

선반용 고속주축계의 동특성 해석

조 정 준*, 김 석 일**, 최 대 봉***

Dynamic Analysis of a High Speed Spindle system for Lathes

Jeong-Jun Jo*, Seok-II Kim** and Dae-Bong Choi***

초 록

고속절삭을 통해서 가공능률과 가공정밀도의 향상을 도모할 수 있기 때문에, 최근에는 공작기계용 고속주축계가 많은 주목을 받고 있다. 본 연구에서는 주축 선단부에 무거운 척과 공작물이 위치하는 선반용 고속주축계의 동특성을 해석하기 위해서 유한요소법을 도입하였다. 특히 세장비가 비교적 작은 주축은 Timoshenko이론으로, 폭이 유한한 베어링은 반경방향 외에도 모멘트방향의 강성 및 감쇠특성을 가지고 있는 것으로 모델화하였다. 그리고 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 대한 주축회전수, 베어링의 지지특성, 베어링의 간격, 주축재료의 내부감쇠율 등의 영향을 고찰하였다.

Abstract

A high metal removal rate and a high machining accuracy can be achieved by the high speed cutting. Therefore a great deal of attention has been focused on the development of a high speed spindle system for machine tools. In this study, the finite element method based on the Timoshenko beam theory is introduced to analyze the dynamic characteristics of the high speed spindle system for lathes which have the heavy chuck and workpiece at the spindle nose. And a bearing is modeled as the stiffness and damping coefficients in the radial and moment directions. Also the effects of the spindle speed, bearing coefficients, bearing span and material damping factors are estimated on the natural frequency and damping ratio of the high speed spindle system for lathes.

Key Words : 공작기계(Machine Tools), 선반(Lathe), 고속주축계(High Speed Spindle System), 동특성(Dynamic Characteristics), Timoshenko이론(Timoshenko Beam Theory), 유한요소법(Finite Element Method)

1. 서 론

일반적으로 공작기계 주축계에 대해서 요구되는 기본적인 인항목들은 고강성, 고감쇠, 고회전정밀도, 저발열,

장수명 등이 있다. 최근에는 이러한 기능들과 함께 가공능률과 가공정밀도의 향상을 도모하기 위해서 고속절삭을 실현할 수 있는 공작기계 주축계의 고속화, 즉 고속주축계에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.^[1,2]

특히 공작기계 주축계의 동특성은 공작물의 가공정밀도에 직접적인 영향을 줄 뿐만 아니라, 공작기계의 절삭능력

* 한국항공대학교 대학원

** 한국항공대학교 기계설계학과

*** 한국기계연구원 자동화연구부

을 제한하는 채터진동과 밀접한 관계를 가지고 있다. 따라서 공작기계의 절삭성능을 개선하기 위한 노력의 하나로서 주축계의 동특성 해석과 관련된 많은 연구들이 수행되어 왔다.^[3-6] 그러나 그 연구들은 모두 주축회전수의 영향을 고려하지 않았기 때문에 고속주축계의 동특성 해석을 위해서는 주축계의 수학적 모델에 대한 재정립이 필요하게 되었다.

본 연구에서는 주축 선단부에 무거운 척(chuck)과 공작물이 위치하는 선반용 고속주축계의 동특성을 해석하기 위해서 주축회전수의 영향이 고려된 유한요소모델(finite element model)을 도입하였다. 또한 주축은 세장비가 비교적 작기 때문에 Timoshenko이론^[7]으로, 베어링은 유한한 폭을 가지고 있기 때문에 반경방향 외에도 모멘트방향의 강성 및 감쇠특성을 가지고 있는 것으로 모델화하였다. 그리고 선반용 고속주축계의 모드개변수들인 고유진동수와 감쇠비에 대한 주축회전수, 베어링의 지지특성, 베어링의 간격, 주축재료의 내부감쇠율 등의 영향을 고찰하였다.

