

퍼지 논리를 이용한 요요 제어

Fuzzy Logic Control of an Yo-yo

이연정*, 이승하*, 심광현*, 방석원*, 변증남*
Yun-Jung Lee*, Seung-Ha Lee*, Kwang-Hyun Shim*,
Seok-Won Bang* and Zeungnam Bien*

ABSTRACT

In this paper, the yo-yo control system is introduced as a new benchmark system for evaluation of intelligent controllers. In order to control an yo-yo, an asymmetric nonlinear controller is needed due to the unique nonlinear asymmetric dynamic characteristics of the system. As such, it is difficult to control an yo-yo either by a linear controller or by a bang-bang controller. In the paper, we have implemented a yo-yo control system with a general-purpose fuzzy controller. In the fuzzy control, 14 if-then rules are used, being extracted from human expertise and, for real-time control, a fuzzy inference hardware(called FLEXi) is used.

I. 서 론

하나의 제어기를 설계한 후 이를 대상 플랜트와 결합하여 실제로 그 성능을 검증하는 것은 제어기 개발에 있어 매우 중요한 일이다. 대상 플랜트의 선정에 있어서는 제어기 설계시 특정 플랜트를 대상으로 하는 경우도 있겠으나, 개발된 제어기 또는 제어기 설계 방법이 범용 적일 경우는 하나의 기준이 되는 플랜트를 이용함으로써 그 성능을 평가하는 것이 널리 사용되어온 방법이다. 이러한 목적으로 이용될 기준 플랜트가 가져야할 특성으로는 우선 개발된 제어기의 성능을 충분히 보여줄 수 있을 만큼 비교적 제어하기 어려우면서도, 비교적 그 구성이 간단하여 적용 실험이 용이해야한다는 점을 들 수 있다[1].

역진자 시스템(Inverted Pendulum System: IPS)은 이러한 기준 플랜트로써 매우 널리 이용되어진 것 중에 하나이다. IPS는 그 모델 식에서 보여지는 것과 같이 비선형성을 포함하고 있으며, 비교적 그 구현이 간단하고, 플랜트의 움직임이 흥미롭다는 특성을 가지고 있어 여러 제어 방법의 기준 플랜트로써 이용되어 온 것으로 여겨진다. 많은 연구자들이 IPS를 이용하여, 그들이 제안한 제어기의 성능 검증과 기존에 다른 연구 결과와의 비교 등을 하였으며, 실제 구현된 여러 형태의 IPS들을 이용한 시연(demonstration)을 통하여 그 결과를 생생하게 보여주기도 하였다[1, 2]. 특히, IPS는 퍼지 논리나 신경회로망 등을 이용한 지능 제어기의 성능 검증을 위해 널리

*한국과학기술원 전기 및 전자공학과

이용된 기준 플랜트이다.

그러나, 혹자는 IPS가 기존의 선형 제어나 bang-bang 제어로도 잘 제어되므로 IPS의 제어를 통해 보여주려고 하는 지능 제어기의 우수성이 잘 나타나지 않는다고 주장한다[1]. 이는, 실제로 IPS의 동특성에는 막대의 기울어진 각도에 대한 삼각함수의 비선형성이 포함되는데, 막대의 기울진 각도가 작을 때(예를 들어, $|막대\ 각도| \leq 10^\circ$)에는 선형화된 동특성으로 근사화될 수 있는 것과 기존의 선형 제어가 어느 정도 강한 특성을 내포하는 것에 기인한다.

