論文 한국정밀공학회지 제 11 권 제 5 호 1994. 10
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 11. No 5. October. 1994.

# 원통이 붙은 평판의 응력집중완화에 대한 연구

정 인 승*

# A Study on the Reducing of the Stress Concentration Near a Circular Hole in a Flat Plate Attached to a Cylinder

CHUNG IN SEUNG

## Abstract

This paper is studied on the junction stress of the large tank and the cylindrical outlet such as a pressure vessel attached to a pipe or nlzzle theoretically. It is assumed that the diameter of tank is much larger than that of the nozzle cylinder, so it can be approximated that nozzle cylinder is attached to plate.

As the current nozzle shape is manufactured as "Through Type" to reduce the stress concentration around the nozzle junction part of pressure vessel, a theoretical analysis on the cylinder with finite length should be performed to accomodate this fact.

Each theoretical optimal values were obtained through the analysis of stress concentration caused by the variation of cylinder length and thickness, and these results were estimated by performing FEM Analysis.

## 기호설명

D : $Et^3/[12(1-\nu^2)]$

k : $t^2/(12r^2)$

l : 원통의 길이

$M_r$: 단위원주길이당 평판의 반경방향 굽힘모우멘트

$M_{r\theta}$: 평판의 단위길이당 비틀림모우멘트

$M_x$ : 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 축방향 굽힘모우멘트

$N_x$: 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 축방향 인장력

$N_{x\theta}$: 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 원주방향 전단력

$Q_r$ : 평판의 단위원주길이당 반경방향 전단력

$Q_x$ : 원통의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력

$R_c$ : 원통벽 중립면에서의 반경

$R_p$: 평판에서의 원공의 반경

* 유한전문대학 기계과

r : 임의의 반경
t : 판 또는 원통의 벽의 두께
$V_r$: 평판의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력
$V_x$: 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력
$V_\theta$ : 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 원주방향 유효전단력
u, v, w : 축방향, 접선방향 및 반경방향변위
$\beta^4$ : $3(1-\nu^2)/(R_c^2 t_c^2)$
$\sigma_r$ : 막응력의 반경방향성분
$\sigma_\theta$ : 막응력의 접선방향성분
$\tau_{r\theta}$ : 원주방향의 전단응력
$\nu$ : 포와송비

첨자
d : 평판과 원통의 접합부
0 : 영차하중상태
2 : 이차하중상태
p : 평판
c : 원통

## 1. 서 론

대형탱크나 압력용기의 원통부착부의 접합부에 생기는 응력집중현상이 문제가 되어왔으나 이에 대한 만족스러운 설계공식이나 데이터가 제시되어 있진 않은 실정이다. 응력집중의 규명은 안전설계의 필수조건이며 응력집중부를 특수설계함으로써 경제적인 설계를 할 수 있다.

원통부착부의 응력해석은 원통의 측면에 원통이 부착된 형상의 문제로 해석되어야 하나 이에 대한 해석이 매우 복잡하고 엄밀해를 구하기가 대단히 어렵기 때문에 원통의 지름에 비하여 원통부착부의 지름이 작을 때는 원공이 있는 평판에 원통이 부착된 형상으로 근사시켜 해를 구할 수 있다.

Hulbert[1]등은 평판에 원통이 부착된 플러시타입(Flush Type)의 형상을 경계점최소자승법(boundary point least squares)을 사용하여 평판과 원통의 접합부에 대한 해석을 하였는데 원통의 길이를 무한대로 하여 이론해석 하였으며, Redkop[2][3]등은 평판에 원통이 붙은 플러시타입의 형상을 원통, 원환 및 평판의 세 부분으로 나누어 해석하여 경계점최소자승화법으로 이론해를 구하였다.

Waters[4], 윤 갑영[5]등은 평면응력이론과 굽힘이론을 적용하여 Flush형에 대한 해를 제시하고 있다.

Waters는 평판에 대해서는 평면응력이론과 굽힘이론을 쓰고, 원통에 대하여는 Donnell식과 Flügge식을 사용하여 원통길이가 무한히 긴 경우로 식을 간소화시켜 해를 구하였다.

그러나 평판과 원통의 접합조건에서 접합점을 불연속인 두 점을 택하여 부정정력들을 계산하였으므로 응력집중현상이 국부적인 점을 감안하면 결과치에 상당한 오차가 발생한다.

내압용기의 노즐접합부에 발생하는 응력집중을 완화시키기 위하여 플러시 타입에서 유한길이에 대한 이론해석이 이루어져야 하므로, 본 연구에서는 Donnell식과 Flügge식을 사용하여 유한길이에 대한 원통의 일반해를 구하였고, 평판에 대해서는 막이론과 굽힘이론을 적용하였다.

그리고 평판과 원통에 발생하는 미정력계를 구하기 위하여 가장 합리적 이라고 생각되는 접합부에 모든 미정력계가 집중되어 작용한다고 가정하고, 이 부분에서 평판과 원통의 각각에 대한 하중, 모우멘트, 기울기 및 변위등이 연속 하도록 접합조건식을 세웠다.

그리고 이론해의 타당성을 알아보기 위하여 3차원 유한요소법으로 유한 길이에 대한 플러시 타입과 드로우타입의 이면길이를 변화시키면서 응력해석을 행하여 이론치와 비교검토하였다.

## 2. 이론해석

원통이 붙은 평판에 작용하는 하중상태를 Fig. 1(a)와 같이 사방균등 인장응력 $S_0$가 작용하는 영차하중 상태와 Fig. 1(b)와 같이 인장응력과 압축응력이 작용하는 이차하중상태의 각각에 대한 평판과 원통의 응력과 변위를 구한다.

Fig. 2, 3에 각각의 하중상태에 대한평판과 원통에 대한 부정정력들을 나타냈고, Fig. 4의 d점은 평판과 원통의 접합부를 표시한다.