2. 선반용 고속주축계의 수학적 모델과 모드해석

2.1 주축의 수학적 모델

척과 공작물이 주축 선단부에 위치하는 선반의 주축계는 Fig.1과 같이 일정단면의 주축요소들과 탄성베어링들의 조합으로 모델화할 수 있다. 또한 주축은 세장비가 비교적 작기 때문에 회전관성과 전단변형을 고려한 Timoshenko 이론을 토대로 주축의 수학적 모델을 정립할 필요가 있다.^[6]

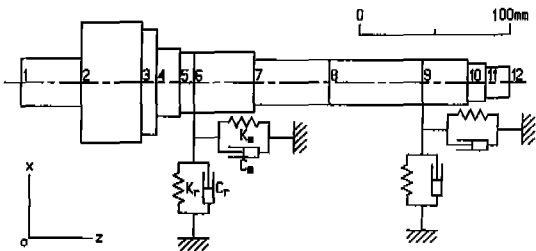


Fig.1 Finite element model of high speed spindle system

본 연구에서는 Fig.2와 같은 좌표계를 이용하여 주축요소의 경계점 변위 $\{q^e\}$ 를 표현하였으며, 주축요소는 양쪽 경계점에서 각각 2개씩의 병진운동과 회전운동을 하는 8개의 자유도를 가지고 있는 것으로 모델화하였다.^[8]

따라서 주축재료의 내부감쇠효과^[9]를 고려한 회전상태의 주축요소에 대한 운동방정식은 아래와 같이 주어진다.

$$\left([M_T^e] + [M_R^e] \{ \ddot{q}_e \} + (\eta_v [K_B^e] - \Omega [G^e]) \{ \dot{q}_e \} + \left(\frac{1 + \eta_h}{\sqrt{1 + \eta_h^2}} [K_B^e] + (\eta_v \Omega + \frac{\eta_h}{\sqrt{1 + \eta_h^2}}) [K_C^e] \right) \{ q^e \} = \{ Q^e \} \right) \quad (1)$$

여기서 $\{q^e\} = \{q_1^e, q_2^e, q_3^e, q_4^e, q_5^e, q_6^e, q_7^e, q_8^e\}^T$ 는 주축요소의 변위벡터, $\{Q^e\}$ 는 주축요소에 작용하는 외력벡터, η_v 와 η_h 는 주축재료의 점성감쇠계수(viscous damping factor)와 이력감쇠계수(hysteretic damping factor), 그리고 Ω 는 주축회전수이다. 또한 $[M_R^e]$ 와 $[M_C^e]$ 는 주축요소의 병진질량행렬과 회전질량행렬, $[K_B^e]$ 는 주축요소의 강성행렬로서, 모두 대칭행렬들이다. $[G^e]$ 와 $[K_C^e]$ 는 왜대칭행렬(skew symmetric matrix)들이고 $[K_C^e]$ 는 왜대칭행렬(gyroscopic matrix)과 순환행렬(circulation matrix)을 의미한다.

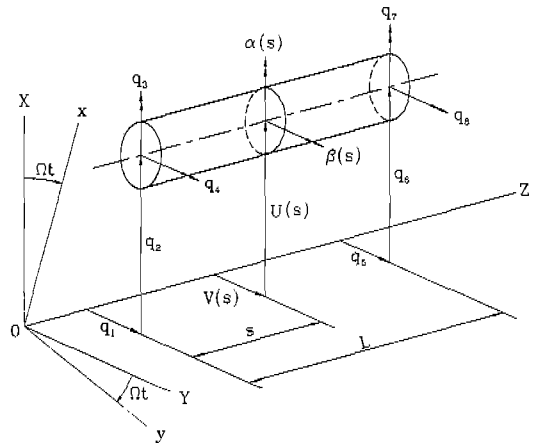


Fig.2 Typical finite spindle element and coordinates

2.2 베어링의 수학적 모델

주축을 지지하는 베어링의 특성은 공작기계 주축계의 동특성에 매우 큰 영향을 준다. 따라서 베어링의 수학적 모델은 주축계의 동특성 해석에서 대단히 중요한 의미를 가지고 있다. 지금까지의 연구들에서는 대부분 베어링의 지지특성을 반경방향에 대해서만 고려하였다. 그러나 실제의 베어링은 유한한 폭을 가지고 있기 때문에 반경방향 외에도 모멘트방향의 지지특성을 나타내게 된다. 따라서 본 연구에서는 식 (2)에서와 같이 반경방향과 모멘트방향의 선형화된 4개씩의 강성계수와 감쇠계수들을 이용해서 베어링의 수학적 모델을 구성하였다.

