

m-분포 페이딩 환경에서 Reed-Solomon/컨벌루션 연접 부호화 기법과 MRC 다이버시티 기법을 함께 이용하는 MFSK 신호의 성능 해석

(Performance Analysis of MFSK Signal using
Reed-Solomon / Convolutional Concatenated Coding
and MRC Diversity Techniques in
m-distributed Fading Environment)

이 희 덕* · 강 희 조** · 조 성 준***

(Hee-Duck Lee* · Heau-Jo Kang** · Sung-Joon Cho***)

요 약

가산성 백색 가우스 잡음이 존재하는 m-분포 페이딩 채널을 통해 전송되고 최대비 합성 다이버시티법으로 수신되는 Reed-Solomon / 컨벌루션(convolutional) 연접 부호화된 MFSK 신호의 오류율을 유도하였다. 그리고 수치계산한 오류성능을 신호 대 잡음비, 페이딩 지수, 다이버시티의 branch 수를 함수로 하여 그림으로 나타내고 검토했다.

얻은 결과로부터, 페이딩 환경에서도 부호화 기법을 이용하면 MFSK 신호의 오류성능이 개선된다는 것과 부호화 기법 중에서는 연접 부호화 기법이 가장 효과적이라는 것을 알 수 있다.

또 페이딩 환경에서 최대비 합성 다이버시티 수신 기법과 연접 부호화 기법을 함께 이용했을 때는, 연접 부호화 기법만을 이용했을 때보다 오류성능이 SNR면에서 약 6.6dB 만큼 개선된다는 것도 알 수 있다.

Abstract

The error rate equation of Reed-Solomon/Convolutional concatenated coded MFSK signal transmitted over m-distributed fading channel with Additive White Gaussian Noise (AWGN) and received with Maxi-

* 금성정밀(주) 연구개발그룹

R & D Group, GoldStar Precision Co., Ltd.

** 동신대학교 전자공학과

Dept. of Electronic Eng., Dongshin University

*** 한국항공대학교 항공통신정보공학과

Dept. of Telecomm. and Information Eng., Hankuk Aviation University

m-분포 페이딩 환경에서 Reed-Solomon / 컨벌루션 연결 부호화기법과 MRC 다이버시티 기법을 함께 이용하는 MFSK 신호의 성능 해석

mal Ratio Combining (MRC) diversity has been derived. The bit error probability has been evaluated using the derived equation and shown in figures as a function of signal to noise ratio, fading index and the number of diversity branches.

From the results obtained, we have shown that the bit error probability of MFSK signal is improved by using coding technique in fading environment. The concatenated coding technique is found to be very effective.

When concatenated coding and MRC diversity reception techniques are used together in fading environment, the improvement of error performance attains about 6.6 dB in terms of SNR as compared with that of employing only concatenated coding case.

I. 서 론

일반적으로 디지털 무선 신호는 잡음과 페이딩으로부터 영향을 받는다. 고속의 무선 통신 시스템에 있어서 주요문제는 잡음과 페이딩이 존재하는 통신로를 통하여 전송하는 데이터에 발생하는 에러를 어떻게 제어하는냐에 있다. 따라서 신뢰도가 높은 통신 시스템을 구현하기 위해서는 부호화가 필수적이다.

부호화 기법중에서는 연결 부호화가 가장 효과적인 부호화 기법이라고 알려져 있다. 연결 부호는 1966년 Forney에 의해 연구된, 큰 에러 정정 능력을 가진 매우 긴 블록 길이의 부호이다[1].

페이딩의 영향을 완화시키기 위한 대책으로서 일반적으로 다이버시티 기법이 많이 이용되며, 그 중에서도 최대비 합성 다이버시티 (Maximal Ratio Combining) 기법이 매우 효과적이라고 잘 알려져 있다[2]. MFSK 신호의 오율성능은 앞서 많은 연구자들에 의해 연구되었다. Matsumoto[3]는 RS부호화된 FH/MFSK 신호를 잡음과 레일리 페이딩에서 L-branch 공간 다이버시티 기법중의 하나인 등이득 합성 다이버시티 (Equal Gain Combining) 법으로 수신할 때의 심볼 오율을 구해 내었다. 또한 Rahman[4]은 재밍환경에서 RS/RS 연결 부호화된 FH/MFSK 신호의 비트 오율을 구해 내었다.

