

<논 문> SAE NO. 943743

DRRD 캠 형상 최적 설계를 위한 다항식 합성법과 캠 로우브 면적에 미치는 형상 계수들의 영향

A Multi-Polynomial Synthesis Method for DRRD Cam Profile Optimizations and Effects of Shape Factors on the Cam Lobe Area

김 도 중,* 박 성 태*
D. J. Kim, S. T. Park

ABSTRACT

A multi-polynomial method is proposed to synthesize DRRD cam profiles. A cam lift duration is divided into 10 sections, each of them is expressed by a polynomial equation. 12 design variables are extracted from the cam profile displacement, velocity, and acceleration curves. Because all the design variables have physical meanings which are familiar to most cam designers, it is easy to imagine a profile shape from the design variables. The design envelope of the method is wide enough to be used in DRRD automotive cam designs. Polydyne cams, widely used in automotive engines, are included into the envelope. Unlike Polydyne cams, the method provides capability of wide velocity factor variations, which gives much flexibility in flat-faced tappet design. Area factor of profiles designed by the method can be increased 5-10% compared to those of Polydyne cams without increasing acceleration factor. The method is especially useful for cam profile optimizations.

주요기술용어 : Cam Profile Design(캠 형상 설계), Cam Profile Synthesis(캠 형상 합성), Cam Profile Optimization(캠 형상 최적 설계)

1. 서 론

밸브의 개폐 시기 및 변위 곡선은 밸브트레인의 동적 성능 뿐만 아니라 엔진의 열역학적 성능에도 중요한 영향을 미친다. 일반적으로 4사이클 기관에 사용되는 캠 형상은 크게 DRRD(Dwell-Rise-Return-Dwell)캠과 DRDR(Dwell-Rise-Dwell-Return)캠으로 분류된다. DRRD 캠은 최고 변위에서 밸브가 정지하는 구간이 없으며 신속한 밸브

개폐가 요구되는 가솔린 엔진과 소형 디젤 엔진에서 주로 사용되고 있다. DRDR 캠은 최고 변위에서 임의의 정지 구간을 설정하는 캠으로서 박용 기관과 같이 엔진의 회전 속도가 낮아 신속한 밸브 개폐가 필요없는 곳에서 사용되고 있다.

자동차 엔진용 캠 형상 설계 방법은 엔진의 역사와 함께 많은 변천을 거듭했다. 제2차 세계대전을 전후하여 자동차 엔진에서 가장 흔히 사

* 정회원, 울산대학교 자동차공학과

용되던 DRRD 캠 형상은 종동자의 형상이 롤러인 경우 원호와 직선을 조합한 캠(Circular arc and Straight Line Cam)이며, 평면 종동자를 사용하는 경우는 3개의 아크곡선을 조합한 캠(3 arc Cam)이었다. 원호와 직선 조합 캠(Circular arc & Straight Line Cam)의 경우 가속도 곡선에 저크 무한대(Infinite Jerk) 구간이 발생하며 종동자의 곡률 반경이 증가함에 따라 최대 가속도 값도 제한없이 증가한다. 그러므로 종동자의 형상이 평면인 경우는 불가피하게 3아크 캠을 사용하게 되는데, 이 경우에도 연결 구간에서 저크 무한대는 피할 수 없다. 이와 같은 문제점에도 불구하고 아크 곡선을 이용한 캠 형상이 1950년대 초반까지 자동차 엔진용 캠 현상 설계에 널리 사용된 이유는 수치 제어기술이 확보되지 못한 시대적 상황속에서 원형 아크 곡선의 정밀 가공이 비교적 용이했기 때문이다.¹⁾

1950년대와 1960년대 초반 널리 사용되었던 DRRD 캠 현상 설계 방법으로는 다 사인파 캠(Multi Sine Wave Cam)이 있다. 다 사인파 캠은 여러개의 조화함수(Harmonic Function)들을 캠 현상 구간별로 조합함으로써 얻어지는 캠인데, 원형 아크(Circular arc)캠에서 나타났던 큰 가속도 값 및 저크 무한대 등의 문제점들이 해소된 캠이다. 다 사인파 캠은 1947년 Jack Bishop²⁾에 의해서 제안되었으며 특히 등록된 형상으로서, 3조화 다 사인파 캠, 4조화 다 사인파 캠, 6조화 다 사인파 캠 등이 있다. 이 중 1950년대 중반까지 가장 널리 사용되었던 캠은 4조화 다 사인파 캠이다. 6조화 다 사인파 캠은 캠 현상의 자유도를 증가시키기 위하여 4조화 다 사인파 캠에 두개의 조화함수를 추가하여 개선시킨 것으로서 다음에 언급될 다항식 캠(Polynomial Cam)과 매우 유사한 형상을 구성한다.

