

열응력을 이용한 외팔보의 진동제어

Vibration Control of a Cantilever Beam Using Thermal Stresses

권 태 철 *

Kwon, Tae-Churl

이 우 식 **

Lee, Usik

김 진 걸 ***

Kim, Jin-Geol

요 약

본 논문에서는 열응력을 이용해 구조물의 진동을 제어하기 위한 방법을 제시하였다. 구조물에 열응력을 발생시키기 위하여 써멀액츄에이터를 사용하였으며 저주파 진동을 제어하는데 이 써멀액츄에이터가 효과적으로 이용될 수 있음을 확인하였다. 열응력에 의한 제어방법은 열전달에 소요되는 시간지연 문제 때문에 고주파수의 진동을 갖는 구조물보다는 거대한 우주구조물과 같이 비교적 낮은 고유진동수를 갖는 구조물에 효과적으로 적용될 수 있다. 외팔보의 진동제어를 수행하기 위하여 보상기 설계에 의한 제어이론과 관측기 설계를 포함하는 최적제어 및 강인제어이론을 사용하였다. 또한 수치해석 시뮬레이션을 통하여 본 연구에서 사용한 제어이론들이 열응력을 이용한 구조물의 진동제어에 매우 효과적임을 보였다.

Abstract

This paper is concerned with a new concept of vibration control in which thermal stresses are utilized. Thermal actuators are used to generate thermal stresses in a vibrating beam. The thermal actuators are found to work successfully as the control means. Especially the proposed control method in this paper can be effectively applied to the large spaec structures with low natural frequencies rather than to the structures with high natural frequencies. In the process of control design, various cotrol methods including optimal-robust control method are investigated. Through numerical simulations, it is found that the robust-optimal control method can be efficiently with the vibration control of a cantilever beam using thermal stresses.

* 인하대학교 기계공학과 대학원
** 인하대학교 기계공학과 교수
*** 인하대학교 자동화공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1995년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1995년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 序 論

원하지 않는 과도한 진동이 구조물에 발생했을 때 빠른 시간 내에 이를 효과적으로 제어하기 위한 연구가 다양하게 진행되어 오고 있다. 진동을 제어하기 위한 방법에 따라 크게 수동 제어와 능동 제어로 구분할 수 있다. 단순한 수동형 방진기구 등을 이용한 수동제어방법은 일반적으로 신속하고 정밀한 제어효과를 얻기 어려우므로 특수한 경우를 제외하고는 능동제어방법이 널리 이용되고 있다. 요즘 많이 연구되고 있는 구조물의 능동제어방법은 압전 소자를 액츄에이터(actuator)나 센서(sensor)로 사용하는 방법이다.[1] 압전 소자란 전압을 받게 되면 그에 상응하는 응력을 발생시키는 것으로 그 적용범위가 넓다. 본 논문에서 다루고자 하는 제어방법은 압전소자 대신에 열용력을 액츄에이터 수단으로 이용하는 것으로 Edberg[2]가 이미 다룬 바 있었으나 써멀(thermal)액츄에이터의 수학적 모델링 과정에서 오류가 있었으며 최적제어에 대한 시도가 없었다. 본 논문에서 사용된 써멀액츄에이터는 열펌프와 유사한 것으로서 전압을 받게 되면 한 쪽에서 열을 빼앗아 다른 쪽으로 보내는 작용을 한다. 따라서 한 쪽은 가열되어 팽창하고 다른 한 쪽은 냉각되어 수축하므로 열변형에 의한 굽힘모멘트가 구조물에 걸리게 된다. 전압의 부호가 바뀜에 따라 작용하는 모멘트의 방향도 바뀌게 되므로 이 써멀액츄에이터를 효과적으로 제어수단으로 사용할 수 있다. 본 연구에서 다루고자 하는 진동제어계의 전체적인 메카니즘(mechanism)은 구조물이 진동을 할 때 구조물에 부착된 진동측정 센서가 진동량을 감지하여 진동량에 상응하는 전압을 발생시켜 써멀액츄에이터로 케환(feedback)시킴으로써 구조물 내부에 온도구배(thermal gradient)가 형성되며 이로인해 구조물은 열용력에 의한 굽힘모멘트를 받아 진동량이 줄어들게 된다. 진동량에 따라 써멀액츄에이터에 보내는 전압의 크기와 방향을 효과적으로 조절함으로써 결국 구조물의 진동을 제어하는 것이다. 열이 구조물 내부에서 전도되어 가는데 소요되는 시간지연과 구조물의 냉각 혹은 가열에 따르는 시간지연 때문에 열용력에 의