본 논문에서는 상기한 바와 같이 지능 제어기의 우수성과 성능 검증에 보다 효과적일 수 있는 또 다른 하나의 기준 플랜트로써 요요(yo-yo) 시스템을 소개한다. 요요의 반복적인 상하 회전 운동의 제어를 위해서는 비대칭적인 비선형성(asymmetric nonlinearity)을 갖는 제어가 필요하므로 해서 기존의 선형 제어나 bang-bang 제어기로는 제어하기 힘든 플랜트이다. 이는 다음 예와 같은 요요 시스템의 자체 특성에 기인한다. 예를 들어, 요요 원판이 거의 줄 끝에 다다랐을 때에는 요요 원판이 다시 위로 감아 올라오게 하기 위해 큰 힘을 주어 줄을 위로 당기어야 하는 반면, 요요 원판이 내려 갈 때는 중력의 영향으로 줄을 작은 힘으로 위로 당기어도 요요 원판이 아래로 잘 내려간다. 또한, 요요 시스템은 앞서 언급한 기준 플랜트로서 갖추어야 할 특성을 고루 갖추고 있다. 이는 본 논문에서 기술할 요요 시스템의 모델 식이나, 비교적 간단하게 구현할 수 있는 요요 시스템의 실험 장치의 소개를 통하여 확인할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 요요 시스템의 제어를 위한 제어기로써 퍼지 제어기를 이용하였다. 일반적으로, 퍼지 제어기는 그 제어 규칙들을 잘 조합함에 따라 입출력간의 비선형적인 대응관계를 나타낼 수 있는 하나의 비선형 제어기로 여겨지므로, 요요 제어를 위해 필요한 비대칭적 비선형 제어기의 구성 방법 중 하나로서 사람의 제어 행위를 모사하여 구성된 퍼지 제어기를 선정하였다. 실제 구현된 요요 시스템을 실시간으로 제어하는데 있어서는 한국과학기술원 전기 및 전자공학과와 제어 연구팀이 개발한 퍼지 추론 하드웨어(FLEXi)를 갖는 범용 퍼지제어기를 사용하였다.

II. 요요 시스템

요요란 두개의 원판의 중심이 작은 원형 막대기로 연결되어 있고, 작은 막대기에는 줄이 감겨져 있는 일종의 장난감이다. 요요를 하는 방법은 줄의 한쪽 끝을 손가락에 묶고, 요요의 줄을 원판 사이의 막대기에 감은 후 원판을 아래로 놓으면 줄이 풀리면서 원판이 회전하며 내려가게되는데, 이 때는 손을 위로 올려 주어 잘 내려가도록 하고, 요요의 줄이 거의 다 풀릴 정도가 되면 손을 순간적으로 당겨 주어 원판이 반대로 줄을 감으면서 올라오도록 하며, 일단 원판이 올라오게 되면 손을 아래로 내려주어서 원판이 잘 감아 올라오도록 하는 동작을 반복하는 것이다.

본 절에서는 그림 1과 같이 나타내어지는 요요 시스템의 수학적 모델을 구해본다. 한편, 그림 1에 기술된 각 기호들의 의미를 정리하면 다음과 같다.

- M : 전체 요요의 질량. 즉, $M=2m_1+m_2$.
- h : 손의 높이.
- x : 손에서 요요 원판의 중심까지의 거리.
- L : 전체 요요 줄의 길이.
- θ : 요요 원판의 회전각(반시계 방향으로 증가).
- a : 요요 원판의 중심을 연결한 막대의 반지름.
- b : 요요 원판의 반지름.
- K : 요요 줄과 원판의 회전속도 마찰계수.
- r : 요요 원판의 중심에서 감긴 줄의 외부까지의 반지름.
- I : 요요 원판의 관성(Inertia).

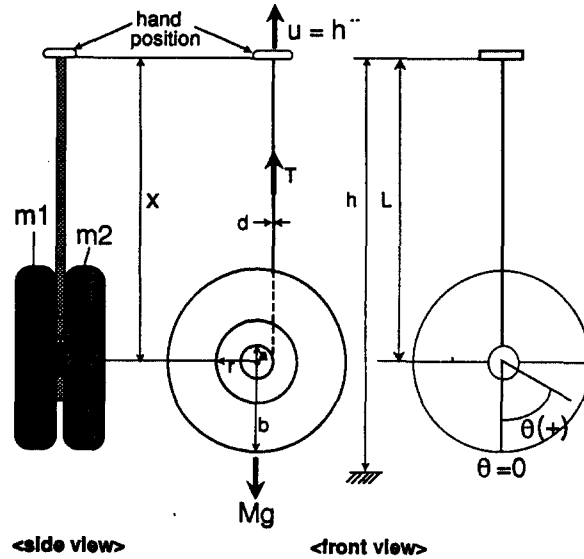


그림 1. 요요 시스템의 파라메타.
Fig. 1. Parameters in the yo-yo system.