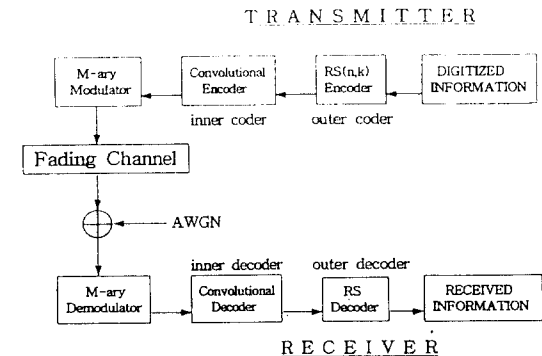
이 논문에서는 잡음과 m-분포 페이딩환경에서 Reed-Solomon / 컨벌루션 연결 부호화와 MRC 다이버시티 기법을 함께 이용할 때의 MFSK 신호의 비트 오율을 구하고 이를 수치계산하여 신호 대 잡음 비

(SNR), 페이딩 지수 m, 그리고 다이버시티 branch 수 L를 함수로 하여 그림으로 나타내고 이에 대해 검토한다.

II. 연결 부호화를 채용하는 M-ARY FSK 시스템 모델

[그림 1]에서 보듯이 연결부호를 이용할 때는 두번의 인코딩과 디코딩이 필요하다.

첫번째 encoder는 outer encoder라고 불리우는데 이 논문에서는 RS(Reed-Solomon) 부호기를 이용한다. 여기서 n과 k는 단위 심볼인데 이때 각각의 심볼은 몇개의 비트로 구성되어 있다. 심볼당 비트 수는 두번째 부호기의 특성에 의존한다. 두번째 부호기는 inner encoder라고 불리우며 이 논문에서는 컨벌루션 부호기를 이용한다[5].



[그림 1] 연결 부호화를 채용하는 M-ary FSK 시스템
[Fig. 1] Concatenated coded M-ary FSK system

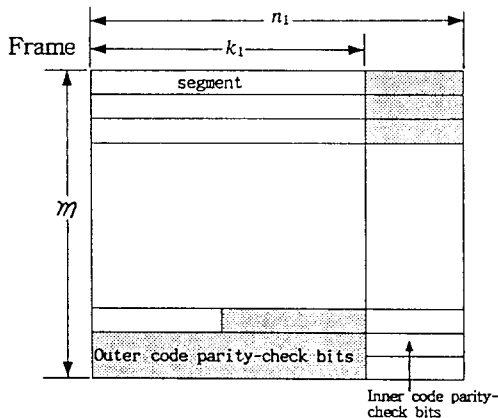
입력 2진 데이터는 outer encoder를 거쳐 inner encoder로 입력되어 부호화되고 이렇게 부호화된 데이터는 M-ary 변조기에서 변조된다. 변조기를 거친 후 신호는 공간에 방사되어 페이딩 통신로를 통해 전달되며 그 결과 페이딩을 받은 신호에 부가성 가우스 잡음(AWGN)이 가해져서 수신기에 입력된다. 수신기에서 다차 복조기를 거친 후 신호는 두개의 복호기를 통해 복호되어 정보 데이터가 복원된다.

2.1. 연접 부호화

Inner code C_1 은 (n_1, k_1) code이고 outer code C_2 는 (n_2, k_2) code로 표시된다.

$$n_2 = mk_1$$

여기서 m 은 정수이다. outer code는 단지 에러를 검출하는 데 사용된다. 부호화는 두 단계를 거쳐서 행해진다. 처음에 outer code C_2 에서 k_2 비트는 n_2 비트로 부호화된다. 다음으로 n_2 비트의 부호어는 mk_1 비트의 segment로 나누어지며, 각각의 k_1 비트의 segment는 inner code C_1 에서 n_1 비트의 부호어로 부호화된다. 여기서 n_1 비트의 부호어를 프레임(frame)이라고 부르며 outer code의 각각의 입력 k_2 비트와 대응하여 inner code의 출력데이터는 m 프레임의 sequence로 구성된다. 이



[그림 2] 연접 부호의 부호화 형태
[Fig. 2] Coding format of concatenated code

한 m 프레임의 sequence를 블럭이라고 한다. 2차원의 블럭 포맷(block format)을 [그림 2]에 나타낸다.

복호에 있어서, 프레임내에서는 에러정정이 행해지고 m 개로 복호된 k_1 개의 segment 내에서는 에러검출이 행해진다.

복호가 성공적으로 이루어졌을 때에는 $n_1 - k_1$ 검사 비트가 복호된 프레임으로부터 제거되고, k_1 개의 복호된 segment는 버퍼에 저장된다. 만약 수신 프레임에서 1개나 또는 그보다 적은 수의 전송 에러가 발생했을 때는 에러가 정정되어 복호되며 segment에는 에러가 없게 된다[6].

