

사각형 유한요소 해석모델의 자동생성 프로그램의 개발

전 만 수*

Development of a General-Purpose Program for Automatic Finite-Element Modelling with Quadrilateral Finite Elements

M. S. Joun*

ABSTRACT

A general-purpose program for automatic two-dimensional finite-element modelling with quadrilateral elements was developed in this research. The conventional looping method employed in the program was introduced with emphasis on a new splitting criterion and a splitting scheme developed for improving the method. Some application examples were given, which show versatility and applicability of the developed program.

Key Words : Automatic Finite-Element Mesh Generation(유한요소격자 자동생성), Quadrilateral Element(사각형요소), Looping Method(루핑법), Finite-Element Modelling(유한요소모델링)

1. 서 론

제조공학과 구조공학 분야의 공학해석을 위하여 유한요소법의 사용이 보편화되었다. 유한요소 해석결과를 얻기 위해서는 해석 대상물을 적절한 유한요소 해석모델로 표현해야 하는데 수작업에 의존할 경우 많은 시간이 소요된다. 컴퓨터 하드웨어의 발전에 힘입어 해석에 직접 소요되는 컴퓨터 계산시간은 현저하게 줄어든 반면, 입력력 데이터를 만드는데 소요되는 시간을 줄이기 위한 많은 노력에도 불구하고 아직 개선해야 할 문제가 산적해 있다. 이는 유한요소법의 활용성을 크게 저하시키는 요인이다. 따라서 입력데이터 생성의 자동화는 유한요소법의 활용도를 높이는 데 매우 중요한 문제이다. 특히, 소성가공 공정의 해석과 형상최적설계 문제와 같이 해석 및 설계 과정에서 대상영역이 변하는 경우, 유한요소의 자동생성 기능은 필수적이다.

1970년대부터 유한요소격자의 자동생성 기법에 관한 연구가 실시되었다⁽¹⁾. 그 결과, 대부분의 상용 유한요소 프로그램이 유한요소의 자동생성 기능을 제공하고 있으며, 이차원 문제의 경우 삼각형 유한요소의 자동생성이 그 대부분을 차지하고 있다. 삼각형 유한요소는 유한요소 해석결과의 정확도가 떨어진다는 단점을 지니고 있다. 최근에는 사각형 요소 생성기법이 개발되어 적용 범위가 확대되어 가고 있다⁽²⁻⁶⁾.

Talbert 등⁽²⁾은 루핑법(looping method, looping algorithm)⁽⁷⁾을 이용하여 사각형 유한요소 자동생성용 프로그램 QUADMESH를 개발하였다. Talbert 등이 제시한 분할 방법에서는 유한요소의 밀도를 조절하기 위하여 조밀도계수(refinement coefficient)를 도입하고 있다. 이 방법은 몇몇 예제에 매우 성공적으로 적용되었으나, 요소밀도를 제어하는데 한계성을 지니고 있다. 또한, 공극이 존재하는 경우와 같이 루프의 형상이 복

* 경상대학교 기계공학과

잡하게 되면 제시된 방법으로는 유한요소 격자체계의 완전한 자동생성이 사실상 불가능하다.

본 논문에서는 새로운 분할기준함수와 분할기법을 적용하여 기존의 루핑법을 보완함으로써 국부적인 유한요소 밀도 제어가 가능하고 모든 이차원 형상의 해석영역을 사각형 유한요소로 분할할 수 있는 프로그램을 개발하였다.

2. 루핑법의 소개

Fig. 1은 루핑법의 개념도이다. 절점을 연결한 선분들의 집합이 폐회로를 이루고 있을 때 이를 루프(loop)라고 정의한다. 이차원 유한요소도 루프의 일종이다. Fig. 1의 모든 그림들이 루프로 이루어져 있음을 확인할 수 있다. 루핑법에서는 짝수 개의 절점을 가진 하나의 루프를 짝수 개의 절점을 가진 두 개의 루프로 분할하는 작업을 모든 루프가 네 개 또는 여섯 개의 절점을 가질 때까지 반복한 후, 사절점 루프(four-node loop)를 사각형 요소로 직접 취하고 육절점 루프(six-node loop)는 모양에 따라 Fig. 2에서 보는바와 같이 사각형

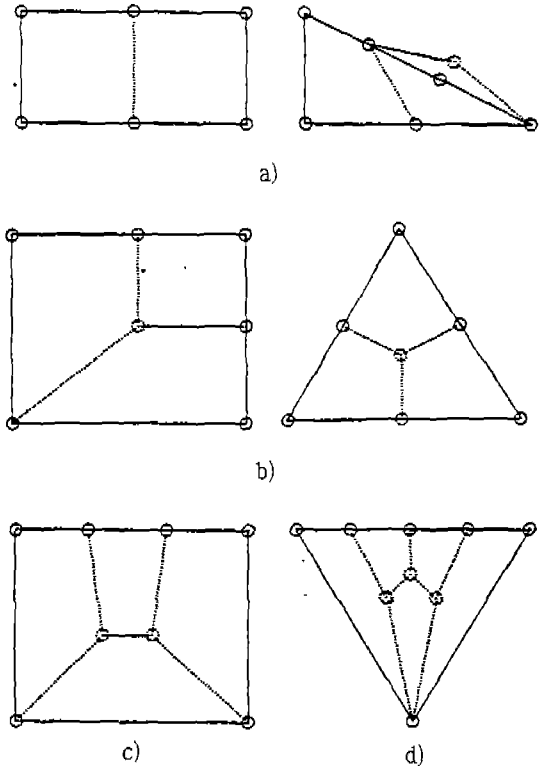


Fig. 2 Type of six-node loops and their discretization.