Polydyne 방법³⁾은 캠 현상의 램프(Ramp) 구간에서 최대 변위 지점까지를 한 개의 다항식으로 표현하는 방법으로서, 캠 현상의 속도 계수, 가속도 계수 등은 다항식의 차수로써 조정된다. Polydyne 방법과 이를 부분적으로 개선한 여러가지 방법들은 1960년대에서 1980년대까지 가장 널리 사용되었고, 현재까지도 저속 엔진 및 평면 종

동자(Flat-Faced Follower)를 사용하는 캠 설계에 널리 사용되고 있다. 램프구간은 밸브가 열리고, 닫히는 순간의 과도한 충격 속도를 줄이기 위하여 밸브트레인의 정적, 동적 변형들을 캠 현상 설계시 보상해 주는 방법으로서 정변위 램프(Constant Displacement Ramp)와 정속도 램프가 있다. 자동차 엔진 밸브트레인의 캠에서는 일반적으로 정속도 램프가 사용되는데, 이는 정속도 램프가 정변위 램프에 비하여 밸브트레인 마모에 의한 간극 변형, 정적 동적 변형량의 제동간 변동량을 쉽게 고려할 수 있기 때문이다. Polydyne 방법을 부분적으로 수정하면 램프 구간을 비교적 자유롭게 설정할 수 있다.

1970년대부터 OHC(Over Head Cam) 밸브트레인의 사용이 일반화되면서 캠 현상 설계에 있어서도 더 많은 유연성이 요구되었다. 특히 롤러를 사용하는 OHC 밸브트레인의 경우, 캠 기초원 반경에 비하여 캠 종동자 변위가 비교적 큰 형상을 구사하기 위해서는 캠 현상에서 오목한 구간(Negative Radius of Curvature)을 피할 수 없다. 그러나 캠 가공용 그라인더 휠의 반경 제한으로 인하여 곡률 반경 50mm이하의 오목한 구간은 가공하기가 매우 어려우며, 대량 생산단계의 품질 균일성 및 생산성의 측면을 고려한다면 이 구간의 최소 곡률 반경을 200mm 정도로 제한하는 것이 보통이다. 캠 현상의 최소 곡률 반경은 일반적으로 캠 가속도 곡선에서 양의 값을 가지는 구간의 최대 가속도 값과 곡선 모양에 민감한 영향을 받는다. 그러므로 롤러를 사용하는 OHC 형 밸브트레인의 캠 현상을 효과적으로 설계하기 위해서는 Polydyne 방법 보다는 더 많은 유연성을 가진 현상설계 방법이 요구된다. 이러한 요구에 부응하여 캠 현상을 여러 개의 구간으로 나누고 각각의 구간을 다항식으로 나타내는 방법이 다항식 합성법이다. 다항식 합성법에는 구간의 수, 분할방법, 다항식들의 차수, 연속조건 등에 따라서 다양한 방법들이 가능한데, 엔진 설계 업체마다 나름대로의 방법들을 개발 사용하고 있으며 공개된 방법은 매우 드문 실정이다.

수치 해석적인 방법을 이용한 캠 현상 설계는 그 역사가 1950년대까지 거슬러 올라가며, 그

이후 유한 차분법, 유한 적분법, 스플라인 곡선식, Bezier 곡선식 등을 이용한 다양한 방법들이 소개되었다.⁴⁻¹⁰⁾ 이들 중 1980년대 전산 원용 설계 기술의 발달과 더불어 개발된 스플라인 곡선식을 이용한 캠 형상 설계 방법이 현재까지의 성과로 판단할 때 가장 성공적인 방법이라고 생각된다. 스플라인 곡선식을 이용하는 방법은 일반적으로 캠 종동자 가속도 곡선의 수치 데이터(Data)를 3차 스플라인 식(Cubic Spline)으로 연결하고, 이를 적분하여 속도 및 변위 곡선을 계산하며 캠 형상 곡선으로서의 여러가지 제한 조건들을 만족할 수 있도록 초기 가속도 곡선을 수정해 가는 방법이다. 이 방법은 이제까지 어떠한 방법에서도 볼 수 없었던 매우 다양한 형태의 캠 곡선을 설계할 수 있는 장점이 있는 반면, 캠 형상 최적 설계의 관점에서 볼 때는 너무 많은 설계 변수로 인하여 많은 어려움을 야기시킨다.

