

## 말뚝기초(IX)

박 용 원\*1  
김 병 일\*2

### 9. 말뚝의 침하

#### 9.1 외말뚝의 침하

축하중을 받는 외말뚝의 침하는 다음과 같이 여러 요인에 의해 발생한다.

- ① 말뚝의 탄성침하
- ② 주변지반에 대한 말뚝의 상대적인 미끄러짐
- ③ 말뚝하중에 의한 주변지반의 침하(탄성 및 압밀 침하)
- ④ 말뚝선단 아래 지반의 침하(탄성 및 압밀 침하)
- ⑤ 말뚝재료의 장기적인 크리프(creep)

말뚝침하의 요인이 다양할 뿐만 아니라, 말뚝설치과정에서 지반의 응력 변형률 조건이 변화하기 때문에 말뚝침하를 정확하게 예측하기는 매우 어렵다. 말뚝의 침하를 산정하는 기존의 방법에는 말뚝축을 따르는 응력분포를 임의의 형태로 가정하고 Terzaghi의 일차원이론을 사용하는 방법과 경험적 상관관계를 이용하는 방법이 있다. 경험적인 상관관계는 Meyerhof(1959)<sup>(10)</sup>와 Focht(1967)<sup>(11)</sup>가 연구하였다. Meyerhof는 말뚝 아래에 연약지반이 없는 모래지반의 말뚝 침하량  $\rho$ 를 산정할 수 있는 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\rho = \frac{d_b}{30F} \quad (1)$$

여기서,  $d_b$  = 말뚝 저면의 지름

$F$  = 극한하중에 대한 안전율 (> 3)  
Focht는 점성토지반에서 여러번의 말뚝재하시험을 하여 관측 침하량  $\rho$ 와 사용하중에 의한 말뚝 변형량 계산값  $\rho_{cin}$  사이에 다음과 같은 관계가 있다고 제안하였다.

$$\frac{\rho}{\rho_{cin}} \doteq 1.0 \quad (\rho_{cin} < 8mm) \quad (2)$$

$$\frac{\rho}{\rho_{cin}} \doteq 0.5 \quad (\rho_{cin} > 8mm) \quad (3)$$

여러가지 지반조건에 대하여 비배토 및 배토형 말뚝으로 재하시험을 한 결과에 의하면, 지름 600mm 이하의 외말뚝에 대하여 안전율 2.5 이하의 사용하중이 작용하는 경우(극한하중의 1/2.5 이하의 사용하중 하에서는)에는 일반적으로 침하량이 10mm를 넘지 않으며, 이것은 각 말뚝의 침하량을 계산하는 것이 불필요하다는 것을 의미한다<sup>(4)</sup>.

#### 9.1.1 이론적 해석 방법

컴퓨터의 출현과 함께 말뚝침하거동해석의 좀 더 정교한 방법들이 소개되었는데, 현재 널리 사용되고 있는 해석방법들은 다음과 같이 세가지로 나뉜다.

- ① 하중-전이 방법
- ② 탄성이론에 근거한 방법
- ③ 수치해석 - 특히, 유한요소법

#### (1) 하중-전이 방법

Coyle and Reese(1966)<sup>(12)</sup>가 제안한 이 방법은 말뚝축을 따라 여러점에서 측정된 말뚝저항

\*1 정희원, 명지대학교 공과대학 토목공학과 교수

\*2 정희원, 명지대학교 공과대학 토목공학과 강사

력과 말뚝변위(movement) 간의 관계를 이용하는데, 요약하면 다음과 같다(그림 1참조).

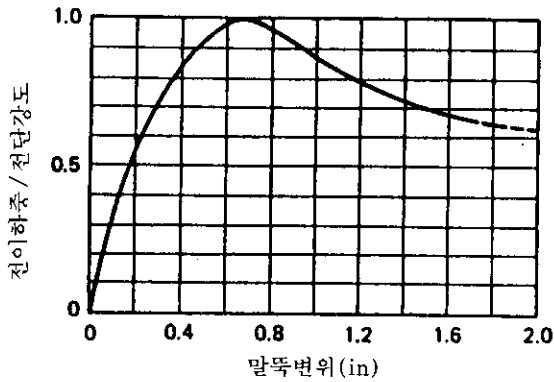


그림 1a. 전단응력 대 말뚝변위 곡선 (Coyle and Reese, 1966)

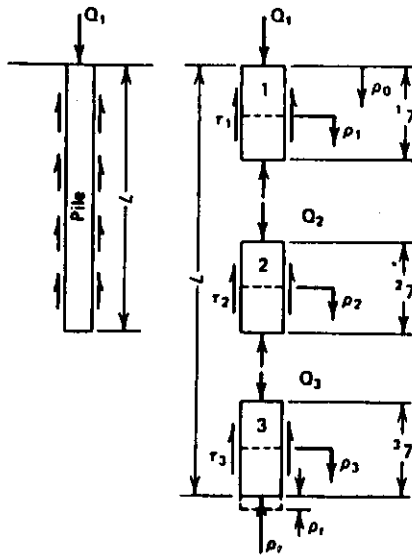


그림 1b. 하중전이 해석 (Coyle and Reese, 1966)

1. 말뚝을 몇개의 요소로 분할한다.
2. 아주 작은 선단 변위( $\rho_i$ )를 가정한다.
3. 이 변위에 대한 단저항력( $P_i$ )을 계산한다.  
단저항력은 Boussinesq 이론에 의해 다음과 같이 근사적으로 구할 수 있다.

$$P_i = \frac{2dE\rho_i}{(1-\nu^2)} \quad (4)$$

여기서,  $d$  = 말뚝지름

$E$  = 지반변형계수

$\nu$  = Poisson비

4. 마지막 요소의 중간 변위량  $\rho_3$ 를 가정한다 (처음에는  $\rho_3 = \rho_i$ 로 가정).
5. 전이하중/전단강도 대 말뚝변위 곡선으로부터  $\rho_3$ 값에 해당하는 전이하중/전단강도 값을 얻는다.
6. 전단강도 대 깊이 곡선으로부터 요소의 길이에 해당하는 지반전단강도를 얻는다.
7. 전이하중(부착력)을  $\tau_s = (\text{5단계에서 구한 값} \times \text{전단강도})$ 에 의해 계산한다.  
요소 3에 작용하는 하중  $Q_3$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$Q_3 = P_i + \tau_s L_3 P_3 \quad (5)$$

여기서,  $L_3$  = 요소 3의 길이

$P_3$  = 요소 3의 평균 둘레길이 (perimeter)

8. 말뚝 요소 중간에서의 탄성변형량을 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta \rho_3' = \left( \frac{Q_m + P_i}{2} \right) \left( \frac{L_3}{2A_3 E_p} \right) \quad (6)$$

$$\text{여기서, } Q_m = \frac{Q_3 + P_i}{2} \quad (7)$$

$A_3$  = 요소 3의 면적

$E_p$  = 말뚝변형계수

9. 중간위치에서의 변위를 다음 식에 의해 다시 계산한다.

$$\rho_3' = \rho_i + \Delta \rho_3' \quad (8)$$

10.  $\rho_3'$ 를 4단계에서 가정된 값과 비교한다.

11. 계산된  $\rho_3'$ 가 허용오차 범위 안에서  $\rho_3$ 와 일치하지 않으면 2에서 10단계까지 반복한다.
12. 수렴되면, 다음 요소에 대하여 수행하여 최종적으로 하중값( $Q_n$ )과 말뚝 머리의 변위량( $\rho_n$ )을 얻는다.

위의 절차는 일련의  $Q_i$  및  $\rho_n$ 가 얻어질 때까지 선단변위를 여러번 다르게 가정하여 반복한다. 이때, 얻어지는 값들은 하중-침하 곡선을 그리는데 사용된다.

비록 하중-전이 방법이 아주 광범위하게 사

용되고는 있지만 다음과 같은 이론적 및 실제적 제한이 있다는 점을 인식해야 한다.

- ① 하중-전이 곡선을 사용하는데 있어서, 어느 지점의 말뚝의 변위는 오직 그 점의 전단응력에만 관계가 있고, 그 외 말뚝의 다른 지점의 응력에는 관계가 없다는 것을 가정한다. 이런 가정은 흙의 연속성을 적절히 고려할 수 없다.
- ② 하중-전이 방법은 근본적으로 흙의 연속성을 무시하므로 무리말뚝의 하중-침하 특성을 해석하는데는 부적합하다.
- ③ 하중-전이 곡선을 얻기 위해서는 일반적인 말뚝재하시험보다 계측이 더 필요하며, 한 지역의 시험 자료를 다른 지역에 적용시키는 일이 항상 성공적일 수는 없다.

## (2) 탄성이론에 근거한 방법

이 방법에서는 말뚝을 균등하중을 받는 여러 개의 요소로 나누고, 말뚝의 각 요소에 대해 말뚝과 인접 흙의 변위 적합식으로부터 해를 얻는다. 이 때, 말뚝변위는 축하중을 받는 말뚝의 압축성을 고려함으로써 얻어진다. 흙의 변위는 대부분의 경우, 흙에 가해진 하중에 의해 지층에 발생하는 변위를 계산하는 Mindlin방정식으로부터 얻는다<sup>10,11)</sup>

탄성이론에 근거한 해법에는 전단응력의 분포를 어떻게 가정하느냐에 따라 여러 방법들이 있다. 여러 방법 중 일반적으로 가장 만족스러운 결과를 주는 것은 Poulos and Davis 등이 제안한 말뚝 주위에 균등하게 전단응력이 분포하는 것으로 가정한 방법이다. 이 방법은 특히 짧은 말뚝일수록 좋은 결과를 주며, 그 내용은 다음과 같다.

### 가. 마찰말뚝의 기본해석

말뚝은 길이  $L$ , 축지름  $d$ , 저면지름  $d_b$ , 그리고 지표면에서 축하중  $P$ 를 받는 실린더형으로, 축하중에 의해 말뚝원주에는 등분포 전단응력  $p$ 가, 말뚝저면에는 등분포 연직응력  $p_v$ 가 작용하는 것으로 가정한다. 말뚝주면은 거칠고, 지

반은 균질 등방의 탄성 반무한체이며, 지반 탄성변수  $E_s$  및  $\nu_s$ 는 말뚝의 영향을 받지 않는 것으로 가정한다. 또한, 말뚝 시공 후 잔류응력은 없는 것으로 가정한다.

말뚝-지반 접촉면에서 탄성이 유지되고 미끄러짐이 발생하지 않는다면 말뚝과 인접흙의 변위는 서로 같아야 하고, 이러한 변위적합 조건으로부터 말뚝의 변위에 대한 해를 얻을 수 있다. 이상적으로는 연직 및 방사 방향의 변위 적합조건이 모두 고려되어야 하나, 연직변위만을 고려하여도 만족할만한 결과를 얻을 수 있다고 한다. 이 방법에서는 말뚝을 여러개의 요소로 나누고, 각 요소에 대해 말뚝 및 지반의 연직변위를 말뚝에 작용하는 미지의 응력항으로 표현한 후, 적합조건을 풀어서 해를 구한다.

### 나. 단지지말뚝

대부분의 말뚝은 말뚝주면의 지반보다 더 단단한 지층에 말뚝선단이 놓이게 된다. 이 경우 지지층은 일정한 선단 탄성변수  $E_b$  및  $\nu_b$ 를 갖는 이상적인 탄성 반무한체 공간이라는 가정이 마찰말뚝에 대한 가정에 추가된다.

말뚝주면과 선단에 작용하는 미지응력과 이에 대응하는 말뚝변위에 대한 해를 얻기 위해서는 말뚝과 인접 흙의 연직변위에 대한 적합조건이 다시 고려된다.

탄성이론에 근거한 해석은 말뚝과 지반 사이에 미끄러짐이 발생하지 않는 것을 가정한다. 말뚝주면을 따라 미끄러짐이 발생하는 것을 고려한 해석에 의하면, 길이/지름 비가 20이 넘는 일반적인 말뚝에서 부착력  $\tau_a$ 가 일정한 경우의 하중-침하 곡선은 파괴하중의 50%이하의 하중이 작용할 때까지는 선형이라고 한다. 이런 말뚝은 선형탄성해석으로 충분한 결과를 얻을 수 있다. 지름이 큰 말뚝이나 피어 등에서는 상대적으로 낮은 하중 하에서 미끄러짐이 일어날 수 있으며, 이 때에는 탄성이론해법을 수정하여 적용할 수 있다.

요소수에 대한 탄성해석의 예민도를 조사해 본 결과, 말뚝이 상대적으로 긴 경우( $L/d > 50$ )나 압축성이 매우 큰 경우( $K < 100$ )에는

약 15~20개, 그렇지 않은 경우에는 약 10개의 요소로 나누면 충분하다고 한다. 특히 짧고 강성이 큰 말뚝에 대해서는 5개의 요소로 나누어도 충분히 정확한 해를 얻을 수 있다고 한다.

### (3) 수치해석-특히 유한요소법

말뚝에 대한 유한요소법의 적용은 Alison et al. (1971)<sup>(13)</sup>, Desai(1974)<sup>(14)</sup>, Esu and Ottaviani(1975)<sup>(15)</sup> 등 여러 사람에 의해 연구되었다. 말뚝에 대한 그들의 연구에서 흥미있는 점은 지반의 응력-변형률 관계를 비선형으로 가정했는데도 파괴하중의 반이 훨씬 넘는 하중 범위에 대해서 하중-침하 곡선이 선형이라는 점이다. 유한요소법에서는 말뚝과 지반을 분리하여 해석하며, 절점력과 변위를 결정하기 위해 탄성이론과 마찬가지로 적합조건을 사용한다. 즉, 유한요소법은 탄성이론에 의한 해석을 더욱 보편화시킨 좀 더 정확한 해석으로 볼 수 있다. 탄성이론에 의한 해석 결과와 유한요소법에 의한 결과를 비교해보면 큰 차이가 없다는 것을 알 수 있다<sup>(16)</sup>.