요소로 분할함으로써 모든 요소가 사각형인 유한요소 해석모델을 생성하게 된다. 루핑법의 알고리즘을 단계별로 요약하면 다음과 같다.

1단계 : 해석영역의 경계를 분할하여 절점을 반시계방향으로 입력한다. 해석영역에 공극이 있거나 재료의 성질등이 달라 영역을 몇 개의 요소군(element group)으로 분할하여 유한요소격자를 생성시키고자 할 경우, Fig. 3의 예에서 보는 바와 같은 방법으로 하나의 루프로 만든다. 입력한 모든 루프들은 짝수 개의 절점으로 구성되어야 한다.

2단계 : 루프상의 모든 절점에서의 요소밀도상수를 계산한다. 입력된 루프상의 절점에 부여된 요소밀도상수는 그 절점으로 이루어진 모든 선분의 평균길이에 해당하는 값이다.

3단계 : 고려대상의 루프상의 두 절점으로 만들 수 있는 모든 선분들의 분할 가능 여부를 판별한다. 분할 가능한 선분중에서 가장 적합한 선분을 루프 분할법에

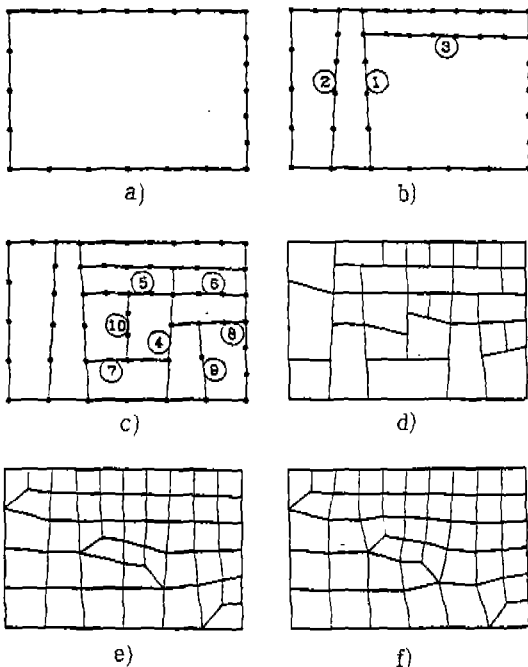


Fig. 1 Conceptual algorithm of the looping method.

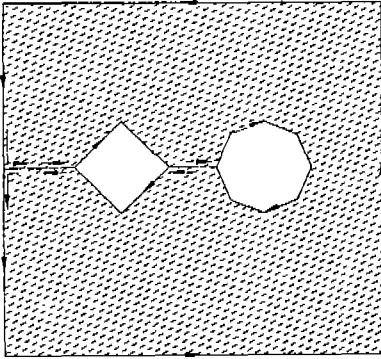


Fig. 3 Looping strategy of the solution domain with cavities.

의거하여 선택한다. 루프 분할법은 생성된 유한요소 해석모델을 좌우하므로 루프법에서 핵심적인 역할을 한다.

4단계 : 선택된 선분의 양 끝점에 정의되어 있는 요소 밀도상수를 바탕으로 선분상에 절점을 적절히 분포시킨다. 각 루프는 짝수 개의 절점으로 구성되도록 하여야 한다. 영역분할 과정에서 생성된 절점에 대한 요소밀도상수는 분할선(splitting line)의 양 끝점(Fig. 4에서 절점 i와 j)의 요소밀도상수를 선형보간함으로써 구한다.

5단계 : 모든 루프가 네 개 또는 여섯 개의 절점으로 이루어졌는지 확인한다. 만약 모든 루프가 네 개 또는 여섯 개의 절점으로 이루어졌다면 다음 단계로 가고, 그렇지 않으면 2단계로 가서 영역(또는 루프)분할 작업을 되풀이한다.

6단계 : 6개의 절점으로 이루어진 루프는 그 형상에 따라 Fig. 2에서 보는 바와 같이 2, 3, 4 또는 5개의 사절점 루프로 분할한다. 모든 사절점 루프를 사각형 유한요소로 취한다.

7단계 : 적절한 절점 설계 또는 절점 재배치 방법을 이용하여 절점의 위치를 수정한다.

8단계 : 절점번호 재매김을 실시한다(8).