$$\begin{bmatrix} C_{Rxx} & C_{Rxy} & 0 & 0 \\ C_{Ryx} & C_{Ryy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{Mxx} & C_{Mxy} \\ 0 & 0 & C_{Myx} & C_{Myy} \end{bmatrix} \{a_b\} + \begin{bmatrix} K_{Rxx} & K_{Rxy} & 0 & 0 \\ K_{Ryx} & K_{Ryy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{Mxx} & L_{Mxy} \\ 0 & 0 & K_{Myx} & K_{Myy} \end{bmatrix} \{q^b\} = \{Q^b\} \quad (2)$$

여기서 $\{q^b\} = \{a_1^b \ a_2^b \ a_3^b \ a_4^b\}^T$ 는 베어링의 변위벡터이며, $\{Q^b\}$ 는 베어링의 반력벡터이다. 또한 C_R 과 C_M 은 반경방향과 모멘트방향의 베어링 감쇠계수, K_R 과 K_M 은 반경방향과 모멘트방향의 베어링 강성계수를 의미한다.

2.3 고속주축계의 모드해석

고속주축계에 대한 운동방정식은 식 (1)과 (2)로 주어지는 주축요소와 베어링의 운동방정식들을 절점(node)에서의 연속조건과 평형조건을 고려하면서 조합하면 아래와 같은 형태로 얻어진다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (3)$$

여기서 $\{q\}$ 와 $\{Q\}$ 는 주축계 절점에서의 변위벡터와 외력 벡터이며, 주축요소의 수가 n 인 경우에 $(4n+4)$ 의 크기를 갖는다. 또한 $[M]$, $[C]$ 와 $[K]$ 는 주축계의 질량, 감쇠 및 강성행렬이며, 그 크기는 모두 $(4n+4) \times (4n+4)$ 가 된다. 일반적으로 감쇠행렬 $[C]$ 와 강성행렬 $[K]$ 는 베어링 계수, 주축재료의 내부감쇠율, 그리고 자이로스코픽효과 때문에 대칭행렬이나, 왜대칭행렬이 되지 않는다.

또한 2계 미분방정식인 식 (3)은 다음과 같은 1계 미분방정식의 형태로 재구성할 수 있다.

$$\{\dot{P}\} + [D]\{p\} = \{P\} \quad (4)$$

여기서

$$[D] = \begin{bmatrix} [O] & -[I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix},$$

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix}, \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} \{Q\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \text{이다.}$$

결과적으로 고속주축계의 매개변수들은 식 (4)의 제차형(homogeneous form)이면서, 고유값 문제의 표준형인 식 (5)로부터 구할 수 있다.

$$\{p\} + [D]\{p\} = \{0\} \quad (5)$$

식 (5)와 같이 크기가 $(8n+8) \times (8n+8)$ 로 증대된 진동계의 고유값과 진동모드는 모두 공액복소수 쌍의 형태로 나타난다. 따라서 본 연구에서는 식 (5)와 같이 표현된 고속주축계의 고유값 문제로부터 고속주축계의 매개변수들을 얻기 위해서 일반적인 복소수 형태의 매개변수들을 계산하는 데 적합한 QR반복법(QR iteration method)^[10]을 적용하였다.