- T : 요요 줄에 작용하는 장력(tension).
- u : 손을 들어올리는 가속도.
- d : 줄 두께.

위의 정의된 표기법을 사용하여 수직운동방정식 및 회전운동 방정식을 각각 세워주면[3]:

$$M\ddot{x} = M(g-u) - T \tag{1}$$

$$I\ddot{\theta} = (-T \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) - K\dot{\theta})r \tag{2}$$

가 된다. 그리고, 반지름 r 은 요요 원판의 회전 토크에 관계하는데 r 은 원판 중심의 막대에 요요 줄이 감김에 따라 증가하게 된다. 반면, 반지름 r 의 증가에 따라 거리 x 는 짧아지게된다. 따라서,

$$r(\theta) = a + \frac{d}{2\pi} |\theta| \tag{3}$$

$$x = L - \left| \int_0^\theta r(\theta) d\theta \right| = L - a|\theta| - \frac{d}{4\pi} \theta^2 \tag{4}$$

가 된다. 여기서, (3) 식은 반지름 r 이 원판이 한 회전할 때마다 줄 두께 d 만큼씩 증가하는 것을 선형적으로 근사화한 것이다. 그리고 (4)식을 두번 미분하고, 이를 (1)식에 대입한 후 (2)식과 연립하여 풀면 최종적으로, 손에서 요요 원판의 중심까지의 거리 x 와 요요 원판의 회전각 θ 에 대한 요요 시스템의 운동 방정식(dynamic equation)을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\ddot{\theta} = - \frac{g - u - \frac{d}{2\pi} \dot{\theta}^2 + K \dot{\theta} \operatorname{sgn}(\theta)}{M(a|\theta| + \frac{d}{2\pi} \theta^2)} + \frac{I\theta}{M(a|\theta| + \frac{d}{2\pi} \theta^2)} + a \operatorname{sgn}(\theta) + \frac{d}{2\pi} \theta \quad (5)$$

$$\ddot{x} = -a \operatorname{sgn}(\theta) \ddot{\theta} - \frac{d}{2\pi} (\dot{\theta}^2 + \theta \ddot{\theta}) \quad (6)$$

실제 요요 원판은 전후 또는 좌우로도 움직일 수 있으나, 상기한 모델링 과정에서는 원판의 상하 운동과 회전 운동만을 고려하였다. (5), (6)식의 요요 운동 방정식에서 보여지듯이 요요 시스템은 선형화 하기 힘든 비선형성을 포함하고 있음을 알 수 있다.

이와 같이 구해진 요요 운동 방정식을 검증하기 위하여 제어 입력이 없을 경우, 즉 $u=0$ 인 경우 컴퓨터 모의 실험(simulation)을 해 보았다. 본 모의 실험에서는 초기에 원판이 0.9 m 높이로 감겨 올려져 있다고 가정하는 경우이다. 그 결과들은 그림 2와 같으며, 이때 사용된 각 시스템 파라메타는 표 1과 같다. 그림 2의 결과에서는 마찰이 없는 경우($K=0$)에는 원판이 에너지 보존 법칙에 따라 무한히 반복적인 운동을 함을 보이며, 마찰이 커짐에 따라($K=0.001 \text{ Nsec/m}$ 또는 $K=0.01 \text{ Nsec/m}$) 반복 주기와 원판 높이의 감쇄하는 정도가 점점 심해짐을 보인다. 이 결과는 일반적인 직관이나 경험과 일치하는 것으로 이로부터 상기한 모델 식들이 잘 유도되었음을 알 수 있다.