연접 부호의 응용은 광범위하다. 예를들어 가장 효율적인 연접 부호는 inner code로서 RS 부호를 사용하고 outer code로서 컨벌루션 부호를 사용하는 부호이다. 연접 부호화는 컴퓨터용 마그네틱 테이프나 디스크 저장 시스템에서 에러정정용으로 많이 사용되고 있다. 특히 이 부호화에 의하면 2.0dB 내지 2.5dB의 낮은 비트 에너지 대 잡음 에너지(E_b/N_0)의 비에서 10^{-5} 의 비트 오류율을 얻을 수 있으므로 지상통신이나 위성통신 및 우주통신에서 에러제어 부호로 사용된다[7].

2.2. m-분포 페이딩 통신로

m-분포 페이딩을 받은 수신신호의 진폭 포락선 R의 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다[8].

$$p(R) = \frac{2m^n R^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right), \quad (1)$$

- 단, $\Gamma(\cdot)$: 감마 함수,
- $\Omega/2$: 수신 평균 전력,
- $m \geq 1/2$: 페이딩 지수.

m-분포 페이딩에서 m 은 변동의 깊이를 나타내는 파라미터로서 페이딩 지수(fading figure)라고도 부르며 그 값의 범위는 $1/2 \leq m < \infty$ 이다. m-분포 페이딩은 m 을 변화시킴에 따라 Rayleigh 페이딩 ($m=1$)과 Rician 페이딩($m > 1$)을 포함하여 여러가지 페이딩을 나타낼 수 있는게 특징이다.

III. 가우스 잡음(AWGN)과 m-분포 페이딩 환경에서 MFSK 신호의 오율해석

M-ary FSK 송신기에서 i번째 심벌(symbol)을 보냈을 때 송신신호 $s_i(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$s_i(t) = \sqrt{2S} \cos(2\pi f_i t + \theta_i), \quad 0 \leq t \leq T, \quad 0 \leq i \leq M. \quad (2)$$

단, S : 송신전력,

f_i : i번째 심벌에 대한 반송주파수,

θ_i : 위상($0 \sim 2\pi$),

T : 신호의 구간.

수신기에 수신되는 신호 $r_i(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_i(t) = \sqrt{2SR} \cos(2\pi f_i t + \psi_i) + n(t), \quad (3)$$

단, ψ_i : 위상($0 \sim 2\pi$),

$n(t)$: 평균이 0이고 전력스펙트럼밀도가 $N_0/2$ 인 백색 가우스 잡음.

잡음의 영향에 의한 M-ary FSK 신호의 심벌 오율식은 다음과 같이 구해진다[8].

$$P_{eG} = \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} e^{-j\gamma/(j+1)} \quad (4)$$

여기서 γ 는 심벌 에너지 대 잡음 전력 스펙트럼밀도 비로서 E_s/N_0 이다. m-분포 페이딩 채널에서의 심벌 오율식은 다음과 같이 하여 구해진다.

$$\begin{aligned} P_{eF} &= \int_0^{\infty} P_{eG} p(R) dR \\ &= \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} e^{-j\gamma/(j+1)} \\ &\quad \cdot \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right) dR. \end{aligned} \quad (5)$$

윗식을 풀면

$$P_{eF} = \sum_{j=1}^{M-1} \binom{M-1}{j} \frac{(-1)^{j+1}}{j+1} \left[1 + \frac{1}{j+1} \frac{\gamma_s}{m}\right]^{-m}. \quad (6)$$

IV. MRC 다이버시티 수신시 MFSK 신호의 심벌 오율 해석

신호 대 잡음 비(SNR), γ 와 MRC 다이버시티 수신시 L개의 다이버시티 branch의 출력 사이에는 다음의 관계가 있다.

$$\gamma = \sum_{k=1}^L R^2 \quad (7)$$

여기서 R^2 은 각 다이버시티 branch의 SNR이다.

각 다이버시티 branch에서 페이딩과 잡음의 영향이 각각 독립적이라면, m-분포 페이딩환경에서 수신신호 γ 의 순시 SNR에 대한 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다[8].

$$p_L(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{mL-1}}{\Gamma(mL) \gamma_{av}^m} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma_{av}}\right), \quad (8)$$

$\Gamma(\cdot)$: 감마 함수,

γ : 순시 SNR,

γ_{av} : γ 의 평균치,

$m \geq 1/2$: 페이딩 지수,

L: 다이버시티 branch 수.

