

# 고압 수은등의 수학적 모델링

## (Mathematical Model for High Pressure Mercury Lamp)

陳相規 \* · 金錫煥 \*\* · 池哲根 \*\*\*  
 (Sang-Kyu Jin · Seog-Whan Kim · Chul-Kon Chee)

### 요 약

방전등 점등회로의 이론적 해석을 위해서 방전등을 충실히 표현할 수 있는 수식 모델이 필요하다. 본 논문에서는 방전등 내 전자 밀도의 변화를 토대로 만족할 만한 수식 모델을 제시하였다. 한편, 램프의 전압 전류의 수식 모델을 이용하여 구한 값을 실측치와 비교하여 검증하였고, 수식 모델의 간단한 응용 예를 보였다.

### Abstract

The mathematical representation of the voltage and current waveform of the discharge lamps is useful for the analysis and design of the ballasting circuits. This paper proposes a mathematical model which has time-rate change of electron density in a discharge lamp. Simulation applying the proposed model has been done, and the results are compared with the experimental results. The two results show good agreement.

### 1. 서 론

방전등은 cumulative ionization에 의한 부저항 (negative resistance) 특성을 가지고 있기 때문에 정상점등을 하기 위해서는 안정기가 필요하다. 누설변압기나 리액터를 사용하면 안정기를 구성할 수 있지만, 누설변압기나 리액터를 사용한 안

정기는 크고 무거울 뿐만 아니라 전력 손실이 크다는 문제점을 가지고 있다. 반도체 소자를 사용하면 작고 가벼우며 전력 손실도 적은 안정기를 제작할 수 있지만, 회로의 설계, 제작을 위해서 방전등 자체의 전압-전류 특성을 잘 알고 있어야만 한다.

이와 같은 필요성 때문에 많은 사람들이 방전등의 전압-전류 특성을 수학적인 방법으로 표현하는 연구를 해왔다. Spencer, Nishoka 그리고 Hirishi등이 전압-전류 특성을 수식을 사용하여 모델링 했는데, 이 방법은 오차가 커서 실제 사용하기에는 문제가 있었다. Lowke등은 energy

\*正會員：現代電子 産業電子研究所

\*\*正會員：明知大, 忠北大 電氣工學科 講師

\*\*\*正會員：서울대 工大 電氣工學科 名譽教授

接受日字：1993年 12月 25日

balance equation을 사용한 모델링 방법을 제안했는데, 이 방법은 실제 문제에 적용하기에 상당히 까다로운 방법이었다.

본 논문에서는 상당히 간단하면서도 정확한 계산을 할 수 있는 수식모델을 제안했다. 그리고 이 방법의 유용성을 검증하기 위해 실제 모델에 대해 시뮬레이션을 행하고 실험 결과와 비교하여 잘 맞음을 보였다.

## 2. 모델링

방전등 내에서의 전압-전류 특성은 내부에 있는 전자 밀도에 의해 결정되므로, 적절한 모델링을 위해서는 자유전자가 생성되는 방법 및 과정 그리고 소멸되는 방법 및 과정을 고려해야 한다.<sup>1) 5) 10)</sup> 자유전자의 생성에는 다음과 같은 경우가 있다.

가. 음극에서의 전자 방출

나. 전자와 원자의 충돌에 의한 원자 내 전자의 이온화(one-step ionization).

다. 전자와의 충돌에 의해 여기된 원자와 원자의 충돌에 의한 전자의 이온화(two-step ionization).

자유전자의 소멸에는 다음과 같은 경우가 있다.

가. 양이온과의 결합.

나. 전극(보통 양극)에 유입

고압 수은등의 전압-전류 특성을 모델링하기 위해서는 다음과 같은 가정을 한다.

가. 음극에서의 전자 방출은 입력 전력에 비례한다.

나. one-step ionization의 횟수는 전류에 비례한다.

다. two-step ionization의 횟수는 전류의 제곱에 비례한다.

라. 전자가 양이온과 결합하는 횟수는 전자 밀도의 제곱에 비례한다.

마. 전극에 유입되는 전자의 수는 전자 밀도의 제곱에 비례한다.

바. 정상 상태에서의 전기전도도는 전자 밀도에 비례한다.