한편, 본 논문에서는 이러한 모델 식을 이용한 모의 실험을 한 것이 아니라 실제 시스템을 구현하여 실험하였으나 추후 다양한 제어 방법을 이용한 제어나 다른 연구자가 손쉽게 요요 시스템을 기준 플랜트로 사용하는데 큰 도움을 주리라 믿는다.

표 1. 모의실험에 사용된 파라메타 값

Table 1. Parameters used in the simulation

H	1.0 m	g	9.8 Kg · m/sec
d	0.001 m	K	0.001 N · m/sec
M	0.1 Kg	I	0.0000625 Kg · m ²
a	0.005 m	b	0.025 m

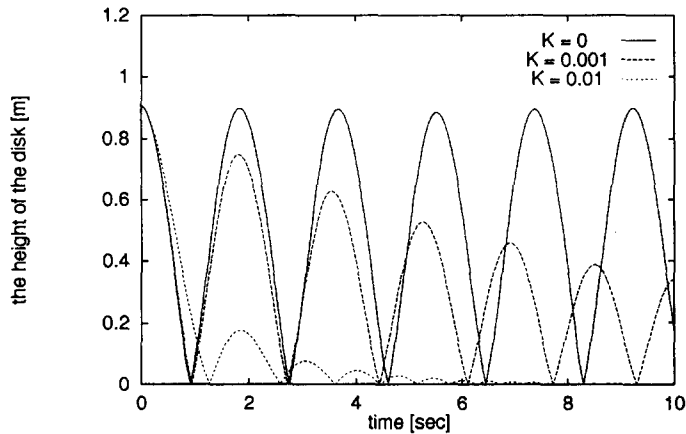


그림 2. 요요 모델 검증을 위한 모의실험 결과.

Fig. 2. Simulation results of the yo-yo model.

Ⅲ. 전체 시스템 구성

요요 운동을 위한 전체 제어 시스템[4]은 그림 3과 같이 구성되었다. 이 시스템은 크게 요요 기구부, 센서 및 구동부 인터페이스, 퍼지 제어기, 엔지니어링 소프트웨어로 나뉠 수 있다.

요요 기구부에는 요요 원판, 두개의 풀리, 모터 등이 해당된다. 또한 요요 줄은 원판과 모터쪽 풀리를 연결하는 것이다. 그사이 다른 풀리가 하나 있는데 이는 요요 줄의 흔들림이 모터 풀리 쪽으로 전해져 제어 시스템에 영향을 주는 것을 방지 하기 위함이다. 모터 구동축에 붙인 풀리에 요요 줄을 감거나 푸는 과정을 통해서 요요 줄을 잡고 상하로 움직이는 사람의 행위와 같은 움직임을 얻을 수 있다.

사람은 손과 눈으로 요요의 움직임을 정확하게 감지하지만 기계적 요요 시스템에 있어 요요의 운동을 감지하는 것은 그리 쉽지 않다. 역진자의 경우에는 막대의 기울어진 각도를 감지하는 것은 아주 간단하여 광학 엔코더를 막대의 회전 축에 붙이기만 하면 된다. 그러나 요요는 공간상에서 요요 원판이 자유롭게 움직이기 때문에 직접적으로 어떤 장치를 붙이는 광이 어렵다. 본 연구에서는 하나의 초음파 감지기를 이용하여 요요 원판의 지면으로부터의 높이를 감지하도록 하였다. 이와함께 모터의 회전축에 붙어 있는 엔코더 신호를 이용하여 제어기에 필요한 입력을 감지하도록 하였다. 한편, 초음파 감지기를 그림 3과 같이 쓰는 경우 요요 원판은 감지기의 바로 위쪽에 위치하여야만 안정된 감지를 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요요 원판의 수평적인 운동을 없애기위해 두개의 안내 줄을 설치하여 요요의 원판이 이 줄을 따라서 수직적인 운동을 하도록 하였다. 또한 초음파가 요요 원판에서 반사되는 면적이 작고 반사각도 일정하지 않아 얇고 둥근 판을 요요 원판의 아래쪽에 붙여 초음파의 반사가 용이하도록 하였다.

