal is expected to be much less than that of system with nonmodulated signal. It is very difficult to evaluate the capacity in fading channel with modulated signal.

The channel capacity for M-ary PSK signal has already been derived in Gaussian noise channel but it is very complicate form composed of complex integral formula. In this paper, we have derived the simple form of channel capacity with M-ary PSK signal by using the average symbol error rate. And we also evaluate the capacity in Rician and m-distribution fading channels as well as

\* 仁荷工業專門大學 通信科

Dept. of Communication, Inha Technical Junior College

\*\* 韓國航空大學校 航空通信情報工學科

Dept. of Telecom. & Inform. Eng., Hankuk Aviation Univ.

論文番號 : 93200

接受日字 : 1993年 10月 27日

Gaussian noise channel. We have verified that the channel capacity obtained are almost the same as in other literature. As a results, we show that the channel capacity of M-ary PSK signal increases to converge to the number of bits per symbol ( $\log_2 M$ ) as signal-to-noise power ratio increases.

I. 서 론

대역제한된 백색 가우스 잡음 통신로의 통신용량 식은 다음과 같이 나타내진다[1].

$$C = B \log_2(1+\alpha) \text{ [bits /sec]} \quad (1)$$

여기서 B는 전송 대역폭,  $\alpha$ 는 신호 대 잡음 전력비이다.

식(1)에서 대역폭 B가 제한되어 있고 통신로상에 항상 잡음이 존재하는 경우에는 통신용량은 유한한 값을 갖는다.

가우스 잡음만이 아니라 페이딩이 함께 존재하는 통신로에서는 통신용량은 더욱 줄어든다.

이에 관련된 기존 연구가 몇가지 있는데 문헌[2-4]에 Rayleigh 페이딩 통신로, m-분포 페이딩 통신로 및 Rician 페이딩 통신로에서의 통신용량과 다이버시티에 의한 통신용량의 개선도가 구해져 있다. 그러나 이들 문헌에서는 변조방식을 고려하지 않았고 단지 페이딩의 심도에 따른 통신용량만을 구해 놓았다.

무선통신의 경우에는 정보의 전송을 위해 변조를 하게 되는데 이에 따라 통신용량이 줄어든다. 그러나 이러한 변조에 의한 통신용량이 줄어드는 것은 변조 레벨을 다치화하거나 부호화함으로써 적게할 수 있다[5]. 이에 관한 연구는 문헌[6-7]에서 다루었는데 복잡한 복소 적분식을 이용하여 잡음 통신로에서의 통신용량이 구해져 있다.

본논문에서는 입력신호와 출력신호가 이산적이면서 그 수가 M개로서 서로 같고 입력신호의 발생확률이 등확률인 경우의 다상 위상변조(M-ary PSK)신호의 통신용량을 산출한다. 통신용량의 산출은 기존 문헌의 산출방식에 의하지 않고 평균 심별오율을 이용하여 유도하는 식에 의해 간편하게 구한다. 다상 위상변조신호의 용량은 가우스 잡음 통신로만이 아니라 직접파와 다중파가 혼재하는 Rician 페이딩 통신로와 또 여러가지 심도의 페이딩을 나타내는 m-분포 페이딩 통신로에서 각각 구한다.

II. 해석모델

본 논문에서 고찰하는 해석모델은 그림1과 같다.

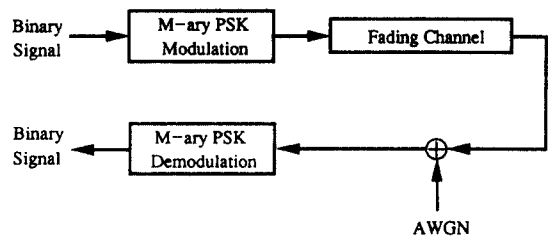


그림 1. 해석모델  
Fig 1. Analysis model.

1. M-ary PSK 신호

M-ary PSK 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$s_i(t) = \sqrt{(2E_s/T)} \cos[\omega t + \psi_i(t)] \quad 0 \leq t < T, \quad (2)$$

여기서  $E_s$ 는 심벌에너지이고 T는 심벌간격,  $\psi_i(t)$ 는 i 번째 정보위상으로써  $\psi_i = \frac{2\pi i}{M}$  ← ( $i=1,2,\dots,M$ ) 이고 M은 상(ary)의 수이다.

2. Rician 페이딩

이것은 직접파 성분과 다중파가 중첩된 경우의 포락선 변동을 나타내는데, 실내무선통신이나 교외를 포함하는 육상이동통신, 위성파 이동체간의 통신회선에 있어서의 수신신호의 포락선 분포에 해당한다. 수신신호의 포락선 r의 확률밀도함수는 다음과 같이 나타내진다[8],[9].

$$p(r) = \frac{r}{\psi_0} \exp\left(-\frac{r^2 + r_0^2}{2\psi_0}\right) I_0\left(\frac{r r_0}{\psi_0}\right) \quad (3)$$

여기서  $I_0(\bullet)$ 는 0차의 변형베셀함수.  $\psi_0$ 는 다중파의 전력이며,  $r_0^2/2$ 는 직접파의 전력이다. 따라서 Rician 페이딩은 그 분포함수의 모양이 변형베셀함

수형이기 때문에  $I_0$  분포라고도 불린다.