이와 같은 가정 하에 고압 수은등의 전기전도

도  $G$ 에 대한 식을 만들면 식 1과 같이 되는데,  $G$ 는 식 2와 같이 정의된다.

$$\frac{dG}{dt} = Ai^2 + Bi + Cvi - DG^2 - EG \quad (1)$$

$$G = \frac{i}{v} \quad (2)$$

여기서  $i, v$ 는 전압 및 전류이고  $A, B, C, D, E$ 는 고압 수은등에 따라 결정되는 상수이다. 실제 모델이 주어지면  $A, B, C, D, E$ 를 구할 수 있다. 본 논문에서는 고압 수은등의 전압을 변화시켜 가면서 전류를 측정하고 그 측정 결과에 최소자승법과 spline방법을 적용하여  $A, B, C, D, E$ 를 구하는 방법을 사용했다.<sup>11) 12)</sup>

## 3. 시뮬레이션

시뮬레이션과 실험 사용된 회로는 그림 1과 같다. 그림에서  $V_s$ 는 전원 전압,  $L$ 과  $r$ 은 안정기의 인덕턴스와 저항이며,  $v$ 는 고압 수은등의 전압,  $G$ 는 고압 수은등의 전기 전도도이다.

그림 1의 회로로부터 회로 방정식을 만들면 식 3, 4와 같이 된다.

$$V_s \sin(\omega t) = L \frac{di}{dt} + ri + v \quad (3)$$

$$i = Gv \quad (4)$$

고압 수은등을 모델링 하는 식인 식 1을 회로 방정식에 적용하기 위해서 계산 간격  $\Delta t$ 인 차분식을 만들면 식 5와 같이 되고,  $G$ 는 식 6과 같이 표현된다.

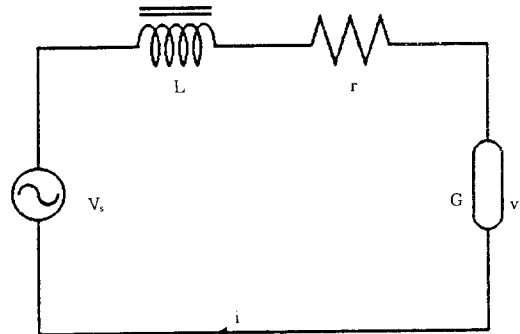


그림 1. 고압 수은등 회로  
Fig. 1. Ballasting circuit of mercury lamp

$$\frac{G_n - G_{n-1}}{n} = Ai_{n-1}^2 + Bi_{n-1} + Cv_{n-1}i_{n-1} - DG_{n-1} - EG_{n-1} \quad (5)$$

$$G_n = G_{n-1} + (Ai_{n-1}^2 + Bi_{n-1} + Cv_{n-1}i_{n-1} - DG_{n-1} - EG_{n-1})\Delta t \quad (6)$$

여기서 첨자 n은 현재 계산 스텝에서의 값을 의미하고, n-1은 한 스텝 전의 값을 의미한다. 같은 방법으로 회로 방정식인 식 3을 차분식의 형태로 바꾸고 v와 i에 대한 식을 만들면 식 7, 8이 얻어진다.

$$v_n = \frac{V \sin(\omega t_{n-1}) \Delta t + (L - r \Delta t) i_{n-1} - v_{n-1} \Delta t}{LG_n} \quad (7)$$

$$i_n = G_n v_n \quad (8)$$

G와 i의 초기 값을 주고 시간을 Δt간격으로 증가시키면서 식 6, 7, 8에 유한 차분법을 적용하면 고압 수은등의 시간에 따른 전압과 전류의 특성이 얻어진다. 전압과 전류 특성이 얻어지면 이로부터 고압 수은등의 여러 가지 특성값 들을 산출할 수 있다.

#### 4. 실험 결과와의 비교

본 논문에서 제안한 모델의 타당성을 확인하기 위해 용량이 100W인 고압 수은등과 200W인 고압 수은등의 두 경우에 대해 실험과 시뮬레이션을 행하여 결과를 비교하였다.

그림 2와 3은 100W 고압 수은등에서의 시간에 따른 전압과 전류 변화를 보여주고 있다. 그

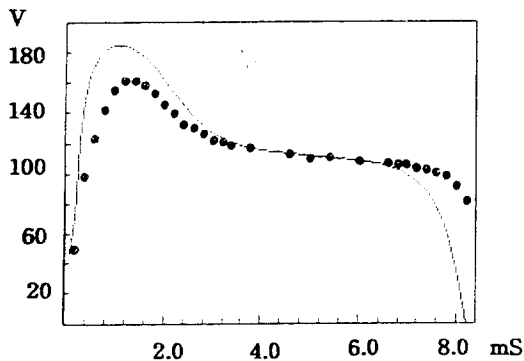


그림 2. 100W 고압수은등의 시간에 따른 전압 변화  
Fig. 2. Lamp voltage waveform of a 100W high pressure mercury lamp

림에서 선으로 표시된 것이 시뮬레이션 결과이고 점으로 표시된 것이 실험결과이다. 그림에서 알 수 있는 것과 같이 두 결과는 잘 일치하고 있다. 그림 4와 5는 200W 고압 수은등에서의 시간에 따른 전압과 전류 변화인데, 이 경우 역시 두 결과가 잘 일치하고 있다.