한 제어방법은 비교적 낮은 고유진동수를 갖는 거대한 우주구조물이나 특수한 조건의 구조물의 제어에 국한하여 응용될 수 있을 것이다. 본문의 내용은 먼저 써멀액츄에이터, 센서, 보에 대한 수학적 모델링을 했으며 보에 대한 모델링 과정에서 보의 진동에서 가장 지배적인 첫번째 진동모우드만을 고려하여 근사화 하였다. 다음으로 고전적인 방법인 보상기 설계에 의한 제어와 현대적 방법인 최적제어방법을 모두 적용해 보았다. 최적제어기 설계에서는 모든 상태변수를 케환시켜야 하지만 측정할 수 없는 상태변수들이 존재하므로 관측기를 구성하여 이들을 측정한 후 그 측정값을 케환시켰다. 진동계의 수학적 모델링과정에서 발생한 오차에 기인하여 실제의 진동제어계가 예상과는 달리 불안정하게 되는 경우가 있다. 본 논문에서는 이러한 모델링 오차를 감안하여 진동제어계내에 불확실한 요소가 있음에도 불구하고 구조물의 진동제어응답이 안정하게 되기 위한 불확정자(uncertainty)의 최대 한계치를 구해 보았다.

2. 제어시스템의 수학적 모델링

2.1 써멀액츄에이터 해석

그림 1은 본 연구에서 다루고자 하는 외팔보의 단면과 측면을 나타낸 것이다. 외팔보의 상하양면은 단열되어 있고 써멀액츄에이터를 그 사이에 집어 넣었다. 그림 1에서 h 와 b 는 외팔보의 상하판의 두께와 폭이며, d 는 외팔보의 중심축에서 상하판의 중심까지의 거리이다. l_a 는 열이 가해지는 부위의 길이이며 $S=bl_a$ 이다. z 는 외팔보의 중심축으로부터 윗방향으로의 좌표인 반면 \hat{z} 는 상하판의 바깥면으로부터 안쪽방향으로의 위치를 나타낸다. 그림 1에 나타낸 보의 상단의 빗금 친 부분(면적 S) 아래로 열유속 Q 가 단위계단함수(unit step function)로 공급될 경우 보의 상단에서의 온도분포는 다음과 같다[3].

$$T_{\text{step}}(z,t) = \frac{t}{\rho chS} + \frac{h}{KS} \left\{ \frac{3z^2 - h^2}{6h^2} - \frac{2}{\pi^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} e^{-\beta nt} \cos \frac{n\pi z}{h} \right\} \quad (2-1)$$

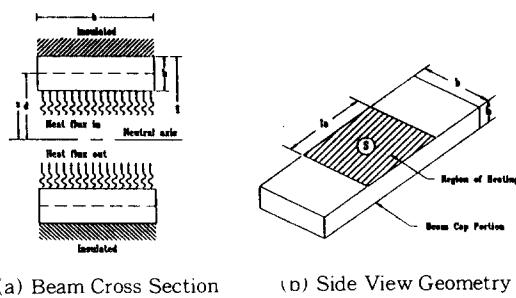


Figure 1. Beam Cross Section and Side View Geometry

여기서, $\beta_n = kn^2\pi^2/h^2$ 이다. 식(2-1)에서 K는 열전도율, ρ 는 보의 질량 밀도, c는 비열 상수이며, $k=K/\rho c$ 이다. 식(2-1)의 유도과정에서는 보의 상하방향으로의 열전도만을 고려하였으며 축면 방향으로의 열전도나 대류 및 복사현상은 없다고 가정하였다. 외팔보가 진동하는 동안 공급되는 열유속은 단위계단함수의 형태가 아닌 일반적인 형태의 함수이다. 일반적인 형태의 함수로 열이 공급되는 경우의 온도분포는 뇌회적분(convolution integral)을 이용하여 구할 수 있으므로 먼저 단위충격함수(unit impulse function)로 열이 공급될 때의 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_{\text{impulse}}(z,t) &= \partial T_{\text{step}}(z,t) / \partial t \\ &= \frac{1}{\rho chS} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\beta_n t} \cos \frac{n\pi z}{h} \right\} \end{aligned} \quad (2-2)$$

열이 단위충격함수로 공급될 때의 온도분포 T_{impulse} 를 이용하여 열유속 Q가 일반적인 함수의 형태로 공급될 때 보에 형성되는 온도분포를 구하면 다음과 같다.

$$T(z,t) = \int_0^t T_{\text{impulse}}(z, t-\tau) Q(\tau) d\tau \quad (2-3)$$

제어계를 구성하기 위해 식(2-3)을 라플라스변환(Laplace transform)시킨 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$T(z,s) / Q(s) = T_{\text{impulse}}(z,s) \quad (2-4)$$