3. 루프 분할법

루프 분할법은 루프를 분할하는 원리를 제공한다. 따라서 루프 분할법에 의하여 유한요소 생성이 좌우된다. Talbert등은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 절점 i와 j를 잇는 분할선(splitting line) 또는 분할후보선에 다음과 같은 분할 기준함수를 정의하고, 이 함수가 최소가 되

는 선분을 루프 분할선으로 선정하였다.

$$\eta = c_1 \frac{\sum_{k=1}^n |\theta_k \frac{\pi}{2}|}{2\pi} + c_2 \frac{\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}}{d} + c_3 \sum_{k=1}^n |s_{ideal}^k - s_{actual}| \quad (1)$$

여기서 c_1, c_2, c_3 는 가중상수(weighting constant)이다. d 는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 루프를 에워싸는 직사각형에서 대각선의 최소 길이를 의미한다. n 은 분할선분 $i-j$ 를 분할한 숫자이고, s_{ideal} 는 절점 i 와 j 의 요소밀도상수를 선형 보간을 실시함으로써 분할점(splitting point) $k-1$ 과 k 에 부여한 요소밀도상수의 평균값을 의미한다. s_{actual} 는 분할점 $k-1$ 과 k 사이의 길이를 뜻한다.

이 분할 기준함수는 Fig. 5에서 a의 경우와 b의 경우를 구별하지 못하는 단점을 지니고 있다. 일반적으로 a의 경우가 b의 경우보다 분할하기에 적합하다. 또한 이 함수로는 유한요소격자의 조밀도를 직접 제어할 수 없다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 분할 기준함수를 다음과 같이 개선시켰다.

(1) 루프가 볼록형(convex) 경우

$$\eta = c_1 \frac{\sum_{k=1}^n |\theta_k \frac{\pi}{2}|}{2\pi} + c_2 \frac{\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}}{d} + c_3 \sum_{k=1}^n \frac{|s_{ideal}^k - s_{actual}^k|}{\rho_{max}} + c_4 \frac{(\rho_i + \rho_j)}{2\rho_{max}} + c_5 (|0.5 - \theta_1/\theta^i| + |0.5 - \theta_3/\theta^j|) + c_6 (\theta_{min}/\theta^i + \theta_{min}/\theta^j) \quad (2)$$

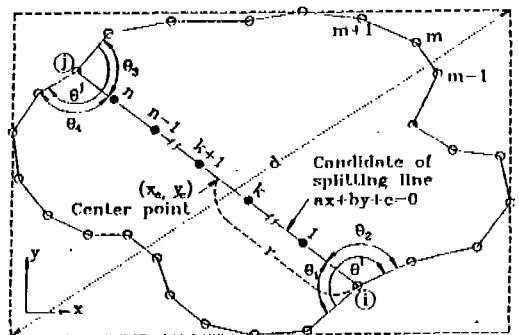


Fig. 4 Splitting line.

● Proposed splitting nodal point

(2) 루프가 오목할(concave) 경우

$$\eta = c_1 \sum_{k=1}^4 \phi(\theta^k) + c_2 \frac{\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}}{d} + c_3 \sum_{k=1}^n \frac{|s_{ideal}^k - s_{actual}^k|}{\rho_{max}} + c_4 \frac{(\rho_i + \rho_j)}{2\rho_{max}} + c_5 (|0.5 - \theta_1/\theta^i| + |0.5 - \theta_3/\theta^j|) + c_6 (\theta_{min}/\theta^i + \theta_{min}/\theta^j) \quad (3)$$

여기서 $c = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6)$ 는 가중상수이다. ρ_i 와 ρ_j 는 Fig. 4의 루프상의 절점 i 와 j 에 부여된 요소 밀도상수이고, ρ_{max} 는 루프상의 모든 절점에 부여된 요소 밀도상수중의 최대값이다. θ^i 와 θ^j 는 Fig. 4에서 정의된 바와 같이 각각 절점 i 와 j 에서의 내각을 의미하고, $\theta_i (i=1, 2, 3, 4)$ 역시 Fig. 4에서 정의되어 있는 바와 같다. θ_{min} 은 루프상의 모든 절점에서 정의된 $\theta^i (i=1, 2, 3, \dots)$ 중에서 최소값을 의미한다. $\phi(\theta)$ 는 $\theta = \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 에서 0이고 그 이외의 점에서는 양의 값을 갖는 함수이다. 본 논문에서는 다음의 함수를 사용하였다.

$$\phi(\theta) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(-\theta + \frac{\pi}{2}), & 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ |\sin 2\theta|, & \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (4)$$

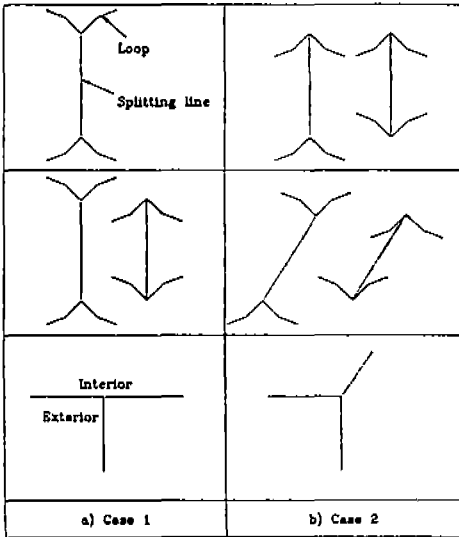


Fig. 5 Drawbacks of the conventional looping method.