### 9.1.2 침하 및 응력분포에 대한 이론해

말뚝의 침하 거동을 신속히 실용적으로 산정하기 위해서는 무차원 매개변수 해(dimensionless parametric solution)을 이용하는 것이 편리한데, 이 방법에서는 말뚝과 지반의 특성 변화효과를 쉽게 고려할 수 있다. 이 방법에서 지반은 균질하며, 지반계수와 Poisson비는 일정한 것으로 가정한다. 다음에서 설명된 해법들은 Mindlin방정식에 근거한 해석으로부터 얻어졌으며, 말뚝은 10개의 요소로 나뉘어 해석되었다<sup>(3)</sup>.

#### (1) 말뚝내 응력 및 하중 분포

균질지반 내 마찰말뚝의 주면을 따른 전단응력분포는  $L/d=25$ 일 때, 그림 2와 같다. 그림 2에서  $K=5000$ 이면 말뚝은 거의 비압축성이 되고 전단응력은 상대적으로 균일하며,  $K=50$ 이면 말뚝 머리 부근에 상당히 큰 전단응력이 발생한다는 것을 알 수 있다. 지반의 Poisson비  $\nu_s$ 는 전단응력에 거의 영향을 미치지 않는

다. 단지말뚝의 말뚝내 하중분포는 그림 3과 같다. 말뚝을 따른 하중-전이는 지지층의 지반계수가 감소할수록 증가하며, 말뚝강성계수  $K$ 가 감소할수록,  $L/d$  비가 증가할수록 또한 증가한다.

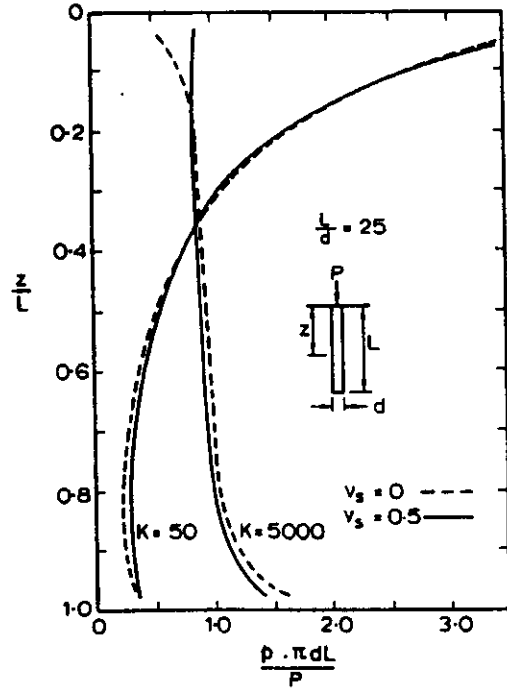


그림2. 압축말뚝을 따른 전단응력 분포

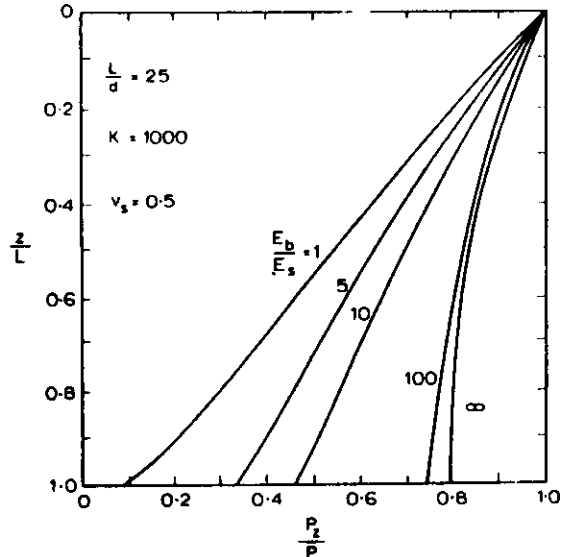


그림3. 강성지반에 지지된 말뚝의 하중분포

(2) 말뚝선단에 전달되는 하중

Poulos(1972)<sup>(17)</sup>는 말뚝선단에 전달되는 하중의 크기  $\beta$ 를 다음과 같이 간단하게 제안하였다.

가. 마찰말뚝

$$\beta = \beta_0 C_k C_c \quad (9)$$

여기서,  $\beta = P_b/P =$  말뚝선단에 전달되는 하중 비율

$\beta_0 =$  균질한 반무한체( $\nu=0.5$ )내 비압축성 말뚝의 선단 하중 비율

$C_k =$  말뚝압축성에 대한 보정계수

$C_c =$  지반 Poisson비에 대한 보정계수

말뚝 압축성은  $\beta$ 값을 감소시킨다. 즉,  $C_k$ 는 1보다 작다. 확대 저면을 갖는 경우에는  $\beta$ 값이 상당히 증가한다.

나. 단지지말뚝

$$\beta = \beta_0 C_k C_b C_c \quad (10)$$

여기서,  $C_b =$  지지층 강성에 대한 보정계수

말뚝선단하중은 지지층의 상대적 지반계수  $E_s/E_c$ 값이 커짐에 따라 증가하며, 지지층 효과는  $K$  및  $L/d$ 이 증가함에 따라 확실해진다. 선단하중은 또한 선단확대부의 존재, 말뚝 형상, 말뚝캡 등의 영향을 받는다.

(3) 말뚝의 침하

말뚝머리의 침하를 말뚝에 작용하는 선단하중에 의해서 나타낼 수 있는 것처럼 반무한체 내 비압축성 말뚝의 침하에 의해서 식(11) 및 (12)와 같이 나타낼 수도 있다.

[마찰말뚝]

$$\rho = \frac{PI}{E_c d} \quad (11)$$

여기서,  $I = I_0 R_k R_b R_c$

$\rho =$  말뚝머리의 침하

$P =$  축하중

$I_0 = \nu_s$ 가 0인 반무한체 내 비압축성

말뚝에 대한 침하 영향계수

$R_k =$  말뚝압축성에 대한 보정계수

$R_b =$  유한지층 깊이에 대한 보정계수

$R_c =$  지반 Poisson비  $\nu_s$ 에 대한 보정계수

$h =$  총 지층두께

[단지지말뚝]

$$\rho = \frac{PI}{E_c d} \quad (12)$$

여기서,  $I = I_0 R_k R_b R_c$

$R_b =$  지지층 강성에 대한 보정계수

가. 침하비(movement ratio)

단단한 지층에 지지된 몇몇 경우에 있어서 외말뚝의 침하를 침하비( $M_R$ )에 의해 표현하는 것이 편리할 때가 있다. 침하비의 정의는 다음과 같다.

$$M_R = \frac{\text{말뚝의 침하량}}{\text{말뚝의 탄성압축량}}$$

이론식에 의한  $M_R$ 값으로 강성(rigid)지층에 단지지된 말뚝에 관한 값이 그림 4에, 비강성(stiffer)지층에 단지지된 말뚝에 관한 값이 그림 5에 나타나 있다.

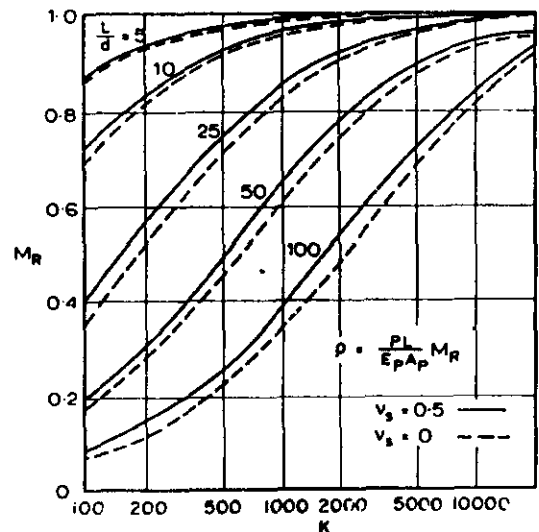


그림4. 강성지반에 단지지된 경우의 침하비

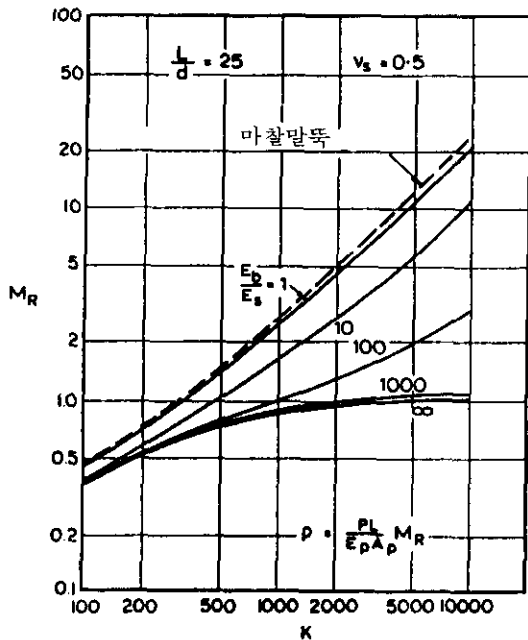


그림5. 비강성지반에 단지지된 경우의 침하비  $M_R$ 을 이용한 말뚝의 침하량은 다음 식에 의해 계산된다.

$$\rho = (M_R) \left( \frac{PL}{E_p A_p} \right) \quad (14)$$

여기서,  $P$ : 말뚝에 작용하는 하중

$L$ : 말뚝 길이

$A_p$ : 말뚝의 단면적

$E_p$ : 말뚝의 탄성계수

Focht(1967)<sup>(11)</sup>는 현장시험 결과로부터 대부분의 실용말뚝은 0.5~2사이의  $M_R$ 을 갖는다는 것을 알았다. 이 값이 이론값과 잘 일치한다는 것은 그림 5에서 알 수 있다.

나. 말뚝-지반 미끄러짐의 효과

균질지반의 마찰말뚝이 주면을 따라  $c_0$ 의 일정한 부착력을 가진 경우, 말뚝과 지반사이의 미끄러짐이 침하에 미치는 영향이 그림 6과 7에 주어져 있다. 그림 6과 7에서 미끄러짐 계수  $M_s$ 는 다음과 같다.

$$M_s = \frac{\text{말뚝의 탄성 침하}}{\text{말뚝의 실제 침하}} \quad (15)$$

말뚝의 탄성 침하량을 식(11)을 사용하여 계산한 후, 그림 6과 7을 이용하여 미끄러짐 효과

를 포함한 말뚝의 실제 침하량을 계산할 수 있다.

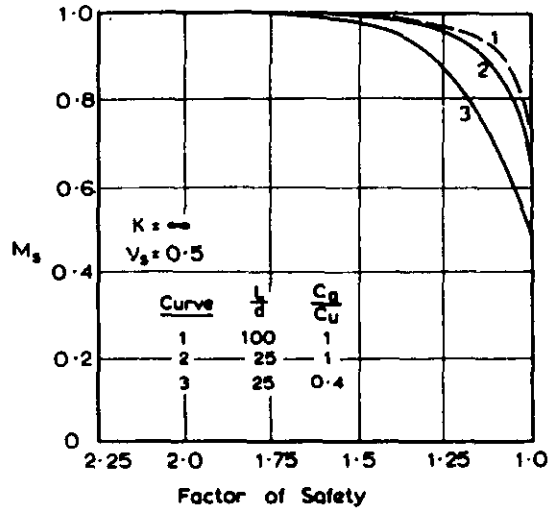


그림6. 침하수정계수  $M_s$

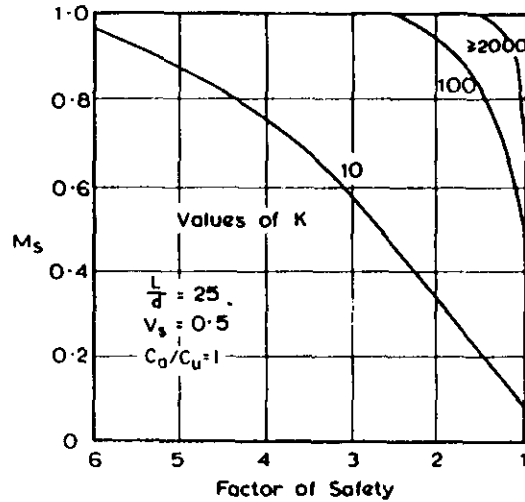


그림7.  $K$ 에 대한 침하수정계수  $M_s$

부착력 또는 표면마찰력이 깊이에 따라 선형적으로 증가하면, 미끄러짐 효과는 조금 더 커지며, 최대주면 미끄러짐이 발생하기 전까지의 하중-침하 곡선은 낮은 하중에 대해서도 탄성 관계를 벗어난다. 그럼에도 불구하고, 침하에 미치는 미끄러짐 효과는 많은 경우에 있어서 매우 작으며, 따라서 주면 미끄러짐 효과를 무시하고 주면하중과 주면침하 관계를 선형으로

가정하는 것이 편리하다.