따라서 m-분포 페이딩 채널에서 MRC 다이버시티 수신시 MFSK 신호의 심벌 오율식은 다음과 같이 하여 구한다.

$$\begin{aligned} P_{eFL} &= \int_0^{\infty} P_{eG} \cdot p_L(\gamma) d\gamma \\ &= \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} e^{-j\gamma/(j+1)} \\ &\quad \cdot \frac{m^m \gamma^{mL-1}}{\Gamma(mL) \gamma_{av}^m} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma_{av}}\right) d\gamma. \end{aligned} \quad (9)$$

윗식을 풀면 다음과 같다(부록 참조).

$$P_{eFL} = \sum_{j=1}^{M-1} \binom{M-1}{j} \frac{(-1)^{j+1}}{j+1} \left[1 + \frac{1}{j+1} \frac{j^m}{m} \right]^{-m} \quad (10)$$

V. 연접 부호화 기법을 이용하는 MFSK 신호의 비트 오류 해석

5.1. 컨벌루션 부호를 inner 부호로 이용할 경우의 비트 오류 해석

어레이(array)가 4(M=4)일 때와 8(M=8)일 때 컨벌루션 부호화된 MFSK 신호의 비트 오류식은 각각 다음과 같이 나타내진다[9].

M=4일 때, 부호율=1/2, 구속장=7,

$$P_b \leq \frac{1}{2}(7D^7 + 39D^8 + 104D^9 + 352D^{10} + 1348D^{11} + \dots) \quad (11)$$

M=8일 때, 부호율=1/3, 구속장=7,

$$P_b \leq \frac{1}{2}(D^7 + 4D^8 + 8D^9 + 49D^{10} + 92D^{11} + \dots) \quad (12)$$

단, $D = 2\sqrt{\frac{P_{eFL}(1 - P_{eFL})}{M - 1}} + \left[\frac{M - 2}{M - 1} \right] \cdot P_{eFL}$

여기서 P_{eFL} 은 식 (10)에서 구한 m-분포 페이딩 채널에서의 MRC 다이버시티 기법을 이용할 때의 MFSK 신호의 심벌 오류이다.

5.2 RS 부호를 outer code로 이용할 경우의 비트 오류 해석

GF(2^Q)상의 RS 부호어의 한 심벌은 Q비트로 구성된 다. M(=2^k)-ary FSK에서 Q = k · L이면 2^k-ary 신호를 L번 전송하므로써 RS 부호어의 한 심벌을 보낼 수 있다. 그러므로 RS 복호기의 입력단에서 본 입력 RS 부호의 심벌오율은 다음과 같다[10].

$$P_0 = 1 - (1 - P_b)^L \quad (13)$$

따라서 일반적으로 대칭 MFSK 부호화 채널에서 GF(2^Q)상의 RS 부호의 정보 비트 오류는 근사적으로 다음과 같이 나타내진다[11].

$$P_s \approx \sum_{i=1}^n \frac{i}{2(n-1)} \binom{n}{i} P_{eFL}^i (1 - P_{eFL})^{n-i} \quad (14)$$

VI. 수치계산 결과와 검토

앞장에서 유도한 비트 오류식을 이용하여 수치계산한 오류 성능을 SNR, 페이딩 지수 m 그리고 다이버시티의 branch 수 L 등을 함수로 하여 [그림 3]에서부터 [그림 7]까지에 나타내었다.

[그림 3]은 에러정정 능력이 t=1일 때의 4FSK 신호의 비트 오류 성능을 나타낸다. 여기서 inner code로는 부호율이 1/2이고 구속장이 7인 컨벌루션 부호를 이용하였고 outer code로서는 RS(15, 11) 부호를 이용하였다. 페이딩 지수가 m=1일 때는 레일리 페이딩에 해당하며 m이 증가할수록 레일리 페이딩일 때보다 페이딩의 영향은 점점 더 약해짐을 나타낸다.

$$P_{eFL}(1 - P_{eFL})$$

레일리 페이딩 (m=1) 환경에서 비트 오류율 1 × 10⁻⁶으로 유지시키려면 RS/컨벌루션 연접 부호화된 4FSK 신호는 컨벌루션 부호화된 4FSK 신호 보다 SNR면에서 약 5.3dB만큼 낮아도 되고 페이딩 지수 m=3일 때는 비트 오류 1 × 10⁻¹²을 달성하기 위해서는 연접 부호화된 신호는 약 10dB 만큼의 SNR이 요구됨을 알 수 있다.