### 3. m-분포 페이딩

m-분포 페이딩 Nakagami가 단파대에서 행한 대규모 실험에 기초하여 구해낸 것인데 지수 m을 파라미터로 하여 무선 통신로에서 발생하는 여러가지 형태의 페이딩을 모두 나타낼 수 있으며 이것은 V/UHF대에서도 매우 유용하다는 것이 입증된 바 있다[10]. 여기서 m은 전력(분산)의 역수로서 이 값이 작으면 작을수록 심한 페이딩을 나타내는데 m=1일때는 기존의 Rayleigh 분포에 해당하며 m이 커지면 페이딩이 점차 약해지는 것을 나타내며 m→∞의 극한은 페이딩이 없는 상태를 나타낸다. m-분포의 확률밀도함수는 다음과 같이 나타내진다[8].

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (4)$$

여기서,  $\Omega/2 (= E[r^2]/2)$ 는 평균수신전력,  $m = \Omega^2/E[r^2 - \Omega^2] \geq 1/2$ 이고  $\Gamma(\cdot)$ 는 감마 함수이다.

## III. 오울 해석

### 1. 잡음 통신로에서의 오울

잡음 통신로에서의 PSK 신호의 오울식을 2상 PSK(BPSK)신호와 4상 이상의 위상변조(M-ary PSK) 신호의 오울식으로 나누어서 나타내면 다음과 같다.

$$\text{BPSK} : P_{eB-G} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}) \quad (5)$$

$$\text{M-ary PSK} : P_{eM-G} = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\alpha} \sin \frac{\pi}{M}\right) ; M \geq 4 \quad (6)$$

여기서,  $\operatorname{erfc}(\cdot)$ 는 오차 보합수(complementary error function)로서

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-t^2) dt \text{ 이고,}$$

$\alpha$ 는 신호 대 잡음 전력비이다.

### 2. Rician 페이딩 통신로에서의 오울

식(3)의 Rician 페이딩의 확률밀도함수를 수신신호 대 잡음 전력비를 함수로 하여 나타내면 다음과 같다[12].

$$p_R(\alpha) = \frac{(K+1)}{\alpha_0} \exp\left[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0} (K+1)\right] \cdot I_0\left[2\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}} K(K+1)\right] d\alpha \quad (7)$$

여기서 K는 직접파 대 반사파 전력비,  $\alpha$ 는 순신신호 대 잡음 전력비,  $\alpha_0$ 는 평균 수신신호 대 잡음 전력비이다.

### (1) BPSK 신호의 비트오울

Rician 페이딩을 받은 Binary PSK 신호의 비트오울은 식(5)와 식(7)을 이용하면 다음과 같이 하여 구할 수 있다.

$$P_{eB-R} = \int_0^\infty P_{eBG} \cdot p_R(\alpha) d\alpha \\ = \int_0^\infty \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}) \frac{(K+1)}{\alpha_0} \exp\left[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0} (K+1)\right] \\ \cdot I_0\left[2\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}} K(K+1)\right] d\alpha \quad (8)$$

윗식의 적분식을 풀면 다음과 같이 구해진다 (부록 A 참조)

$$P_{eB-R} = \frac{1}{2} - \frac{(K+1)}{\sqrt{\pi} \alpha_0} \exp(-K) \sum_{i=0}^\infty \frac{\left\{ \frac{(K^2+K)}{\alpha_0} \right\}^i}{(i!)^2} \\ \cdot \Gamma(i+1.5) \left( \frac{K+1+\alpha_0}{\alpha_0} \right)^{-(i+0.5)} {}_2F_1\left(1, i+1.5; 1.5; \frac{\alpha_0}{K+1+\alpha_0}\right) \\ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\alpha_0}(K+1)}{\sqrt{\pi}} \exp(-K) \sum_{i=0}^\infty \frac{(K^2+K)^i}{(i!)^2} \\ \cdot \Gamma(i+1.5) (K+1+\alpha_0)^{-(i+0.5)} {}_2F_1\left(1, i+1.5; 1.5; \frac{\alpha_0}{K+1+\alpha_0}\right) \quad (9)$$

$$\text{여기서 } {}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(\alpha+n) \Gamma(\beta+n)}{\Gamma(\gamma+n) n!} z^n$$

로서 가우스 초기하 함수(Gauss Hypergeometric Function)임.

### (2) M-ary PSK 신호의 심벌오울

위에서와 마찬가지로 식(6)과 식(7)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다 (부록 A 참조).

$$\begin{aligned}
 P_{eM-R} &= \int_0^{\infty} P_{eMG} \cdot P_R(x) dx \\
 &= \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{x} \sin \frac{\pi}{M}\right) \frac{(K+1)}{x_0} \exp\left[-K - \frac{x}{x_0}(K+1)\right] \\
 &\quad \cdot I_0\left[2\sqrt{\frac{x}{x_0}} K(K+1)\right] dx \\
 &= 1 - 2 \frac{\sqrt{C^2 x_0} (K+1)}{\sqrt{\pi}} \exp(-K) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(K^2+K)^i}{(i!)^2} \\
 &\quad \cdot \Gamma(i+1.5)(K+1+C^2 x_0)^{-(i+1.5)} {}_2F_1\left(1, i+1.5; 1.5; \frac{C^2 x_0}{K+1+C^2 x_0}\right) \quad (10)
 \end{aligned}$$

여기서,  $C = \sin \frac{\pi}{M}$  이다.