다. 지반의 다층화 및 비균질에 대한 고려  
지층이 여러층으로 이루어진 비균질지반에 대해서는 평균 지반계수( $E_w$ )를 사용하여 근사적으로 침하량을 계산할 수 있다. 이 때, 평균 지반계수는 다음과 같이 계산된다.

$$E_w = \left(\frac{1}{L}\right) \sum_{i=1}^n E_i h_i \quad (16)$$

여기서,  $E_i$  =  $i$ 층의 지반계수

$h_i$  =  $i$ 층의 두께

$n$  = 말뚝을 따른 지층수

지반계수가 깊이에 따라 선형적으로 증가하는 Gibson soil에 대한 Banerjee and Davies (1977)<sup>(18)</sup> 해와 평균지반계수를 사용한 해를 비교해 본 결과 후자는 약 10~15%의 오차를 포함한다고 한다. 근사해법은 쉽게 사용할 수 있다는 장점을 가지고 있지만, 정확한 해를 주지 않는다는 것을 알아야 한다.

라. 기타 효과들

Poulos(1968a<sup>(19)</sup>, 1969<sup>(20)</sup>)는 반무한체내 비압축성 말뚝에 있어서, 확대저면 및 사다리꼴 형상의 말뚝 그리고 지표면에 말뚝캡이 있는 경우 등이 침하에 미치는 영향을 연구하였다. 확대저면을 가진 경우와 말뚝캡이 있는 경우 침하량은 감소되었는데, 이 효과는 상대적으로 짧은 말뚝( $L/d \leq 10$ )에만 효과가 있다. 확대부가 있는 위치는 침하에 약간의 영향을 미쳤으며, 최대효과는 말뚝 선단부에 있을 때이다. 사다리꼴 모양 말뚝의 침하는 일정한 지름을 가진 경우보다 크게 발생하였는데, 평균지름을 사용하여 균일지름을 가진 것으로 해석한 결과와 거의 같았다. Poulos(1969)<sup>(20)</sup>에 의하면, 말뚝의 길이와 부피가 같은 경우에는 확대부를 가진 말뚝의 침하량이 균일지름 말뚝보다 작으며, 균일지름 말뚝은 사다리꼴 말뚝보다 침하가 작게 발생한다고 한다.

(4) 말뚝에 의한 지반 침하

말뚝주면을 따른 응력분포를 알면 적절하게 Mindlin방정식을 적분함으로써 지반내 어느

지점에서나 수직 변위량을 구할 수 있다<sup>(3), (9)</sup>. Poulos and Mattes(1971a)<sup>(21)</sup>와 Poulos and Davis(1974)<sup>(22)</sup>는 균질한 반무한 지반에 대한 계산 결과 그림 8을 얻었다. 이 때, 지반내 어느 지점의 변위는 다음 식에 의해 주어진다.

$$\rho = \frac{P}{LE_s} \cdot I_p \quad (17)$$

여기서,  $I_p$  = 변위-영향계수

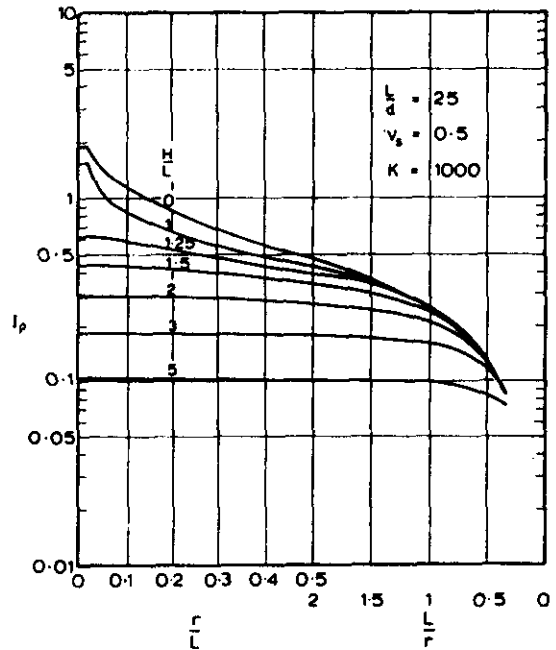


그림 8. 지반변위계수  $I_p$

그림 8에서  $I_p$ 는  $\nu_s = 0.5$ 에 대해서만 그려졌지만,  $\nu_s$ 가 미치는 영향은 작다. 말뚝 부근의 침하는 말뚝강성계수  $K$ 에 크게 영향을 받는다<sup>(22)</sup>. 그러나  $H/L > 1.75$  또는  $r/L > 0.4$  정도로 말뚝에서 떨어진 지점에서는 침하와  $K$ 값과 거의 관계가 없다. 그림 8의 해는 다음과 같은 계산에 사용될 수 있다.

- ① 외말뚝 주위 지반 침하
- ② 말뚝아래 지반 침하에 의한 말뚝 침하
- ③ 무리말뚝 아래 또는 주위 지반의 침하

(5) 즉시침하 및 최종침하

사질지반 또는 비포화 지반의 말뚝에서 최종

침하는 하중 재하 즉시 발생하는 것으로 볼 수 있으며, 따라서 이 경우 말뚝 침하를 계산하기 위해서는 배수조건에 의한 \$E\_s\$ 및 \$v\_s\$를 사용해야 한다. 한편, 포화된 점토지반내 말뚝의 즉시침하 (\$\rho\_i\$)는 비배수조건 하에서 발생하며, 시간에 의존하는 압밀침하(\$\rho\_{CF}\$)가 이어서 발생한다. 따라서, 이 경우의 최종침하량(\$\rho\_{TF}\$)은 즉시침하와 압밀침하의 합이다.

지반이 2상(two-phase)의 탄성, 균질, 등방 조건이라고 가정하면, 말뚝의 즉시침하량과 최종침하량 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\frac{\rho_i}{\rho_{TF}} = \frac{2(1+v_s')}{3} \cdot \frac{I_{0.5}}{I_v'} \quad (18)$$

여기서, \$I\_{0.5} = v\$ 및 \$v\_s'\$가 0.5 일 때의 변위-영향계수

\$I\_v' = v\$가 \$v\_s'\$와 같을 때의 변위-영향계수

단지지말뚝에 있어서, 오직 압축성이 큰 가는 말뚝(\$L/d > 50, K < 500\$)에서만 압밀침하량이 전체침하량의 10%을 넘을뿐, 말뚝머리의 전체침하량은 즉시침하량과 거의 같다<sup>(3), (7)</sup>. 즉시침하량이 우세하다는 것은 재하시험으로부터 확인되었는데, 극한하중보다 훨씬 작은 하중하에서는 상대적으로 시간의존 침하가 작게 발생한다고 한다<sup>(23)</sup>.

### 9.1.3 하중-침하 곡선을 구하는 단순 방법

\$L/d > 20\$의 정규말뚝에 있어서, 파괴하중의 50~70%까지의 하중에 대한 하중-침하 곡선은 선형이다. 따라서, 이런 경우 침하량은 선형 탄성해법을 이용하여 쉽게 계산할 수 있다. Poulos(1972)<sup>(17)</sup>는 이런 경우에 대한 하중-침하 곡선을 구하는 단순화된 방법을 제안하였다.

#### (1) 주변하중 대 침하

주면에 의해 전달되는 하중의 크기 \$P\_s\$는 전체하중과 관련되어 다음과 나타낼 수 있다.

$$P_s = P(1-\beta) \quad (19)$$

여기서 \$\beta\$는 선단에 전달되는 하중비율로 식 (9)와 (10)에 의해 계산된다. 주면에 파괴가 발생할 때까지 주변하중대 침하관계가 선형이

라고 가정하면, 말뚝머리의 침하 \$\rho\$와 \$P\_s\$ 관계는 극한주면 저항력 \$P\_{su}\$에 이를 때까지 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho = \frac{I}{E_s d} \cdot \frac{P_s}{(1-\beta)} \quad (20)$$

여기서, \$I\$ = 말뚝에 대한 변위 영향계수

\$E\_s\$ = 말뚝주면을 따른 평균지반계수

#### (2) 선단하중 및 침하

선단에 의해 전달되는 하중의 크기 \$P\_s\$는 전체 하중과 관련되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_s = \beta P \quad (21)$$

선단파괴가 발생할 때까지 선단하중과 침하 관계가 선형이라고 가정하면, 선단하중과 침하 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\rho = \frac{1}{E_s d} \cdot P_s \beta \quad (22)$$

여기서, \$E\_s\$ = 말뚝주면을 따른 평균지반계수

식(22)에 극한주면 마찰력의 발전에 따라 발생하는 말뚝주면의 압축이 더해져야 한다. 말뚝재료가 여전히 탄성이라고 가정하면, 추가의 주면압축량 \$\Delta\rho\$는 다음과 같다.

$$\Delta\rho = P_s - \frac{P_{su}}{(1-\beta)} \cdot \frac{L}{A_p E_p} \quad (23)$$

그러므로, 선단하중 대 침하 관계는 다음과 같다.

$$\rho = \left(\frac{1}{E_s d}\right)\left(\frac{P_s}{\beta}\right) + P_s - \frac{P_{su}\beta}{(1-\beta)} \cdot \frac{L}{A_p E_p} \quad (24)$$

#### (3) 전체하중 대 침하

전체 하중-침하 곡선은 주변하중 대 침하 곡선과 선단하중 대 침하 곡선을 중첩하여 구할 수 있다. 즉, 전체 하중-침하 곡선은 그림 9와 같이 두개의 직선으로 이루어진다.

첫번째 직선은 원점에서 최대주면 항복에 해당하는 하중 \$P\_{y1}\$까지의 범위로 여기서

$$P_{y1} = \frac{P_{su}}{1-\beta} \quad (25)$$

이고, 이 하중에 대한 침하량 \$\rho\_{y1}\$은



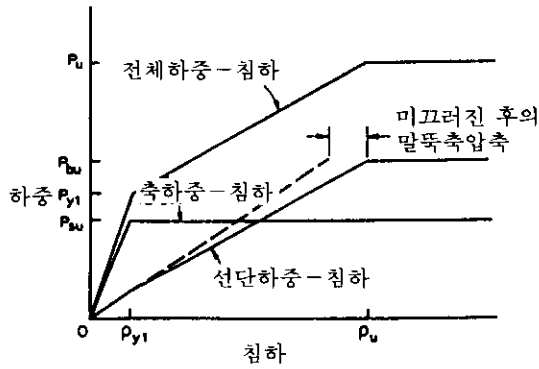


그림9. 하중-침하 곡선의 중요성

$$\rho_{y1} = \left(\frac{1}{E_s d}\right)(P_{y1}) \quad (26)$$

두번째 직선은 첫번째 직선의 끝에서부터 말뚝의 극한지지력  $P_u = P_{su} + P_{bu}$ 까지의 범위이며, 이 때 침하  $\rho_u$ 는 다음과 같다.

$$\rho_u = \left(\frac{1}{E_s d}\right)\left(\frac{P_{bu}}{\beta}\right) + P_{su} - \frac{P_{su}\beta}{(1-\beta)} \frac{L}{A_p E_p} \quad (27)$$

#### (4) 압밀침하

점토지반 내 말뚝의 압밀침하를 계산하기 위해서는 비배수조건 하에서 항복이나 미끄러짐이 발생한다 하더라도 압밀과정 전체가 탄성적이라고 가정하는 것이 편리하다. 그림 10을 참조하면, 최종 압밀침하량  $\rho_{CF}$ 는

$$\rho_{CF} = \rho_{CF(E)} = \rho_{TF(E)} - \rho_{(E)} \quad (28)$$

여기서,  $\rho_{TF(E)}$  = 필요 사용하중에 대한 총 최종침하량

비배수 Young계수  $E_{su}$ 와 배수 계수  $E_s'$ 를 아는 경우  $\rho_{CF}$ 는 다음과 같다.

$$\rho_{CF} = \frac{P_u}{d} \frac{I'}{E_s'} - \frac{I_{0.5}}{E_{su}} \quad (29)$$

여기서,  $P_u$  = 말뚝에 작용하는 사용하중

$I'$  = 배수 Poisson비  $\nu_s'$ 에 대한 변위-영향계수

$I_{0.5}$  = 비배수 Poisson비  $\nu_s (=0.5)$ 에 대한 변위-영향계수

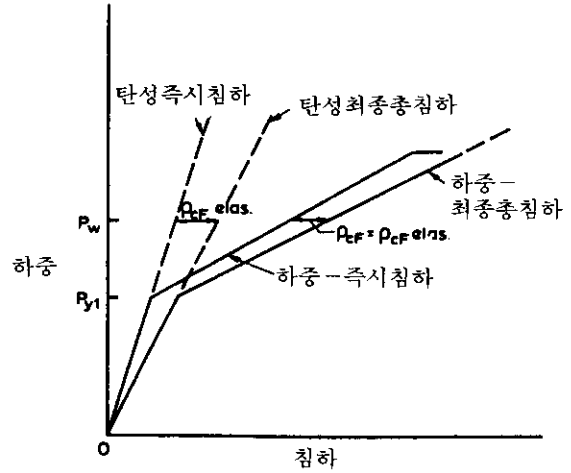


그림10. 압밀침하 산정방법

총 최종침하량은 앞에서 설명한 즉시침하량에 식(29)에 의해 구해지는 압밀침하량을 더하여 구할 수 있다.

#### 9.1.4 외말뚝 탄성침하의 간편계산

연직하중  $P$ 가 작용할 때 말뚝의 침하는 주로 다음의 세가지 요소에 의해 발생한다.