3. 해석결과 및 고찰

본 연구에서는 주축 선단부에 무거운 척과 공작물이 위치하는 선반용 고속주축계의 동특성에 대한 주축회전수, 베어링 계수, 베어링 간격, 주축재료의 내부감쇠율 등의 영향을 평가하기 위하여 Fig.1과 같은 주축계의 모델을 사용하였다. 주축은 11개의 일정단면 주축요소들로 구성되어 있으며, 베어링들의 지지특성은 등방성(isotropic)으로 가정하였다. 그리고 주축재료로는 S45C, 전반부 베어링으로는 32008X(폭 19mm, 내경 40mm), 후반부 베어링으로는 32006X(폭 17mm, 내경 30mm)에 대한 값을 동특성 해석에서의 기준값으로 사용하였다. 주축재료, 주축요소와 베어링에 대한 기준정보들은 Table 1, 2와 3에서 볼 수 있다.

Table 1 Material properties of spindle

Elastic modulus E (GN/m ²)	Poisson's Ratio ν	Density ρ (Kg/m ³)
205.8	0.3	7870

Table 2 Dimensions of spindle

Element Number	Diameter (mm)	Length (mm)
1	32.0	40.0
2	80.0	40.0
3	70.0	10.0
4	45.0	15.5
5	40.0	9.5
6	40.0	40.0
7	30.0	40.0
8	30.0	72.0
9	30.0	30.0
10	25.0	12.0
11	20.0	16.0

Table 3 Bearing coefficients in simulation model

Bearing coefficient		Front bearing	Rear bearing
Radial stiffness coefficient K_R (MN/m)		235.8	87.60
Radial damping coefficient C_R (KNs/m)		5.062	1.230
Moment stiffness coefficient K_M (KNm/rad)		77.08	33.71
Moment damping coefficient C_M (Nms/rad)		5.310	12.18

또한 Fig.3~10에서 사용한 가중값(weighting factor) 들은 Table 3에 제시된 베어링 계수들의 기준값에 대한 배수를 의미한다. 표현상의 편의를 위하여 후진운동(backward motion)은 "B"로, 전진운동(forward motion)은 "F"로 각각 표기하였다. 그리고 해석결과로는 채터진동과 가장 밀접한 관련이 있는 1차 진동모드에 대한 것만 제시하였다.

3.1 베어링 강성계수와 모드매개변수의 관계

Fig.3과 4에는 전반부 베어링의 모멘트방향과 반경방향의 강성계수들이, 그리고 Fig.5와 6에는 후반부 베어링의 모멘트방향과 반경방향의 강성계수들이 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 나타내었다.

후반부 베어링보다 전반부 베어링의 강성계수가 고유진동수에 더 큰 영향을 주고 있으며, 전반부 베어링의 모멘트 방향 강성계수가 큰 경우에 극대화된 고유진동수가 나타나고 있음을 볼 수 있다. 특히 후반부 베어링의 모멘트방향 강성계수는 고유진동수에 거의 영향을 주지 않는다. 고유

진동수에 대한 주축회전수의 영향은 전반부 베어링의 모멘트방향 강성계수가 크거나, 반경방향 강성계수가 작을수록 작아지고 있다.

전반부 베어링과 후반부 베어링의 반경방향 강성계수가 작을 때를 제외하면, 감쇠비에 미치는 강성계수의 영향은 작게 나타나고 있다. 그리고 감쇠비에 대한 주축회전수의 영향은 강성계수값과 관계없이 매우 작음을 볼 수 있다.

또한 해석결과들로부터 선반용 고속주축계의 동특성을 향상시키기 위해서는 전반부 베어링과 후반부 베어링의 반경방향 강성들이 일정수준 이상이 되도록, 그리고 전반부 베어링의 모멘트방향 강성이 가능하면 크게 되도록 설계해야 함을 알 수 있다.