윗 식은 열과 온도분포 간의 전달함수를 나타낸다. 온도분포와 열응력에 의한 굽힘모멘트(thermal bending moment)의 관계를 이용하여 써멀 액츄에이터에 가해지는 전압과 열응력에 의한 굽힘모멘트에 관한 전달함수를 구할 수 있다. 보의 상단에 열이 공급되면 그 부분은 가열되어 팽창하며 결국 굽힘모멘트를 발생시킨다. 이에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\bar{M}_T(t) = \int \int E \alpha T(z,t) z dA \quad (2-5)$$

여기서 $\bar{M}_T(t)$ 는 열응력에 의한 굽힘모멘트이고 E는 탄성계수이며 α 는 열팽창 계수이다. 보의 상단이 가열될 때 만큼 보의 하단은 냉각되어지므로 결국 보에 발생하는 총 굽힘모멘트는 식(2-5)의 두 배에 해당된다.

$$M_T(t) = 2\bar{M}_T(t) = 2E\alpha \int \int T(z,t) z dA \quad (2-6)$$

식 (2-6)을 라플라스변환시킨 후 식(2-4)을 대입하여 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$M_T(s) = 2E\alpha Q(s) \int \int T_{\text{impulse}}(z,s) z dA \quad (2-7)$$

써멀액츄에이터는 전압을 입력으로 하여 열유속으로 출력한다. 본 연구에서 사용한 써멀액츄에이터는 전압과 열유속이 상호 비례관계에 있으므로 n_s 개의 써멀액츄에이터를 직렬로 연결했을 때 하나의 써멀액츄에이터에서 발생하는 열유속은 다음과 같다.

$$Q(t) = C_{QV} V(t) = C_{QV} V_c(t) / n_s \quad (2-8)$$

여기서 C_{QV} 는 변환계수로서 상수이고 V_c 는 모든 액츄에이터에 걸리는 전압이다. 식(2-8)을 라플라스변환시킨 후 식(2-7)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{M_T(s)}{V_c(s)} = \frac{2\alpha b C_{QV} d E}{\rho c n_s S} \left(\frac{1}{s} - \frac{4h}{\pi^2 d} \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{1/n^2}{s + \beta_n} \right) \quad (2-9)$$

윗 식에서 팔호안의 두 번째 항의 시상수(time constant)는 $1/\beta_n$ 임을 알 수 있다. β_n 는 여러 물성치들에 의해 결정되어지는 값으로써 일반적인 경우 β_n 의 값은 1보다 엄청나게 큼을 알 수 있다. 결과적으로 시상수의 값은 아주 작아져서 대부분의 시간영역에 대하여 식(2-9)의 팔호안의 두 번째 항은 무시할 수 있기 때문에 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\frac{M_T(s)}{V_c(s)} = \frac{2\alpha b C_Q v d E}{\rho c n_s S} \frac{1}{s} \quad (2-10)$$

윗 식은 써멀액츄에이터에 가해지는 전압과 이로 인해 발생하는 굽힘모멘트 간의 전달함수이다.

2.2 센서 해석

센서를 거쳐 나온 신호는 궤환되어 기준입력(reference input)과 비교되어 새로운 제어량을 제시한다. 센서의 종류는 여러가지가 있지만 제어 장치의 구현에 따른 편리성 때문에 본 연구에서는 가속도계(accelerometer)를 선택했다. 가속도계는 가속도에 비례하는 만큼의 전압을 출력시키므로 다음과 같은 수학적 관계를 갖는다.

$$V_s(t) = G_s \ddot{w}(t) \quad (2-11)$$

여기서 $V_s(t)$ 는 센서전압이며 G_s 는 비례상수이다. 식(2-11)을 라플라스변환시키면

$$V_s(s) = G_s [s^2 w(s)] = G_s [s^2 \phi(x_s) \xi(s)] \quad (2-12)$$

이 된다. 이 식으로부터 센서전압과 변위간의 전달함수가 다음과 같이 유도된다.

$$V_s(s) / \xi(s) = G_s \phi(x_s) s^2 \quad (2-13)$$

2.3 외팔보의 해석

그림 2와 같이 써멀액츄에이터는 구간 x_1 과 x_2 사이에 분포되어 있으며 센서의 위치는 x_s 이다. 외팔보의 z방향 변위를 $w(x,t)$ 라 할 때 열용력에 의한 굽힘모멘트가 작용하는 보의 운동방정식은 다