### 2.1 평판의 이론

영차하중상태에서의 막응력[7]은,

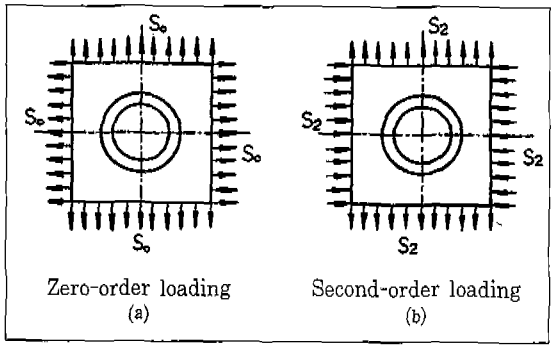


Fig. 1 Loading condition

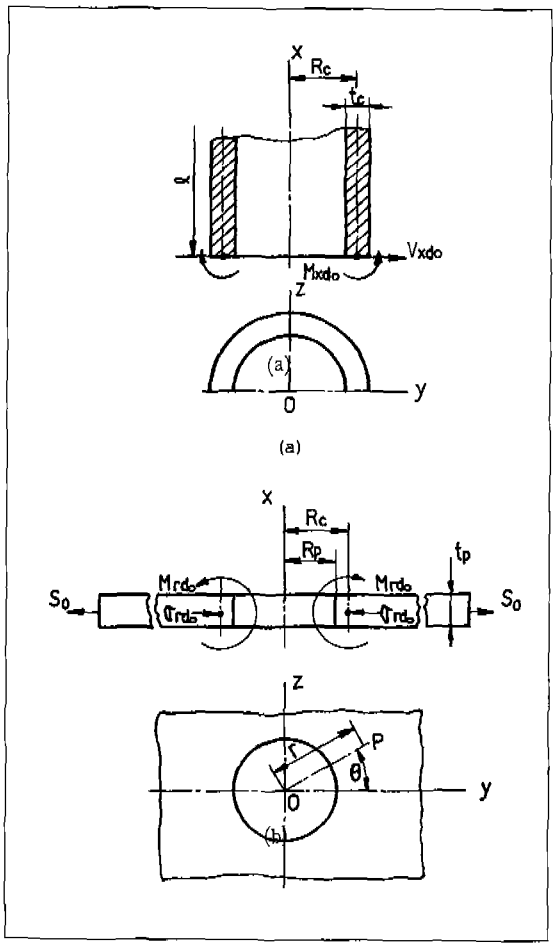


Fig. 2 Symbols for zero-order loading

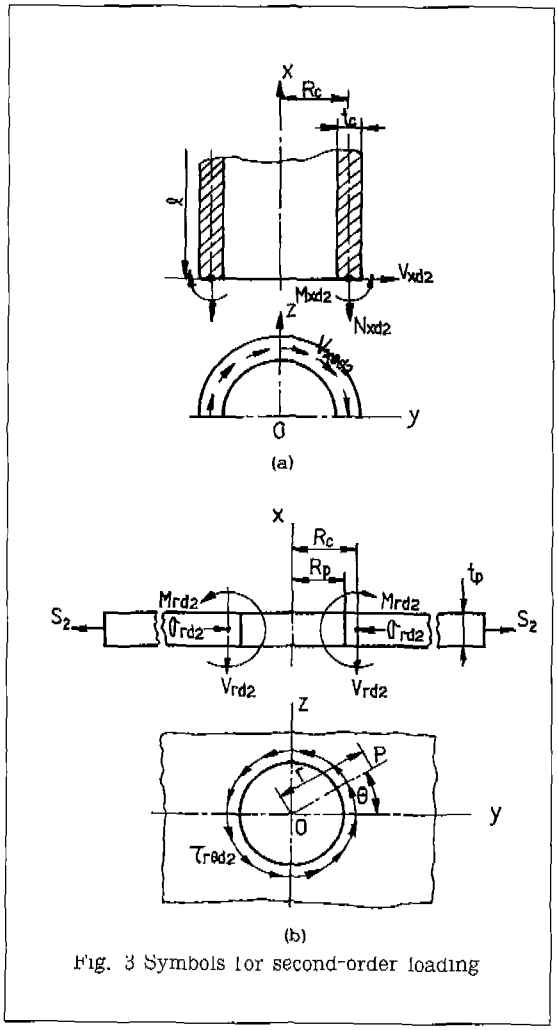


Fig. 3 Symbols for second-order loading

$$\sigma_{r0} = \frac{F_1}{r^2} + 2F_3 \tag{1}$$

$$\sigma_{\theta 0} = -\frac{F_1}{r^2} + 2F_3 \tag{2}$$

반경방향의 기울기와 변위는

$$\frac{dw_{p0}}{dr} = \frac{1}{E}\left[\frac{F_1}{r^2}(1+\nu) + 2F_3(1-\nu)\right] \tag{3}$$

$$w_{p0} = \frac{1}{E}\left[-\frac{F_1}{r}(1+\nu) + 2F_3(1-\nu)r\right] \tag{4}$$

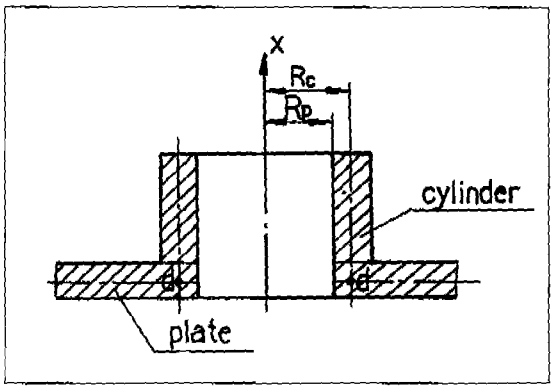


Fig. 4 Flush type

2차하중상태에서의 막응력은

$$\sigma_{r2} = -\left(2F_5 + \frac{6F_7}{r^4} + \frac{4F_8}{r^2}\right)\cos 2\theta \tag{5}$$

$$\sigma_{\theta 2} = \left(2F_5 + 12F_6 r^2 + \frac{6F_7}{r^4}\right)\cos 2\theta \tag{6}$$

$$\tau_{r\theta 2} = \left(2F_5 + 6F_6 r^4 - \frac{6F_7}{r^4} - \frac{4F_8}{r^2}\right)\sin 2\theta \tag{7}$$

반경방향과 접선방향변위는

$$w_{p2} = \frac{1}{E}\left[\begin{matrix}-2F_5(1+\nu)r - 4F_6 r^3 \\ +\frac{2F_7}{r^3}(1+\nu) + \frac{4F_8}{r}\end{matrix}\right]\cos 2\theta \tag{8}$$

$$v_{p2} = \frac{1}{E}\left[\begin{matrix}2F_5(1+\nu)r + 2(3+\nu)F_6 r^3 \\ +\frac{2F_7}{r^3}(1+\nu) - \frac{2F_8}{r}(1-\nu)\end{matrix}\right]\sin 2\theta \tag{9}$$

으로 표시할 수 있다.