[그림 4]에서 inner code로는 부호율이 1/3이고 구속장이 7인 컨벌루션 부호를 이용하였고 outer code로는 RS(63, 57) 부호를 이용하였다. 레일리 페이딩 (m=1) 환경에서 비트 오류율 1 × 10⁻⁶으로 유지시키려면 RS/컨벌루션 연접 부호화된 8FSK 신호는 컨벌루션 부호화된 8FSK 신호보다 SNR면에서 약 2dB 만큼 낮아도 되고 페이딩 지수 m=3일 때는 비트 오류 1 × 10⁻¹²을 달성하기 위해서 연접 부호화된 신호는 약

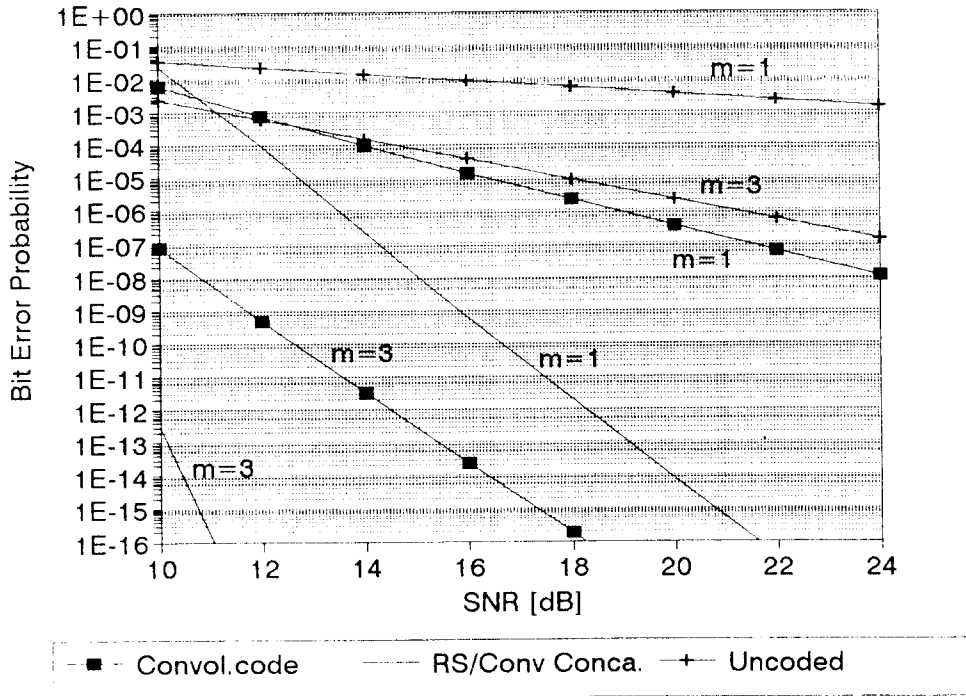
8dB만큼의 SNR이 요구됨을 알 수 있다. 따라서 연결 부호화 했을 때가 오율 성능이 더 우수함을 알 수 있다.

[그림 5]는 레일리 페이딩 환경에서 어레이(array)의 수 M과 다이버시티 branch 수 L을 함수로 하여 MFSK 신호의 비트 오율 성능을 나타낸 것이다. 다이버시티 branch 수 L이 증가할수록 오율 개선폭은 커진다. 우선 다이버시티 branch의 수가 L=2일 때 비트 오율 1×10^{-7} 을 기준으로 하면 MFSK 신호가 M=4일 때 보다는 M=8일 때가 SNR면에서 약 1.7dB 개선되고 L=3일 때 비트 오율 1×10^{-10} 을 달성하기 위해서는 M=4일 때 SNR이 약 6dB 만큼 요구되며 M=8일 때는 그 이하의 SNR 값으로도 충분히 오율값을 달성할 수 있다.

[그림 6]은 m=3일 때 어레이(array)의 수 M과 다이버시티 branch 수 L를 함수로 하여 MFSK 신호의 비트 오율을 나타낸 것이다. 다이버시티 branch 수 L이