최적 캠 형상의 설계는 벨브트레인의 동적 거동과 함께 이 분야의 중요한 관심사이며 이제까지 많은 연구가 수행되었다.¹⁰⁻¹⁴⁾ 그러나 엔진 벨브트레인의 캠 형상 설계에 폭넓게 이용되기에는 아직까지도 해결되어야 할 많은 문제점들이 있다. 그 중에서도 캠 형상을 수학적으로 표현하고 설계 변수들을 도출하는 문제는 캠 형상 최적화의 성패를 결정짓는 중요한 부분이다. 이제까지의 연구에서는 Fourier 급수¹¹⁾, Polydyne 방법¹³⁻¹⁴⁾, Bezier 곡선식¹⁰⁾, 스플라인 곡선식¹²⁾ 등이 사용된 예가 있는데, 이들 캠 형상 합성 방법들의 설계

범위(Design Envelope), 민감도 등에 관한 체계적 연구는 없었다. 본 연구에서는 다항식 합성법에 기초를 둔 캠 형상 최적화를 위한 형상 합성법을 제안하고, 이 방법이 합성할 수 있는 캠 형상의 설계범위, 면적 계수에 미치는 영향 등을 평가했다.

2. 캠 설계변수 도출을 위한 다항식을 이용한 DRRD 캠 형상 합성

본 연구에서는 DRRD 캠의 형상을 Table 1과 같이 10개의 구간으로 나누고 각 구간을 각기 다른 다항식으로 표현했다. 구간 2와 구간 9는 정속도 램프 구간이므로 캠 종동자 변위 곡선에서 직선식으로 표현된다. 구간 1, 3, 4, 7, 8, 10의 캠 종동자 변위 곡선을 4차 다항식으로 표현했는데, 이는 가속도가 매끄러운 곡선으로 표현되기 위한 최소 차수가 4차이기 때문이다. 변위 곡선이 3차 식으로 표현되면 가속도는 직선으로 나타날 수밖에 없으며, 변위 곡선이 4차 이상의 고차 다항식으로 표현된다면 처리해야 할 변수의 수가 그만큼 증가하게 된다. 각 구간들 사이의 변위, 속도, 가속도 곡선의 연속 조건과 캠 형상 설계 변수들을 이용하여 각 다항식의 계수 및 지수들을 계산했다. Fig.1, Fig.2, Fig.3는 본 연구에서 제안하는 캠 형상 합성법으로 설계된 전형적인 DRRD 캠 형상의 종동자 변위, 속도, 가속도 곡선을 나타낸 것이다. 다항식 합성법에서 흔히 따르는

Table 1 DRRD 캠 형상 분할 방법

구간	시각점	끝점	설 명
1	θ_{-6}	θ_{-5}	캠 종동자 변위가 시작되는 지점에서 램프의 정속도 구간이 시작되는 지점
2	θ_{-5}	θ_{-4}	열림 램프의 정속도 구간
3	θ_{-4}	θ_{-3}	램프 정속도 구간이 끝나는 지점에서 열림 구간의 최고 가속도 지점
4	θ_{-3}	θ_{-2}	열림 구간 최고 가속도 지점에서 최고 속도 지점
5	θ_{-2}	0°	열림 구간 최고 속도 지점에서 최고 변위 지점
6	0°	θ_2	최고 변위 지점에서 닫힘 구간 최고 속도 지점
7	θ_2	θ_3	최소 속도 지점에서 닫힘 구간 최고 가속도 지점
8	θ_3	θ_4	최고 가속도 지점에서 닫힘 구간 램프 정속도 구간이 시작되는 지점
9	θ_4	θ_5	닫힘 램프의 정속도 구간
10	θ_5	θ_6	닫힘 램프의 정속도 구간이 끝나는 지점에서 캠 종동자 변위가 끝나는 지점