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3$$

여기서,  $\rho$ : 말뚝의 전체 침하

$\rho_1$ : 말뚝 축의 침하

$\rho_2$ : 말뚝 선단하중에 의해 유발된 침하

$\rho_3$ : 말뚝 주변마찰력에 의해 유발된 침하

위의 세가지 요소를 산정하는 방법은 다음과 같다.

##### (1) $\rho_1$ 의 결정

말뚝 재료가 탄성적이라고 가정하면  $\rho_1$ 은 다음 식에 의해서 계산할 수 있다.

$$\rho_1 = \frac{(P_b + \xi P_s)L}{A_p E_p} \quad (31)$$

여기서,  $P_b$ : 말뚝 선단에 전달되는 하중

$P_s$ : 말뚝 주변에 전달되는 하중

$L$ : 말뚝 길이

$A_p$ : 말뚝의 단면적  
 $E_p$ : 말뚝의 탄성계수

식(31)에서  $\xi$ 는 말뚝 주면마찰력의 분포형태에 따라 달라지며, 주면마찰력 분포가 균등하거나 포물선 분포인 경우에는 0.5이고 삼각형 분포인 경우에는 약 0.67이다<sup>(29)</sup>.

### (2) $\rho_2$ 의 결정

말뚝 선단에 전달된 하중에 의해 유발된 말뚝 침하는 얇은기초의 경우와 유사하게 나타낼 수 있다.

$$\rho_2 = \frac{q_b D}{E_s} (1 - \nu_s^2) I_{wb} \quad (32)$$

여기서,  $q_b$ : 말뚝 선단에 전달되는 단위면적당 하중 =  $P_b/A_p$   
 $D$ : 말뚝 폭 또는 지름  
 $\nu_s$ : 흙의 포아송비  
 $E_s$ : 흙의 탄성계수  
 $I_{wb}$ : 영향계수

영향계수  $I_{wb}$ 는 얇은기초의 값을 사용한다. 한편, Vesic(1977)<sup>(29)</sup>은 침하  $\rho_2$ 의 크기를 구할 수 있는 다음과 같은 반경험적인 식을 제시하였다.

$$\rho_2 = \frac{P_b C_p}{D q_u} \quad (33)$$

여기서,  $C_p$ : 경험계수  
 $q_u$ : 말뚝의 극한 선단저항력

여러종류의 흙에 대한 일반적인  $C_p$ 값이 표 1에 있다.

표 1.  $C_p$ 의 일반적인 값

흙의 종류	타입말뚝	천공말뚝
사질토(조밀-느슨)	0.02-0.04	0.09-0.18
점토(균음-연약)	0.02-0.03	0.03-0.06
실트(조밀-느슨)	0.03-0.05	0.09-0.12

### (3) $\rho_3$ 의 결정

주면마찰력에 의해 유발된 침하는 다음 식에 의해 계산할 수 있다.

$$\rho_3 = \left( \frac{P_s}{\rho L} \right) \frac{D}{E_s} (1 - \nu_s^2) I_{ws} \quad (34)$$

여기서,  $p$ : 말뚝 둘레길이  
 $L$ : 말뚝 근입깊이  
 $I_{ws}$ : 영향계수

위식에서  $P_s/\rho L$ 은 말뚝 주면마찰력의 평균값이며, 영향계수  $I_{ws}$ 는 간단한 경험식에 의해 다음과 같이 구할 수 있다<sup>(29)</sup>.

$$I_{ws} = 2 + 0.35 \sqrt{\frac{L}{D}} \quad (35)$$

또한, Vesic(1977)<sup>(29)</sup>은 침하  $\rho_3$ 의 크기를 구할 수 있는 반경험적인 식을 제시하였다.

$$\rho_3 = \frac{P_s C_s}{L q_u} \quad (36)$$

여기서,  $C_s$  = 경험계수 =  $(0.93 + 0.16$

$$\sqrt{L/D}) C_p \quad (37)$$

## 9.2 무리말뚝의 침하

무리말뚝의 침하 특성은 말뚝이 근접하여 존재하기 때문에 지반응력이 중첩하여 더욱 복잡하며, 외말뚝의 침하가 만족할만한 정확도로 예측되는 경우에도 추정하기가 매우 어렵다<sup>(1), (2)</sup>. 최근까지 무리말뚝의 침하산정에는 경험적 자료나 또는 일차원 압밀이론에 근거한 단순화된 방법이 사용되었다. 경험적 방법 중에서 Skempton(1953)<sup>(24)</sup>은 제한된 현장관찰에 근거하여 사질토 지반내 무리말뚝의 침하  $\rho_G$ 와 외말뚝의 침하  $\rho_I$  사이에 다음과 같은 관계가 있다고 제안하였다.

$$\frac{\rho_G}{\rho_I} = \frac{(4B+9)^2}{(B+12)^2} \quad (38)$$

여기서,  $B$  = 무리말뚝 폭(in feet)

모래지반내 배토식 케이슨(caisson)과 타입말뚝에 대하여 Meyerhof(1959)<sup>(10)</sup>는 사각형 무리말뚝은 다음과 같은 관계가 있다고 제안하였다.

$$\frac{\rho_G}{\rho_I} = \frac{s(5-s/3)}{(1+1/r)_2} \quad (39)$$

여기서,  $s$  = 말뚝지름에 대한 간격비

$r$  = 정사각형 무리말뚝의 열수

일차원 이론에 근거한 단순화된 방법은 무리말뚝을 말뚝선단 깊이에 작용하는 연성기초로 대체하거나 또는 좀더 보수적으로 말뚝깊이의 2/3지점에 작용하는 것으로 바꾸는 것이다

(3)(5)(6)(8)

Bjerrum et al.(1957)<sup>(25)</sup>은 다리기초의 침하에 대해 두가지 근사법을 비교하여, 첫번째 근사는 침하를 과소평가 했고, 두번째 근사법은 거의 일치된 결과를 주는 것을 발견하였다.

최근들어, 탄성이론에 근거한 해석적 방법이 성공을 거두며 사용되고 있는데, 이러한 해석들은 외말뚝 이론의 확장이다.

### 9.2.1 무리말뚝 침하 해석

#### (1) 두 말뚝의 상호작용 해석

여기에서 설명되는 방법은 Poulos(1968b)<sup>(26)</sup>와 Poulos and Mattes(1971b)<sup>(27)</sup>에 의해 마찰 및 단지지 무리말뚝에 대해 설명된 것이다. 그림 11과 같이 같은 하중을 받는 똑같은 두개의 말뚝이 고려되며, 외말뚝 해석과 같이 각 말뚝은  $n$ 개의 실린더 요소로 나누어지고 균일한 원형의 저면하중을 받는다고 가정한다. 지반내 탄성조건이 유지되고 말뚝-지반 접촉면에 미끄러짐 또는 항복이 발생하지 않는다면, 각 요소 중심의 말뚝 및 지반변위가 계산될 수 있다. 말뚝변위에 대한 방정식은 외말뚝 경우와 같다.

두개의 무리말뚝에 대한 해석은 지반변위행렬이 두번째 말뚝의 영향을 고려한다는 것만 제외하고는 외말뚝 해석과 동일하다.

이러한 해석의 결과는 "상호작용계수"  $\alpha$ 에 의해 편리하게 표현되는데, 이 때 말뚝 및 이웃 말뚝은 같은 하중을 받는다.

$$\alpha = \frac{\text{이웃 말뚝에 의해 발생하는 추가침하}}{\text{말뚝에 작용하는 하중에 의한 침하}} \quad (40)$$

#### (2) 상호작용계수

가. 마찰말뚝

두개의 마찰말뚝이 균질한 반무한체( $\nu = 0$ ,

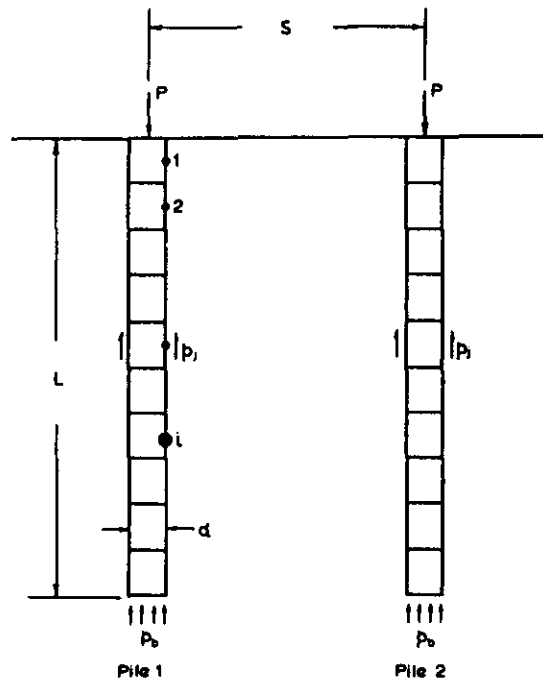


그림 11. 두개의 마찰말뚝으로 이루어진 무리말뚝

5) =에 존재할 때의 상호작용계수  $\alpha_F$ 는 Poulos and Mttes(1971b)<sup>(27)</sup>에 의해 얻어졌으며, 무차원 말뚝간격비  $s/d$ 의 함수이며,  $L/d=25$ 인 일반적인 말뚝에 대한 값이 그림 12에 나타나 있다. 그림 12에서 간격비가 커질수록 상호작용은 작아짐을 확실히 알 수 있다. 또한 상호작용은  $L/d$ 이 커지고  $K$ 가 커질수록 즉, 말뚝이 좀더 가늘어지고 단단해질수록 커진다.

#### 유한층의 영향

유한층내 두개의 비압축성 말뚝에 대한 상호작용의 해가 Poulos(1968b)<sup>(26)</sup>에 의해 얻어졌다. 이 해에 근거하면 반무한체내 말뚝에 대한 상호작용계수의 보정계수  $N_b$ 가 그림 13에 있다. 이 때 실제 상호작용계수  $\alpha$ 는

$$\alpha = \alpha_F N_b \quad (41)$$

여기서,  $\alpha_F$  = 반무한체에 대한 상호작용계수

그림 13의  $N_b$ 값은  $L/d = 25$  및  $K = \infty$ 에 대한 값이지만, 이 값들은 다른  $L/d$  및  $K$ 값에 대해서도 근사적으로 적용될 수 있는데, 다음

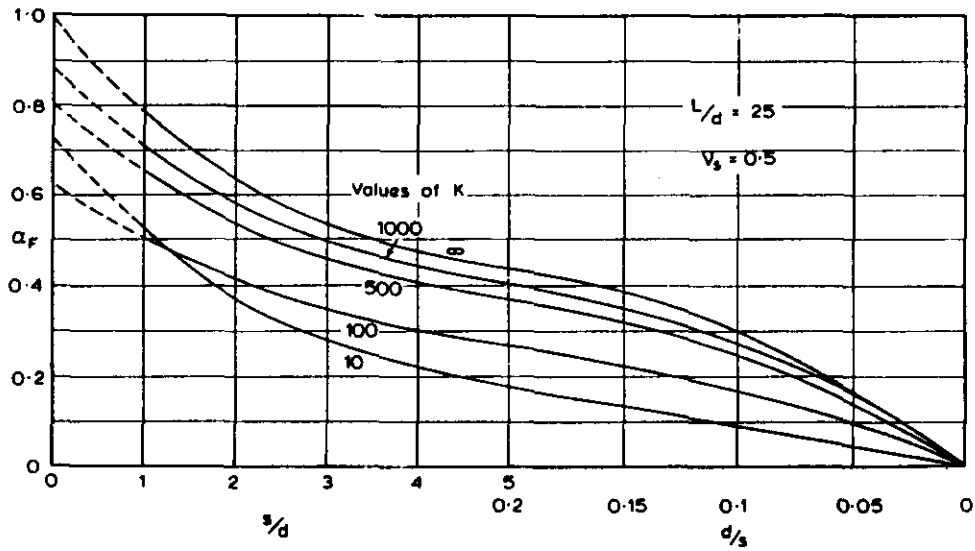


그림 12.  $L/d=25$ 인 마찰말뚝에 대한 상호작용계수

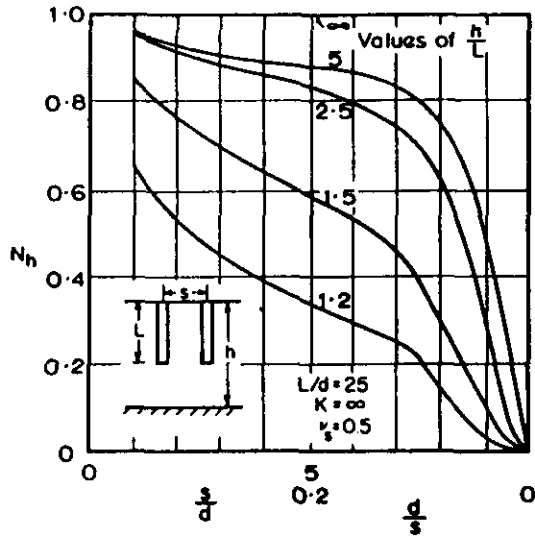


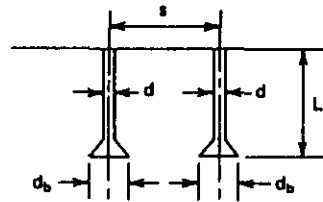
그림 13. 유한지층에 의한 보정계수  $N_h$

을 명심해야 한다.

- ①  $L/d$ 이 감소함에 따라  $N_h$ 값도 감소한다.
- ②  $K$ 가 감소함에 따라  $N_h$ 값은 증가한다.