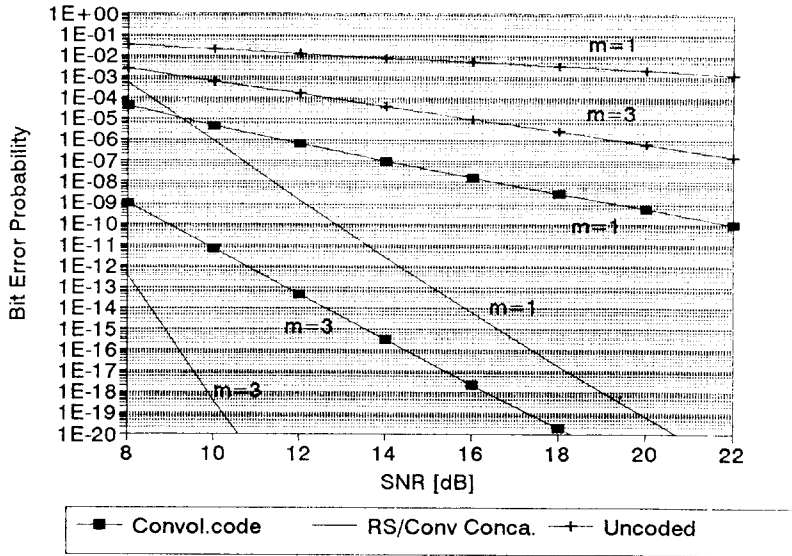
증가할수록 오율의 개선폭은 커진다는 것을 알 수 있다. 다이버시티 branch의 수가 L=2일 때 비트 오율 1×10^{-10} 을 기준으로 하면 MFSK 신호가 M=4일 때 보다는 M=8일 때가 SNR면에서 약 1.8dB 개선되고 L=3일 때 비트 오율 1×10^{-12} 을 달성하기 위해서는 M=4일 때 SNR이 약 4dB 만큼 요구되며 M=8일 때는 그 이하의 SNR 값으로도 충분한 오율값을 달성할 수 있다.

[그림 7]은 레일리 페이딩 환경에서 4FSK 신호에 대해 부호화 기법만을 이용할 경우와 다이버시티 수신 기법만을 이용할 경우, 그리고 두 기법을 함께 이용할 경우에 대한 각각의 오율 성능을 비교한 것이다. 연결 부호화를 이용하는 신호의 오율 성능과 연결 부호화와 다이버시티 수신 기법을 함께 이용하는 신호의 오율 성능을 비교하면 1×10^{-13} 일 때 연결 부호화와 다이버시티 수신 기법을 함께 이용할 때가 SNR면에서 약 6.6dB 개선됨을 알 수 있다.



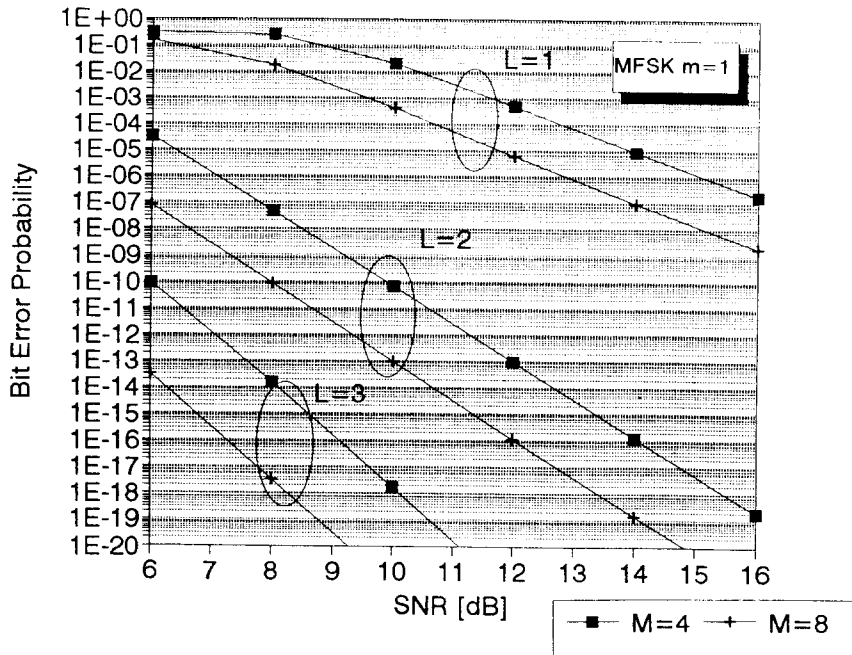
[그림 3] 페이딩 환경에서 4FSK 신호의 성능 [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)]

[Fig. 3] Performance fo 4FSK signal with fading [Inner: Conv. R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)]



[그림 4] 페이딩 환경에서 8FSK 신호의 성능 [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]

[Fig. 4] Performance of 8FSK signal with fading [Inner: Conv. R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]



[그림 5] 페이딩 환경에서 MFSK 신호의 성능(m=1)