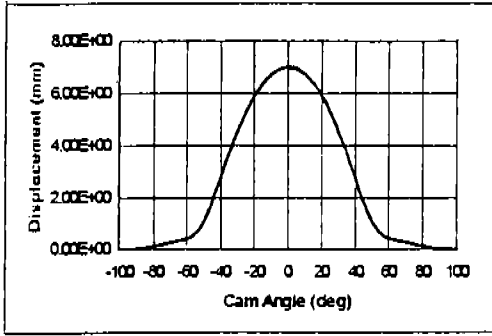


Fig.1 A typical cam follower displacement designed by the proposed method

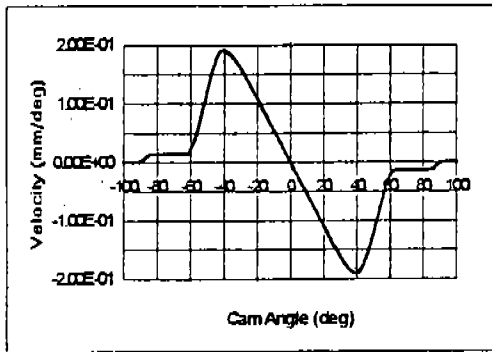


Fig.2 A typical cam follower velocity designed by the proposed method

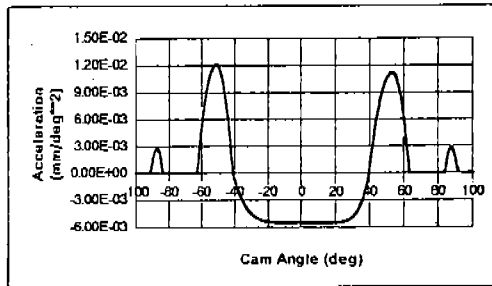


Fig.3 A typical cam follower acceleration designed by the proposed method

형상다듬질(Profile Smoothing) 과정은 거치지 않았다.

2.1 열림 램프(Opening Ramp) 구간

열림 램프 구간은 Fig.1의 캠 각도 -92° 에서

-63° 까지를 의미하며, 이는 밸브 간극, 캠 축과 밸브 사이의 정적 및 동적 변형에 의한 밸브의 급격한 속도 변화를 조정하기 위하여 설정하는 구간이다. 본 연구에서는 자동차 엔진 캠에서 일반적으로 사용되는 정속도 램프를 구성했는데, Fig.1의 캠 각도 -83° 에서 -63° 까지의 캠 종동자 속도가 0.014mm/deg 로 일정한 값을 갖는다. 캠 각도 -92° 에서 -83° 까지의 가속 구간은 캠 기초원과 정속도 구간을 연결하는 구간으로서 본 논문에서는 식 (1)과 같이 4차 다항식으로 표현했다.

$$y_{-6}(\theta) = A_0 + A_1\theta + A_2\theta^2 + A_3\theta^3 + A_4\theta^4 \quad (1)$$

이때 가속도 곡선은 변위 곡선을 2번 미분한 값이므로 2차 다항식으로 표현된다. 캠 종동자 변위에서 램프 구간이 끝나고 본격적인 가속이 시작되는 지점, 즉 Fig.1의 -63° 에 해당하는 θ_{-4} 의 각도와 램프구간의 최대변위 Y_0 , 램프 구간의 정속도 V_0 가 주어질 때, 식(1)의 다항식과 정속도 구간의 직선식을 조합하여 열림램프 구간을 합성한다. 램프 구간의 최대 변위와 정속도 Y_0 , V_0 로부터 램프 구간의 길이를 추정할 수 있는데 구간 1로 정의된 캠 기초원과 램프 구간 사이의 완화 구간이 없다면 램프 구간의 길이는 정확히 $\frac{Y_0}{V_0}$ 가 된다. 구간 1의 완화 곡선을 포함할 때, 램프 구간의 전체 길이는 이보다 약간 커질 수 밖에 없다. 완화 곡선을 포함한 램프 구간 전체의 길이가 구간 1의 최대 가속도 값에 영향을 미치지만 이 구간은 밸브 간극(Clearance)으로 인하여 전체 밸브트레인의 거동에 중요한 영향을 미치지 못한다. 그러므로 본 연구에서는 램프 구간 전체의 길이를 완화 곡선이 없을 때에 비하여 15%정도 증가시켜, θ_{-6} 를 아래와 같이 계산했다.