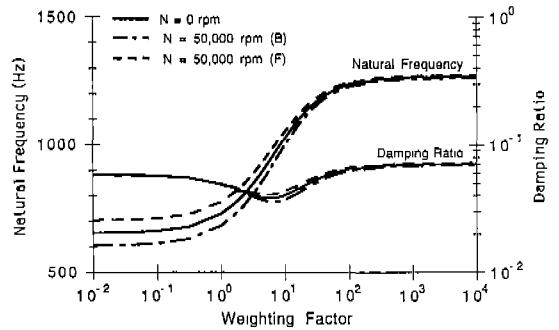


Fig. 3 Variation of modal parameters with bearing stiffness coefficient K_{M1}

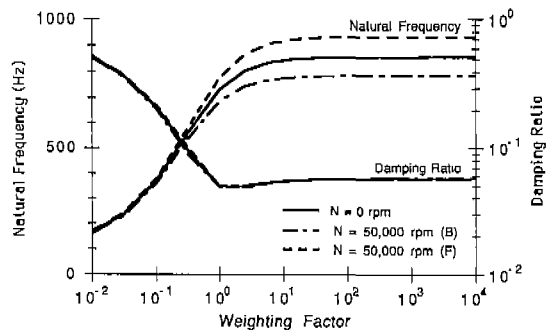


Fig. 4 Variation of modal parameters with bearing stiffness coefficient K_{R1}

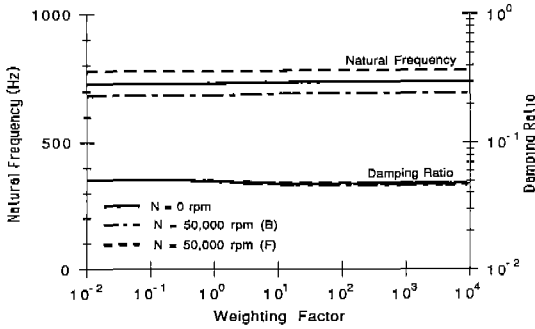


Fig. 5 Variation of modal parameters with bearing stiffness coefficient K_{M2}

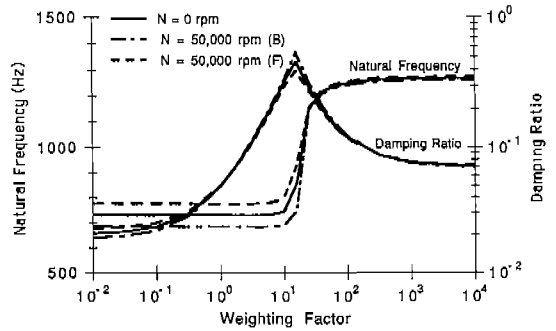


Fig. 7 Variation of modal parameters with bearing damping coefficient C_{M1}

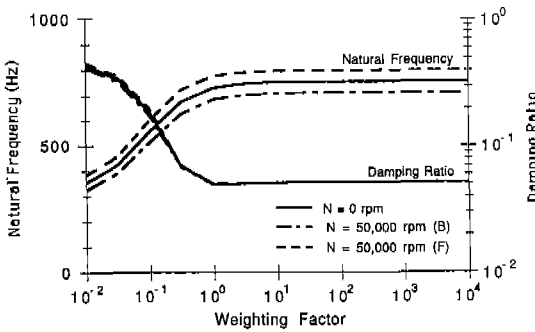


Fig. 6 Variation of modal parameters with bearing stiffness coefficient K_{R2}

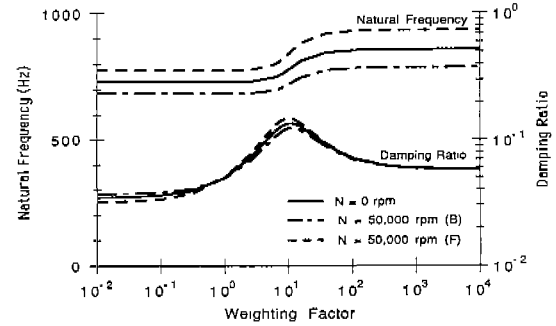


Fig. 8 Variation of modal parameters with bearing damping coefficient C_{R1}

3.2 베어링 감쇠계수와 모드매개변수의 관계

Fig. 7과 8은 전반부 베어링의 모멘트방향과 반경방향의 감쇠계수들이, 그리고 Fig. 9와 10은 후반부 베어링의 모멘트방향과 반경방향의 감쇠계수들이 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 보여주고 있다.