영차하중상태에서 굽힘응력(8)은

$$u_{p0} = G_1 + G_2 r^2 + G_3 \ln r \tag{10}$$

기울기와 굽힘모우멘트는

$$\frac{du_{p0}}{dr} = 2G_2 r + \frac{G_3}{r} \tag{11}$$

$$M_{r0} = -D_p\left[2G_2(1+\nu) - \frac{G_3}{r^2}(1-\nu)\right] \tag{12}$$

로 표시되고,

이차하중상태에서 굽힘과 전단력으로 인한 평판의 처짐과 기울기[8]는

$$u_{p2} = (G_4 r^2 + G_5 r^{-2} + G_7)\cos 2\theta \tag{13}$$

$$\frac{du_{p2}}{dr} = (2G_4 r - 2G_5 r^{-3} + 4G_5 r^3)\cos 2\theta \tag{14}$$

또한, 전단력과 유효전단력, 굽힘모우멘트는

$$Q_{r2} = 8D_p(-3G_6 r - G_7 r^3)\cos 2\theta \tag{15}$$

$$M_{r\theta 2} = (1-\nu)D_p\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2 u_{p2}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial u_{p2}}{\partial \theta}\right)\sin 2\theta \tag{16}$$

$$V_{r2} = 4D_p\left[\begin{matrix}(1-\nu)G_4 r^{-1} - 3(1-\nu)G_5 r^{-5} \\ -3(1+\nu)G_6 r - (3-\nu)G_7 r^{-3}\end{matrix}\right]\cos 2\theta \tag{17}$$

$$M_{r2} = -2D_p\left[\begin{matrix}(1-\nu)G_4 + 3(1-\nu)G_5 r^{-4} \\ +6G_6 r^2 - 2\nu G_7 r^{-2}\end{matrix}\right]\cos 2\theta \tag{18}$$

로 구해진다.

## 2.2 원통의 이론

영차하중상태에서는 하중이 축록대칭이므로 Donnell의 식으로부터 반경방향의 변위는

$$\begin{aligned} w_{c0} = {} & e^{-\beta x}(H_1 \cos\beta x + H_2 \sin\beta x) \\ & + e^{\beta x}(H_3 \cos\beta x + H_4 \sin\beta x) \end{aligned} \tag{19}$$

기울기는

$$\begin{aligned} \frac{dw_{c0}}{dx} = {} & \beta e^{-\beta x}[(-H_1 + H_2)\cos\beta x \\ & +(-H_1 - H_2)\sin\beta x] \\ & + \beta e^{\beta x}[(H_3 + H_4)\cos\beta x \\ & +(-H_3 + H_4)\sin\beta x] \end{aligned} \tag{20}$$

모우멘트와 전단력은

$$M_{x0} = 2D_c\beta^2\left[\begin{matrix}e^{-\beta x}(H_2 \cos\beta x - H_1 \sin\beta x) + e^{\beta x} \\ (H_4 \cos\beta x + H_3 \sin\beta x)\end{matrix}\right] \tag{21}$$

$$Q_{x0} = 2D_c\beta^3\{e^{-\beta x}[(-H_1 - H_2)\cos\beta x + (H_1 - H_2)\sin\beta x + e^{\beta x}[(H_3 - H_4)\cos\beta x + (H_3 + H_4)\sin fhr\beta x]\} \quad (22)$$

이차하중상태에서는 Flugge식으로부터 각 방향의 변위들을 구하면

$$u_{c2} = \left\{ e^{-k_1\frac{x}{a}}\left[\left(\overline{\alpha_1}\,\overline{c_1} + \overline{\alpha_2}\,\overline{c_2}\right)\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \left(\overline{\alpha_1}\,\overline{c_2} - \overline{\alpha_2}\,\overline{c_1}\right)\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right] + e^{-k_2\frac{x}{a}}\left[\left(\overline{\alpha_3}\,\overline{c_3} + \overline{\alpha_4}\,\overline{c_4}\right)\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \left(\overline{\alpha_3}\,\overline{c_4} - \overline{\alpha_4}\,\overline{c_3}\right)\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right] + e^{k_1\frac{x}{a}}\left[\left(-\overline{\alpha_1}\,\overline{c_5} + \overline{\alpha_2}\,\overline{c_6}\right)\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \left(-\overline{\alpha_1}\,\overline{c_6} - \overline{\alpha_2}\,\overline{c_5}\right)\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right] + e^{k_2\frac{x}{a}}\left[\left(-\overline{\alpha_3}\,\overline{c_7} + \overline{\alpha_4}\,\overline{c_8}\right)\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \left(-\overline{\alpha_3}\,\overline{c_8} - \overline{\alpha_4}\,\overline{c_7}\right)\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right]\right\}\cos m\theta \quad (23a)$$

$$v_{c2} = \left\{ e^{-k_1\frac{x}{a}}\left[\left(\overline{\beta_1}\,\overline{c_1} + \overline{\beta_2}\,\overline{c_2}\right)\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \left(\overline{\beta_1}\,\overline{c_2} - \overline{\beta_2}\,\overline{c_1}\right)\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right] + e^{-k_2\frac{x}{a}}\left[\left(\overline{\beta_3}\,\overline{c_3} + \overline{\beta_4}\,\overline{c_4}\right)\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \left(\overline{\beta_3}\,\overline{c_4} - \overline{\beta_4}\,\overline{c_3}\right)\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right] + e^{k_1\frac{x}{a}}\left[\left(-\overline{\beta_1}\,\overline{c_5} - \overline{\beta_2}\,\overline{c_6}\right)\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \left(\overline{\beta_1}\,\overline{c_6} + \overline{\beta_2}\,\overline{c_5}\right)\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right] + e^{k_2\frac{x}{a}}\left[\left(\overline{\beta_3}\,\overline{c_7} - \overline{\beta_4}\,\overline{c_8}\right)\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \left(\overline{\beta_3}\,\overline{c_8} + \overline{\beta_4}\,\overline{c_7}\right)\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right]\right\}\sin m\theta \quad (23b)$$

$$w_{c2} = \left[ e^{-k_1\frac{x}{a}}\left(\overline{c_1}\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \overline{c_2}\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right) + e^{-k_2\frac{x}{a}}\left(\overline{c_3}\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \overline{c_4}\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right) + e^{k_1\frac{x}{a}}\left(\overline{c_5}\cos\frac{\mu_1 x}{a} + \overline{c_6}\sin\frac{\mu_1 x}{a}\right) + e^{k_2\frac{x}{a}}\left(\overline{c_7}\cos\frac{\mu_2 x}{a} + \overline{c_8}\sin\frac{\mu_2 x}{a}\right)\right]\cos m\theta \quad (23c)$$

## 2.3 경계조건

### 2.3.1 평판의 경계조건

(a) 영차하중상태

평판의 막응력에 대하여는

$$\begin{aligned} &r = R_p \text{ 에서 } \sigma^I_{rd0} = 0 \\ &r = R_c \text{ 에서 } \sigma^I_{rd0} + \sigma^{II}_{rd0} = \sigma_{rd0},\ w^I_{p0} = w^{II}_{p0} \\ &r \to \infty \qquad w^{II}_{p0} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

이다.