4. 분할 가능 여부의 판단

Fig. 4에서 보는 바와 같이 절점 i 와 j 를 잇는 분할 가능한 모든 선분 $i-j$ 중에서 분할 기준함수를 최소화시키는 선분이 루프의 분할선이 된다. 따라서 루프의 분할에 앞서 분할 가능 여부를 판별해야 한다. 루프가 볼록(convex)한 경우, 서로 다른 임의의 두 절점이 인접한 경우가 아니면 두 절점을 연결하는 선분은 분할선이 될 수 있다. 루프가 오목(concave)하면, 사정은 복잡해진다. Talbert등은 절점 i 와 j 사이의 모든 절점에 대한 각도의 변화를 추적함으로써 두 절점의 분할 가능 여부를 판단하였으나, 이 방법은 일반적이지 못하다. 해석영역 내부에 공극이 있거나 루프의 형상이 복잡할 경우, 이 방법에 의한 유한요소 완전한 자동생성은 사실상 불가능하다. 가장 일반적인 방법은 절점 i 와 j 를 잇는 선분과 루프와의 교차점의 유무로 분할 가능 여부를 판단하는 것이다. 본 연구에서는 이 방법을 채택하였고, 소요되는 계산시간을 최소화하기 위하여 다음과 같은 판단기법을 개발하여 적용하였다.

1단계 : Fig. 4에서 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 를 구하여 $\theta_1 + \theta_2$ 가 θ^i 와 일치하지 않거나 $\theta_3 + \theta_4$ 가 θ^j 와 일치하지 않으며, 영역 밖으로 나가게 되므로 분할 불가능하다고 판단한다.

2단계 : Fig. 4에서 보는 바와 같이 선분 $i-j$ 의 직선식 $ax+by+c=0$ 를 구한다. 두 절점 i 와 j 의 중심 (x_c, y_c) 와 이 중심과 절점 i (또는 j) 사이의 거리 r 를 구한다. 선분 $i-j$ 와 루프를 이루고 있는 모든 선분과의 관계를 다음과 같은 순서와 방법으로 조사한다.

2.1단계 : 조사하고자 하는 선분 $(m-1)-m$ 의 두 절점 $m-1$ 과 m 이 절점 i 와 절점 j 를 모서리로 하고 모든 변이 x 축 또는 y 축에 평행한 직사각형의 외부에 존재하면, 선분 $(m-1)-m$ 과 선분 $i-j$ 는 교차점을 가지고 있지 않으므로 다음 선분 $m-(m+1)$ 을 선택하여 2.1단계를 반복한다.

2.2단계 : 만약 사각형 내부에 어느 한 점이이라도 존재하면, 두 절점에 대한 함수값 $f(x, y) = ax+by+c$ 를 구하여 부호를 조사한다. 부호가 서로 같으면, 검토중인 선분 $(m-1)-m$ 과 선분 $i-j$ 는 교차점을 갖지 않으므로 다음 선분을 선택하여 조사한다. 부호가 다를 경우 선분 $i-j$ 와 고려 대상의 선분의 교점 (x_p, y_p) 를 구한다.

2.3단계 : 만약 $(x_p-x_c)^2 + (y_p-y_c)^2 - r^2 < 0$ 이면, 선분

$i-j$ 는 루프상의 선분 $(m-1)-m$ 과 교차점을 가지고 있다는 뜻이므로 분할 불가능하다고 판단한다.

2.4단계 : 만약 선분 $i-j$ 와 루프를 이루고 있는 모든 선분들과 교차점이 없으면 선분 $i-j$ 를 분할 가능하다고 판단한다.

5. 절점 위치의 수정

루핑법에 의하여 생성한 유한요소 격자체계에서 절점의 위치는 일반적으로 최적의 상태가 아니다. 따라서 요소생성을 실시한 후 절점의 위치를 다소 수정할 필요가 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 절점평균법 (Laplacian smoothing scheme)을 사용하였다. 이 방법은 요소들의 형상비(aspect ratio)가 크지 않고 해석영역의 경계가 적절히 분할된 경우, 초기의 격자체계를 상당히 개선시키는 것으로 알려져 있다⁽⁹⁾.

6. 적용 예제

6.1 예제 1 : 요소밀도의 국부적 제어

공학적 감각 또는 해석결과를 바탕으로 유한요소 격자를 적절히 분포시킴으로써 해의 정확도를 개선시키고, 컴퓨터의 계산과 해석결과와의 후처리 및 기술정보의 관리에 소요되는 경제적 비용을 줄이는 효과를 얻을 수 있

다. 특히, 응력집중 현상이 존재하는 탄성문제나 변형영역이 일부분에 집중되어 있는 소성문제를 정확하고 경제적으로 해석하기 위해서는 유한요소 조밀도가 국부적으로 매우 높은 해석모형을 사용하여야 한다. 따라서 유한요소 자동생성 프로그램에서 요소밀도 제어의 난이도는 프로그램의 성능을 판단하는 하나의 중요한 기준이 된다.

본 연구에서 개발한 프로그램의 요소밀도 제어의 난이도를 조사하기 위하여, Fig. 6의 a)에서 보는 바와 같이 경계에서는 비교적 요소의 크기가 크고 원의 내부와 주위에서는 매우 조밀한 유한요소 해석모형을 생성해 보았다. 이를 위하여 그림에서 보는 바와 같이 요소밀도 제어선(refinement control line)의 개념을 도입하였다. 요소밀도제어선은 Fig. 6의 a)에서 보는 바와 같이 요소밀도가 정의된 선분을 말한다. 자동 생성된 유한요소 해석모형을 Fig. 6의 b)에 나타내었다. 그림으로부터 본 논문에서 제시된 방법이 요소밀도의 제어에 매우 효과적임을 확인할 수 있다.