3. m-분포 페이딩 통신로에서의 오류

식(4)의 m-분포 페이딩의 확률밀도함수를 수신신호 대 잡음 전력비를 함수로 하여 나타내면 다음과 같다[8].

$$P_m(x) = \frac{m^m x^{m-1}}{\Gamma(m) x_0^m} \exp\left(-\frac{mx}{x_0}\right) \quad (11)$$

여기서 m은 페이딩 지수이다.

따라서 식(5), 식(6), 식(11)을 이용하여 Rician 페이딩 통신로에서와 같은 방법에 의하면 m-분포 페이딩을 받은 Binary PSK 신호와 M-ary PSK 신호의 오류율을 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

(1) BPSK 신호의 비트오율

$$\begin{aligned}
 P_{eB-m} &= \int_0^{\infty} P_{eBG} \cdot P_m(x) dx \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{x}\right) \frac{m^m x^{m-1}}{\Gamma(m) x_0^m} \exp\left(-\frac{mx}{x_0}\right) dx \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha_0}{\pi m}} \frac{\Gamma(m+\frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \left(1 + \frac{\alpha_0}{m}\right)^{-(m+\frac{1}{2})} \\
 &\quad \cdot {}_2F_1\left(1, m+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\alpha_0}{m+\alpha_0}\right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

(2) M-ray PSK 신호의 심벌오율

$$\begin{aligned}
 P_{eM-m} &= \int_0^{\infty} P_{eMG} \cdot P_m(x) dx \\
 &= \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{x} \sin \frac{\pi}{M}\right) \frac{m^m x^{m-1}}{\Gamma(m) x_0^m} \exp\left(-\frac{mx}{x_0}\right) dx
 \end{aligned}$$

IV. 통신용량

통신로의 입력단에 송신신호 S가 가해지면 통신로에서 잡음과 페이딩에 의해 신호가 왜곡을 받아 수신단에 도달한다. 수신단에서는 이것을 수신하여 PSK 동기검파하여 수신신호 R을 판정한다. 통신로 모델과 M-ray PSK 신호의 공간 배치도는 그림 2와 같다.

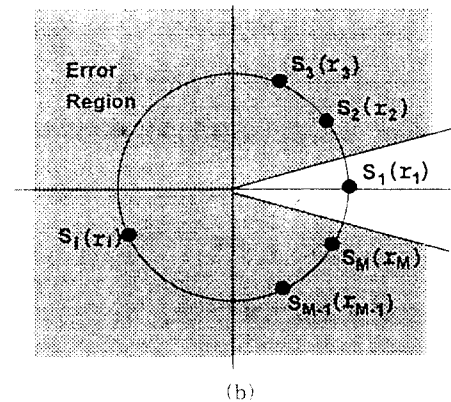
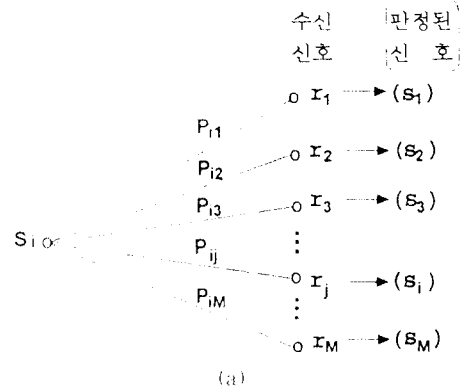


그림 2. 통신로 모델과 M-ray PSK 신호의 공간 배치도  
Fig 2. Channel model and signal constellation of M-ary PSK signal.

지금 이산적 통신로를 생각하여 송신신호는  $s_i$  ( $i=1,2,\dots,M$ ), 수신신호는  $r_j$  ( $j=1,2,\dots,M$ )로서 송신신호와 수신신호의 갯수가 동일하다고 가정한다. 이때 통신로의 전이확률  $P(r_j|s_i)$  즉  $P_{ij}$ 가 항상 일정한 값을 가지는 무기억(memoriless)채널을 가정한다. 송신기에서의 각 송신신호  $s_i$ 는 독립적으로 발생하며 등확률로 즉  $P(s_i) = \frac{1}{M}$ 로 전송된다고 한다. 수신기에서는 수신신호  $r_j$ 를 받음에 따라 송신신호  $s_i$ 를 판정해 낸다.