고유진동수는 후반부 베어링보다 전반부 베어링의 감쇠계수들에 의해서 더 큰 영향을 받고 있음을 볼 수 있다. 특히 고유진동수는 감쇠계수가 증가할수록 베어링의 강성화 효과에 기인해서 증대되고 있으며, 전반부 베어링의 모멘트방향 감쇠계수에 의해서 극대화되고 있다. 또한 전반부 베어링의 모멘트방향 감쇠계수가 큰 경우에는 고유진동수에 대한 주축회전수의 영향이 작아지고 있다.

베어링의 감쇠계수들이 증가함에 따라서 감쇠비는 증가하다가 감소하는 현상을 보여주고 있는데, 그 경향은 후반부 베어링보다 전반부 베어링의 경우가 더욱 뚜렷하다. 특

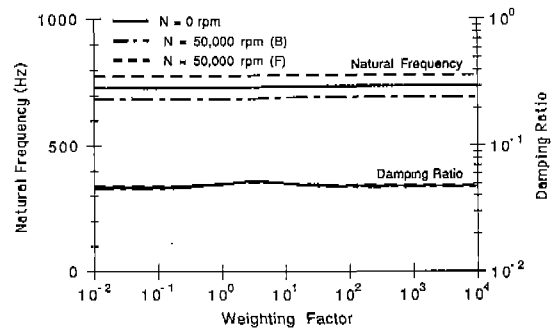


Fig. 9 Variation of modal parameters with bearing damping coefficient C_{M2}

히 감쇠비의 정점은 고유진동수가 급격하게 변하는 위치에서 나타나며, 감쇠비에 대한 주축회전수의 영향은 정점 부근에서 커지고 있다.

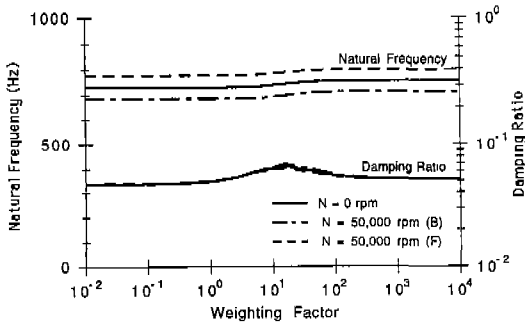


Fig.10 Variation of modal parameters with bearing damping coefficient C_{R2}

3.3 베어링 간격과 모드매개변수의 관계

베어링 간격이 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 평가하기 위하여 전반부 베어링의 위치는 고정시키고, 후반부 베어링의 위치만을 이동시켰다. 후반부 베어링은 베어링의 내경 30mm와 같은 크기의 외경을 갖는 Fig.1에서의 7번째, 8번째, 그리고 9번째 주축요소에만 위치할 수 있다. 따라서 후반부 베어링의 폭 17mm를 고려하면, 설정가능한 베어링 간격은 48.5mm와 173.5mm 사이에 존재하게 된다.

Fig.11에는 고유진동수와 감쇠비에 미치는 베어링 간격의 영향을 표시하였다. 베어링 간격이 약 100mm가 될 때까지 고유진동수는 거의 선형적으로 증가하지만, 그 이상에서는 약간 감소하는 경향을 볼 수 있다. 고유진동수에 대한 주축회전수의 영향은 베어링 간격이 증가할수록 점차로 크게 나타나고 있다. 그리고 베어링 간격이 약 120mm가

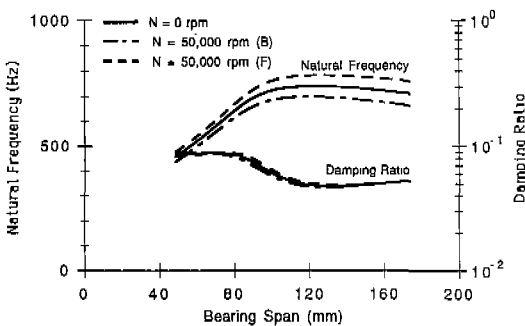


Fig.11 Variation of modal parameters with bearing span

될 때까지 감쇠비는 감소하지만, 그 이상에서는 오히려 증가함을 볼 수 있다. 감쇠비에 대한 주축회전수의 영향은 베어링 간격이 클수록 작아지고 있다.