$$\theta_{-6} = \theta_{-4} - 1.15 \frac{Y_0}{V_0} \quad (2)$$

구간 1과 구간 2를 설계하기 위하여 남은 미지수는 정속도 구간이 시작되는 지점 θ_{-5} , 다항

식의 계수 A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 등이며, 이들은 아래 식 (3)에 주어진 경계조건 및 연속 조건들로부터 구해진다.

$$\begin{aligned}
 y_{-6}(\theta_{-6}) &= 0, y'_{-6}(\theta_{-6}) = 0, y''_{-6}(\theta_{-6}) = 0, \\
 y''_{-6}(\theta_{-5}) &= 0, y'_{-6}(\theta_{-5}) = V_0, \\
 y_{-6}(\theta_{-5}) &= Y_0 - V_0(\theta_{-4} - \theta_{-5}) \quad (3)
 \end{aligned}$$

식 (3)은 미지수 6개에 대한 6개의 비선형 연립방정식을 의미하며 계산된 엄밀 해가 부록에 주어졌다.

2.2 캠 노즈(Cam Nose) 구간

열림 측(Opening Side)의 캠 노즈 구간은 최대 속도 지점(θ_{-2})에서 최대 변위 지점($\theta = 0^\circ$)까지로서 Fig.1의 -41° 에서 0° 사이에 해당하는 구간을 의미한다. 이 구간의 가속도는 항상 음의 값을 가지는데, 최대변위 지점의 속도가 0이라는 조건을 만족하기 위해서는 가속도가 양인 부분에 의해서 둘러 싸인 면적과 가속도가 음인 부분에 의해서 둘러 싸인 면적이 반드시 일치해야 한다. 그러므로 가속도가 음인 구간의 곡선 형상을 유지하면서 면적 유연성을 높이기 위하여 다항식의 지수를 자연수가 아닌 실수로 지정하여 식 (4)와 같이 곡선식을 표현했다. 이 경우 최대변위 지점에서 가속도 곡선의 기울기가 0이라는 DRRD 캠의 특징을 자동적으로 만족하게 된다.

$$y_{-3}(\theta) = D_0 + D_1\theta + D_2\theta^2 + D_3(-\theta)^p, \quad p > 3 \quad (4)$$

캠 종동자 변위의 최대값 Y_{max} , 최고 속도 V_{max} , 캠 노즈 구간의 최소 가속도 A_{min} 등은 설계변수로 주어지며, 식 (4)의 미지수는 다항식의 지수 p 와 계수 D_0, D_1, D_3 등이다. 이들은 아래 식 (5)에 주어진 경계조건 및 연속 조건들로부터 계산된다.

$$y'_{-2}(\theta_{-2}) = V_{max}, y''_{-2}(\theta_{-2}) = 0,$$

$$y''_{-2}(0) = A_{min}, y'_{-2}(0) = 0, y_{-2}(0) = Y_{max} \quad (5)$$

식 (5)는 미지수 5개에 대한 5개의 비선형 연립 방정식으로서 부록에 해가 주어졌다.

2.3 열림 플랭크(Opening Flank) 구간

열림 플랭크 구간은 램프의 정속도 구간이 끝나는 지점(θ_{-4})에서 캠 종동자 속도가 최대값을 가지는 지점(θ_{-2})까지를 의미하며, Fig.1의 -63° 에서 -41° 까지가 이 구간에 해당된다. 이 구간의 가속도 값은 항상 양의 값을 갖게 되는데, Fig.1의 -51° 에 해당하는 밸브가 열리는 구간의 최대 가속도 지점을 θ_{-3} 라 한다. 가속도가 증가하는 구간, 즉 $\theta_{-4} \leq \theta \leq \theta_{-3}$ 과 가속도가 감소하는 구간, 즉 $\theta_{-3} \leq \theta \leq \theta_{-2}$ 을 식 (6), (7)과 같이 각각 다른 4차 다항식으로 가정했다.

$$y_{-4}(\theta) = B_0 + B_1\theta + B_2\theta^2 + B_3\theta^3 + B_4\theta^4 \quad (6)$$

$$y_{-3}(\theta) = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + C_4\theta^4 \quad (7)$$