송·수신 신호의 평균상호정보량  $I(S;R)$ 는

$$I(S;R) = H(S) - H(S|R) = H(R) - H(R|S) \quad (14)$$

인데 여기서  $H(S)$ 는 송신단의 엔트로피,  $H(R)$ 는 수신단의 엔트로피이다. 그림 2의 (a)에서 송신신호  $s_i$ 가 독립적으로 발생한다면 수신신호  $r_j$ 도 독립적으로 수신된다. 송신신호가  $s_i$ 이고 수신신호가  $r_j$ 일때  $i=j$ 이면 올바르게 전송되었음을 나타낸다. 송신신호  $s_i$ 가 수신신호  $r_j$ 로 올바르게 전송될 확률 즉  $i=j$ 가 될 확률은 모두 같고 ( $P_{11}=P_{22}=\dots=P_{MM}$ ), 송신신호  $s_i$ 가 수신신호  $r_j$  ( $j=i+k \text{ mod } M; k=1,2,\dots,M-1$ )로 잘못 전송될 확률 즉  $i \neq j$ 가 될 확률도 모두 같다고 가정한다. 즉  $P_{i(i+1)} = P_{i(i+2)} = \dots = P_{i(i+M-2)} = P_{i(i+M-1)}$ 이다. 이와같은 가정하에서는 통신용량  $C$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = H(R) - H(R|S) = \log_2 M + \sum_{i=1}^M P_i \sum_{j=1}^M P_{ij} \log_2 P_{ij} \quad (15)$$

식(15)의 우변 둘째항에서의 첫번째  $\sum$ 는 어떤  $i$ 에 관해서도 같은 값을 가진다. 따라서  $i=1$ 로 놓고 계산해도 관계없다. 이때  $P_i$ 의  $i=1$ 에서부터  $M$ 까지의 합은 1이므로 식(15)의  $M$ -ray PSK 신호의 통신용량은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{MPSK} = \log_2 M + \sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_{i1} ; M \geq 4 \quad (16)$$

윗식을 올바르게 수신될 경우와 잘못 수신될 경우의 둘로 나누어 나타내면 다음 식과 같다.

$$C_{MPSK} = \log_2 M + P_{11} \log_2 P_{11} + \sum_{i=2}^M P_i \log_2 P_{i1} ; M \geq 4 \quad (17)$$

윗식의 우변 두번째 항은  $s_1$ 신호가 올바르게 수신될 경우이고 우변의 세번째 항은  $s_1$ 신호가 잘못 수신될 경우이다.

그림 2의 (b)에서 만약 신호 대 잡음 전력비가 크다고 하면 수신기에서 신호  $s_1$ 이 다른 신호로 잘못 판정될 확률  $P_{eM}$ (심벌 오류)는 신호  $s_1$ 이 신호  $s_2$ 로 잘못 판정될 확률  $P_{12}$ 와 신호  $s_1$ 이 신호  $s_M$ 으로 잘못 판정될 확률  $P_{1M}$ 만의 합으로 근사할 수 있다. 즉 신호 대 잡음 전력비가 크다면 신호  $s_1$ 이 신호  $s_1$ 이 신호  $s_3, s_4, \dots, s_{M-1}$ 로 판정될 확률은 매우 작다고 볼 수 있다. 그러므로  $P_{eM} \approx P_{12} + P_{1M}$ 이 되어 식(17)의 우변 세번째 항은 다음과 같이 근사된다.

$$\sum_{i=2}^M P_i \log_2 P_{i1} \approx P_{12} \log_2 P_{12} + P_{1M} \log_2 P_{1M} \quad (18)$$

따라서  $M$ -ary PSK 신호의 통신용량은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{MPSK} = \log_2 M + P_{11} \log_2 P_{11} + P_{12} \log_2 P_{12} + P_{1M} \log_2 P_{1M} ; M \geq 4 \quad (19)$$

윗 식에서  $P_{11}$ 은  $s_1$ 신호가 올바르게 판정될 확률이므로  $P_{11} = (1 - P_{eM})$ 가 되고 또한 신호  $s_1$ 이  $s_1$ 나  $s_1$ 으로 잘못 판정될 확률은 같으므로 ( $P_{12} = P_{1M} = P_{eM}/2$ ), 식(19)를 정리하면  $M$ -ary PSK 신호의 최종 통신용량식이 다음 식과 같이 된다.

$$C_{MPSK} = \log_2 M + (1 - P_{eM}) \log_2 (1 - P_{eM}) + P_{12} \log_2 P_{12} + P_{1M} \log_2 P_{1M} = \log_2 M + (1 - P_{eM}) \log_2 (1 - P_{eM}) + (P_{12} + P_{1M}) \log_2 P_{12} = \log_2 M + (1 - P_{eM}) \log_2 (1 - P_{eM}) + P_{eM} \log_2 (P_{eM}/2) ; M \geq 4 \quad (20)$$

따라서 4상 이상의  $M$ -ary PSK 신호의 통신용량은  $M$ -ary PSK 신호의 심벌오류  $P_{eM}$ 만을 이용하여 근사적으로 구할 수 있다.

또한 BPSK 신호의 경우에는 2원 대칭 통신로 모델을 그대로 적용할 수 있으므로 통신용량은 다음과 같이 간단히 구해진다.

$$C_{BPSK} = 1 - H(P_{eB}) \quad (21)$$

### V. 수치계산 결과

앞장에서 유도한 식을 이용하여 잡음 통신로와 페이딩 통신로에서의 M이 2, 4, 8, 16, 32, 64 일때의 PSK 신호의 통신용량을 구하여 그림 3~그림 8에 나타내었다. 각 그림에서 세로축은 통신용량을 신호대역폭으로 정규화한 통신용량 값을 나타내었는데 신호대역폭이 주어지면 이 값에 신호대역폭을 곱하여 곧바로 통신용량을 구할 수 있다. 또한 변조하지 않았을 경우(무변조)의 통신용량도 그림에 함께 나타냈다.