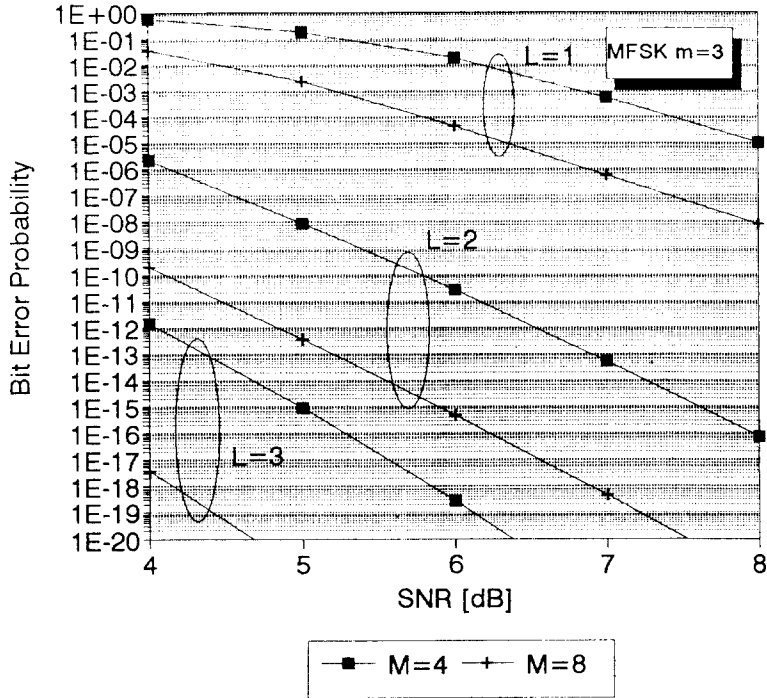
FSK: [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],

8FSK: [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]

[Fig. 5] Performance of MFSK signal with fading (m=1)

4FSK: [Inner: Conv. R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],

8FSK: [Inner: Conv. R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]



[그림 6] 페이딩 환경에서 MFSK 신호의 성능(m=3)

8FSK: [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],

8FSK: [Inner: 컨벌루션 부호, R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]

[Fig. 6] Performance of MFSK signal with fading (m=3)

4FSK: [Inner: Conv. R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],

8FSK: [Inner: Conv. R=1/3, K=7 Outer: RS(63, 57)]

Ⅶ. 결 론

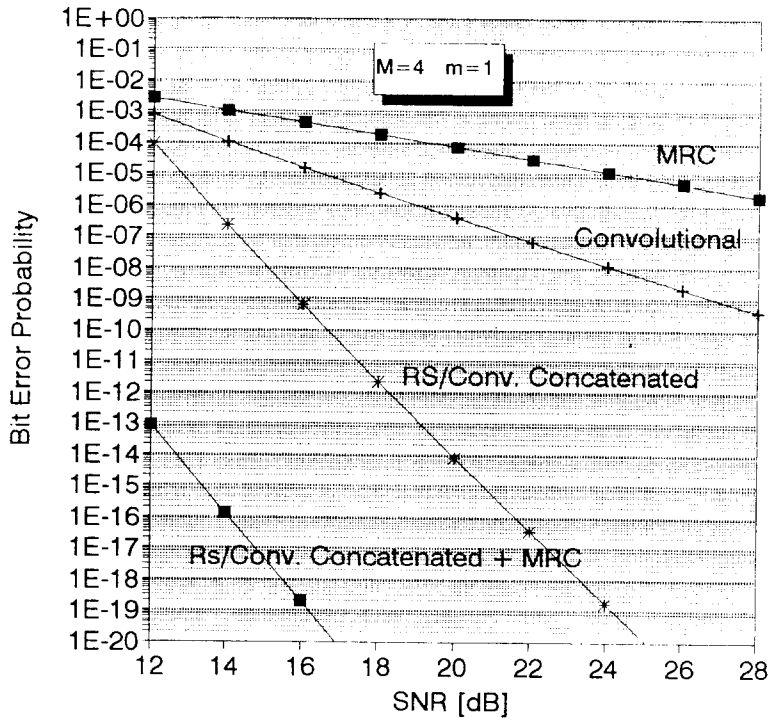
이 논문에서는 연결 부호화 기법과 다이버시티 수신 기법을 함께 이용하였을 때의 MFSK 신호의 비트 오류율을 유도한 후, 유도한 비트 오류율을 이용하여 수치계산한 결과를 그래프로 나타내고 이에 대해 검토하였다. 얻은 결과로부터, MFSK 신호에 컨벌루션 부호화만을 했을 경우에 비해 RS / 컨벌루션 연결 부호화를 했을 때 신호의 성능이 더 개선되는 것이 확인되었다. 또 L-branch 최대비 합성 다이버시티(MRC) 수신 기법을 부호화와 함께 이용했을 경우에 대해서는 다이버시티 branch 수의 증가에 따른 비트 오류율 성능의 개선을 구했고 MRC 다이버시티 수신 기법이 심한 페이딩에도