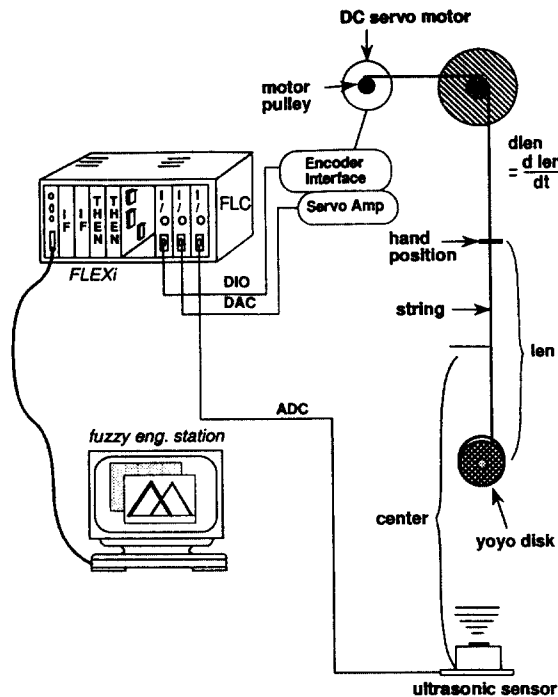


그림 3. 전체 시스템 구성.

Fig. 3. Overall system configuration.

퍼지 제어기 부분에서는 퍼지 추론 과정의 실시간 처리를 위해 FLEXi[5] 구조를 갖는 하드웨어 퍼지 프로세서를 이용하였다. 하나의 IF 모듈과 하나의 THEN 모듈로 이루어진 이 시스템은 코프로세서 형의 추론 하드웨어로 초당 20000 번의 출력을 계산할 수 있는 성능을 갖고 있다. 퍼지 추론과정 이외의 모든 퍼지 제어기 동작은 68030 마이크로 프로세서를 근간으로 하는 싱글 보드 컴퓨터가 관장하도록 하였다.

일반적으로 퍼지제어기를 만드는 과정에 있어서 퍼지 규칙이나 소속 함수를 설계하거나 이를 모의실험 혹은 실제의 하드웨어에 다운로드하여 실험할 수 있는 소프트웨어 툴이 필수적이다. 왜냐하면 퍼지 규칙이나 소속 함수는 명백하게 한번에 정해지지 않고 trial-and-error 방법으로 동조가 필요한 경우가 많기 때문이다. 이와 같은 경우 사용자는 여러번에 걸쳐 규칙과 소속함수를 설계하고 프로그램화 하는 번거로운 과정을 반복해야 한다. 또한 퍼지제어기를 설계하고 동작시키는데 있어 소속함수 같은 것을 지정하는 것이 꼭지점 혹은 파라메타를 이용할 경우 불편함이 많기 때문에 만약 이를 마우스나 키보드로 그래픽을 설계한다면 그 과정이 매우 빨라지게 되는 것이다.

본 요요 제어기를 위해서는 Sun 워크스테이션에서 수행되는 퍼지 엔지니어링 스테이션으로 이름 붙여진 소프트웨어가 개발되었다. 이는 퍼지 규칙이나 소속함수를 그래픽 사용자 인터페이스 개념으로 설계하는 것이 가능함은 물론이고 목적 플랜트의 모델이 있을 경우 수치적인 모의실험을 통해 제어기 성능을 미리 평가해 보는 것도 가능한 소프트웨어이다. 이러한 과정을 통해 만들어진 퍼지 규칙 및 소속함수는 퍼지제어기로 다운로드되어 실제의 요요 플랜트와 함께 실험을 통해 최종 퍼지제어기가 완성되었다.