그림 3은 잡음 통신로의 통신용량을 나타낸다. 그림에서 위상변조된 신호는 변조하지 않은 신호에 비해 통신용량이 적다. 즉 변조를 하므로서 통신용량이 낭비됨을 알 수 있다. 그러나 신호를 다차변조하므로서 변조에 의한 통신용량의 낭비를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 또한 다차화할 경우 변조된 신호의 통신용량은 신호 대 잡음 전력비가 아무리 증가하더라도

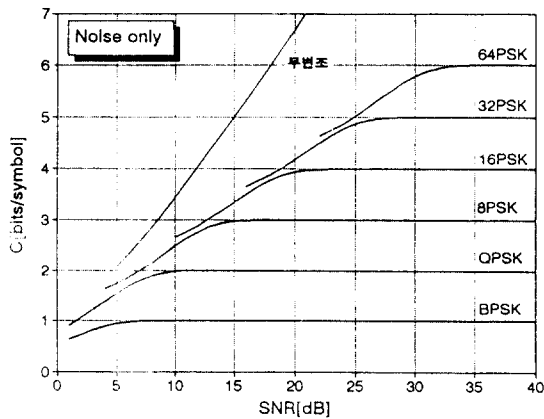


그림 3. 잡음 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량  
Fig 3. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in Gaussian noise channel.

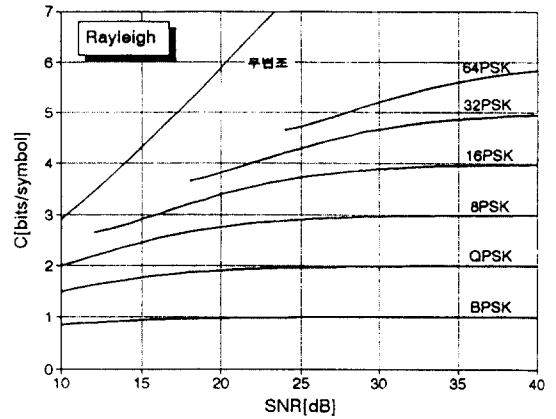


그림 4. Rayleigh 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량  
Fig 4. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in Rayleigh fading channel.

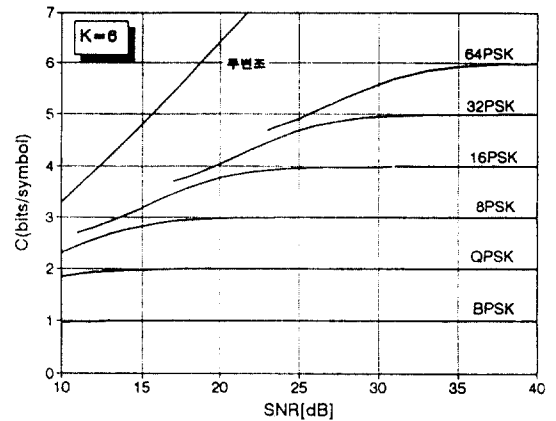


그림 5. Rician 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량(K=6인 경우)  
Fig 5. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in Rician fading channel(K=6).

$\log_2 M$  즉 심벌당 비트수 이상은 되지 않는다는 것을 알 수 있다.

그림 4는 Rician 페이딩 통신로에서 직접파 대 반사파 전력비(K)가 0인 경우이고 m-분포 페이딩 통신로에서는 페이딩 지수(m)가 1인 경우에 해당하는 Rayleigh 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량을 나타낸다. Rayleigh 페이딩은 이동통신

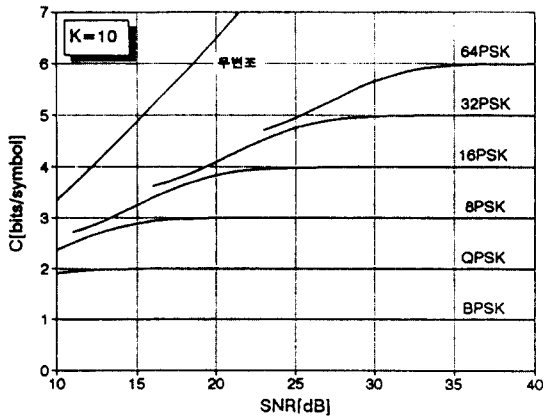


그림 6. Rician 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량(K=10인 경우)  
 Fig 6. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in Rician fading channel(K=10).