전압과 전류 특성으로부터 전력과 역률을 계산해 낼 수 있는데, 표 1에 실험에 의해 측정된 값과 함께 정리했다. 그리고 그림 6과 7은 전압 및 전류 특성으로부터 산출할 수 있는 특성 값의 한 예로 수은등이 정격 출력으로 동작하는 경우 ballasting에 필요한 인덕턴스를 보여주고 있다.

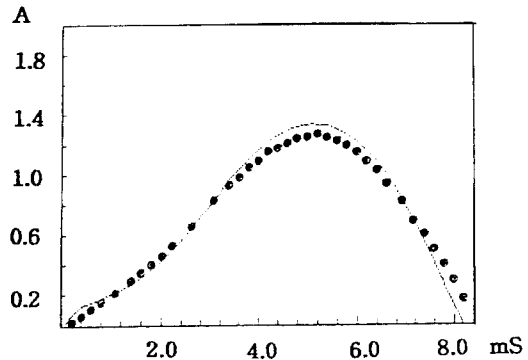


그림 3. 100W 고압 수은등의 시간에 따른 전류 변화  
Fig. 3. Lamp current waveform of a 100W high pressure mercury lamp

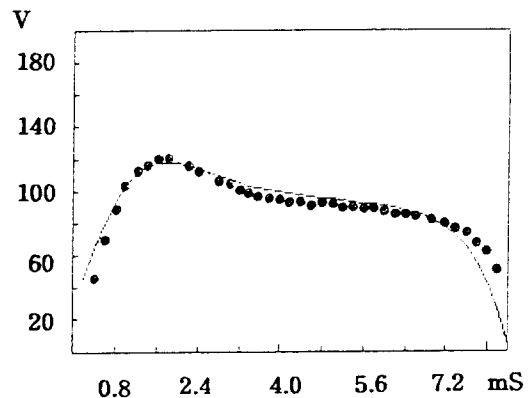


그림 4. 200W 고압 수은등의 시간에 따른 전압 변화  
Fig. 4. Lamp voltage waveform of a 200W high pressure mercury lamp

이 결과는 역률이 0.88일 때, 100W, 200W 두 경우 전원 전압이 따른 인덕턴스 변화를 계산한 결과이다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 고압 수은등의 전압 및 전류 특성을 간단하면서도 정확한 계산을 할 수 있는 모델을 제안했다. 그리고 이 방법의 유용성을 검증하기 위해 100W용량의 고압 수은등과 200W용량의 고압 수은등의 두 실제 모델에 대해 시뮬레

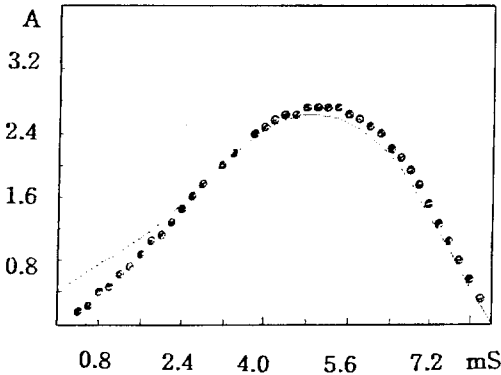


그림 5. 200W 고압 수은등의 시간에 따른 전류 변화  
Fig. 5. Lamp current waveform of a 200W high pressure mercury lamp

이션을 행하고 실험 결과와 비교하여 잘 맞음을 보였다. 그리고 전압 및 전류 특성으로부터 산출할 수 있는 특성값의 한 예로 고압 수은등의 정격 출력 동작에 필요한 인덕턴스값을 계산하여