IV. 퍼지 논리 제어기의 설계 및 실험 결과

요요와 같이 그 동적 특성이 비선형적이고 비대칭적인 시스템을 제어하는데는 기존의 제어이론을 통한 제어기는 거의 불가능하다. 그러나 인간은 해당 시스템에 대한 모델을 몰라도 몇번의 연습으로 원하는 동작을 할 수 있다. 이러한 인간의 제어 동작은 애매성을 포함하는 언어적 변수와 if-then 형식의 규칙으로 표현할 수 있다. 또한 이와 같은 if-then 규칙과 언어적 변수를 포함하는 제어행위는 퍼지 논리 제어기의 개념으로 간단히 기계화 할 수 있다는 것은 잘 알려진 사실이다. 따라서 본 연구에서는 복잡한 요요 시스템의 모델링을 통하지 않고 인간 전문가로부터 규칙에서 퍼지 제어기를 구성하여 요요 시스템을 제어하는 방법을 택하였다.

퍼지제어기의 입력으로는 줄길이(len)와 그 변화율(dlen)이, 출력으로는 모터의 토크가 설정되었다. 처음에 이를 기초로 요요의 상하 운동을 계속할 수 있는 규칙과 소속함수를 인간 전문가로부터 추출하여 실험하였다. 그러나 예상과 달리 이와 같은 입·출력을 갖는 퍼지제어기로는 만족할만한 결과를 얻지 못하였다. 왜냐하면 줄이 위쪽 혹은 아래쪽으로 점점 이동되어 요요 원판이 초음파 감지기의 감지 범위를 벗어나거나 초음파 감지기와 부딪히는 경우에 생기게 되었기 때문이다.

표 2. 입, 출력 변수의 전체 집합 범위

Table 2. Universe of discourses of Input/Output variables

Variable	I/O	Min.	Max.	Num. of Label
len	input	0	80 cm	4
dlen	input	-70 cm/sec	70 cm/sec	3
center	input	-30 cm	30 cm	3
power	output	-7.3 Volts	5.3 Volts	5

따라서 본 연구에서는 손의 위치와 요요 원판의 중간지점의 높이(center)를 또다른 제어기 입력으로 사용하고 이를 어떤 값으로 유지시키도록하는 규칙을 추가하였다. 실제로 사람이 요요를 할 때도 이와 같은 동작을 하고 있음을 관찰할 수 있다. 결국 본 연구에서 개발한 퍼지 논리 제어기의 목적은 center 값을 일정한 값으로 유지하는

것과 요요 원판의 상하 운동을 계속하도록하는 것, 두가지로 하였다.

표 2에서 퍼지 제어기의 입력과 출력이 전체 집합(universe of discourse)과 함께 요약되어 있다. 요요제어를 위한 전문가의 규칙은 표 3과 같이 14개의 퍼지 if-then 규칙으로 추출되었다. 또한 입, 출력 변수의 각 퍼지 레이블의 소속함수는 그림 4의 (a), (b), (c), (d)와 같이 각각 설정되었다. 이들은 실제 요요 플랜트와 연결된 퍼지제어기를 동작시키면서 반복적인 trial-and-error 방법을 통해 완성된 것이다. 퍼지제어기의 추론과정에는, 싱글톤 퍼지화, Mamdani의 Max-Min 합성법이 쓰였고 비퍼지화 방법은 무게중심법이 쓰였다.

표 3. 퍼지 요요 제어기의 규칙

Table 3. The Rules of the fuzzy yo-yo controller

Rule	len	dlen	center	power
1	SH	NS		ZO
2	SH	ZO		ZO
3	SH	PS		ZO
4	MD	NS		PB
5	MD	ZO		ZO
6	MD	PS		ZO
7	LG	NS		PS
8	VL	NS		ZO
9	LG	ZO		ZO
10	LG	PS		NB
11	VL	PS		NS
12			NS	NB
13		ZO	ZO	ZO
14			PS	PS