확대된 말뚝저면의 영향

$d_b/d$ 비가 2 및 3일 때, 균일지름의 마찰말뚝에 대한 상호작용계수의 보정계수  $N_{db}$ 가 그림



$$\alpha = N_{db} \cdot \alpha_1$$

$\alpha$ 는  $\frac{d_b}{d}$ 에 상당하는 상호계수

$\alpha_1$ 은  $\frac{d_b}{d}=1$ 일 때의 상대간격  $\frac{s}{d}$ 에 대한 상호계수

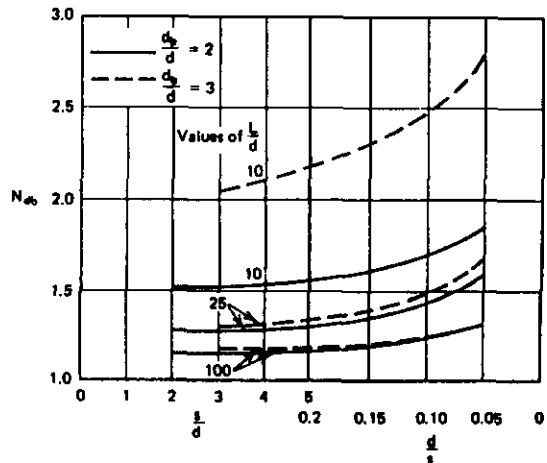


그림 14. 확대저면에 의한 보정계수  $N_{db}$

14에 있다. 이 때, 저면 확대부를 가진 두 말뚝의 상호작용계수는 다음과 같다.

$$\alpha = N_{db} \alpha_F \quad (42)$$

여기서,  $\alpha_F = (d_s/d)$ 에 대한 상호작용계수로 상대간격비  $s/d$ 에 대한 값

저면지름이 증가함에 따라 상호작용은 증가하며, 이 효과는 말뚝이 상대적으로 짧은 경우 뚜렷하다. 그림 14의  $N_{db}$ 값은 비압축성 말뚝 ( $K=\infty$ )에 대한 것으로 상대적으로 압축성 말뚝에 대해서는 확대저면의 효과는 작으며, 따라서  $N_{db}$ 값도 그림 14보다 작다.

### Poisson 비의 영향

지반의 Poisson비,  $\nu_s$ 의 영향이 그림 15에 표시되었으며 그림은  $L/d = 50$  및  $K = 1000$ 에 대한 것으로 정정계수  $N_s$ 는 마찰말뚝에 대하여 그려졌다.  $\nu_s$ 값에 대한 상호작용계수는 다음과 같다.

$$\alpha = N_s \alpha_{0.5} \quad (43)$$

여기서,  $\alpha_{0.5} = (\nu = 0.5)$ 에 대한 상호작용계수

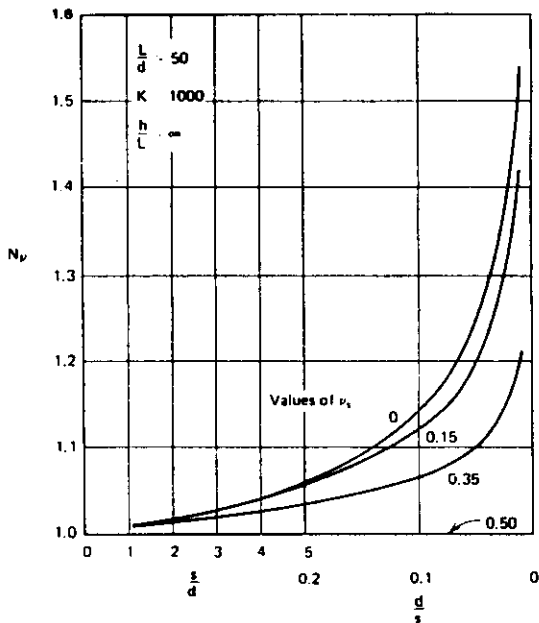


그림 15. Poisson비에 대한 보정계수  $N_s$ .

$N_s$  및 상호작용계수는  $\nu_s$ 값이 감소함에 따라

증가하며 이것은 간격이 증가함에 따라 뚜렷해진다.

### 비균질한 지반계수의 영향

상호작용계수에 대한 앞의 해는 모두 말뚝주면을 따라 지반계수가 일정한 경우에 대한 것이다. 많은 경우에 있어서 현실에 가까운 근사는 깊이에 따라 지반계수가 선형적으로 증가한다고 가정하는 것이다. 이 경우에 대한 대표적 상호작용 곡선이 그림 16에 있으며, 그림에는 평균 지반계수를 사용하여 균일한 지반에 대해 구한 곡선과 비교되어 있다. 비균질지반의  $\alpha$ 값은 간격비가 주어질 때, 균질지반보다 20~25%가 더 작다. 따라서, 균질지반으로 고려한 상호작용계수의 사용은 깊이에 따라 지반계수가 증가하는 경우에는 침하량을 다소 과대평가하게 된다.

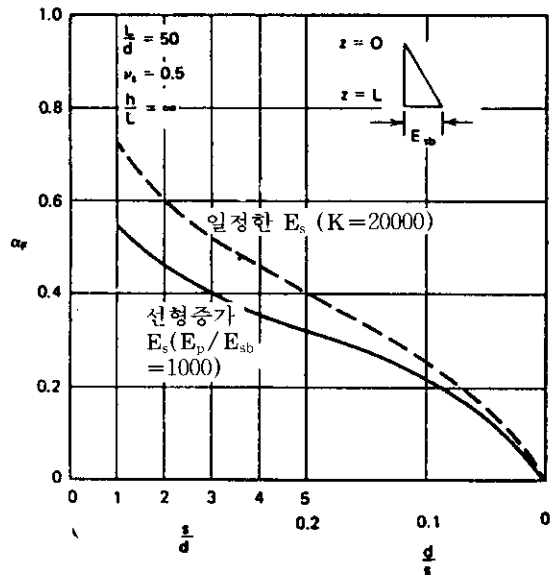


그림 16. 상호작용계수에 대한  $E_s$ 분포의 영향

### 미끄러짐의 영향

9.1.2절에서 지적한 것처럼 말뚝주면과 지반 사이 접촉면에서 미끄러짐은 사용하중을 받는 정규 외말뚝의 침하거동에 영향을 거의 미치지 못한다. 낮은  $L/d$ 값을 갖게 되거나 확대저면을 갖는 말뚝에 대해서는 미끄러짐이 중요한

수 있으나, 중간정도의 미끄러짐과 위의 상호작용해석을 확장 통합하는 것은  $\alpha_F$  값의 변화에 거의 영향을 미치지 않는다.

나. 강성지층의 단지지말뚝

강성지층의 단지지말뚝에 대한 상호작용계수  $\alpha_E$ 가 그림 17에 있다<sup>(27)</sup>.  $s/d$ 가 증가함에 따라  $\alpha_E$ 는 보통 감소하며,  $K = \infty$  (비압축성 말

뚝)에 대해서는 상호작용이 발생하지 않는데, 이것은 전체하중이 단단한 지층에 모두 전달되기 때문이다. 또한  $\alpha_E$ 는  $L/d$ 이 감소함에 따라 감소되는데, 이것은 하중전이가 덜 발생하기 때문이다. Poisson비의 영향은  $L/d$  및  $K$ 에 비해 적다.

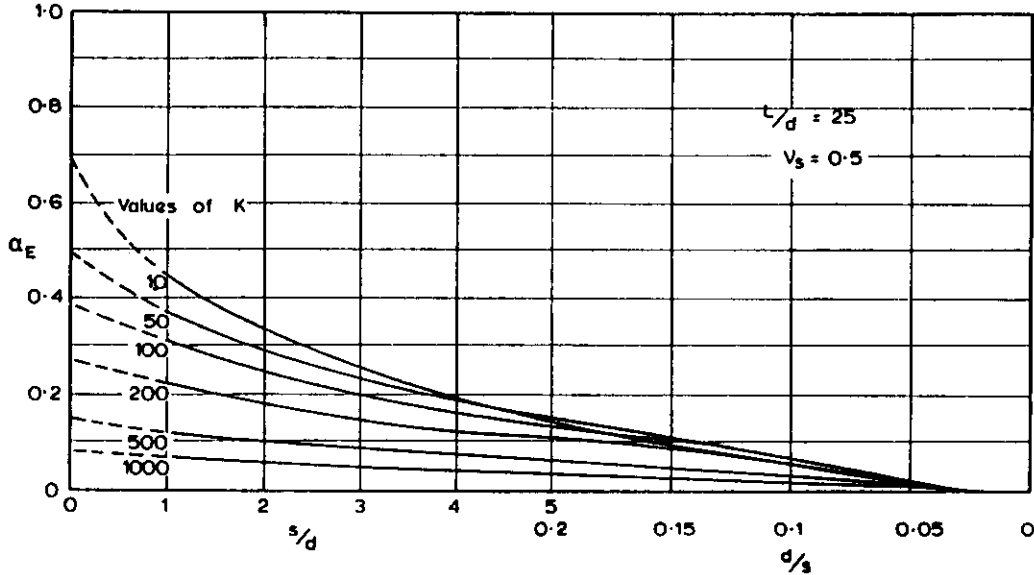


그림 17.  $L/d=25$ 인 단지지말뚝에 대한 상호작용계수

지지층의 유한 압축성의 영향

압축성 지층의 말뚝에 대한 상호작용계수는 균질지반내 마찰말뚝에 대한 값  $\alpha_F$ 와 강성 지층위 말뚝에 대한 값  $\alpha_E$ 값 사이에 존재하며 다음과 같이 표현된다.

$$\alpha = \alpha_F - F_E(\alpha_F - \alpha_E)$$

식(36)에서  $F_E$ 는  $K$ ,  $L/d$  및  $E_b/E_s$ 에 의존하는 계수이다.  $L/d=25$ 에 대한  $F_E$ 값이 그림 18에 있는데, 이 그림은  $E_b/E_s$  및  $K$ 값에 따라 상호작용이 단지지에서 마찰로 변천되는 것을 보여준다. 비록 곡선들은  $s/d = 5$ 에 대한 것들이지만, 다른 값에 대해서도 근사적으로 적용된다.

다. 크기가 다른 말뚝 사이의 상호작용

그림 19와 같이 크기가 다른 말뚝  $i, j$ 에 대해 말뚝  $j$ 에 의해 말뚝  $i$ 에 증가되는 침하량  $\Delta\rho_{ij}$ 는 근사적으로 다음과 같다.

$$\Delta\rho_{ij} = \rho_j \alpha_{ij} \tag{45}$$

여기서,  $\rho_j$  = 자중에 의한 말뚝  $j$ 의 침하량

$\alpha_{ij}$  = 말뚝  $i$ 와  $j$  사이 간격 및 말뚝  $j$ 의 기하학적 변수에 대한 상호작용계수

유사하게 말뚝  $i$ 에 의해 말뚝  $j$ 에 증가되는 침하량,  $\Delta\rho_{ji}$ 는

$$\Delta\rho_{ji} = \rho_i \alpha_{ji} \tag{46}$$

여기서,  $\rho_i$  = 자기하중에 의한 말뚝  $i$ 의 침하량

$\alpha_{ji}$  = 말뚝  $i$ 와  $j$  사이 간격 및 말뚝  $i$ 의 기하학적 변수에 대한 상호작용

계수

일반적으로 말뚝  $i$  및  $j$ 에 작용하는 하중이 같더라도  $\Delta\rho_{ij} \neq \Delta\rho_{ji}$ 이다.

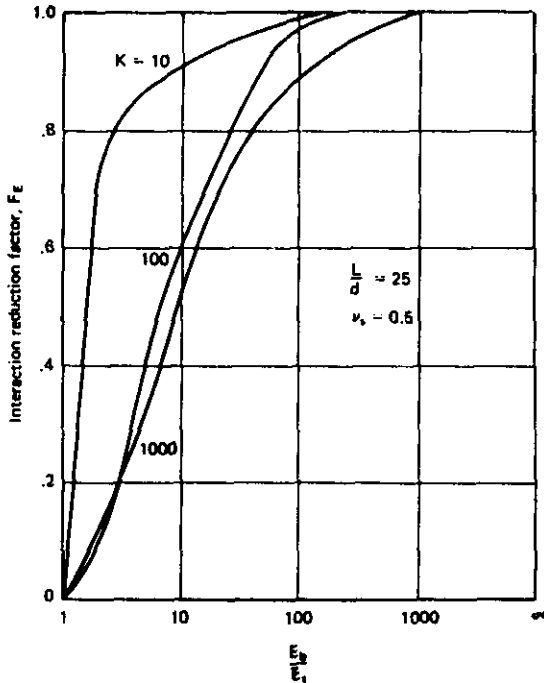


그림 18. 상호작용 감소계수  $F_E$

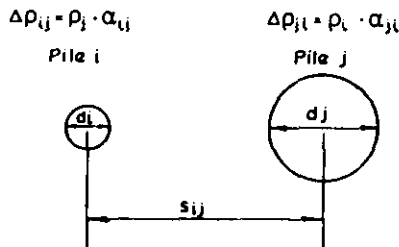


그림 19. 다른 크기의 말뚝 사이의 상호작용

### (3) 일반적인 무리말뚝 해석

2개의 말뚝으로 이루어진 무리말뚝에 대한 해석은, 무리말뚝 내 모든 말뚝의 거동이 같다면 여러개의 말뚝들로 이루어진 무리말뚝에도 확대 적용될 수 있다 : 즉, 말뚝이 같은 간격으로 놓이며, 같은 하중을 받고 같은 변위를 일으키는 경우("대칭 무리말뚝")에는 가능하다. 이런 무리말뚝에 대한 해는, 다른 말뚝들에 의해

각 말뚝에 발생하는 추가 침하량을 차례대로 더하여 구할 수 있다. 즉, 개개 상호작용계수들은 중첩될 수 있다. 따라서 같은 크기의 하중을 받는 3개의 말뚝이 정삼각형으로 배치되어 있는 경우, 무리말뚝의 침하량의 증가량은 같은 간격으로 이루어진 2개의 말뚝에 대한 값의 두 배이며, 4개의 말뚝으로 이루어진 경우, 주어진 간격에 대한 무리(group) 변위량은 다음과 같다.

$$\rho_G = P_i \rho_i (1 + 2\alpha_1 + \alpha_2) \quad (47)$$

여기서,  $P_i$  = 각 말뚝에 작용하는 하중

$\rho_i$  = 단위 하중하의 외말뚝 변위

$\alpha_1$  = 간격  $S \cdot \alpha$ 에 대한 상호작용계수

$\alpha_2$  = 간격  $\sqrt{2S \cdot d}$ 에 대한 상호작용계수

비록, 말뚝 변위 증가량은 중첩될 수 있지만, 전단응력 분포는 다소 상호작용에 의해 바뀌게 되며, 선단에 의해 전달되는 하중은 무리말뚝의 말뚝수가 증가함에 따라 증가한다는 것을 명심해야 한다<sup>(26)</sup>.