요소밀도제어선의 효과를 다른 각도에서 조사하기 위하여 Fig. 7에서 보는 바와 같이 사각형의 모서리 일부분에 격자를 조밀하게 분포시키는 문제를 해결해 보았다. Fig. 7의 a)와 Fig. 7의 b)에서 보는 바와 같이 경계에 부여한 요소밀도상수(절점간의 길이)를 동일하게 하였고, b)의 경우에만 요소밀도제어선(점선)을 사용하

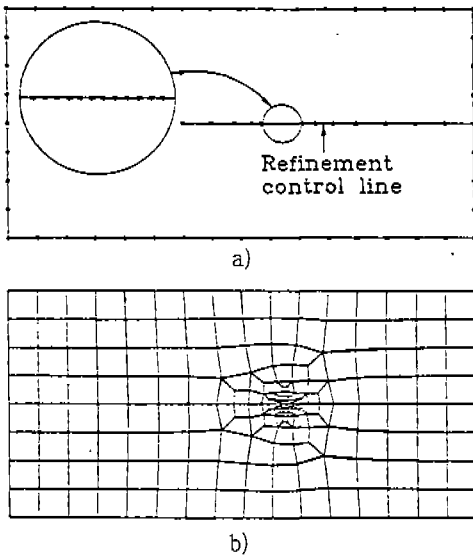


Fig. 6 Local refinement with the refinement control line.

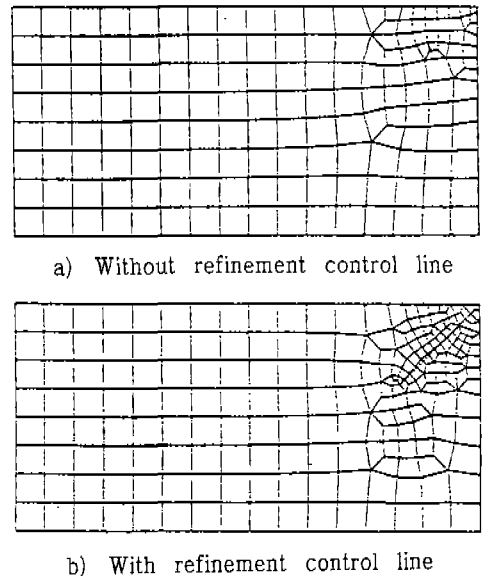


Fig. 7 Effect of the refinement control line.

여 모서리 내부의 요소밀도의 분포를 제어하였다. Fig. 7의 요소생성 결과로부터 요소밀도 제어선의 효과를 확인할 수 있다. 본 예제에 사용된 가중상수는 $c=(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ 이다.

6.2 예제 2: 가중상수 c 의 영향

가중상수 $c_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 의 영향을 조사하기 위하여 c_i 를 제외한 모든 가중상수를 $c_j (j \neq i) = 1$ 로 두고, $c_i=0, 1, 3$ 인 경우에 대한 유한요소를 동일한 조건하에서 생성하였다. 요소 생성의 결과를 Fig. 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14에 나타내었다. Fig. 8은 $c_1=1 (i=1, \dots)$ 일 때의 유한요소 자동생성 결과이다.

c_1 의 변화에 따른 유한요소 자동생성 결과의 변화를 Fig. 8과 9에 나타내었다. 그림으로부터 $c_1=0$ 인 경우에

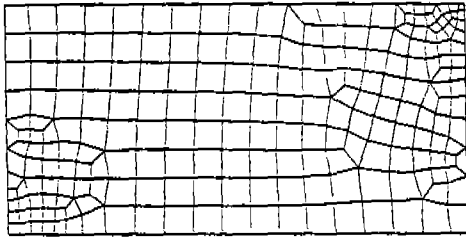
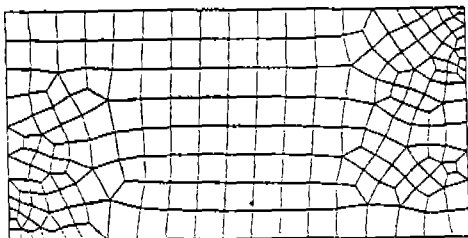
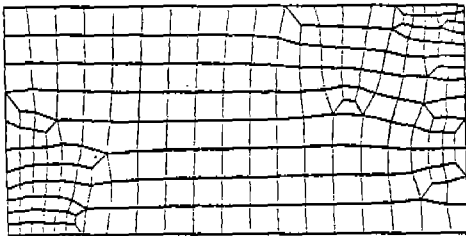