평판의 굽힘응력에 대하여는

$$\begin{aligned} &r = R_p \qquad M^I_{rd0} = 0 \\ &r = R_c \qquad u^I_{rd0} = u^{II}_{rd0},\ \frac{du^I_{p0}}{dr} = \frac{du^{II}_{p0}}{dr}, \\ &\qquad\qquad M^I_{rd0} + M^{II}_{rd0} = M_{rd0} \\ &r \to \infty \qquad u^{II}_{p0} = 0,\ \frac{du^{II}_{p0}}{dr} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

(b) 이차하중상태

평판의 막응력에 대하여는

$$\begin{aligned} &r = R_p \qquad \sigma^I_{rd2} = 0 \\ &\qquad\qquad \tau^I_{r\theta d2} = 0 \\ &r = R_c \qquad \sigma^I_{rd2} + \sigma^{II}_{rd2} = \sigma_{rd2} \\ &\qquad\qquad \tau^I_{r\theta d2} + \tau^{II}_{r\theta d2} = \tau_{r\theta d2} \\ &\qquad\qquad w^I_{p2} = w^{II}_{p2} \end{aligned} \quad (26)$$

$$v^{I}_{p2} = v^{II}_{p2}$$

$$r \to \infty \qquad w^{II}_{p2} = 0$$

$$v^{II}_{p2} = 0$$

이고

$$r = R_p \qquad M^{I}_{rd2} = 0$$

$$V^{I}_{rd2} = 0$$

$$r = R_c \qquad u^{I}_{p2} = u^{II}_{p2}$$

$$\frac{du^{I}_{p2}}{dr} = \frac{du^{II}_{rd2}}{dr}$$

$$M^{I}_{rd2} + M^{II}_{rd2} = M_{rd2} \qquad (27)$$

$$V^{I}_{rd2} + V^{II}_{rd2} = V_{rd2}$$

$$r \to \infty \qquad u^{II}_{p2} = 0$$

$$\frac{du^{II}_{p2}}{dr} = 0$$

이다.

2.3.2 원통의 경계조건

영차하중상태에서

$$(Q_{x0})_{x=0} = V_{xd0} \qquad (Q_{x0})_{x=1} = 0$$
$$(M_{x0})_{x=0} = M_{xd0} \qquad (M_{x0})_{x=1} = 0 \qquad (28)$$

이고

이차하중상태에서는

$$(N_{x2})_{x=0} = N_{xd2} \qquad (N_{x2})_{x=1} = 0$$
$$(M_{x2})_{x=0} = M_{xd2} \qquad (M_{x2})_{x=1} = 0 \qquad (29)$$
$$(N_{x\theta 2})_{x=0} = N_{x\theta d2} \qquad (N_{x\theta 2})_{x=1} = 0$$
$$(V_{x2})_{x=0} = V_{xd2} \qquad (V_{x2})_{x=1} = 0$$

이다.

## 2.4 접합조건

평판과 원통의 d(Fig.4)에 모든 부정정력들이 작용한다고 가정하고 d점에서 모든 $\theta$ 값에 대하여

(1) 접선방향의 힘의 성분
(2) 반경방향의 힘의 성분
(3) 원통축방향의 힘의 성분
(4) 모우멘트 성분
(5) 접선방향 변위
(6) 반경방향 변위
(7) 원통축방향 변위
(8) 회전각

의 접합조건이 평판과 원통에 동일하도록 조건식을 만든다.

(a) 플러시 타입 (flush type)

영차하중상태에 대하여는 (2), (4), (6), (8)항으로부터

$$\left[s_0\left(1-\frac{R_p^2}{R_c^2}+\sigma_{rd0}\right)\right]t_p = V_{xd0}$$

$$M_{rd0} = M_{xd0}$$

$$S_0\left[(1-\nu)R_c + \frac{R_p^2}{R_c}(1+\nu)\right] + \overline{F_1}\sigma_{rd0} \qquad (30)$$
$$= H_5\frac{M_{xd0}}{R_c} + H_6 V_{xd0}$$

$$\overline{G_1}M_{rd0} = H_7\frac{M_{xd0}}{R_c} + H_8 V_{xd0}$$

식(24)의 $\overline{\overline{F_1}}$ 와 $\overline{G_1}$ (4)식과 (11)식에서 구한다.

이차하중상태에 대하여는 접합조건 (1)~(8)로부터

$$\left[S_2\left(1+2\frac{R_p^2}{R_c^2}-3\frac{R_p^4}{R_c^4}\right)+\tau_{r\theta d2}\right]t_p = -Q_{x\theta d2}$$

$$\left[-S_2\left(-1+4\frac{R_p^2}{R_c^2}-3\frac{R_p^4}{R_c^4}\right)+\sigma_{r\theta d2}\right]t_p = V_{xd2}$$

$$V_{rd2} = -N_{xd2}$$

$$M_{rd2} = -M_{xd2}$$

$$S_2\left[-(1+\nu)R_c + 4\frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu)\frac{R_p^4}{R_c^3}\right]$$
$$+\left[\overline{F_2}\sigma_{rd2} + \overline{F_3}\tau_{r\theta d2}\right]$$
$$= W_n N_{xd2} + W_m M_{xd2}/R_c + W_q Q_{x\theta 2} + W_v V_{xd2}$$

$$S_2\left[(1+\nu)R_c + 2(1-\nu)\frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu)\frac{R_p^2}{R_c^3}\right] \qquad (31)$$
$$+\overline{F_4}\sigma_{rd2} + \overline{F_5}\tau_{r\theta d2}$$

$$= V_n N_{xd2} + V_m M_{xd2}/R_c + V_q Q_{x\theta d2} + V_v V_{xd2}$$

$$\overline{G_2} V_{rd2} + \overline{G_3} M_{rd2} = U_n N_{xd2} + U_m M_{xd2}/R_c + U_q Q_{x\theta d2} + U_v V_{xd2}$$

$$\overline{G_4} V_{rd2} + \overline{G_5} M_{rd2} = \eta_n N_{xd2} + \eta_m M_{xd2}/R_c + \eta_q Q_{x\theta d2} + \eta_v V_{xd2}$$

$\overline{F_2} \sim \overline{F_5}$, $\overline{G_2} \sim \overline{G_5}$ 는 식(8), (9), (13), (14)로부터 구해진다.

(b) 드로우 타입 (through type)

Fig. 5는 드로우 타입의 모델이고 플러시 타입의 평관 이면에 길이가 짧은 원통을 부착시킨 형상이다.