대칭 무리말뚝에 대한 중첩 원리의 적용은 이것이 일반적인 무리말뚝에도 적용될 수 있음을 의미한다. 그래서 같은 말뚝으로 이루어진 무리말뚝에 있어서, 무리말뚝 내 어떤 말뚝  $k$ 의 침하량  $\rho_k$ 는 중첩에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$\rho_k = \rho_i \sum_{j=1}^n (P_j \cdot \alpha_{kj}) + \rho_i P_k \quad (48)$$

여기서,  $\rho_i$  = 단위하중 하의 외말뚝 변위

$P_j$  = 말뚝  $j$ 의 하중

$\alpha_{kj}$  = 말뚝  $k$ 와  $j$ 사이 간격에 대한 상호작용계수

다른 크기 또는 여러가지 모양의 말뚝을 포함하는 무리말뚝에 대하여 식 (44), (45) 그리고 (47)으로 부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\rho_k = \rho_i \sum_{j=1}^n (P_j \cdot F_j \alpha_{kj}) + \rho_{ik} P_k \quad (49)$$

여기서,  $\rho_{ik}$  = 단위하중 하의 외말뚝 변위

$\alpha_{kj}$  = 말뚝 k와 j 사이의 간격 및 말뚝 j의 기하학적 변수들에 대한 상호작용계수

식 (48) 또는 (49)은 무리말뚝 내 모든 말뚝에 대해 쓸 수 있으며, n개의 변위 방정식을 준다. 또한 연직하중 평형방정식으로 부터

$$P_G = \sum_{j=1}^n (P_j) \quad (50)$$

여기서,  $P_G$  = 총 무리하중

따라서, 언은 (n+1)개의 방정식은 2개의 단순조건에 대해 풀이된다.

1. 모든 말뚝에 같은 하중(또는 기지 하중)이 작용하고, 말뚝캡이 연성인 경우
2. 모든 말뚝에 같은 침하가 발생하고, 말뚝캡이 완전 강성인 경우

경우 1에 대하여  $P_j = P_G/n$  그리고 식 (48)이 무리말뚝 내 각 말뚝의 침하를 계산하는데 직접 사용될 수 있으며, 따라서 부등침하를 계산할 수 있다. 경우 2에 대하여는, 침하에 관한 n개의 방정식 (48)이 서로 같아지고, 식 (50)과 함께 (n+1)개의 연립방정식을 주는데, 이 방정식들은 무리 내 미지의 하중 및 침하에 관하여 풀 수 있다. 좀 더 현실적인 목적에 있어서, 위에서 지적한 강성 캡을 가진 무리말뚝의 고려는, 무리말뚝 침하가 요구되는 경우에는 필요가 없다.

같은 크기의 하중을 받는 말뚝으로 이루어진 무리말뚝의 평균 침하는 강성캡을 가진 무리말뚝의 침하와 거의 같다. 따라서, 같은 크기의 하중이 재하된다는 가정은 대부분의 경우에 충분하며, 또한 침하가 무리말뚝 내 중심 또는 모서리가 아닌 대표적인 어떤 말뚝에서 계산되었다면 충분하다고 말할 수 있다.

그러므로 어떤 일반적인 무리말뚝에 대한 위의 해석은 오직 2개의 말뚝으로 이루어진 무리말뚝의  $\alpha$ 와 말뚝 간격 사이의 관계와 외말뚝의 침하에 대한 지식만을 필요로 한다. 무리말뚝 침하에 대한 이러한 해석의 결과는 두가지 방법으로 편리하게 표현될 수 있다.

① 침하비  $R_s$ 에 의하여

$$R_s =$$

$$\frac{\text{무리말뚝의 평균침하}}{\text{각 말뚝의 평균하중이 작용할 때의 외말뚝 침하}} \quad (51)$$

② 무리 감소계수  $R_G$ 에 의하여

$$R_G = \frac{\text{무리말뚝의 평균침하}}{\text{무리 전체하중이 작용할 때의 외말뚝 침하}} \quad (52)$$

$R_G$ 는 탄성지반에 대해서만 엄밀한 의미가 있는데, 이 때에는 하중과 침하 사이에 선형 관계가 있으며, 무리하중이 작용할 때 외말뚝은 파괴되지 않는다. 실제 문제에 있어서 침하비  $R_s$ 가 더 많이 사용되며, 더 사용하는 것이 좋은데, 이것은 해당되는 외말뚝의 침하가 하나의 값이면  $R_G$ 가 사실 무리말뚝의 침하를 대표하기 때문이다.

그래서  $R_G$ 는 말뚝의 수가 다른 경우를 포함하여 전체 하중을 받는 상대적인 침하를 직접 측정할 수 있게 해준다.  $R_G$ 값은  $1/n \leq R_G \leq 1$  범위에 있으며, 다음과 같이 단순하게  $R_s$ 에 연관시킬 수 있다.

$$R_s = nR_G \quad (53)$$

$R_s$  또는  $R_G$ 가 해석으로부터 한번 결정되면, 무리말뚝의 침하는 다음과 같이 주어진다.

$$\rho_G = R_s P_{av} \rho_1 \quad (54)$$

또는

$$\rho_G = R_G P_G \rho_1 \quad (55)$$

여기서,  $P_{av}$  = 무리내 하나의 말뚝에 작용하는 평균 하중

$$P_G = \text{전체 무리 하중}$$

위의 해석은 말뚝 아래 존재할 수 있는 연약 압축성 토층의 영향을 직접 고려하지 않고 있음이 강조되어야 한다.

## 9.2.2 무리말뚝에 대한 이론해

(1) 마찰 및 단지지 무리말뚝의 침하

9.2.1절 (3)의 해석 방법에 의해 결정된 침하비  $R_s$ 의 이론적 값으로 균일지반의 깊은 지층 내 마찰말뚝에 대한 값이 표 2에 그리고 강성 지층에 지지되는 경우에 대한 값이 표 3에 있다. 표의 값들은 강성 캡을 가진 사각형 무리말



뚝에 적용되며, 이 때 이웃말뚝 간의 중심거리는  $s$ 이고 말뚝강성계수는  $K$ , 그리고 각 말뚝의 길이 및 지름은  $L$ 과  $d$ 이다. 모든 경우에 있어서 간격이 감소함에 따라서 그리고 말뚝수가

증가함에 따라서  $R_s$ 는 증가한다. 마찰무리말뚝에서는 말뚝강성계수  $K$ 가 증가함에 따라  $R_s$ 가 증가하며, 반면에 단지지부리말뚝에서는  $K$ 가 증가함에 따라  $R_s$ 가 감소한다.

표2. 강성캡을 가진 균질지반 내 마찰무리말뚝에 있어서 침하비  $R_s$ 의 이론적 값

무리말뚝수	4				9				16				25				
	L/d	s/d	K		10	100	1000	$\infty$	10	100	1000	$\infty$	10	100	1000	$\infty$	
10	2	1.83	2.25	2.54	2.62	2.78	3.80	4.42	4.48	3.76	5.49	6.40	6.53	4.75	7.20	8.48	8.68
	5	1.40	1.73	1.88	1.90	1.83	2.49	2.82	2.85	2.26	3.25	3.74	3.82	2.68	3.98	4.70	4.75
	10	1.21	1.39	1.48	1.50	1.42	1.76	1.97	1.99	1.63	2.14	2.46	2.46	1.85	2.53	2.95	2.95
25	2	1.99	2.14	2.65	2.87	3.01	3.64	4.84	5.29	4.22	5.38	7.44	8.10	5.40	7.25	9.28	11.25
	5	1.47	1.74	2.09	2.19	1.98	2.61	3.48	3.74	2.46	3.54	4.96	5.34	2.95	4.48	6.50	7.03
	10	1.25	1.46	1.74	1.78	1.49	1.95	2.57	2.73	1.74	2.46	3.42	3.63	1.98	2.98	4.28	4.50
50	2	2.43	2.31	2.56	3.01	3.91	3.79	4.52	5.66	5.58	5.65	7.05	8.94	7.26	7.65	9.91	12.66
	5	1.73	1.81	2.10	2.44	2.46	2.75	3.51	4.29	3.16	3.72	5.11	6.37	3.88	4.74	6.64	8.67
	10	1.38	1.50	1.78	2.04	1.74	2.04	2.72	3.29	2.08	2.59	3.73	4.65	2.49	3.16	4.76	6.04
100	2	2.56	2.31	2.26	3.16	4.43	4.05	4.11	6.15	6.42	6.14	6.50	9.92	8.48	8.40	10.25	14.35
	5	1.88	1.88	2.01	2.64	2.80	2.94	3.38	4.87	3.74	4.05	4.98	7.54	4.68	5.18	6.75	10.55
	10	1.47	1.56	1.76	2.28	1.95	2.17	2.73	3.93	2.45	2.80	3.81	5.82	2.95	3.48	5.00	7.88

표3. 강성캡을 가진 균질지반 내 단지지부리말뚝에 있어서 침하비  $R_s$ 의 이론적 값

무리말뚝수	4				9				16				25				
	L/d	s/d	K		10	100	1000	$\infty$	10	100	1000	$\infty$	10	100	1000	$\infty$	
10	2	1.52	1.14	1.00	1.00	2.02	1.31	1.00	1.00	2.38	1.49	1.00	1.00	2.70	1.63	1.00	1.00
	5	1.15	1.08	1.00	1.00	1.23	1.12	1.02	1.00	1.30	1.14	1.02	1.00	1.33	1.15	1.03	1.00
	10	1.02	1.01	1.00	1.00	1.04	1.02	1.00	1.00	1.04	1.02	1.00	1.00	1.03	1.02	1.00	1.00
25	2	1.88	1.62	1.05	1.00	2.84	2.57	1.16	1.00	3.70	3.28	1.33	1.00	4.48	4.13	1.50	1.00
	5	1.36	1.36	1.08	1.00	1.67	1.70	1.16	1.00	1.94	2.00	1.23	1.00	2.15	2.23	1.28	1.00
	10	1.14	1.15	1.04	1.00	1.23	1.26	1.06	1.00	1.30	1.33	1.07	1.00	1.33	1.38	1.08	1.00
50	2	2.49	2.24	1.59	1.00	4.06	3.59	1.96	1.00	5.83	5.27	2.63	1.00	7.62	7.06	3.41	1.00
	5	1.78	1.73	1.32	1.00	2.56	2.56	1.72	1.00	3.28	3.38	2.16	1.00	4.04	4.23	2.63	1.00
	10	1.39	1.43	1.21	1.00	1.78	1.87	1.46	1.00	2.20	2.29	1.71	1.00	2.62	2.71	1.97	1.00
100	2	2.54	2.26	1.81	1.00	4.40	3.95	3.04	1.00	6.24	5.89	4.61	1.00	8.18	7.93	6.40	1.00
	5	1.85	1.84	1.67	1.00	2.71	2.77	2.52	1.00	3.54	3.74	3.74	1.00	4.33	4.68	4.45	1.00
	10	1.44	1.44	1.46	1.00	1.84	1.99	1.98	1.00	2.21	2.48	2.53	1.00	2.53	2.98	3.10	1.00

무리말뚝 내 말뚝 배치는  $R_s$ 에 크게 영향을 미치지 않으며, 따라서 말뚝수에 대한  $R_s$ 값은 표 2 및 표 3으로부터 보간 계산될 수 있다. 말뚝수가 16개 이상인 경우에는  $R_s$ 값이 말뚝수의 제곱근값에 거의 선형적으로 변화한다. 그러므로,  $K$  및  $L/d$  그리고 말뚝 간격이 주어지면  $R_s$ 는 16개 및 25개의 말뚝수에 대한  $R_s$ 값으로부터 다음과 같이 보간될 수 있다.

$$R_s = (R_{25} - R_{16})(\sqrt{n-5}) + R_{16} \quad (56)$$

여기서,  $R_{25}$  : 말뚝수 25개에 대한  $R_s$ 값

$R_{16}$  : 말뚝수 16개에 대한  $R_s$ 값

$n$  : 말뚝수

그림 20은 무리감소계수  $R_G$ 를 여러종류의 무리말뚝에 있어서  $s/d$ 값 변화에 대하여 나타낸 것이다. 그림에서  $R_G$  및 이에 따른 무리말뚝의 침하는 말뚝수가 증가함에 따라 감소한다. 그러나 상대적으로 간격이 가까우면 침하를 줄이기 위해 더 많은 말뚝을 사용하는 것은 점차 효과가 적어진다. 일반적으로 무리말뚝의 침하는 주로 무리의 폭에 의존한다. 따라서 무리말뚝의 폭이 주어질 때, 어떤 수 이상의 말뚝을 사용하는 것은 무리말뚝의 침하를 최저한으로 개선시키는 것에 불과하다.