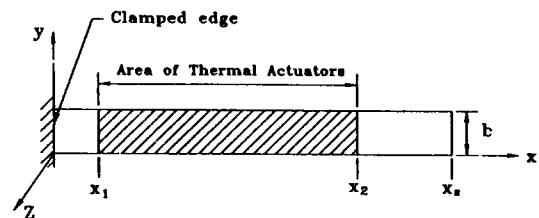


Figure 2. Geometry of Cantilever Beam

음과 같다[4].

$$m(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] = \frac{\partial^2 M_T(x,t)}{\partial x^2} \quad (2-14)$$

여기서 $M_T(x,t)$ 는 열용력에 의한 굽힘모멘트로서 그 크기는 온도 구배가 발생하는 x_1 과 x_2 사이에서 일정하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_T(x,t) = M_T(t) \{ H(x_1 - H(x_2) \} \quad (2-15)$$

여기서 H 는 계단함수(step function)이다. 식(2-14)의 편미분방정식의 해는 정규모우드(normal mode)를 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n(t) \phi_n(x) \quad (2-16)$$

식(2-16)에서 사용된 정규모우드는 다음의 관계식을 만족한다.

$$\int_0^l \phi_m(x) m(x) \phi_n(x) dx = \delta_{mn} \quad (2-17)$$

운동방정식 (2-14)는 식(2-16)과 (2-17)를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{\xi}_m(t) + \omega_m^2 \xi_m(t) = M_T(t) \{ \phi'_m(x_2) - \phi'_m(x_1) \} \quad (2-18)$$

보의 끝단에 질량을 부착함으로써 고유진동수를 전반적으로 낮게 만든 경우(즉, 대형우주구조물과 같은 경우) 외팔보는 그 자체가 저대역통과필터(low-pass filter)와 같은 역할을 한다. 이러한 경우 첫번째 진동모우드가 다른 고차 진동모우드에 비해 지배적이므로 첫번째 진동모우드만 고려한 1 자유도계로 모델링해도 충분하며, 비틀림진동 모우드 등의 발생은 없다고 가정하였다. 식(2-14)와 식(2-18)에는 보의 진동감쇠가 고려되지 않았으나 보의 실제 특성에 근접시키기 위해서 식(2-18)에 진동감쇠항 $2\xi\omega\xi(t)$ 을 보상해줌으로써 식(2-18)은 다음과 같이 근사적으로 표현하였다.

$$\ddot{\xi}(t) + 2\xi\omega\xi(t) + \omega^2\xi(t) = M_T(t) \{ \phi'_m(x_2) - \phi'_m(x_1) \} \quad (2-20)$$

식(2-19)에서 편의상 첫번째 진동모우드를 나타내는 첨자 1을 생략했다. 식(2-19)를 라플라스변환시킨 후 정리하여 보의 변위와 열응력에 의한 굽힘모멘트간의 전달함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\xi(s)}{M_T(s)} = \frac{\{\phi'_m(x_2) - \phi'_m(x_1)\}}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} \quad (2-20)$$

3. 보상기 설계에 의한 제어

식(2-10), (2-13) 및 (2-20)에 부록에 제시된 진동제어계의 물성치를 대입하면 써멀액츄에이터, 보 및 센서에 대한 전달함수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M_T(s) / V_c(s) = 0.0342 / s \quad (3-1)$$

$$\xi(s) / M_T(s) = 1.5403 / (s^2 + 0.0483s + 8.8804) \quad (3-2)$$

$$V_s(s) / \xi(s) = 0.0353 s^2 \quad (3-3)$$

주어진 제어계의 성능을 향상시키기 위하여 첫번째로 보상기 설계에 의한 제어방법을 선택했다. 보상기는 그림 3과 같이 궤환과정 중에 $-K_c$

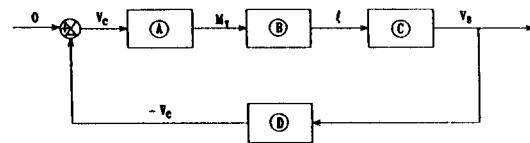


Figure 3. Block Diagram of Control System

$(s+11)^2 / (s+1)^2$ 의 전달함수를 갖는 지상보상기 (phase-lag compensator)로 설정했다. 여기서 K_c 는 보상기의 이득(gain)이다. 보상기의 이득 K_c 의 변화에 따른 제어계 성능의 변화를 한 눈에 파악하기 위해서 근궤적 기법(root locus method)을 사용했으며, 폐루프계(closed-loop system)에 대한 개방루프 전달함수(OLTF : open-loop transfer function)는 그림 3의 블록 다이어그램(block diagram)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$OLTF = -K_c \frac{0.0019s(s+11)^2}{(s^2 + 0.0483s + 8.8804)(s+1)^2} \quad (3-4)$$