영차하중상태에 대하여는

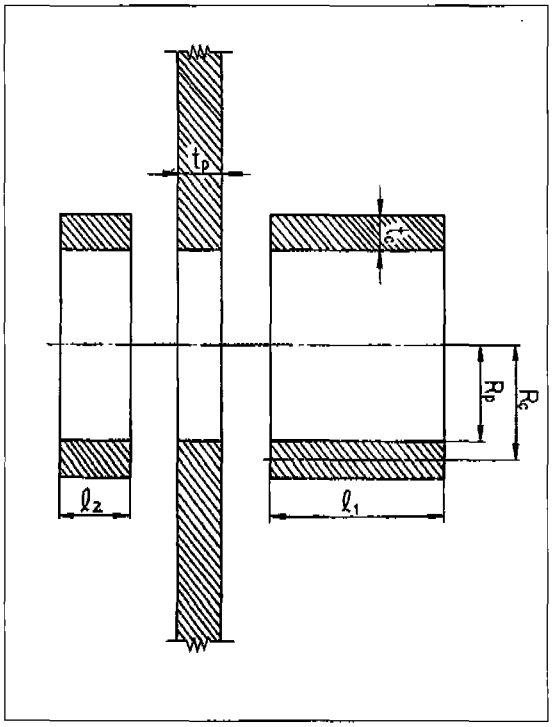


Fig. 5 Through type

$$\left[S_0\left(1-\frac{R_p^2}{R_c^2}\right)+\sigma_{rd0}\right]t_p = V_{xd0}^{I} + V_{xd0}^{II}$$

$$M_{rd0} = M_{xd0}^{I} + M_{xd0}^{II}$$

$$S_0\left[(1-\nu)R_c + \frac{R_p^2}{R_c}(1+\nu)\right] + \overline{F_j}\sigma_{rd0}$$

$$= H_5 \frac{M_{xd0}^{I}}{R_c} + H_6 V_{xd0}^{I} = \overline{H_5}\frac{M_{xd0}^{II}}{R_c} + \overline{H_6} V_{xd0}^{II} \qquad (32)$$

$$\overline{H_5}\frac{M_{xd0}^{II}}{R_c} + \overline{H_6} V_{xd0}^{II}$$

$$\overline{G_1} M_{rd0} = H_7 \frac{M_{xd0}^{I}}{R_c} + H_8 V_{xd0}^{I} = \overline{H_7}\frac{M_{xd0}^{II}}{R_c} + \overline{H_8} V_{xd0}^{II}$$

$\overline{H_5} \sim \overline{H_8}$ 의 계수는 길이 $1_2$의 원통에서의 계수이다.

이차하중상태에 대하여는

$$\left[S_2\left(1+2\frac{R_p^2}{R_c^2}-3\frac{R_p^4}{R_c^4}\right)+\tau_{r\theta d2}\right]t_p = -\left(Q_{x\theta d2}^{I} + Q_{x\theta d2}^{II}\right)$$

$$\left[-S_2\left(-1+4\frac{R_p^2}{R_c^2}-3\frac{R_p^4}{R_c^4}\right)+\sigma_{rd2}\right]t_p = V_{xd2}^{I} + V_{xd2}^{II}$$

$$V_{rd2} = -\left(N_{xd2}^{I} + N_{xd2}^{II}\right)$$

$$M_{rd2} = M_{xd2}^{I} + M_{xd2}^{II}$$

$$S_2\left[-(1+\nu)R_c + 4\frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu)\frac{R_p^4}{R_c^3}\right] + \left[\overline{F_2}\sigma_{rd2} + \overline{F_3}\tau_{r\theta d2}\right]$$

$$= W_n^{I} N_{xd2}^{I} + W_m^{I} M_{xd2}^{I}/R_c + W_q^{I} Q_{x\theta d2}^{I} + W_v^{I} V_{xd2}^{I}$$

$$= W_n^{II} N_{xd2}^{II} + W_m^{II} M_{xd2}^{II}/R_c + W_q^{II} Q_{x\theta d2}^{II} + W_v^{II} V_{xd2}^{II}$$

$$S_2\left[(1+\nu)R_c + 2(1-\nu)\frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu)\frac{R_p^4}{R_c^3}\right] + \overline{F_4}\sigma_{rd2} + \overline{F_5}\tau_{r\theta d2}$$

$$= V_n^{I} N_{xd2}^{I} + V_m^{I} M_{xd2}^{I}/R_c + V_q^{I} Q_{x\theta d2}^{I} + V_v^{I} V_{xd2}^{I}$$

$$= V_n^{II} N_{xd2}^{II} + V_m^{II} M_{xd2}^{II}/R_c + V_q^{II} Q_{x\theta d2}^{II} + V_v^{II} V_{xd2}^{II}$$

$$\overline{G_2} V_{rd2} + \overline{G_3} M_{rd2} = U_n^{I} N_{xd2}^{I} + U_m^{I} M_{xd2}^{I}/R_c + U_q^{I} Q_{x\theta d2}^{I} + U_v^{I} V_{xd2}^{I} = U_n^{II} N_{xd2}^{II} + U_m^{II} M_{xd2}^{II}/R_c + U_q^{II} Q_{x\theta d2}^{II} + U_v^{II} V_{xd2}^{II} \qquad (33)$$

$$\overline{G_4} V_{rd2} + \overline{G_5} M_{rd2} = \eta_n^{I} N_{xd2}^{I} + \eta_m^{I} M_{xd2}^{I}/R_c + \eta_q^{I} Q_{x\theta d2}^{I} + \eta_v^{I} V_{xd2}^{I} = \eta_n^{II} N_{xd2}^{II} + \eta_m^{II} M_{xd2}^{II}/R_c$$

$$+\eta_q^{II}Q_{x\theta d2}^{II}+\eta_v^{II}V_{xd2}^{II}$$

이다.

## 3. 유한요소해석

MSC/NASTRAN Version 67.5의 QUAD 4요소를 이용하여 풀러시타입과 드로우타입을 해석하여 이론해와 비교하였다. 이론해의 무한평판에 근사화 시키기 위하여 원통반경의 10배의 거리까지 평판경계로 처리하였다. 대칭성을 이용하여 1/4모델(Quarter model)을 해석하였고, 경계조건은 대칭조건(Symme-tric condition)을 이용하였다. 하중은 단축인장과 이축인장(1 : 1/2)의 두 경우를 적용하였고 경계조건, 하중조건 및 1/4모델상태를 Fig. 6에 시도하였다. 또한 원통과 평판의 접합부의 요소분할 상태를 플러시타입, 드로우타입 각각에 대하여 Fig. 7, Fig. 8 도시하였다.