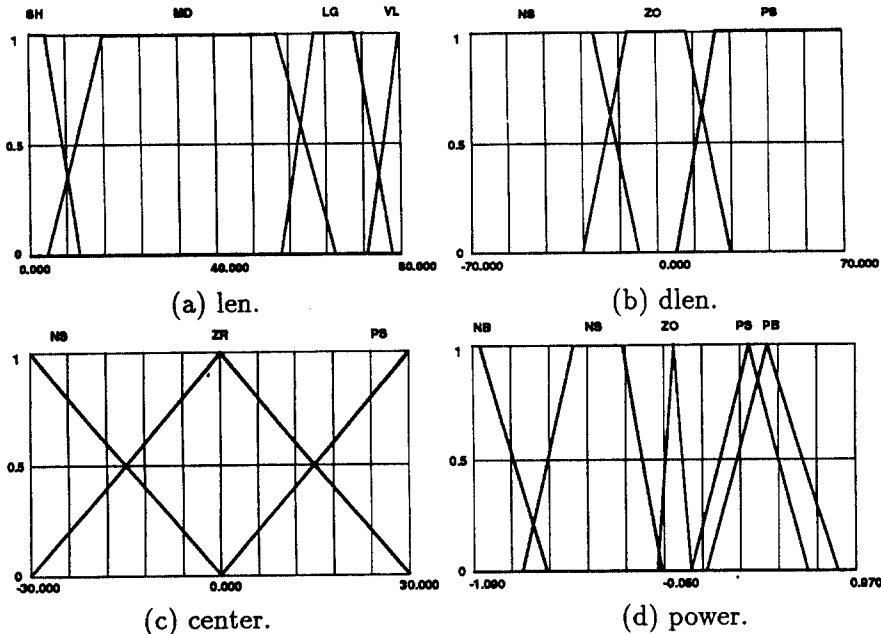


그림 4. 입/출력 변수의 소속 함수.

Fig. 4. Membership functions of each I/O variables.

구성된 퍼지제어기의 입·출력 관계를 그림으로 표시하면 그림 5와 같다. 그림에서 보면 서론에서 설명한 바와 같이 구성된 퍼지제어기의 특성이 비선형적이고 비대칭적이다. 이와 같은 특성은 기존의 PID 제어기로는 얻을 수 없는 특성이다. 따라서 본 연구에서 제안한 요요 시스템은 기존의 PID 제어기로도 어느정도 제어가 가능한 역진자의 경우보다 제어가 합드는 플랜트임을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 시스템을 학습제어, 퍼지제어, 신경망 제어 등 지능제어이론의 벤치마크 시스템으로 쓰인다면 기존의 제어이론에 대비해서 새로운 이론의 유용성을 더욱 부각시킬 수 있을 것이다.

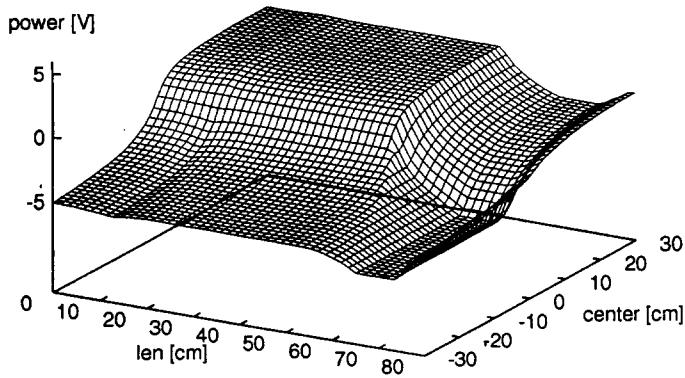
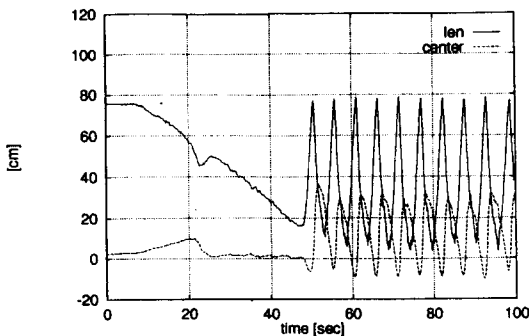
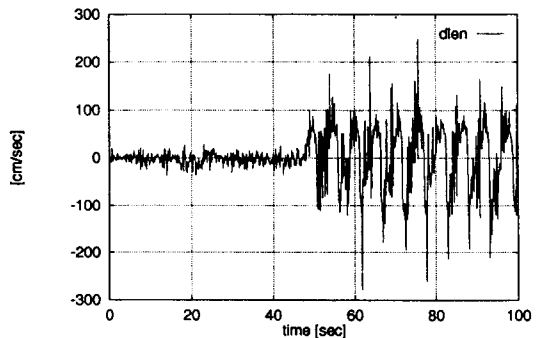