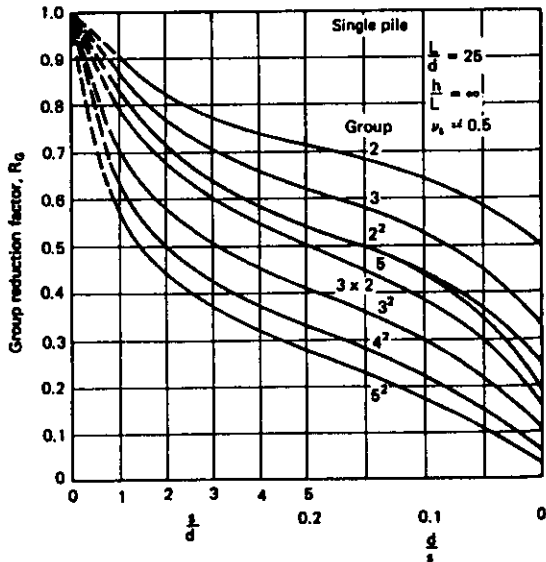


그림 20. 강성 말뚝캡을 가진 여러종류의 무리말뚝 침하

말뚝수보다 무리의 폭에 침하가 더 의존한다는 것은 Berezantzev et al.(1961)<sup>(28)</sup>이 실제 크기의 시험을 하여 확인하였으며, Skempton (1953)<sup>(24)</sup>도 모래지반 내 타입말뚝에 대한 시험 자료에서 확인하였다. Skempton이 제안한 바에 의하면 침하가 유일한 기준이라면, 상대적으로 넓은 간격으로 작은 수의 말뚝을 사용하는 것이 가까운 간격으로 많은 수의 말뚝을 사용하는 것보다 경제적이라고 한다.

가. 유한 깊이 지층의 영향

마찰 무리말뚝에 있어서, 지층 아래 강성 지반이 있으면 침하비  $R_s$ 가 감소한다. 이에 대한 것이 그림 21에 있는데, 그림에서  $\zeta_h$ 는 다음과 같다.

$$\zeta_h = \frac{\text{유한 깊이 지층 } h \text{에 대한 } R_s}{\text{무한 깊이 지층에 대한 } R_s} \quad (57)$$

따라서, 표 2의 무한 깊이 지층에 대한  $R_s$ 값에  $\zeta_h$ 를 곱하여 유한 지층에 대한  $R_s$ 값을 얻을 수 있다.

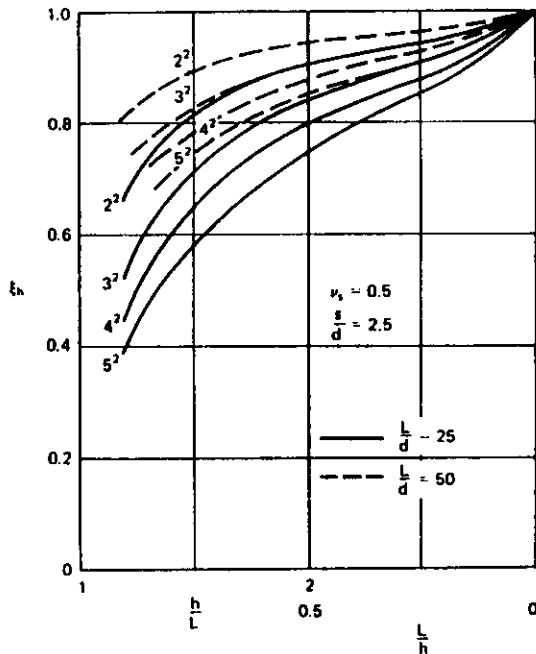


그림 21. 유한지층에 의한 감소계수  $\zeta_h$

나. 지지층 압축성의 영향

$R_s$ 에 대한 지지층 강성의 영향에 대한 예가 그림 22에 있다. 이 그림은 말뚝지름의 4배에 해당하는 간격을 가진  $3^2$ 의 무리말뚝에 대한 것으로, 여기서 감소계수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\zeta_b = \frac{\text{지지층의 무리말뚝에 대한 } R_s}{\text{무한지층 내 마찰 무리말뚝에 대한 } R_s} \quad (58)$$

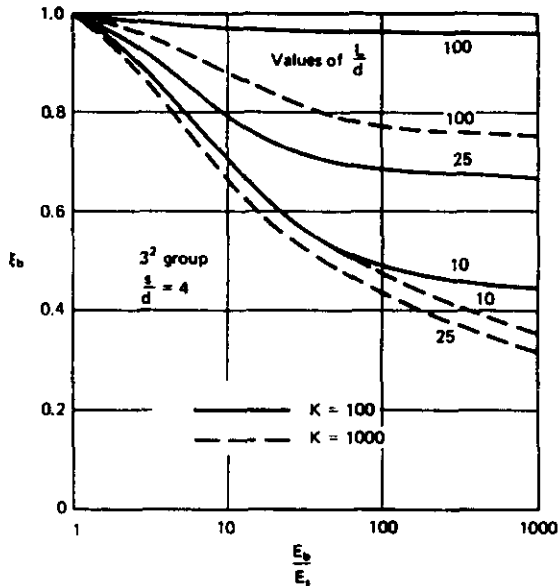


그림 22. 지지층에 의한 감소계수  $\zeta_b$

$E_b/E_s$ 가 무한대에 접근함에 따라,  $\zeta_b$ 는 깊은 지층 내 마찰무리말뚝의  $R_s$ 값에 대한 강성 지지층에 단지지된 무리말뚝의 값에 접근한다.

다. Poisson비  $\nu_s$ 의 영향

$R_s$ 에 대한  $\nu_s$ 의 영향이 그림 23에 있는데, 그림에서 계수  $\zeta_v$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\zeta_v = \frac{\text{특정 } \nu_s \text{에 대한 } R_s}{\nu_s=0.5 \text{에 대한 } R_s} \quad (59)$$

$\zeta_v$ 값은  $\nu_s$ 가 감소함에 따라 증가하여, 이것은 압밀이 진행되어  $\nu_s$ 값이 비배수값(0.5)에서 배수값으로 줄어들음에 따라  $R_s$ 값이 증가한다는 것

을 의미한다.  $\nu_s$ 의 영향은 무리말뚝의 말뚝수가 증가함에 따라 뚜렷해진다.

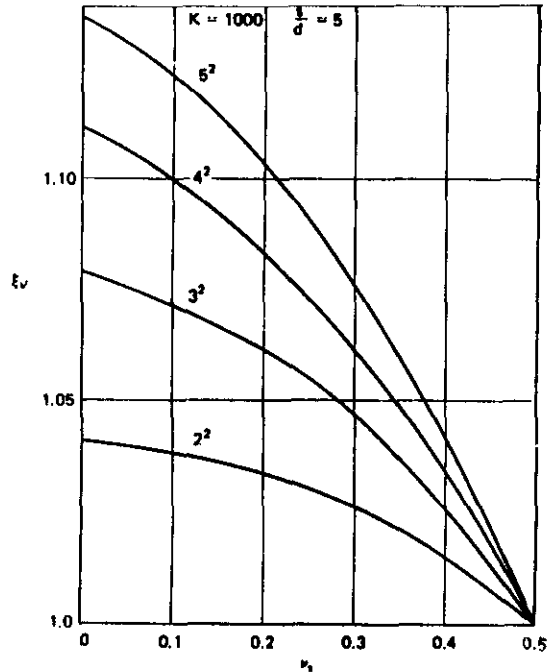


그림 23. Poisson비에 대한 보정계수  $\zeta_v$

라. 최종침하에 대한 즉시침하의 비

비록 무리말뚝의 수가 증가함에 따라 시간·의존 침하량이 증가하기는 하지만, 외말뚝과 마찬가지로 총최종침하량의 대부분은 즉시침하량이다. 말뚝의 압축성은  $\rho_i/\rho_{TF}$ 비에 영향을 미치지 않는다. 단지 무리말뚝에 비해서 마찰 무리말뚝의 즉시침하량이 더 크며, 실제 문제에 있어서 압밀침하량은 이론적으로 총 최종침하량의 10% 미만이다.<sup>(3)(7)</sup>

(2) 강성 캡을 가진 무리말뚝의 하중 분포

무리말뚝에서 가장 큰 하중을 받는 부분은 모서리이며, 가장 작은 하중은 말뚝들의 중심에서 발생한다. 하중분포는 말뚝간격이 감소함에 따라, 말뚝수가 증가함에 따라,  $L/d$ 이 증가함에 따라 그리고  $K$ 가 증가함에 따라 덜 균일해 지는 경향이 있다. 강성지층에 지지된 무리말뚝에 있어서 하중 분포는 마찰무리말뚝과 마

참가지로 일반적으로  $L/d$ 이 증가하고 간격이 감소할수록 덜 균일해지지만, 마찰 무리말뚝에 비해서 말뚝강성계수  $K$ 가 증가함에 따라 하중 분포는 좀 더 균일해진다.

(3) 똑같은 하중을 받는 말뚝으로 이루어진 무리말뚝

말뚝들이 같은 하중을 받는 무리말뚝에서 최대 침하는 중심부분의 말뚝들 또는 중심 말뚝에서 발생하며, 반면 최소침하는 모서리 말뚝에서 발생한다. 비압축성 마찰말뚝으로 이루어진 대표적인 무리말뚝에서 강성 캡을 가진 무리말뚝의 침하에 대한 최대 침하의 비( $\rho_{max}/\rho_R$ )가 표 4에 있다.

표4. 유한지층 내 마찰무리말뚝의  $\rho_{max}/\rho_R$  값.  
 $L/d=25; \nu_s=0.5$

무리말뚝수 $s/d$	$3^2$			$4^2$			$5^2$		
	$h/L$ $\infty$	1.5	1.2	$\infty$	1.5	1.2	$\infty$	1.5	1.2
1	1.13	1.15	1.15	1.13	1.17	1.18	1.18	1.25	1.26
2.5	1.13	1.17	1.16	1.14	1.20	1.17	1.19	1.30	1.24
5	1.13	1.18	1.13	1.15	1.20	1.15	1.21	1.30	1.23
10	1.14	1.15	1.10	1.16	1.16	1.11	1.24	1.20	1.11
20	1.14	1.05	1.01	1.13	1.05	1.01	1.18	1.04	1.02
40	1.03	1.00	1.00	1.06	1.00	1.00	1.17	1.00	1.00

$\rho_{max}/\rho_R$  비는 무리내 말뚝수가 증가함에 따라 증가하지만, 실용적 간격에 대해서는 간격의 영향을 받지 않는다.  $K$  값은  $\rho_{max}/\rho_R$  비에 거의 영향을 받지 않는다.

강성 지층에 의해 지지된 무리말뚝에 대한  $\rho_{max}/\rho_R$  값이 표 5에 주어져 있다. 그림은  $L/d=25$  및  $K=100$ 에 대한 것으로  $\rho_{max}/\rho_R$  값은  $K$  값이 증가함에 따라 감소하며,  $K>2000$ 이면 일정한 값이 되는데, 이것은 이 때에는 상호작용이 발생하지 않기 때문이다.

(4) 무리말뚝을 하나의 피어로 근사시키는 방법

여러개의 무리말뚝에 의해 지지되는 거대구조물과 관련된 계산에 있어서, 종종 각 무리말

표5. 유한지층 내 단지무리말뚝의  $\rho_{max}/\rho_R$  값.  $L/d=25; K=100; \nu_s=0.5$

$s/d$	무리말뚝수		
	$3^2$	$4^2$	$5^2$
2	1.04	1.08	1.17
5	1.19	1.14	1.21
10	1.09	1.10	1.13
20	1.03	1.02	1.02
40	1.00	1.00	1.00

뚝들을 같은 크기의 침하를 일으키는 하나의 등가 피어로 대체하는 것이 유용하다. 이런 근사는 무리간의 상호작용을 해석할 때나 또는 말뚝 아래 압축지층에 의해 발생하는 침하를 계산할 때 유용하며, 다음과 같이 두가지 방법으로 근사시킬 수 있다.

1. 무리말뚝과 같은 원주면적과 등가길이  $L_e$ 를 갖는 등가 피어.

2. 무리말뚝과 같은 길이  $L$ 과 등가 지름  $d_e$ 를 갖는 등가 피어.

비압축성 무리말뚝에 있어서, 첫번째 근사의  $L_e/L$  값은 Poulos(1968b)에 의해 구해졌으며, 그림 25에 있다.  $L_e/L$  값은 말뚝간격 및  $L/d$ 에 의존하며, 그러나 말뚝수에는 무관하다. 대부분의 실제문제 있어서,  $L_e/L$  값은 9에서 0.6사이에 놓인다.