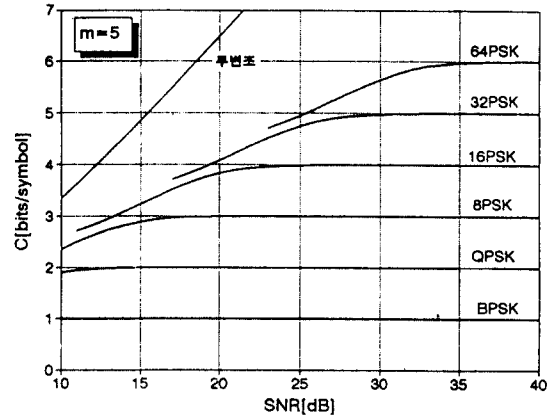


그림 8. m-분포 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량(m=5인 경우)  
 Fig 8. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in m-distribution fading channel(m=5).

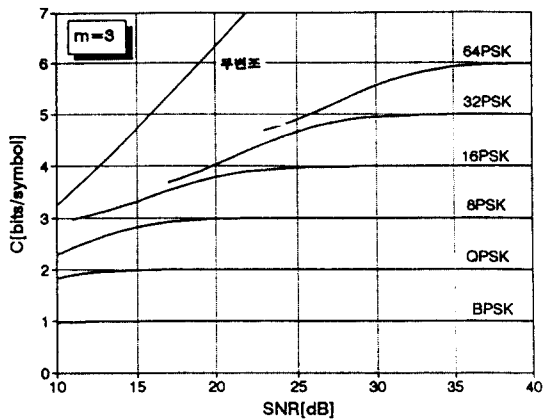


그림 7. m-분포 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 정규화시킨 통신용량(m=3인 경우)  
 Fig 7. Normalized channel capacity for M-ary PSK signal in m-distribution fading channel(m=3).

로 등에서 다중 반사파만이 존재할 때로서 페이딩이 매우 강한 경우인데 이때의 통신용량이 제일 적다는 것을 알 수 있다. 예를들어 신호 대 잡음 전력비가 12[dB]일 때의 무변조, BPSK, QPSK, 8 PSK, 16 PSK 신호의 통신용량을 비교하면 표 1과 같다. 표 1에서 두번째 행은 신호대역폭으로 정규화시킨 통신용량을 세번째 행은 예를들어 신호대역폭이 30 [KHz]일 때를 계산한 통신용량이다.

표 1. Rayleigh 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량(K=0, m=1, SNR=12[dB] 인 경우)  
 Table 1. Channel capacity for M-ary PSK signal in Rayleigh fading channel (K=0, m=1, SNR=12[dB]).

M-ary channel capacity	No Mod.	BPSK	QPSK	8 PSK
Normalized values [bits /symbol]	3.4544	0.8721	1.6241	2.1922
When bandwidth is 30 [KHz]	103.623	26.163	48.723	65.766

그림 5와 그림 6은 Rician 페이딩 통신로에서의 직 접파 대 반사파 전력비 K가 각각 6, 10 일 때의 M-ary PSK신호의 통신용량을 나타낸 것이다.

그림에서 직접파 대 반사파 전력비 K가 클수록 즉 페이딩이 약할수록 신호의 통신용량이 커짐을 알 수 있다. 표 1에서와 같은 환경에서 직접파 대 반사파 전력비 K가 6, 10인 경우의 통신용량을 구하면 각각 표 2, 표 3과 같다.

표 2. Rician 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량(K=6, SNR=12[dB] 인 경우)

Table 2. Channel capacity for M-ary PSK signal in Rician fading channel (K=6, SNR=12[dB]).

M-ary channel capacity	No Mod.	BPSK	QPSK	8 PSK
Normalized values [bits /symbol]	3.8887	0.989	1.9306	2.566
When bandwidth is [KHz]	116.661	29.67	57.918	76.98

표 3. Rician 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량(K=10, SNR=12[dB] 인 경우)

Table 3. Channel capacity for M-ary PSK signal in Rician fading channel (K=10, SNR=12[dB]).

M-ary channel capacity	No Mod.	BPSK	QPSK	8 PSK
Normalized values [bits /symbol]	3.9563	0.998	1.9695	2.6377
When bandwidth is 30 [KHz]	118.689	29.94	59.085	79.131

그림 7과 그림 8은 m-분포 페이딩 통신로에서 페이딩 지수 m이 각각 3과 5일 때 M-ary PSK 신호의 통신용량을 나타낸 것이다. 그림에서 페이딩 지수 m이 클수록 즉 페이딩이 약할수록 통신용량이 점점 많음만이 존재하는 통신로의 통신용량에 가까워짐을 알 수 있다. m-분포 페이딩 통신로와 Rician 페이딩 통신로에서의 통신용량을 비교해 보면 m=3과 K=6, m=5와 K=10인 경우가 거의 비슷함을 알 수 있다. 앞에서와 마찬가지로 페이딩 지수 m이 3, 5인 경우의 통신용량을 구하면 각각 표 4, 표 5와 같다.

표 4. m-분포 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량(m=3, SNR=12[dB] 인 경우)

Table 4. Channel capacity for M-ary PSK signal in distribution fading channel (m=3, SNR=12[dB]).

M-ary channel capacity	No Mod.	BPSK	QPSK	8 PSK
Normalized values [bits /symbol]	3.8592	0.9919	1.9306	2.5423
When bandwidth is 30 [KHz]	115.716	29.757	57.918	76.269

표 5. m-분포 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량(m=5, SNR=12[dB] 인 경우)

Table 5. Channel capacity for M-ary PSK signal in distribution fading channel (m=5, SNR=12[dB]).