그림 5. $dlen = 30\text{cm/sec}$ 일때의 입 출력 관계.
 Fig. 5. The input and output relation when $dlen = 30\text{cm/sec}$.

그림 6에 실제의 요요시스템 실험결과를 보였다. 실험 결과에서 len 값과 center 값은 각각 일정한 범위를 갖고 주기적으로 변화하는 것을 볼 수 있다. 이것은 사람이 요요를 하는 것과 같이 퍼지제어기가 잘 동작하고 있음을 의미한다. 실제로는 요요줄의 흔들림이나 가이드 줄과 요요 원판의 마찰로 인한 불규칙적인 외란이 존재하지만 이와 무관하게 동작하는 제어기의 강인성을 보여주고 있다.



(a) The length of the string(len) and the height of the center point(center)



(b) The time derivative of the length of the string(dlen)

그림 6. 실험 결과 그래프.
 Fig. 6. Trajectories of the experimental results.

V. 결 론

본 논문에서는 매우 흥미로운 제어 대상 플랜트로써 요요 시스템을 소개하고, 이를 실제 구현하여 개발된 범용 퍼지 추론 하드웨어를 이용한 퍼지 제어 실험 내용에 대해 기술하였다. 구성된 퍼지 제어기는 요요 원판의 반복적인 상하 회전운동을 하도록 하는 것과 그 움직임이 일정한 범위 내에서 일어나도록 하는 두가지 제어 목적을 동시에 만족시키도록 설계되었다.

요요 시스템은 유도된 모델 식과 구현된 퍼지 제어기의 입출력 특성에서도 보였듯이 비대칭적인 비선형성을 내포하고 있고, 이에 따라 기존의 선형 제어기로는 제어하기 어려운 플랜트로써 퍼지 제어기는 물론 신경회로망 등을 이용한 지능 제어기의 성능 검증용으로 매우 적합한 시스템임을 보였다. 또한, 실제 실험 결과에서는 비선형적이고 비대칭적이며 외란이 있는 요요 시스템의 제어를 퍼지 제어기가 사람이 하는 것과 같이 잘 수행함을 보였다.

앞으로, 본 논문에서 제안한 요요 시스템이 실제 제작 방법에 있어 보다 개선되고, 본 논문에서 고찰한 요요의 반복 운동 제어 뿐 아니라 요요 원판의 일정범위 내의 위치 제어 등 다양한 방법으로 여러 제어 방법들이 적용되어, 역진자 시스템 등에 못지않은 새로운 지능 제어기 검증용 기준 플랜트로 발전하기를 기대한다.

참 고 문 헌

1. S. Geva and J. Sitte, "A cartpole experiment benchmark for trainable controllers," *IEEE Control Systems*, pp. 40-51, Oct. 1993.
2. A. G. Barto, R. S. Sutton, and C. W. Anderson, "Neuronlike adaptive elements that can solve difficult learning control problems," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-13, pp. 834-846, 1983.
3. J. H. Ginsberg and J. Genin, *Dynamics*, John Wiley & Sons, 1977.
4. Z. Bien, Y.-T. Kim, Y.-J. Lee, S.-H. Lee, and T.-S. Lim, "Development of a fuzzy control systems for industrial processes," in *Proc. of the Asian Control Conference(ASCC)*, Tokyo, Japan, July 1994, pp. 489-492.
5. Seung ha Lee and Zeungnam Bien, "Design of expandable fuzzy inference processor," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 40, no. 2, pp. 171-175, 1994.