두번째 근사는 말뚝이 다층지반을 통과하거나 매우 성질이 틀린 지층에 관입될 때 좀 더 적합하다. 마찰 무리말뚝에 대한  $d_e/B$ 와  $s/d$  관계가 그림 25에 있는데, 여기서  $d_e$ 는 길이  $L$ 의 피어의 등가 지름이고  $B$ 는 무리의 평균폭이다.

$L_e/L$ 와 마찬가지로  $d_e/B$ 는 거의 무리크기와 관계가 없으며,  $L/d$ 에 의존한다. 그림 25를 보면 말뚝강성계수  $K$ 의 영향이 큰데, 특히 가는 말뚝의 경우 그렇다.  $d_e/B$ 비는 말뚝의 압축성이 증가함에 따라 감소한다. 그림 25에서 등가 피어의  $K$  값은 무리내 말뚝의  $K$  값과 같다는 것을 명심해야 한다. 강성 지반에 의해 지지된 비압축성 말뚝의 극

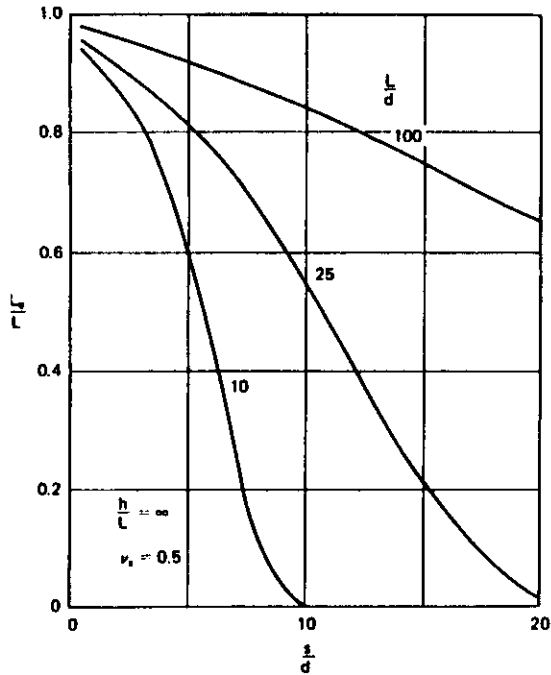


그림24. 무리말뚝과 같은 침하를 일으키는 단피어의 등가 길이

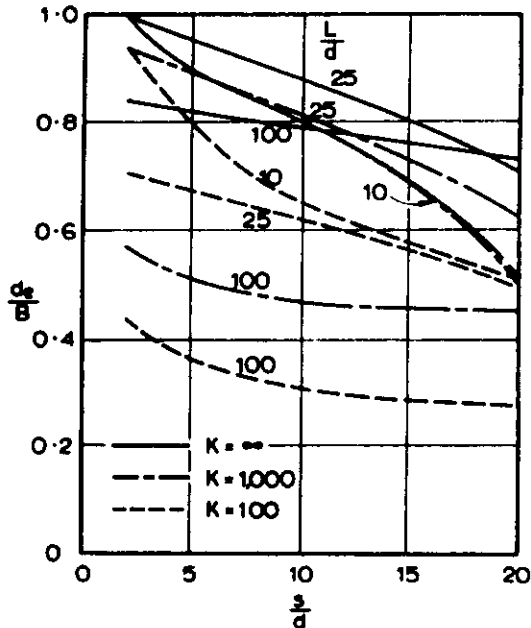


그림25. 무리말뚝을 나타내는 등가 피어의 지름

한적인 경우에 대하여 위의 두가지 중 하나의 방법으로 원래 말뚝과 같은 크기의 길이

와 같은 총면적을 갖는 등가 피어를 얻을 수 있다. 강성이 아닌 지층에 의해 지지된 압축 말뚝에 대한 등가 피어는 완전 마찰에 대한 값과 극한 경우에 대한 값의 중간 정도가 될 것이다.

### 9.2.3 하부의 압축지층에 의한 무리말뚝의 침하

지층이 다층으로 이루어져 있고 말뚝 아래 압축 지층이 존재하는 실질적인 문제에 있어서는, 이러한 지층에 의한 침하가 전체 무리말뚝의 침하 계산에 포함되어야만 한다. 외말뚝의 압축 지층에 의한 침하 계산은 9.1.3절에서 수행되었다. 외말뚝에 대한 계산법은, 무리내 모든 말뚝에 의해 야기되는 아래 지반의 침하량과 무리말뚝이 삽입된 지층의 침하량을 더함으로써 무리말뚝의 침하 계산까지 확장할 수 있다.<sup>(21)</sup>

Poulos and Mattes는 무리내 하중 분포를 등분포라 가정하는 것이 거의 오차를 주지 않는다는 것을 발견하였다. 게다가 무리말뚝을 하나의 피어로 대체하여도 비슷한 결과를 준다는 것을 알았다.

### 9.2.4 무리말뚝 주위 지반의 표면 침하

앞절은 무리말뚝의 바로 아래 지반의 침하를 다루었다. 몇몇 경우에 있어서, 무리말뚝으로부터 어느정도 떨어진 지표면의 침하를 산정하는 것이 또한 흥미로울 수 있다(예를 들면, 새로운 구조물의 건설로 인한 기존 건물의 추가 침하량을 결정하는 문제). 이를 위해서는 말뚝 주위 침하분포에 대해 그림 8의 해를 사용하여 구할 수 있다. 압축 하부 지층에 의한 침하 계산과 마찬가지로, 말뚝 사이에 등분포 하중을 받는 것으로 또는 등가 피어처럼 무리말뚝을 고려하는 것이 편리하다. 균일 지반내  $3^{\circ}$ 의 무리말뚝에 의해 발생하는 표면 침하 예가 그림 26에 보인다.<sup>21</sup>

그림 26은 다음을 고려하여 얻었다.

- ① 말뚝 하중 P의 수정된 분포
- ② 말뚝 하중 P의 균일 분포

③ 하나의 등가 피어

무리말뚝의 중간 부근을 제외하고는 세가지 침하 형상이 거의 일치하였는데, 말뚝-하중 분포를 균일하게 고려한 경우는 무리말뚝의 침

하가 불균일하게 나타났다. 등가 피어 근사법이 잘 만족한다는 증거는 그림 26에서 알 수 있다.

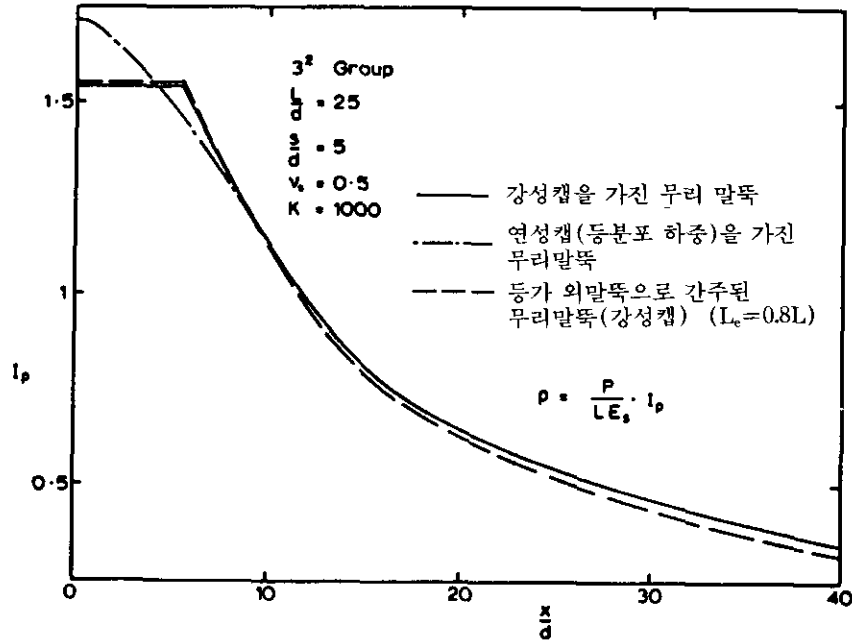


그림 26. 표면침하에 대한 근사해법과 정확한 해법의 비교

9.2.5 무리말뚝 거동의 이론 및 관찰

마찰무리말뚝에 대한 침하비의 측정된 값 및 이론적 값의 비교가 Poulos and Mattes(1971b)<sup>(27)</sup>에 의해 수행되었다. 비교 결과 느슨한 사질토를 제외하고는 K값이 크던 작던 잘 만족하였다. 느슨한 사질토 지반에 대한 시험이 잘 일치되지 않는 것은 외말뚝에 비교해서 무리말뚝에 의해서는 느슨한 지반이 매우 조밀해지기 때문인 것으로 추측된다. 이러한 비교 결과 느슨한 사질토의 무리말뚝을 제외하고는 실제 문제에 있어서 이론 값이 만족한다는 것을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. Teng, W. C., 1962, Foundation Design, Civil

Engineering and Engineering Mechanics Series, pp. 220~222.

2. Hansbo, S., 1994, Foundation Engineering, ELSEVIER, pp.197-202.  
 3. Poulos, H. G. and Davis, E. H., 1980, Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley and Sons, pp. 71~142  
 4. Tomlinson, M. J., 1987, Pile Design and Construction Practice, 3rd ed., Viewpoint Publications, pp. 125~129 & 156~174.  
 5. Jumikis, A. R. 1971, Foundation Engineering, Intext Educational Publishers, pp. 676-681.  
 6. Bazant, Z., 1979, Methods of Foundation Engineering, ELSEVIER, pp. 394.  
 7. Fleming, W. G. K., Weltman, A. J., Randolph, M. F. and Elson, W. K., 1985, Piling Engineering, Surrey University Press, pp. 196-198, 212-213 & 347~350.

8. Das, B. M., 1990, Principles of Foundation Engineering PWS-Kent Publishing Company, second ed., pp. 476-478.
9. Bowles, J.E., 1988, Foundation Analysis and Design, 4th ed., McGraw-Hill, pp. 835-840.
10. Meyerhof, G. G., 1959, "Compaction of Sands and Bearing Capacity of Piles", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 82, SM 1, pp. 1-29.
11. Focht, J. A., 1967, Discussion to Paper by Coyle and Reese, J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 93, SM 1, pp. 133-138.
12. Coyle, H. M. and Reese, L. C., 1966, "Load Transfer for Axially Loaded Piles in Clay", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 92, SM 2, pp. 1-26.
13. Elison, R. D., D'Appolonia, E., and Thiers, G. R., 1971, "Load - Deformation Mechanism for Bored Piles", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 97, SM 4, pp. 661-678.
14. Desai, C. S., 1974, "Numerical Design - Analysis for Piles in Sands", Jnl. Geot. Eng. Divn., ASCE, Vol. 100, No. GT6, pp. 613-635.
15. Esu, F. and Ottaviani, M., 1975, Discussion to Paper by C. S. Desai, Proc. Geot. Eng. Divn., ASCE, Vol. 101, No. GT7, 693-695.
16. Balaam, N. T., Poulos, H. G., and Booker, J. R., 1975, "Finite Element Analysis of the Effects of Installation on Pile Load-Settlement Behavior", Geot. Eng. Divn., ASCE, Vol. 6, No. 1, pp. 33-48.
17. Poulos, H. G., 1972d, Load Settlement Prediction for Piles and Piers, J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 98, SM 9, pp. 879-897.
18. Banerjee, P. K. and Davis, T. G., 1977, "Analysis of Pile Groups Embedd in Gibson Soil", Proc. 9th Int. Conf. S. M. and F. E., Tokyo, Vol. 1, pp. 381-386.
19. Poulos, H. G., 1968a, "The Influence of Rigid Pile Cap on the Settlement Behavior of an Axially -Loaded Pile", Civ. Eng. Trans. Inst. Engrs. Aust. Vol. CE 10, No 2, pp. 206-208.
20. Poulos, H. G., 1969, The Settlement of Under-Reamed and Step-Taper Piles, Civ. Eng. Trans. Inst. Engrs. Aust., Vol. CE 11, pp. 83-87.
21. Poulos, H. G., and Mattes, N. S., 1971a, "Displacements in a Soil Mass Due to Pile Groups", Aust. Geomechs. Jnl. Vol. G1, No1, pp. 29-35.
22. Poulos H. G. and Davis, E. H., 1974, Elastic Solutions for Soil. and Rock Mechanics, New York, Wiley.
23. Whitaker, T. and Cooke, R. W., 1966, "An Investigation of the Shaft and Base Resistances of Large Bored Piles in London Clay", Proc. Symp. on Large Bored Piles, pp. 7-49.
24. Skempton, A. W., 1953, Discussion: Piles and Pile Foundations, Settlement of Pile Foundations, Proc. 3rd Int. Conf. S. M. and F. E. Vol. 3, pp. 172.
25. Bjerrum, L., 1957, "Norwegian Experiences with Steel Piles to Rock", Geot., Vol. 7, pp. 73-96.
26. Poulos H. G., 1968b, "Analysis of the Settlement and Load Distribution Analysis of Pile Groups", Aust. Geomechs. Jnl. Vol. G1, No1, pp. 18-28.
28. Berezantzev, V. G., Khristoforov, V., and Golubkov, V., 1961, "Load Bearing Capacity and Deformation of Piled Foundations", Proc. 5th Int. Conf. S. M. and F. E. Vol. 2, pp. 11-15.
29. Vesic, A. S., 1977, Design of Pile Foundations, National Cooperative Highway Research Program Synthesis of Practice No. 42, Transportation Research Board, Wasington, D. C.