앞에서 언급한 램프 구간의 특성과 함께 최대 속도 V_{max} , 최대가속도 A_{0max} 가 주어지면 캠 각 θ_{-3}, θ_{-2} 다항식의 계수 $B_0, B_1, B_2, B_3, B_4, C_0, C_1, C_2, C_3, C_4$ 등이 미지수로 남는데 이들은 식 (8)에 주어진 연속조건들로부터 구해진다.

$$y_{-4}(\theta_{-4}) = Y_0, y'_{-4}(\theta_{-4}) = V_0, y''_{-4}(\theta_{-4}) = 0,$$

$$y''_{-4}(\theta_{-3}) = 0$$

$$y''_{-4}(\theta_{-3}) = A_{0max}, y'''_{-3}(\theta_{-3}) = 0, y''_{-3}(\theta_{-3}) = A_{0max}$$

$$y''_{-3}(\theta_{-2}) = 0$$

$$y'_{-3}(\theta_{-2}) = V_{max}, y_{-3}(\theta_{-2}) = y_{-2}(\theta_{-2}),$$

$$y_{-4}(\theta_{-3}) = y_{-3}(\theta_{-3}) \quad (8)$$

$$y'_{-4}(\theta_{-3}) = y''_{-3}(\theta_{-3})$$

식 (4)의 계수들이 이미 앞 절에서 구해졌기 때문에 식 (8)에 포함된 $y_{-2}(\theta_{-2})$ 는 θ_{-2} 이외의 미지수를 포함하지 않는다. 그러므로 식 (8)은 미지수 12개에 대한 12개의 비선형 연립방정식으로서 엄밀 해가 부록에 주어졌다.

이상에서 살펴본 바와 같이 캠 곡선의 왼쪽 반이 램프 구간의 직선식을 포함하여 5개의 다항식으로 표현된다. 밸브가 닫히는 구간의 캠 형상 합성은 기본적으로 열리는 구간의 합성방법과 동일하다. 그러나 설계방법이 동일하다는 것이 캠 형상의 대칭성을 의미하지는 않는다. 밸브가 열리는 구간, 즉 캠 각도가 음인 구간과 밸브가 닫히는 구간, 즉 캠 각도가 양인 구간의 속도, 가속도, 램프 특성 등을 각각 다르게 지정할 수 있으므로 다양한 형상의 비대칭 캠 형상의 설계가 가능하다. 지금까지 언급한 캠 형상 합성방법으로부터 아래 Table 2에 주어진 12개의 설계 변수들을 추출할 수 있다.

Table 2에 주어진 12개의 설계 변수들은 캠 형상 설계시 일반적으로 사용되는 매우 익숙한 변수들이다. θ_{-4} 와 θ_4 는 엄밀한 의미에서 램프 구간과 플랭크 구간이 연결되는 지점으로서, 본격적인 밸브 변위가 시작되고 끝나는 지점을 의미한다. 열역학적인 사이클 관계로부터 밸브가 열리고 닫히는 캠 각도가 설계 변수로 주어질때,

θ_{-4} 와 θ_4 는 램프 구간의 높이, 램프 구간의 속도로부터 쉽게 구해질 수 있다. 다항식 합성법에서 흔히 문제가 되는 다항식의 계수, 지수와 같은 직접적인 의미를 갖지 못하고, 그 값을 예측하기도 힘든 변수들은 설계 변수로부터 완전히 제거되었다. 캠 형상 설계시 일반적으로 고려되는 밸브 스프링 마진(Spring Margin), 동 하중(Kinematic Loading), 곡률 반경, 절곡 응력 등은 이들 설계변수로부터 간단히 계산될 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시하는 캠 형상 합성법을 최적 설계문제에 사용할 경우, 캠 형상 최적 설계시 흔히 발생하는 부등식 구속 조건(Inequality Constraint)들을 설계변수의 추정범위로 대치시킬 수 있다.