Fig. 8 Mesh system generated by $c=(1, 1, 1, 1, 1, 1)$



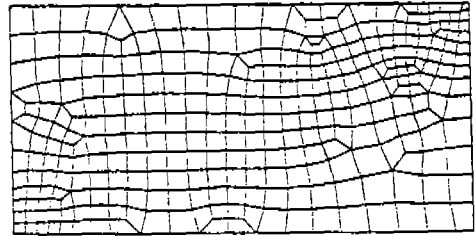
a) $c_1=0.0$



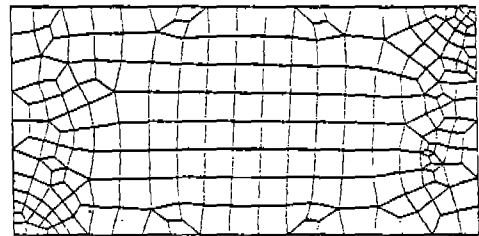
b) $c_1=3.0$

Fig. 9 Mesh system generated by $c=(c_1, 1, 1, 1, 1, 1)$

는 요소의 직교성이 매우 나빠지고, 경계에서 세 개의 절점이 일직선상에 놓이게 되는 요소가 발생함을 확인할 수 있다. 반면, c_1 이 1이상이 되면 직교성이 양호하고, c_1 의 증가에 따른 유한요소 생성 결과의 변화가 크지 않음을 알 수 있다. c_2 는 루프의 분할시에 분할선의

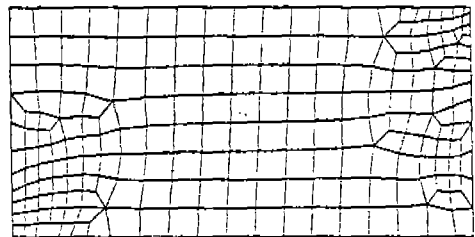


a) $c_2=0.0$

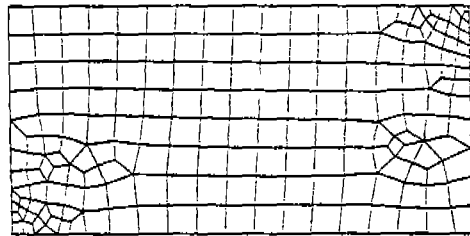


b) $c_2=3.0$

Fig. 10 Mesh system generated by $c=(1, c_2, 1, 1, 1, 1)$

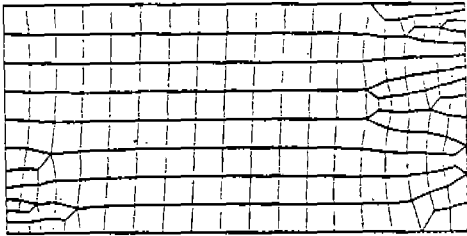


a) $c_3=0.0$

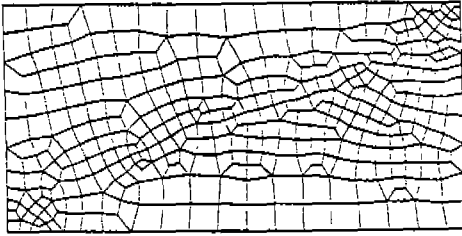


b) $c_3=3.0$

Fig. 11 Mesh system generated by $c=(1, 1, c_3, 1, 1, 1)$

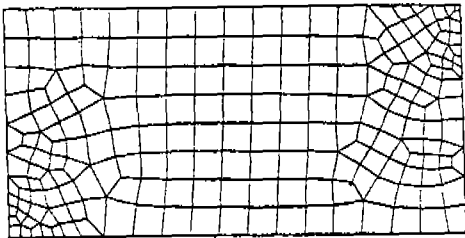


a) $c_4=0.0$

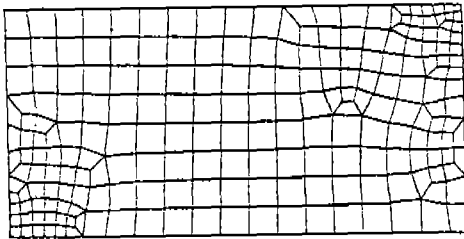


b) $c_4=3.0$

Fig. 12 Mesh system generated by $c=(1, 1, 1, c_4, 1, 1)$



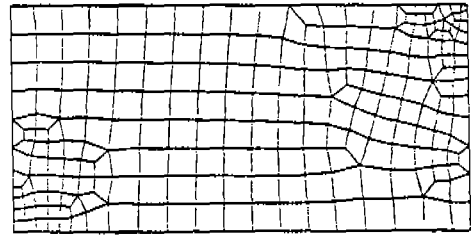
a) $c_5=0.0$



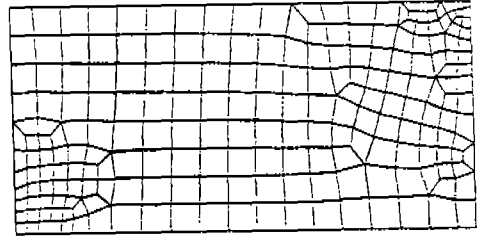
b) $c_5=3.0$

Fig. 13 Mesh system generated by $c=(1, 1, 1, 1, c_5, 1)$

길이가 적은 쪽에 우선권을 부여하는 기능을 가지고 있다. 만약 $c_2=0$ 이면, 분할선의 길이가 큰 것으로부터 루프의 분할이 시작될 가능성이 높다. Fig. 10의 a)는 이러한 영향이 반영된 결과이다. c_2 가 지나치게 크게 되면, 인접한 절점을 잇는 선분으로부터 분할이 진행되