그림 4의 근궤적으로부터 $K_c=48$ 로 설계한 경우 폐루프 극점(pole)은 모두 s-평면의 왼쪽 면에 존재하여 제어계가 안정함을 알 수 있다. 그러나 $K_c=100$ 으로 설계한 경우 폐루프 극점 중의 일부가 s-평면의 오른쪽 면에 존재하므로 되어 제어계는 불안정하게 된다. $K_c=0$, 즉 제어하지 않는 경우에 대한 제어계의 충격응답곡선을 그림 5에 나타내었으며 $K_c=48$ 에 대한 제어계의 충격응답곡선은 그림 6에 나타내었다. 이를 그림으로부터 열응력에 의한 보의 진동제어가 비교적 잘 이루어지고 있음을 알 수 있다.

4. 최적 제어

그림 3의 피드-포워드(feed-forward)과정 중에 있는 전달함수들의 곱으로부터 다음과 같은 가관측정 표준형(observable canonical form) 벡터방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (4-1)$$

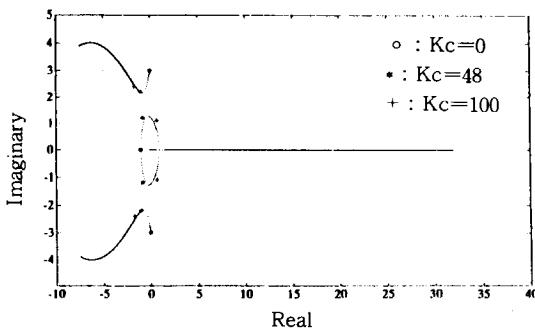
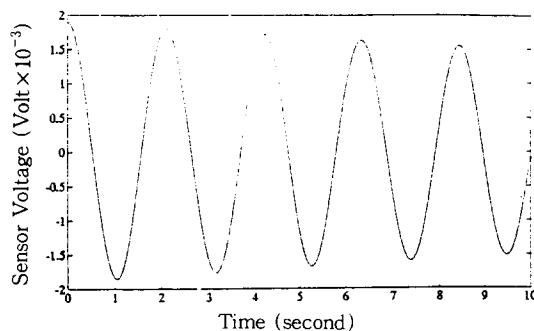
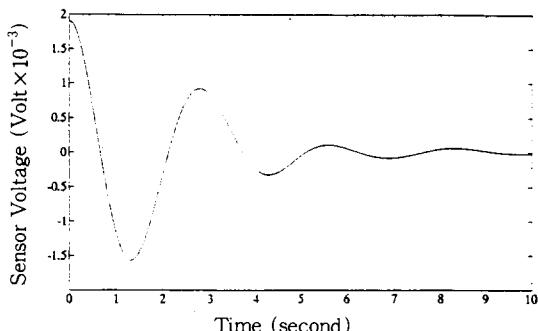


Figure 4. Root Locus (Lag Compensator)

Figure 5. Impulse Response ($K_c=0$)Figure 6. Impulse Response ($K_c=48$)

여기서

$$A = \begin{bmatrix} -0.0483 & 1 \\ -8.8804 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0019 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (4-2)$$

이 시스템은 관측기능(observable)함과 동시에 제어가능(controllable)하다. LQ(linear quad-

ratic) 제어방법으로 최적 케이드(optimal feedback gain)을 구했으며 가격함수(cost function)는 다음과 같이 설정했다[5].

$$J = \int_0^{\infty} \{ x^T Q x + u^T R u \} dt \quad (4-3)$$

여기서 Q 는 상태가중함수이고 R 은 제어가중함수이다. Q 의 요소들 중 q_{11} , q_{12} 를 파라미터로 하여 변화시켜 본 결과 진동감쇠를 증가시키기 위해서는 q_{11} 과 q_{12} 를 크게 설정해야 했다. 따라서 Q 와 R 의 값을 다음과 같이 선택했다.

$$Q = \begin{bmatrix} 10^6 & 0 \\ 0 & 10^5 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (4-4)$$

LQ 제어방법으로부터 이에 해당하는 최적 케이드 G 를 구할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} 1323.8 & -87.7 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

페루프계의 고유치와 감쇠비는 A-BG로부터 알 수 있으며 그 값은 각각 $-1.282 \pm 2.953i$ 와 0.398로 계산된다. 센서를 거친 출력신호에 해당하는 상태변수는 측정이 가능한 반면 나머지 상태변수들은 측정불가능하므로 측정불가능한 상태변수를 추정하기 위해 축소차수관측기(reduced-order observer)를 설계했으며 축소차수관측기의 상태방정식은 다음과 같이 얻어진다[6].