M-ary channel capacity	No Mod.	BPSK	QPSK	8 PSK
Normalized values [bits /symbol]	3.9456	0.9984	1.9713	2.6294
When bandwidth is 30 [KHz]	118.368	29.952	59.139	78.882

## VI. 결 론

본 논문에서는 입력신호와 출력신호가 이산적이면서 그 수가 같고 입력신호의 발생확률이 등확률인 경우의 다상 위상변조(M-ary PSK)신호의 통신용량을 분석 적분적으로 표현되는 복잡한 기존의 통신용량 산출식 대신에 평균 삼변우함수를 이용하여 손쉽게 구할 수 있는 통신용량 산출식을 유도하였으며 이를 이용하여 잡음 통신로 뿐만 아니라 페이딩 통신로에서의 M-ary PSK 신호의 통신용량을 구하였다. 그리고 이것을 무변조시의 통신용량과 비교하여 나타내었다. 그리고 대표적인 경우에 대해 그림에서의 정규화된 값과 예로서 대역폭이 30KHz일때의 통신용량을 표로 정리했다.

수치계산결과를 검토한 결과는 다음과 같다.

- 1) 변조했을 때가 무변조 때보다 통신용량이 줄어 든다.
- 2) 페이딩이 강할수록 PSK 신호의 통신용량이 감소한다.
- 3) Rician 페이딩 통신로와 m-분포 페이딩 통신로에서의 통신용량은 K=0과 m=1(Rayleigh)인 경우에 일치하고 K=6과 m=3, K=10과 m=5일 때 거의 일치한다.



4) 다치화합수 즉 M이 클수록 통신용량은 증가하며, 또 신호 대 잡음 전력비가 클수록 통신용량은 증가하지만 심벌당 비트수(log<sub>2</sub>M)를 넘지 않는다.

본논문을 심사하는 데 있어서 많은 지적과 조언을 해주신  
두분의 심사위원께 깊이 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. C. E. Shannon and W. Weaver, The Mathematical Theory of Communications, Illinois : Illinois Univ. Press, 1949.
2. W. C. Y. Lee, "Estimate of channel capacity in Rayleigh fading environment," IEEE Trans. on Veh. Tech., vol. 39, no. 3, pp. 187-189, Aug. 1990.
3. 고봉진, 노재성, 조성준, "이동통신로의 통신로 용량," 한국통신학회 1992년도 하계종합학술발표회 논문집, pp. 684-687, 1992.
4. 고봉진, 황인수, 조성준, "페이딩 통신로의 통신용량에 관한 연구", 한국통신학회 논문지 '93~8, vol. 18, no. 8, pp. 1136-1145, 8월 1993.
5. 今井秀樹, 情報理論. 日本 東京 : 昭晃堂, 1990年.
6. R. E. Blahut, Principles and Practice of Information Theory. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
7. R. D. Gitlin, J. F. Hayes and S. B. Weinstein, Data Communications Principles. New York : Plenum Press, 1992.
8. 滑川敏彦, 奥井重彦, 通信方式, 日本 東京 : 森北出版株式會社, 1989年, 9月
9. W. C. Y. Lee, Mobile Communications Design Fundamentals. Howard W. Sams & Co., 1986.
10. M. Nakagami, "The m-distribution-A general formular of intencity of rapid fading," Statistical Methods in Radio Wave Propagation, W.C. Hoffman., New York : Perganon, 1960.
11. J. G. Proakis, Digital Communications, 2nd ed., McGraw-Hill, 1989.
12. L. J. Mason, "Error probability evaluation for

signals employing differential detection in a Rician fast fading environment and Gaussian noise." IEEE Trans. on Commun., vol. COM-35, no. 1, pp. 39-46, Jan. 1987.

13. 고봉진, 박상훈, 조성준, "Rician 페이딩 통신로에서 M-ary PSK 신호의 통신용량 비교," 한국통신학회 1993년도 하계종합학술발표회 논문집, pp. 569-573, 1993.

부 록 A

식(9)의 유도

본문의 식(8)은 다음과 같다.

$$P_{eB-K} = \int_0^{\infty} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{x}) \right] p_R(x) dx \quad (8)$$

윗식에 다음의 관계식을 이용하면

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$

식(8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{eB-K} &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(\sqrt{x})] p_R(x) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} p_R(x) dx - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erf}(\sqrt{x}) p_R(x) dx \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erf}(\sqrt{x}) \frac{(K+1)}{x^{\alpha_0}} \\ &\quad \cdot \exp\left[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0}(K+1)\right] \\ &\quad \cdot I_0\left[2\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0} K(K+1)}\right] dx \quad (A-1) \end{aligned}$$

윗식의 우변 두번째항을 [A]로 나타내기로 한다.

$$\begin{aligned} [A] &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erf}(\sqrt{x}) \frac{(K+1)}{x^{\alpha_0}} \exp\left[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0}(K+1)\right] \\ &\quad \cdot I_0\left[2\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0} K(K+1)}\right] dx \quad (A-2) \end{aligned}$$