a) $c_6=0.0$



b) $c_6=3.0$

Fig. 14 Mesh system generated by $c=(1, 1, 1, 1, 1, c_6)$

므로 요소의 직교성이 크게 손상을 받게 된다. 이러한 점을 Fig. 10의 b)로부터 확인할 수 있다. c_3 은 루프 분할선상에 분할점을 분포시키는 역할을 하며, 유한요소 분포의 변화를 부드럽게 해주는 역할을 한다. Fig. 8과 Fig. 11로부터 c_3 은 가능한 작게 해야하며, c_3 을 증가시키면 요소의 직교성이 크게 나빠짐을 알 수 있다. Fig. 8과 12로부터 c_4 는 요소의 밀도제어와 직결되어 있음을 알 수 있다. c_4 가 적으면, 적은 값을 갖는 요소 밀도 상수는 경계(요소밀도제어선 포함)의 주위에 집중적으로 영향을 미치는 반면, c_4 가 큰 경우에는 영역 내부에까지 영향을 미치고 있다. c_5 의 영향은 c_1 과 유사함을 Fig. 9와 Fig. 13을 비교함으로써 알 수 있다. 경계가 직선의 연결로 구성되어 있고 분할선이 직선이므로 이러한 결과는 이미 예상할 수 있는 것이다. 경계가 복잡하게 되면, 그 영향의 차이는 다소 크게 될 것이다. c_6 은 요소의 생성에 큰 영향을 못미치고 있음을 Fig. 14로부터 알 수 있다. 그러나 경계의 형상이 복잡해지면, 그 영향을 무시할 수 없게 된다.

6.3 예제 3 : 가중상수 c_4 와 요소밀도제어선을 이용한 요소분포의 제어

이미 예제 1과 2에서 밝혀진 바와 같이 요소밀도제어선과 가중상수 c_4 는 요소밀도를 제어하는 역할을 한다. 이러한 점을 이용하여 요소분포의 제어를 시도해 보았

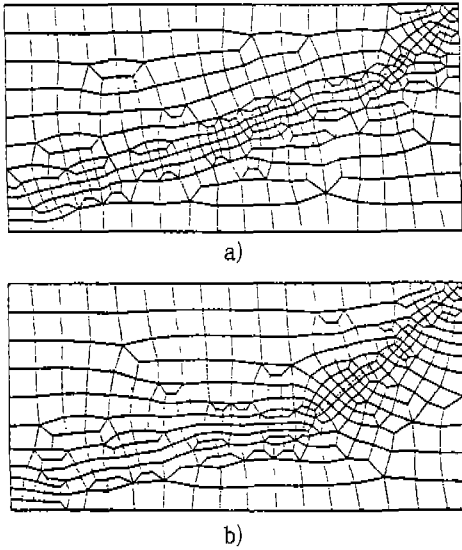


Fig. 15 Control of mesh distribution with the refinement control line and the weighting coefficient c_4 .

다. 적용결과를 Fig. 15에 나타내었다. 그림으로부터 점선의 요소밀도제어선과 가중상수 c_4 에 의하여 요소의 분포가 매우 엄밀하게 제어되었음을 확인할 수 있다. 이러한 기능은 변형영역이 일부분에 집중되어 나타나는 소성가공 공정의 해석과 응력집중 단성문제의 해석에 효과적인 것이다. 또한 이 기능은 요소밀도의 적응제어 기술과 접목되어 최적 유한요소를 생성하는 목적으로 사용되기에 적합하다. 본 예제에 사용된 가중상수는 $c = (1, 1, 1, 3, 1, 1)$ 이다.

6.4 예제 4 : 공극의 처리

공극(cavity)의 처리는 유한요소 자동생성 프로그램이 갖추어야 할 중요한 기능중의 하나이다. 개발된 프로그램에서 채택한 루프 분할법은 모든 종류의 루프 분할에 적용될 수 있다. 공극이 있을 경우 Fig. 3과 같이 해석 영역의 외부경계와 공극들의 경계를 입력하고, 공극들과 해석영역의 외부경계를 연결시켜 줌으로써 손쉽게 처리될 수 있다. Fig. 16은 적용 예를 보여주고 있다.

6.5 예제 5 : 요소군의 처리

입력데이터와 출력결과물의 처리를 위하여 해석영역을 여러 개의 요소군으로 나누어야 할 경우가 빈번하다.

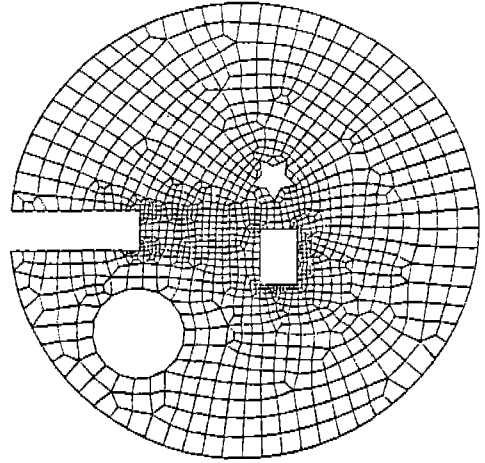


Fig. 16 Finite-element modelling of a solution domain with complex cavities.