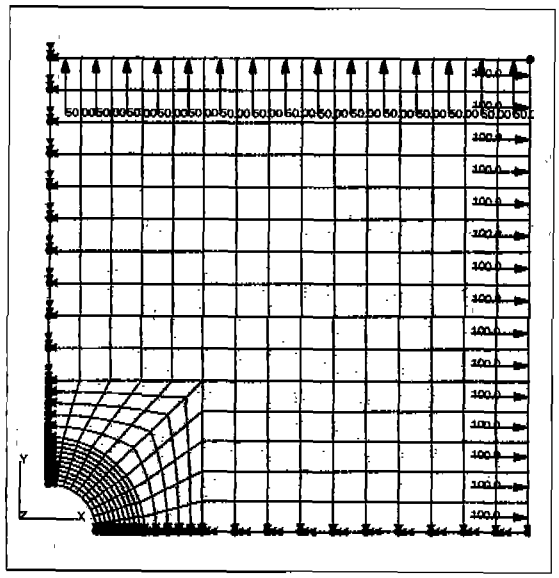

Fig. 6 Load and boundary conditions on the plate

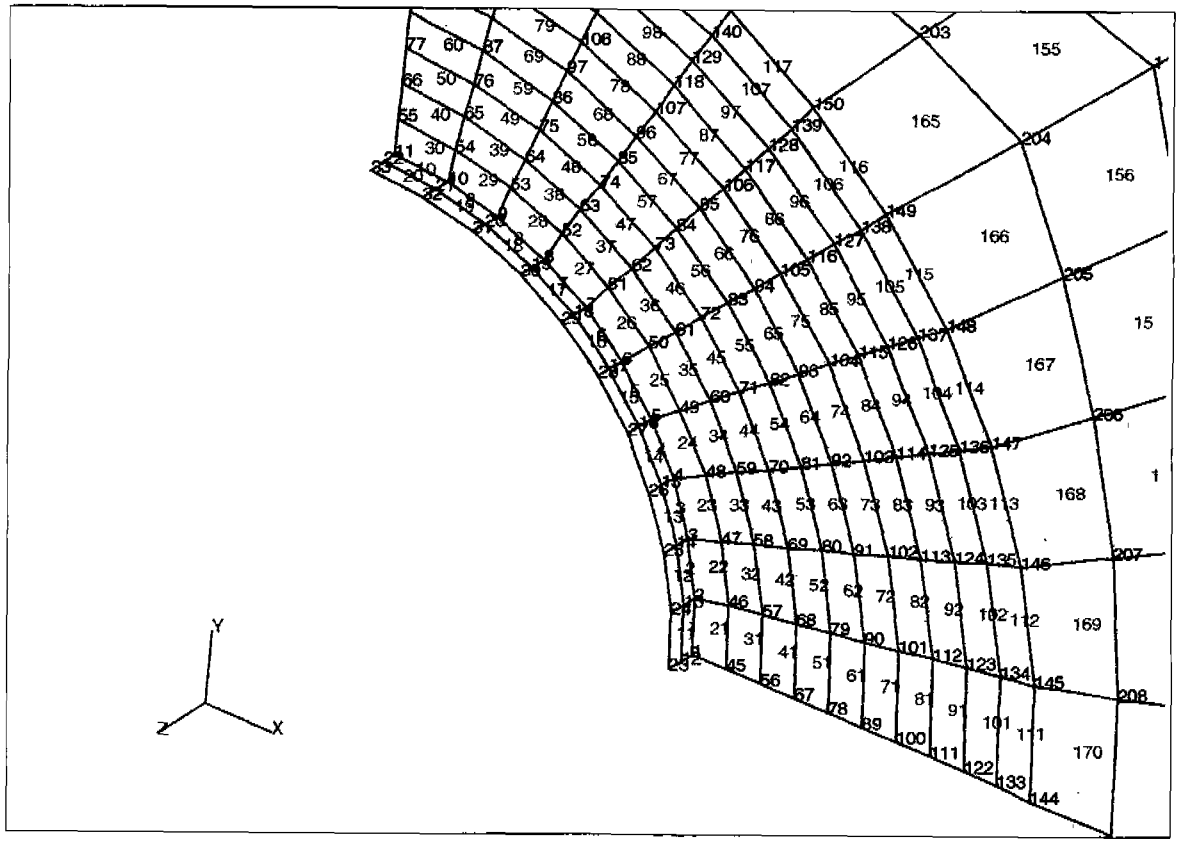

Fig. 7 Element and node number-Flush type

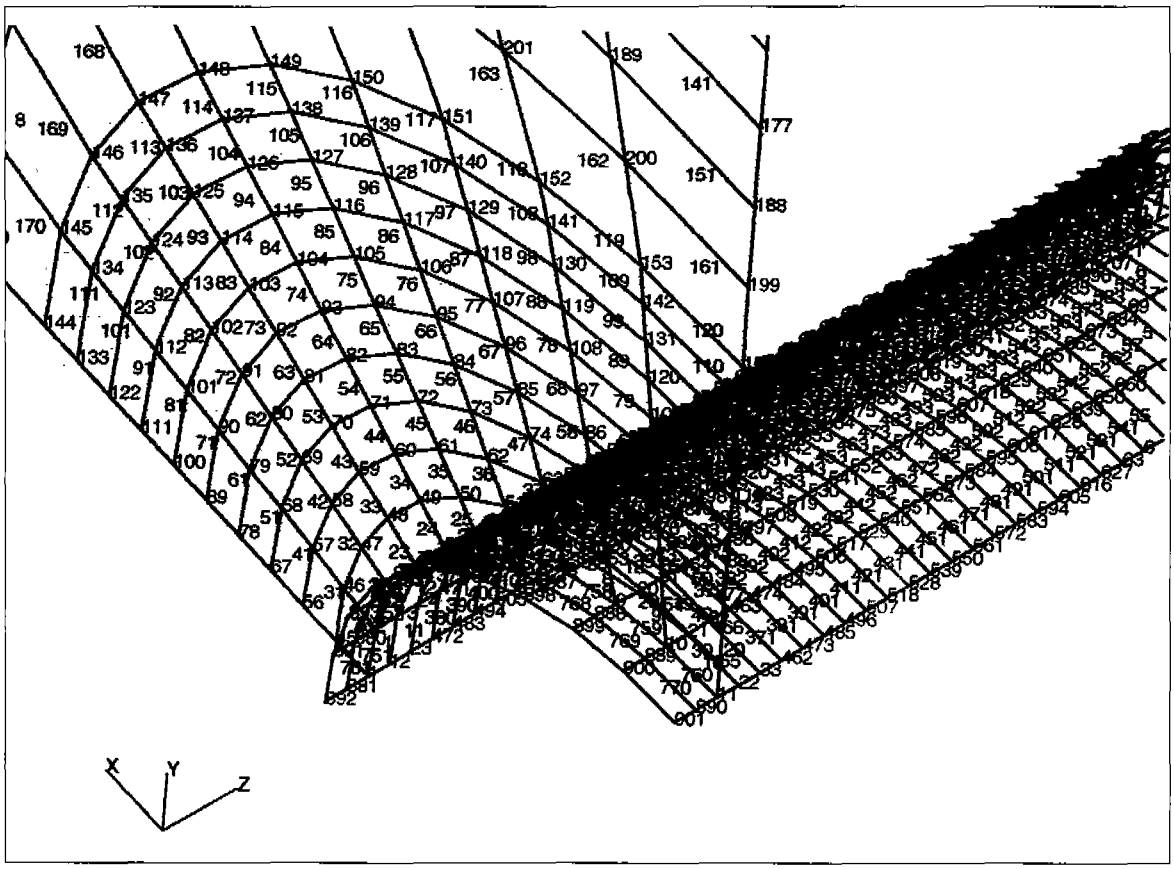


Fig. 8 Element and node number-Through type

이들은 PATRAN(3) Release 1.3에서 전처리(preprocessing)되었으며 그 결과를 NASTRAN결과의 요소와 절점에서 얻은 것이다.

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 유한요소법을 이요한 해석결과

3차원 유한요소법으로 플러시 타입과 드로우 타입에서 원통의 길이와 두께를 변화시키면서 해석한 결과를 Fig. 9~Fig. 12에 나타내었다.

Fig. 9에 나타낸 바와 같이 플러시 타입의 원통의 두께가 2mm이고, 단축인장일 때에는 원통의 길이가 30mmd일 때까지는 이론해와 같이 급격히 감소하나 그 이후의 길이에서는 거의 변화가 없었고, Fig. 10에서 2축인장(1:1/2)에서는 단축인장일 경우보다 더 급격한 감소를 보이면서 원통의 길이가 25mm정도에서 수렴하였다. 원통의 두께가 5mm이고, 단축인장일 경우에는 응력집중계수가 원통의 길이증가에 따라 이론해보다 완만히 감소하였으며 200mm정도에서 수렴하였고 이축인장(1:1/2)도 비슷한 결과를 나타내었다.

전반적으로 플러시 타입에서는 이론해에서 구한 응력집중계수에 비하여 전반적으로 약간 큰 값이 나왔으나 감소하는 경향은 잘 일치함으로 보였다.