$$\dot{z} = (A_{22} - LA_{12}) z + \{(A_{22} - LA_{12})L + (A_{21} - LA_{11})\} y + (B_2 - LB_1)u \quad (4-6)$$

여기서 z 는 관측기의 상태변수이고 L 은 관측기의 이득이다. 관측기 설계에 있어서의 관건은 추정상태변수를 얼마나 빠른 시간내에 실제 상태변수에 일치시키느냐에 있으며 이는 다음의 오차방정식(error equation)에 의해 결정된다.

$$\dot{\varepsilon} = (A_{22} - LA_{12}) \varepsilon \quad (4-7)$$

여기서 ε 은 오차(error)로서 다음식과 같이 추정상태변수와 실제상태변수의 차로 정의된다.

$$\varepsilon = x_2 - x_2 \quad (4-8)$$

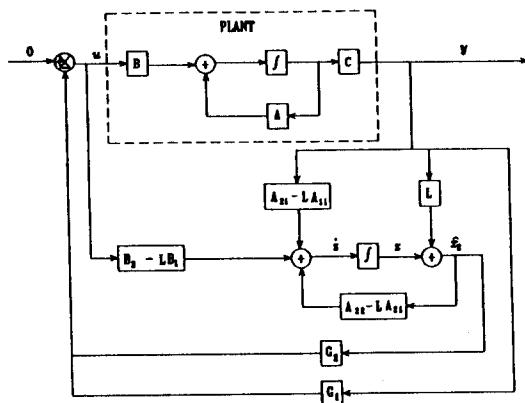


Figure 7. Block Diagram for Continuous System

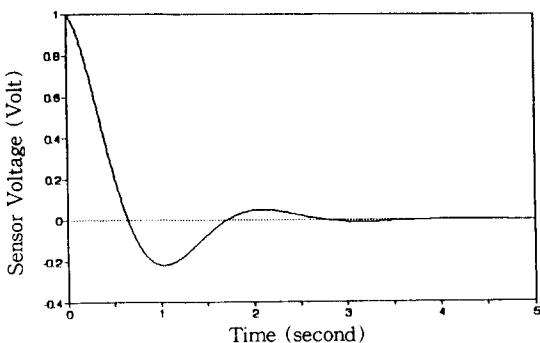


Figure 8. Initial Condition Response for Continuous System

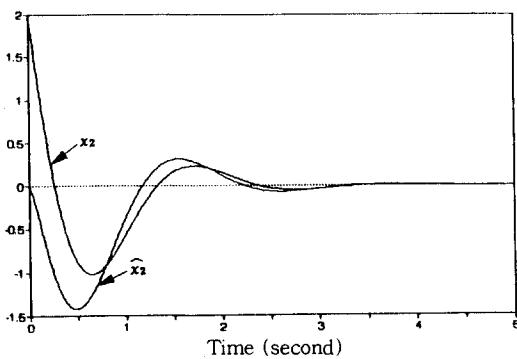


Figure 9. Comparison of State Variable and Estimated State Variable

여기에서 오차방정식의 고유치를 -17 로 설정했으므로 $L=8\omega$ 된다. 그림 7은 관측기를 포함한

페루프계에 대한 블록다이어그램이다. 식(4-1)과 (4-6)에 초기조건 $x_1(0)=1$, $x_2(0)=2$, $z(0)=-8$ 을 부여하여 출력곡선과 상태곡선을 구했으며 그림 8과 그림 9에 나타내었다. 그림 9로 부터 관측기의 설계가 성공적임을 확인할 수 있다.

최적 디지털제어를 구현하기 위해 벡터방정식 (4-1)을 이산형(discrete form)으로 변환시켜 주면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k), \quad y(k) = H x(k) \quad (4-9)$$

여기서,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9512 & 0.0983 \\ -0.8728 & 0.9560 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0.1867 \\ -0.0836 \end{bmatrix} \times 10^{-3},$$

$$H = [1 \quad 0] \quad (4-10)$$

본 연구에서 샘플링 시간 T 는 0.1초로 설정하였다. 이 시스템은 관측가능함과 동시에 제어가능하다. 최적 케이스를 구하기 위해 가격합수를 다음과 같이 설정했으며 Q 와 R 은 위의 최적 제어에서와 같은 값을 선택했다.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{ x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \} \quad (4-11)$$