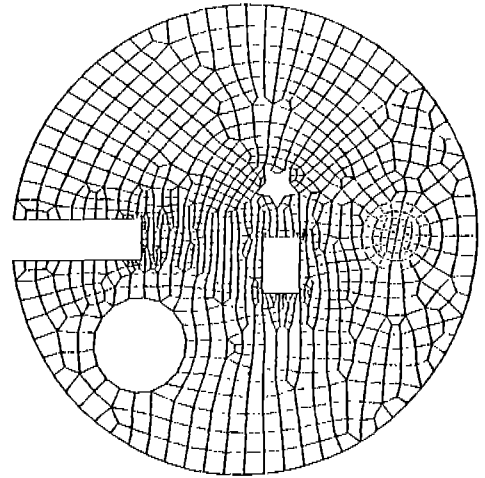


Fig. 17 Finite-element modelling of a solution domain with different element groups.

해석영역에서 소재가 위치에 따라 다를 경우에는 요소군으로 해석영역을 분할하여 유한요소 해석모델을 생성해야 함이 불가피하다. 이러한 문제는 공극의 처리와 마찬가지로의 방법으로 해결될 수 있다. 즉, 요소군의 경계를 공극으로 간주하고 요소군의 경계를 하나의 루프로 취급함으로써 가능해진다. Fig. 17에 적용 결과를 나타내었다. 점선으로 표현된 좌측의 해석영역은 실선의 외부 해석 영역과 다른 요소군이다. 그림으로부터 요소의 분포와 각 요소의 직각도가 전반적으로 양호함을 확인할

수 있다. 그러나 경계의 일부영역과 요소천이영역에서 요소의 직각도가 국부적으로 매우 좋지 않음을 알 수 있다. 이는 절점평균법의 문제점에 기인하는 것인데 절점평균법을 다소 수정함으로써 개선할 수 있으나 근본적이 해결책이 되지 못하고 있다⁽⁹⁾.

7. 결 론

본 논문에서는 루핑법(looping method)에 바탕을 둔 사각형 유한요소 자동생성 기법과 이를 바탕으로 개발한 프로그램 QGOLDEN(Quadrilateral-element Generation and Optimal Location DEsign of Elements and Nodes)의 일부분을 소개하였다.

프로그램 QGOLDEN에서는 해석영역의 경계와 경계에서의 요소밀도를 입력함으로써 사각형 유한요소만으로 구성된 유한요소모델을 얻게 된다. 기존의 루핑법을 개선시키기 위하여 분할기준함수와 분할기법을 개발하여 제시하였으며 분할기준함수의 영향에 대하여 상세하게 조사하였다. 또한 요소밀도를 용이하게 제어하기 위하여 요소밀도제어선의 개념을 도입하였다. 각종 적용 예제를 통하여 제시된 분할기준함수 및 분할기법의 우수성과 개발된 프로그램의 적용성 및 일반성을 입증하였다.

개발된 프로그램은 사용하기에 편리하고 모든 종류의 이차원 해석영역을 사각형 유한요소로 예외없이 생성할 수 있으며, 요소밀도 분포의 제어가 용이하다는 장점을 지니고 있다. 따라서 해석 과정의 자동화가 당연 과제인 가공 공정의 자동유한요소해석(automatic FEM) 또는 적응유한요소해석(adaptive FEM)을 위한 목적으로 사용되기에 적합하다고 사료된다.

참고문헌

1. Ho-Le, K., "Finite Element Mesh Generation Methods : A Riview and Classification," *Comp. Aided Design*, Vol. 20, pp.27~38, 1988.
2. Talbert, J. A. and Parkinson, A. R., "Development of an Automatic, Two-Dimensional Finite Element Mesh Generator Using Quadrilateral Elements and Bezier Curve Boundary Definition," *Int. J. Num. Methods Eng.*, Vol. 29, pp.1551~1567, 1990.
3. 신보성, 채수원, 박삼진, "사각형 유한요소망의 자동생성에 관하여", *대한기계학회 추계학술대회 '91*, pp.196~200, 1991.
4. Wu, W. T., Oh, S. I., Altan, T. and Miller, R. A., "Optimal Mesh Density Determination for the FEM Simulation of Forming Processes," *NUMIFORM 92*, p.321, 1992.
5. 남철우, 김중재, 김현영, "요소망 재구성 프로그램 'REZONE'을 이용한 Outer Race 복합 압출 공정의 유한요소 해석," *기아기보*, No. 17, p.107, 1992.
6. 이영규, 이낙규, 윤정호, 양동열, "새로운 격자 재구성 기법과 2차원 강소성 유한요소해석에의 응용," *대한기계학회 춘계학술대회 '93*, pp.779~782, 1993.
7. Schoofs, A. J. G., Van Budkering, L. H. Th. M. and Sluiter, M. L. C., "TRIQUAMESH User's Guide", Report WE 78-01, Eindhoven University of Technology, The Metherlands, 1978.
8. Puttonen, J., "Simple and Effective Bandwidth Reduction Algorithm," *Int. J. Num. Methods Eng.*, Vol. 19, pp.1139~1152, 1983.
9. Jones, R. E., "A Self-Organizing Mesh Generation Program," *ASME Trans., J. Pressure Vessel Technol.*, 74-PVP-13, 1974.