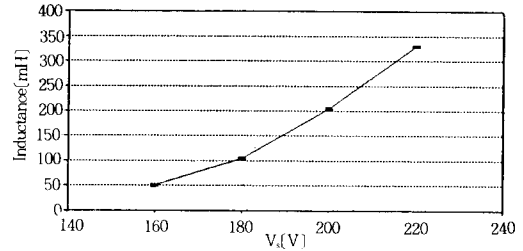


그림 6. 정격출력시 100W 고압 수은등의 인덕턴스 특성  
Fig. 6. Relation between the inductance L and the source voltage for 100W high pressure mercury lamp at rated power

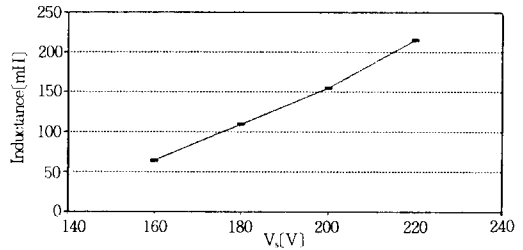


그림 7. 정격출력시 200W 고압 수은등의 인덕턴스 특성  
Fig. 7. Relation between the inductance l and the source voltage for 200W high pressure mercury lamp at rated power

표 1. 고압 수은등의 전압, 전류, 전력, 역률의 비교

Table 1. Comparison between calculated and measured values

구 분		100W	200W
전 압 (V)	측 정 치	117.78	91.10
	계 산 치	124.23	92.44
	오 차 (%)	5.47	1.47
전 류 (I)	측 정 치	0.82	1.83
	계 산 치	0.84	1.87
	오 차 (%)	2.44	2.19
전 력 (W)	측 정 치	88.82	158.0
	계 산 치	92.38	153.94
	오 차 (%)	4.0	2.58
역 률	측 정 치	0.92	0.95
	계 산 치	0.88	0.94
	오 차 (%)	4.35	1.05

보았다.

참 고 문 헌

- 1) W. Elenbass, "Light Sources", McMillan, England, 1972.
- 2) S. C. Peek and D. E. Spencer, "A Differential Equation for the Fluorescent Lamp", Illu. Eng., vol. 63, No. 4, pp. 157~166, 1968.
- 3) Hirosh Bo and Kazuyoshi Masumi, "Analysis of operating circuits for discharge lamps by the simulation method", Journal of IES, January, 1976, pp. 92-98.
- 4) 지철근, "조명공학", 문운당 1980.
- 5) B. E. Cherrington, "Gaseous Electronics and Gas Lasers", Pergamon Press, 1979.
- 6) J. E. Kaufman, et al., "IES Lighting Handbook, Reference Volume", IES of North America, 1981.
- 7) Anton Frank, "Characteristics of Variable-Impedance Reference Ballasts", Illu, Eng., March, 1968, pp. 118-123.
- 8) J. J. Lowke and R. W. Liebermann, "Theoretical description of ac arcs in mercury and argon", Journal of Applied Physics, Vol. 46, No. 2, February, 1975.
- 9) J. J. Lowke and R. J. Zollweg, "Theoretical prediction of ac characteristics of mercury lamps", Journal of IES, July, 1975.
- 10) Essam Nassar, "Fundamentals of Gaseous Ionization and Plasma Electronics", John Wiley and sons Inc., 1971.
- 11) Helmath Spath, "Spline Algorithms for Curve and Surfaces", Utilitas Mathematica Publishing Inc., 1974.
- 12) Shan S. Kuo, "Computer Application of Numerical Methods", Addison-Wesley Publishing co. Inc., 1972.

◇ 著 者 紹 介 ◇



김 석 환(金錫煥)

1964年 1月 12日生. 1986年 서울대  
工大 電氣工學科 卒. 1988年 서울대  
大學院 電氣工學科 卒(碩士). 1993  
年 서울대 大學院 電氣工學科 卒(博

士). 現在 明知大學校, 忠北大學校 講師



지 철 근(池哲根)

1927年 7月 17日生. 1951年 서울대  
工大 電氣工學科 卒. 1955年 서울대  
大學院 電氣工學科 卒(碩士). 1957  
年 美國케이스 工大 大學院 修了.

서울대 大學院 電氣工學科 卒(博士). 1983年 大韓電  
氣學會會長. 現在 서울대 工大 電氣工學科 名譽教授,  
湖西대 電氣工學科 教授, 技術士, 當學會長.



진 상 규(陳相規)

1961年 1月 15日生. 1982年 서울대 工  
大 電氣工學科 卒. 1984年 서울대 大  
學院 電氣工學科 卒(碩士). 1994年 서  
울대 大學院 電氣工學科 卒(博士).

現在 現代電子 産業電子 研究所