LQ 제어방법으로 최적 케이스를 구하면 다음과 같다.

$$G = [1186.7 \quad -15.5] \quad (4-12)$$

페루프 계의 고유치는 $\phi - \Gamma G$ 로부터 $0.8422 \pm 2561 i$ 임을 알 수 있고 이는 z -평면상의 값이다. 앞에서와 마찬가지로 측정불가능한 상태변수를 추정하기 위해 축소차수관측기를 설계했으며 이후의 과정은 최적제어에서와 동일하다. 단지 미분식이 차분식으로 표시되는 것만 다를 뿐이다. 축소차수관측기의 상태방정식은 다음과 같이 얻어진다[7].

$$z(k+1) = (\Phi_{22} - L\Phi_{12})z(k) + \{(\Phi_{22} - L\Phi_{12})L + (\Phi_{21} - L\Phi_{11})\} y(k) + (\Gamma_2 - L\Gamma_1)u(k) \quad (4-13)$$

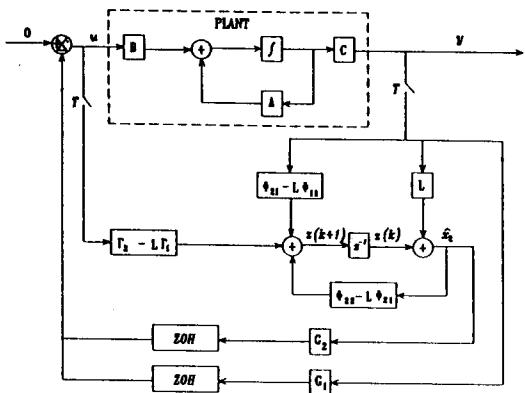


Figure 10. Block Diagram for Discrete System

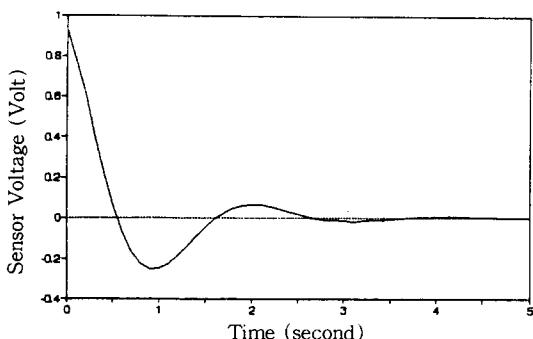


Figure 11. Initial Condition Response for Discrete System

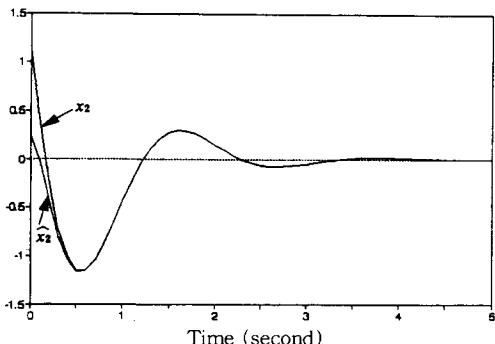


Figure 12. comparison of State Variable and Estimated State Variable

또한 오차방정식은 다음과 같다.

$$\varepsilon(k+1) = (\Phi_{22} - L\Phi_{12}) \varepsilon(k) \quad (4-14)$$

오차방정식의 고유치를 0.4493으로 설정했으므로 관측기의 이득은 $L=5.155$ 이다. 그럼 10은 관측기를 포함한 폐루프계에 대한 블록다이어그램이다. 식(4-9)과 (4-13)에 초기조건을 부여하여 그림 11과 그림 12에 나타낸 출력곡선과 상태곡선을 얻었다.

5. 강인 제어

식(4-1)로 표현되는 진동계는 실제의 진동계와 비교하여 정확히 일치하지 못한다. 이는 진동계의 수학적 모델링 과정에서 사용된 가정들과 근사화 등에 기인한다. 외팔보의 구조동력학적 모델링 과정과 열전달 해석과정 중에 포함된 여러가지 가정과 근사화에 따르는 모델링 오차 또는 시스템의 불확실성을 포함하는 상태벡터방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \quad (5-1)$$

시스템의 불확실성을 나타내는 ΔA 와 ΔB 는 다음과 같이 가정하였다.