매우 효과적임을 확인하였다. MRC 다이버시티 수신 기법을 이용했을 때의 비트 오류율 특성과 연결 부호화를 했을 경우의 비트 오류율 특성을 서로 비교해 보면 연결 부호화를 했을 때의 신호 성능이 더욱 우수해짐을 알 수 있었고 연결 부호화와 MRC 다이버시티 수신 기법을 함께 이용하면 비트 오류율 성능을 개선시키는데 매우 효과적이라는 것을 알 수 있었다.

부 록

본문의 식 (10)의 유도

$$P_{eL} = \int_0^{\infty} P_{eG} \cdot P_L(\gamma) d\gamma$$



[그림 7] 페이딩 환경에서 4FSK 신호의 비교(m=1)

[Inner: 컨벌루션 부호, R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],
MRC 다이버시티: branch=2

[Fig. 7] Comparison of 4FSK signals with fading(m=1)

[Inner: Conv. R=1/2, K=7 Outer: RS(15, 11)],
MRC diversity: branch=2

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^x \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} - \frac{1}{j+1} e^{-j\gamma/(j+1)} \\
 &\quad \cdot \frac{m^{mL} \gamma^{mL-1}}{\Gamma(mL) \gamma_{av}^{mL}} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma_{av}}\right) d\gamma \\
 &= \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} \frac{1}{\Gamma(mL)} \left(\frac{m}{\gamma_{av}}\right)^{mL} \\
 &\quad \cdot \int_0^x \gamma^{mL-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma_{av}}\right) \exp\left(-\frac{j\gamma}{j+1}\right) d\gamma
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}
 P_{f,1} &= \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} \frac{1}{\Gamma(mL)} \left(\frac{m}{\gamma_{av}}\right)^{mL} \\
 &\quad \cdot \left(\frac{m}{\gamma_{av}} + \frac{j}{j+1}\right)^{-mL} \Gamma(mL) \\
 &= \sum_{j=1}^{M-1} (-1)^{j+1} \binom{M-1}{j} \frac{1}{j+1} \left(1 + \frac{\gamma_{av} j}{m(j+1)}\right)^{-mL}
 \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)을 얻는다.

윗식에 다음의 관계

참 고 문 헌

$$\int_0^x X^{v-1} \exp(-\mu X^p) dX = \frac{1}{|p|} \mu^{-v/p} \cdot \Gamma(v/p) \tag{A.2}$$

[1] M. Y. Rhee, *Error Correcting Coding Theory*. McGraw-Hill, 1989.

- [2] J. G. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 1989.
- [3] T. Matsumoto and A. Higashi, "Performance analysis of RS-coded M-ary FSK for frequency-hopping spread spectrum mobile radio," *IEEE Trans. Veh Technol.*, vol.41, no.3, pp.266-270, August 1992.
- [4] A. Rahman and A. K. Elhakeem, "Concatenated combined modulation and coding of frequency hopping multiaccess systems," *IEEE Journal Sel. Commun.*, vol.8, no.4, pp.650-662, May 1990.
- [5] P. Sweeney, *Error Control Coding-An Introduction*. Prentice Hall, 1991.
- [6] T. Kasami, "A concatenated coding scheme for error control," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-34, no.5, pp.481-483, May 1986.
- [7] B. Sklar, *Digital Communications*. Prentice-Hall, 1988.
- [8] E. Al-Hussaini and A. Al-Bassiouni, "Performance of MRC diversity systems for the detection of signals with Nakagami fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-33, no.12, pp.1315-1319, Dec. 1985.
- [9] 강희조, 조성준, "m-분포 페이딩 환경하에서 부분 대역 간섭을 받는 FH/MFSK 신호의 오율 특성," 한국통신학회 논문지, 제17권 11호, pp.1320-1331, 1992년 11월.
- [10] B. Vucetic, "Bandwidth efficient concatenated coding schemes for fading channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol.41, no.1, pp.50-61, January 1993.
- [11] E.R. Berlekamp, "The technology of error-correcting codes," *Proceedings of the IEEE*, vol.68, pp.570-572, May 1980.