또한 진동계의 지수감쇠율은 고유진동수와 감쇠비의 곱에 비례하기 때문에 앞서의 해석결과들을 종합적으로 고려하면, 무거운 척과 공작물이 주축 선단부에 위치하는 선반용 고속주축계의 동특성을 개선하기 위해서는 베어링 간격을 되도록 크게 설계하는 것이 바람직함을 알 수 있다.

3.4 주축재료의 내부감쇠율과 모드매개변수의 관계

Fig.12에서는 주축재료의 이력감쇠계수가 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 볼 수 있다. 이력감쇠계수가 증가할수록 고유진동수도 약간 증대되고 있는데, 이는 이력감쇠계수의 증가에 의해서 주축이 강성화되고 있음을 의미한다. 주축회전수가 0rpm일 때에는 이력감쇠계수가 감쇠비에 거의 영향을 주지 않지만, 주축회전수가 50,000rpm일 때에는 이력감쇠계수가 커질수록 후진운동의 감쇠비는 증가하고, 전진운동의 감쇠비는 감소하고 있다. 특히 이력감쇠계수가 약 0.3 이상이 되면, 전진운동은 불안정한 특성을 나타내게 된다.

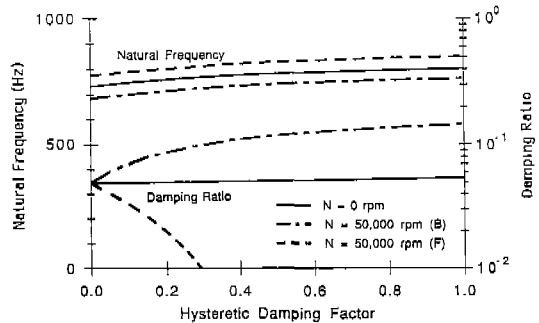


Fig.12 Variation of modal parameters with hysteretic damping factor η_h

Fig.13은 주축재료의 점성감쇠계수가 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 보여주고 있다. 주축회전수가 0rpm일 때의 고유진동수와 주축회전수가 50,000rpm일 때의 후진운동에 대한 고유진동수는 점성감쇠계수가 증가할수록 지속적으로 높아지지만, 감쇠비는 급격히 증가하다가 서서히 감소하는 경향을 보여주고 있다. 주축회전수가 50,000rpm일 때의 전진운동에 대한 고유진동수는 점성감쇠계수의 영향을 거의 받지 않지만, 감쇠비

는 급격히 감소하여 점성감쇠계수가 약 0.6ms 이상인 경우에는 불안정한 특성을 나타내게 된다.

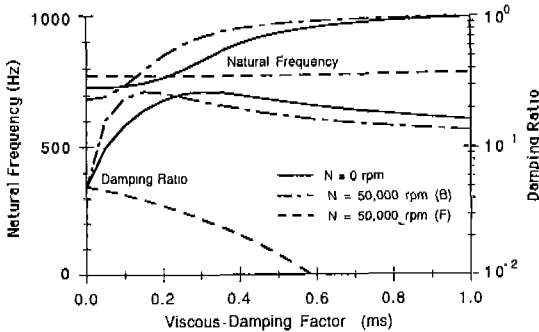


Fig.13 Variation of modal parameters with viscous damping factor η_v

3.5 주축회전수와 모드매개변수의 관계

Fig.14는 주축회전수가 선반용 고속주축계의 고유진동수와 감쇠비에 미치는 영향을 보여주고 있다. 주축회전수가 높아짐에 따라서 전진운동의 고유진동수는 증가하고, 후진운동의 고유진동수는 감소하고 있다. 감쇠비도 그 차이는 매우 작지만, 고유진동수와 같은 경향을 가지고 있다.