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & r(t) \\ 2r(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta B = \begin{bmatrix} s(t) \\ 2s(t) \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

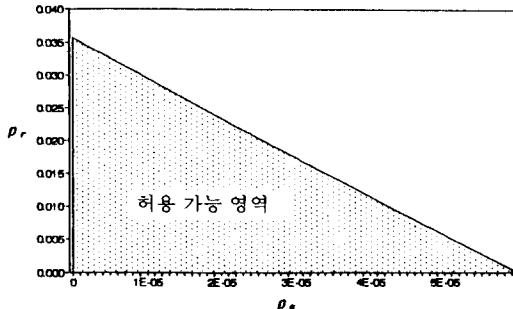
여기서 불확실자 $r(t)$ 와 $s(t)$ 는 각각 상수 ρ_r 과 ρ_s 를 한계치로 갖는 값이다.

$$r(t) = \{r(t) : |r(t)| \leq \rho_r = \text{constant} > 0\} \\ s(t) = \{s(t) : |s(t)| \leq \rho_s = \text{constant} > 0\} \quad (5-3)$$

이상으로부터 진동계내에 불확실한 요소가 있음에도 불구하고 식(5-1)의 시스템이 안정하기 위한 ρ_r 과 ρ_s 의 범위를 구하였다. 식(5-1)에서 ΔA 와 ΔB 가 “properly decomposed” 하다는 가정하에서 참고문헌[8]의 정리를 이용할 수 있다. 참고문헌[8]의 정리에서 $\Delta \tilde{A}$ 와 $\Delta \tilde{B}$ 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\Delta \tilde{A} = \Delta A - BD, \quad \Delta \tilde{B} = \Delta B - BE \quad (5-4)$$

ΔA 와 ΔB 가 “properly decomposed” 하다는 가정

Figure 13. Allowable Region of ρ_s and ρ_r .

으로부터 D와 E는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D = (B^T K B)^{-1} B^T K \Delta A, E = (B^T K B)^{-1} B^T K \Delta A \quad (5-5)$$

최적 궤환이득을 구하기 위해서 식(4-4)의 값들을 사용하였다. Riccati 방정식의 해와 최적 궤환이득을 구하면 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} 6.9774 & -0.4615 \\ -0.4615 & 0.9178 \end{bmatrix} \times 10^5, G = [1323.8 \quad -87.7] \quad (5-6)$$

이상의 값들을 위의 정리에 대입하여 최종적으로 다음과 같은 ρ_r 과 ρ_s 에 관한 두 개의 부등식을 얻었다.

$$2,004\rho_r + 2,004\rho_s \{(1 - 456.5\rho_s)^{-1} 530.9\rho_r + 598.1\} < 0.0714 \quad (5-7)$$

$$\rho_s < 0.0022 \quad (5-8)$$

그림 13은 식(5-7)과 식(5-8)로 부터 ρ_r 과 ρ_s 의 최대 허용범위를 보여주고 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 열응력을 이용해 진동제어를 수행하기 위한 여러가지 제어 알고리듬을 고찰하였다. 지상보상기 설계에 의한 제어와 최적 제어는 구조물의 진동제어성능을 크게 향상시켰다. 최적 제어에서는 측정 불가능한 상태변수들을 추정하기 위해서 관측기를 구성했으며 그 결과 상당히

빠른 시간 안에 추정 상태변수가 실제 상태변수를 푸아감을 관찰하였다. 모델링 오차에 기인한 불확실한 요소가 있음에도 불구하고 계가 안정하게 되기 위한 불확정자의 범위를 계산하였으며 그 범위 내에 있는 임의의 불확정자에 대해서 제어계가 실제로 안정해짐을 확인하였다. 페루프제의 진동수가 0.5 Hz 정도이므로 상대적으로 열의 이동에 소요되는 시간지연 문제는 거의 무시할 수 있었다.

参 考 文 献

1. 김종선, “압전소자를 액츄에이터로 이용한 탄성보 진동의 능동제어,” 한국소음진동공학회지, 제2권 제3호, pp.173-180, 1992.
2. D. L. Edberg, “Control of flexible Structures by Applied Thermal Gradients,” AIAA Journal, Vol. 25, No. 6, pp.877-883, 1987.
3. H. S. Carslaw, J. C. Jaeger, conduction of Heat in Solids, Oxford University. Press, 1959.
4. B. A. Boley, J. H. Weiner, Theory of Thermal Stresses, John Wiley & Sons, 1960.
5. 김종식, 선형제어시스템공학, 청문각, pp.405-410, 1992.
6. C. T. Chen, Linear System Theory and Design, Hot-Saunders, 1984.
7. G. F. Franklin, J. D. Powell, M. L. Workman, Digital Control of Dynamic System, Addison Wesley, 1986.
8. Y. H. Chen, “On the Robustness of Mismatched Uncertain Dynamical System,” Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, Vol. 109, pp.29-35, 1987.

(接受 : 1994. 4. 2)