3. 캠 형상 계수의 설계범위(Design Envelope)와 면적 계수에 미치는 영향

캠 형상 계수는 캠 형상의 일반적인 특성을 평가하기 위하여, 캠 종동자 변위 상승에 소요되는 캠 각도, 캠 종동자 변위, 최고 속도, 최고 가속도, 최저 가속도, 최고 저크 값, 캠 로우브 면적 등을 무차원화 한계수 들이다. 본 연구에서 제안한 캠 형상 설계방법의 설계범위(Design Envelope)를 평가하기 위하여 먼저 전형적인 DRRD

Table 2 12 design variables extracted from the synthesis method

Design Variable	Unit	Description
θ_{-4}	degree	valve opening angle
θ_4	degree	valve closing angle
Y_{max}	mm	maximum lift
V_{max}	mm/degree	maximum velocity
V_{min}	mm/degree	minimum velocity
$A_{o_{max}}$	mm/degree ²	maximum acceleration at opening side
$A_{c_{max}}$	mm/degree ²	maximum acceleration at closing side
A_{min}	mm/degree ²	minimum acceleration
Y_0	mm	ramp height at opening side
V_0	mm/degree	ramp velocity at opening side
Y_c	mm	ramp height at closing side
V_c	mm/degree	ramp velocity at closing side

Table 3 Non-dimensionalized shape factors of typical DRRD cams

캠 형 상	속도계수 (C_v)	가속도계수 (C_{amax})	가속도계수 (C_{amin})	Jerk 계수 (C_{jerk})	면적계수 (C_{area})
Simple Harmonic	1.57	4.93	-4.93	∞	0.5
Double Harmonic	2.0	5.5	-9.9	42	0.375
Constant Velocity	1.0	∞	∞	∞	0.5
Parabolic	2.0	4.0	-4.0	∞	0.5
Cubic Curve	1.5	6.0	-6.0	∞	0.5
3-4-5 Polynomial	1.72	4.58	-6.67	40	0.444
4-5-6-7 Polynomial	2.19	5.15	-10.9	44.2	0.5
2-8-10-12-18 Polydyne	1.92	7.4	-4.5	42.5	0.47
2-12-14-16-26 Polydyne	1.89	9.26	-3.47	59.0	0.52
2-16-18-20-34 Polydyne	1.88	11.2	-3.03	81.8	0.55
2-20-22-24-42 Polydyne	1.88	13.2	-2.8	109.7	0.57
2-24-26-28-50 Polydyne	1.88	15.18	-2.65	142.5	0.58

캠 형상들의 형상 계수들을 계산하여 Table 3에 정리했다.

3.1 속도 계수(Velocity Factor)

속도 계수는 Fig4에서 보는 바와 같이 동일 구간 of 캠 각도 동안에 동일한 크기의 캠 종동자 변위를 상승할 때, 최고 속도 값을 비교하기 위한 무차원화 된 계수이다. Fig4의 캠 A와 캠 B의 속도 계수는 캠 종동자 변위 곡선의 최대 기울기를 의미한다. 캠 종동자 변위가 시작되는 지점에서 최고 변위 $h(mm)$ 에 도달하는 지점까지의 캠 각도를 $\beta(Degree)$, 최고속도를 $V_{max}(mm/deg-ree)$ 이라 하면 속도 계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_v = \frac{V_{max}\beta}{h} \tag{9}$$

속도 계수의 하한값은 1이며 상한값은 이론적으로 무한대이다. 속도 계수가 1인 경우는 Fig4의 양끝점들을 직선으로 잇는 등속도 캠을 의미하며 속도 계수가 무한대인 경우는 캠 종동자 변위 곡선의 기울기가 무한대인 구간이 존재한다는 것을 의미한다.