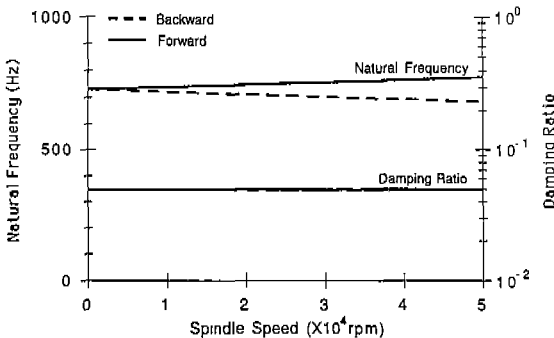


Fig.14 Variation of modal parameters with spindle speed

4. 결 론

본 연구에서는 주축 선단부에 무거운 척과 공작물이 위치하는 선반용 고속주축계의 동특성을 해석하기 위해서 Timoshenko 이론을 토대로 한 유한요소모델을 도입하였

으며, 베어링은 반경방향과 모멘트방향의 강성 및 감쇠계수들로 모델화하였다. 그리고 주축회전수, 베어링 계수, 베어링 간격, 주축재료의 내부감쇠율 등이 선반용 고속주축계의 모드매개변수에 미치는 영향을 분석함으로써 다음과 같은 사실들을 얻었다.

- (1) 후반부 베어링보다 전반부 베어링이 고유진동수와 감쇠비에 더 큰 영향을 준다. 특히 선반용 고속주축계의 동특성을 향상시키기 위해서는 전반부 베어링의 모멘트방향 강성을 크게 설계해야 한다.
- (2) 전반부 베어링의 모멘트방향 강성계수 및 감쇠계수가 크거나, 반경방향 강성계수가 작은 경우에는 고유진동수에 대한 주축회전수의 영향이 작아진다.
- (3) 베어링 간격이 증가할수록 주축회전수가 고유진동수에 미치는 영향은 커지고, 감쇠비에 미치는 영향은 작아진다. 또한 베어링 간격을 크게 설계하는 것이 선반용 고속주축계의 동특성을 개선하는 데 유리하다.
- (4) 주축재료의 이력감쇠계수가 증가할수록 고유진동수와 후진운동의 감쇠비는 증가하지만, 전진운동의 감쇠비는 소하여 불안정한 특성을 나타낸다.
- (5) 주축재료의 점성감쇠계수가 증가함에 따라서 전진운동의 감쇠비는 감소하여 불안정한 특성을 나타내지만, 전진운동의 고유진동수는 거의 변하지 않는다. 또한 후진운동의 감쇠비는 점성감쇠계수가 증가할수록 급격히 증가하다가 서서히 감소하지만, 후진운동의 고유진동수는 계속적으로 증가하는 경향을 보여주고 있다.

참 고 문 헌

1. 森協俊道, “工作機械の高速度技術の現状,” 日本精密工學會誌, 第53卷, 第7號, 1987, pp.1001-1004
2. 김석일, 최대봉, 박경호, “공작기계용 고속주축계의 오일 에어유향특성에 관한 연구,” 대한기계학회 논문집, 제 17권, 제2호 1993, pp.351-358
3. Bollinger, J.G., and Geiger, G., “Analysis of the Static and Dynamic Behaviour of Lathe Spindles,” Int. J. Machine Tool Des. Res., Vol.3, 1964, pp.193-209

4. Reddy, V.R., and Sharan, A.M., "The Finite Element Modelled Design of Lathe Spindles : The Static and Dynamic Analyses," Trans. ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol.109, 1987, pp.407-415
5. Sadeghipour, K., and Cowley, A., "The Effect of Viscous Damping and Mass Distribution on the Dynamic Behaviour of a Spindle-Bearing System," Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol.28, No.1, 1988, pp.69-77
6. 김석일, 광병만, 이후상, 정재호, "공작기계 주축계의 진동특성해석에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제8권, 제2호, 1991, pp.57-68
7. Snowdon, J.C., *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1968
8. Nelson, H.D., "A Finite Rotating Shaft Element using Timoshenko Beam Theory," Trans. ASME, J. Mech. Design, Vol.102, 1980, pp.793-803
9. Zorzi, E.S., and Nelson, H.D., "Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping," Trans. ASME, J. Engr. for Power, Vol.99, No.1, 1977, pp.71-76
10. Meirovitch, L., *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill, 1975