윗식에 다음의 공식을 이용하면

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}(x) &= \frac{2x}{\sqrt{\pi}} {}_1F_1(0.5; 1.5; -x^2) \\ I_0(z) &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(Z/2)^{2i}}{(i!)^2} \\ {}_1F_1(K+1; \frac{3}{2}; -x^2) &= e^{-x^2} {}_1F_1(\frac{1}{2}; -k; \frac{3}{2}; x^2) \end{aligned}$$

식(A-2)는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} [A] &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{2\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\pi}} {}_1F_1(0.5; 1.5; -\alpha) \frac{(K+1)}{\alpha_0} \\ &\cdot \exp[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0}(K+1)] \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\{\frac{\alpha(K^2+K)}{\alpha_0}\}^i}{(i!)^2} d\alpha \\ &= \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha) {}_1F_1(1; 1.5; \alpha) \frac{(K+1)}{\alpha_0} \\ &\cdot \exp[-K - \frac{\alpha}{\alpha_0}(K+1)] \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\{\frac{\alpha(K^2+K)}{\alpha_0}\}^i}{(i!)^2} d\alpha \\ &= \frac{(K+1)}{\sqrt{\pi} \alpha_0} \exp(-K) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\{\frac{(K^2+K)}{\alpha_0}\}^i}{(i!)^2} \\ &\cdot \int_0^{\infty} \alpha^{i+\frac{1}{2}} \exp[-\alpha \frac{(K+1+\alpha_0)}{\alpha_0}] {}_1F_1(1; 1.5; \alpha) d\alpha \end{aligned} \tag{A-3}$$

윗식에서 우변의 적분부분을 다음과 같이 [B]로 나타내기로 한다.

$$[B] = \int_0^{\infty} \alpha^{i+\frac{1}{2}} \exp[-\alpha \frac{(K+1+\alpha_0)}{\alpha_0}] {}_1F_1(1; 1.5; \alpha) d\alpha \tag{A-4}$$

윗식에 다음의 공식을 이용하면

$$\begin{aligned} g(p) &= \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \\ f(t) &= t^{\sigma-1} {}_mF_n(a_1, \dots, a_m; \rho_1, \dots, \rho_n; \lambda t) \\ g(p) &= \Gamma(\sigma) p^{-\sigma} {}_{m+1}F_n(a_1, \dots, a_m, \sigma; \rho_1, \dots, \rho_n; \lambda/p) \end{aligned}$$

식(A-4)는 다음과 같이 구해진다.

$$[B] = \Gamma(i+1.5) \left( \frac{K+1+\alpha_0}{\alpha_0} \right)^{-(i+1.5)} {}_2F_1(1, i+1.5; 1.5; \frac{\alpha_0}{K+1+\alpha_0}) \tag{A-5}$$

따라서 최종오율  $P_{eB-R}$ 은 식(A-3)에 식(A-5)를 대입하여 [A]를 구한후 이를 다시 식(A-1)에 대입하면 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} P_{eB-R} &= \frac{1}{2} - \frac{(K+1)}{\sqrt{\pi} \alpha_0} \exp(-K) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\{\frac{(K^2+K)}{\alpha_0}\}^i}{(i!)^2} \\ &\cdot \Gamma(i+1.5) \left( \frac{K+1+\alpha_0}{\alpha_0} \right)^{-(i+1.5)} \\ &\cdot {}_2F_1(1, i+1.5; 1.5; \frac{\alpha_0}{K+1+\alpha_0}) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\alpha_0} (K+1)}{\sqrt{\pi}} \exp(-K) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(K^2+K)^i}{(i!)^2} \\ &\cdot \Gamma(i+1.5) (K+1+\alpha_0)^{-(i+1.5)} \\ &\cdot {}_2F_1(1, i+1.5; 1.5; \frac{\alpha_0}{K+1+\alpha_0}) \end{aligned} \tag{9}$$



高 鳳 震(Bong Jin Ko) 終身會員  
1963年 11月 6日生  
1982年 3月~1986年 2月:韓國航空  
大學校 航空通信工學  
科 卒業(工學士)  
1986年 3月~1988年 2月:韓國航空  
大學校 大學院 卒業  
(工學碩士)

1990年 3月~1993年 2月:韓國航空大學校 大學院 博士課  
程 修了

1988年 9月~1989年 2月:韓國航空大學校 電子科 助教

1990年 3月~1993年 2月:韓國航空大學校 航空通信情報工  
學科 講師

1994年 3月~現在:仁荷工業專門大學 通信科 專任講師



趙 成 俊(Sung Joon Cho) 終身會員  
1946年 1月 9日生  
1965年 4月~1969年 2月:韓國航空  
大學 航空通信工學科  
卒業(工學士)  
1973年 4月~1975年 2月:漢陽大學  
校 大學院 卒業(工學  
碩士)

1977年 4月~1981年 3月:大阪大學大學院 通信工學科 卒  
業(工學博士)

1969年 4月~1972年 7月:海軍技術將校

1972年 8月~現在:韓國航空大學校 航空通信情報工學科 教授  
韓國通信學會 企劃理事