Fig. 11, 12에 나타낸 바와 같이 드로우 타입에서는 원통의 두께가 2mm일 경우에는 $l_2$=10mm정도에서 수렴하였으나 원통의 두께가 5mm인 경우에는 $l_2$=30mm정도에서 수렴함을 보였다.

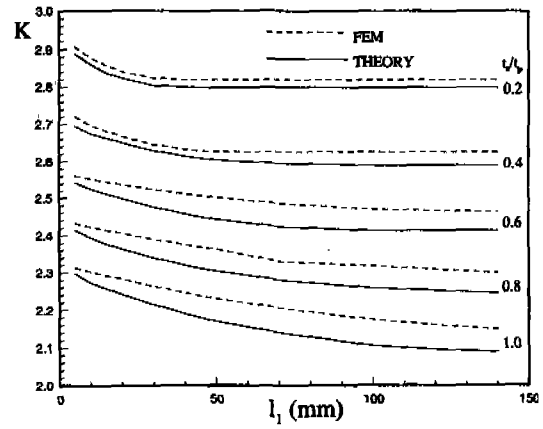


Fig. 9 Comparision of theoretical and FEM analysis for uni-axial loading condition in Flush type

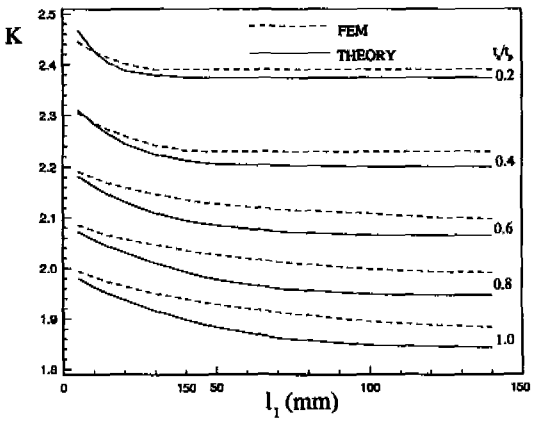


Fig. 10 Comparision of theoretical and FEM analysis for bi-axial loading condition in Flush type

이론치와 유한요소 해석치는 비교적 잘 일치하였고 원통의 두께가 두꺼울수록 그리고 원통의 길이가 길수록 응력집중계수가 감소하여 어느 길이 이상에서는 그 값이 일정한 값으로 수렴하게 되는 공통된 특성을 보였다.

4.2 이론계산

해석모델에 있어서 응력집중계수의 최대치를 구하기 위하여 영차하중상태와, 이차하중상태의 응력집중계수를 구한 다음, 이 값들을 중첩하여 단축인장하중, 이축

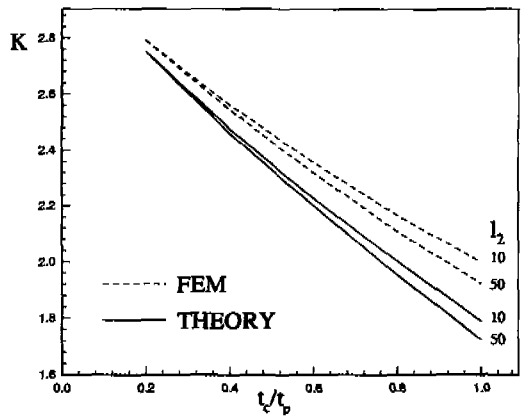


Fig. 11 Comparision of theoretical and FEM analysis for uni-axial loading condition in Through type

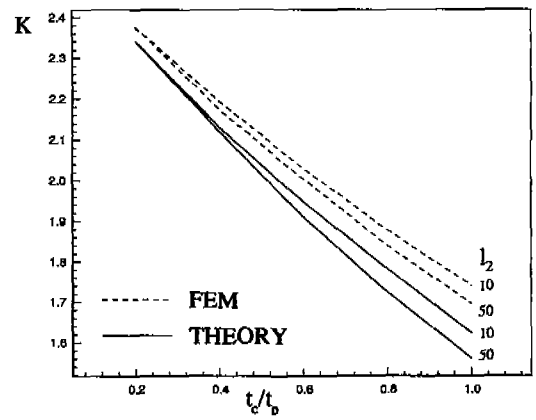


Fig. 12 Comparision of theoretical and FEM analysis for bi-axial loading condition in Through type

인장하중(1:1/2)상태의 응력집중계수를 구하였다.

(1) 영차하중상태의 경우

$$\sigma_{\theta 0} = 2S_0 + \overline{F_4}\sigma^{I}_{rd0} \tag{34}$$

(2) 이축하중상태의 경우

$$\sigma_{\theta 2} = 4S_2 + \overline{F_5}\sigma^{II}_{rd2} + \overline{F_6}\tau^{II}_{r\theta d2} \tag{35}$$

(3) 단축인장하중상태의 경우

$$\sigma_\theta = \sigma_{\theta 0} + \sigma_{\theta 2} \tag{36}$$

(4) 이축인장하중(1:1/2)상태의 경우

$$\sigma_\theta = \frac{3}{4}\sigma_{\theta 0} + \frac{1}{4}\sigma_{\theta 2} \tag{37}$$

4.3 이론해석 결과 및 고찰

압력용기의 노즐접합부의 최대응력을 완화시키기 위하여 원통의 길이 및 두께를 변화시켜 응력집중계수를 비교, 검토한 결과는 다음과 같다.

플러시 타입에서 Fig. 9와 10에 나타난 바와 같이 원통의 증가하고 두께가 두꺼워지면 원통접합부의 보강효과를 나타내므로 응력집중계수는 감소한다. 그러나 감소폭은 원통의 두께에 따라 달라지나 원통의 길이가 일정한 값에 도달하면 응력집중계수의 변화는 거의 없다.

Fig. 9에 나타난 바와 같이 단축인장하중상태에서는 원통의 두께가 2mm인 경우 원통의 길이가 35mm에서 응력집중계수가 2.8정도에 수렴하나 원통의 두께가 5mm인 경우에는 원통의 길이가 150mm정도에서 2.1에 수렴한다. 실용되고 있는 원통형 압력용기는 하중이 이축인장하중(1:1/2)상태이므로 Fig. 10에 응력집중계수의 분포도를 나타냈다.

이축인장하중(1:1/2)상태에서는 단축인장하중상태일 경우보다 급격하게 감소하여 짧은 원통길이에서 수렴하였다. 원통의 길이변화에 따른 응력집중완화의 효과는 두께가 5mm일 경우 길이가 길어짐에 따라 약 7%정도 감소되고, 원통의 길이가 150mm인 경우 원통의 두께가 2mm에서 5mm로 증가하면 약 25%의 감소가 이루어지므로 원통의 두께를 두껍게 하면 원통접합부에 상당한 보강효과를 얻을 수 있다.

Fig. 11과 12에 표면의 원통길이가 150mm이고 이면원통의 길이가 $l_2$=10, 50(mm)인 2개의 드로우타입에 대하여 원통의 두께를 변화시켜 응력집중계수를 계산하고 유한요소해석과 이론해석에 의해 그 결과치를 도시한 그래프이다.

응력집중계수는 플러시 타입보다 드로우 타입에서 현저하게 감소되었으며 감소폭은 원통의 두께가 증가할수록 현저히 증가한다.

원통의 두께가 얇을 경우에는 이면의 원통길이가 10mm이하에서 거의 수렴하나 두께가 5mm인 경우에는 10mm정도에서 거의 수렴하였고 원통길이가 50mm로 증가하여도 응력집중계수의 감소치는 3%정도이다. 그러므로 드로우 타입에서 이면원통길이가 10mm이상인 경우에는 그 영향은 매우 적다.

원통의 길이 150mm, 두께 5mm인 경우 플러시 타입을 이면원통길이 10mm인 드로우 타입으로 변경하면 약 15%정도의 보강효과를 얻을 수 있으므로 드로우 타입으로 설계하는 것이 적합함을 알았다.

## 5. 결 론

원통이 붙은 평판에서 평판에 대해서는 굽힘이론을 도입하고 원통에 대해서는 Flügge식을 도입하여 해를 구하고, 유한길이에 의한 플러시 타입과 드로우 타입의 보강효과에 의한 응력집중완화에 대하여 규명하였다. 또한, 원통의 두께 및 길이변화가 보강효과에 미치는 영향을 제시했으며 유한요소해석을 행하여 이론해의 정확성을 확인하였다.

(1) 원통의 길이와 두께를 변화시키면서 유한요소해석을 행한 결과 이론치와 잘 일치하였다.

(2) 플러시 타입에서 원통의 두께의 증가에 따라 응력집중계수가 현저히 감소하고, 길이의 증가에 따라서도 감소하나 일정한 값에 도달하면 수렴한다.

(3) 드로우 타입의 경우, 이면원통의 길이를 원통의 직경정도로 하여 설계하면 큰 보강효과를 얻어 응력집중 완화효과를 얻을 수 있다.

## Reference


1. L.E. Hulbert, A.T. Hopper, E.F. Rybicki, "The Stress Analysis of Plates with Single an Clustered Nozzles by the Boundary Point Least Square Method", Journal of Engineering for Industry, Trans. of ASME, Vol. 93, pp.929~934, 1971
2. D. Redekop, "Three-Dimensional Analysis of on Elastic Plate-Cylinder Intersection by the Boundary-Point-Least-Square Techniques", trans of ASME, Vol. 99, pp.17~25, 1977

3. D. Redekop, J. Schroeder, "Further Three-Dimensional Stress Analysys of an Intersection of a Cylindercal Shell with a Plate", Nuclear Engineering and Design, Vol. 44, pp. 61~73, 1977
4. E.O. Waters, "theoretical Stress near a Circular Opening in a Flat Plate Reinforced with a Cylindrical Outlet", Trans. of ASME, Eng. Power, Vol 173, No. 11, pp. 189~200, 1959
5. K.Y. Yoon, "Stress Analysis Near a Circular Hole in a Flat Plate Attached to a Cylinder and a Study on Some Methods of Pacifying the Stress Concentratrion", PhD disseration, Han Yang University, 1973
6. W. Flugge, "Stresses in Shells", Chap. 5, pp. 204~230, Springe Berlin, 1973
7. S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, "Theory of Elasticity", Chap. 4, pp. 90~95, McGraw Hill, London, 1970
8. S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieg-er, 1959, "Theory of Plates and Shells", McGraw Hill, Kogakusha
9. 정 인승, 1987, "원통이 있는 평판의 응력해석", 한양대학교 박사학위 청구논문.