평면 종동자를 사용하는 캠의 경우, 캠/종동자 접촉점과 종동자 중심 축 사이의 편심량 $e(mm)$ 는

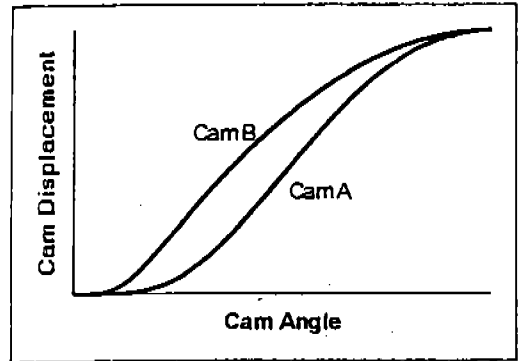


Fig.4 Two typical cam displacement curves with different shape factors

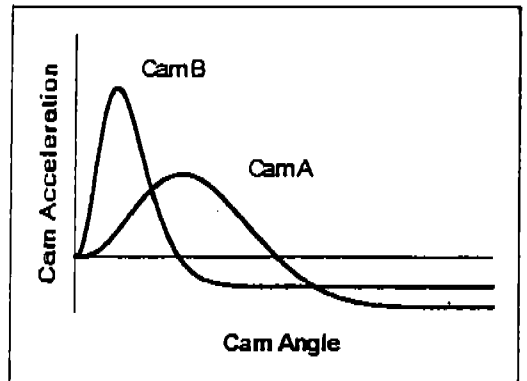


Fig.5 Two typical cam acceleration curves with different shape factors

캠 형상 곡선의 속도성분 $\frac{dy}{d\theta}$ (mm/radian)와 일치한다.¹⁵⁾ 그러므로 캠 형상의 속도 V 가 mm/degree 단위로 주어질 때, 종동자 중심 축과 접촉점의 편심량 e (mm)는 다음과 같이 계산된다.

$$e = \frac{180}{\pi} V(mm) \quad (10)$$

캠과 종동자 사이의 에지 접촉(Edge Contact)을 방지하기 위해서는 종동자의 반경을 접촉점의 최대 편심량보다 10~20% 정도 크게 유지할 필요가 있다. 그러므로 종동자의 직경을 줄이기 위해서는 캠 형상 곡선의 속도 계수를 줄이는 것이 필수적이다. 그러나 Table 3에서 보듯이 자동차 엔진 캠에 흔히 사용되는 Polydyne 캠은 속도 계수의 설계 범위가 매우 제한적이라는 것을 알 수 있다.

Fig.6-Fig.10은 본 연구에서 제안하는 방법이 캠 형상을 성공적으로 합성할 수 있는 설계 범위를 나타낸 것이다. 각각의 그래프는 캠 형상의 속도와 최고 가속도가 주어질 때, 제안하는 방법이 설계 가능한 최저 가속도의 하한값과 상한값을 무차원화하여 표시한 것이다. 예로서 속도 계수가 1.88이고 최고 가속도 계수가 10.0일 때 설계 가능한 최저 가속도의 범위는 Fig.8에 보듯이 약 -2.7에서 -3.4 사이이다. Fig.6-Fig.10에 나타난 속도 계수 값들은 Table 3에 주어진 고전적인 캠들의 형상 계수들과 비교하기 위하여 선정된 값들이다. 본 연구에서 제안한 캠 형상 설계방법의 경우 Fig.6-Fig.10에 보듯이 광범위한 영역의 속도 계수를 가지는 캠 형상의 설계가 가능하다. Polydyne 캠의 속도 계수를 1.88이라 할 때, 본 논문에서 제안하는 방법을 사용하는 경우 속도 계수가 15% 정도 낮은 캠 형상, 즉 속도 계수가 1.6 이하인 캠을 설계할 수 있다.

Fig.11-Fig.15의 그래프는 Fig.6-Fig.10에 주어진 설계 범위에 해당하는 캠 형상들의 면적 계수를 나타낸 것이다. 각각의 그래프는 캠 형상의 속도와 최고 가속도가 주어질 때, 제안하는 방법이 설계 가능한 캠 형상 면적 계수의 하한값과 상한값을 무차원화 하여 표시한 것이다. 물론

이와 같은 면적 계수의 변화는 최저 가속도 값을 변화시킴으로써 가능하다. 일반적으로 속도 계수를 낮출 경우 캠 형상의 면적 계수도 아울러 낮아지는 경향이 있다. Table 3에서 2-16-18-20-34 Polydyne 캠의 경우 속도 계수는 1.88, 최고 가속도 계수는 11.2, 면적 계수는 0.55이다. Fig.12는 속도 계수가 1.72일 때, 제안하는 설계방법의 면적 계수 변화 능력을 나타낸 것으로서 최고 가속도 계수가 11.2일 때 면적 계수는 약 0.45에서 0.58 사이의 값을 가질 수 있다. 그러므로 2-16-18-20-34 Polydyne 캠의 면적 계수 0.55와 최대 가속도 계수 11.2를 유지하더라도 Fig.12에서 보듯이 속도 계수 1.72 이하로 낮출 수 있다는 것을 알 수 있다.

이상에서 살펴본 바와 같이 본 연구에서 제안하는 방법은 Polydyne 캠에 비하여 가속도 계수 및 면적 계수의 손상없어도 다양한 속도 계수를 갖는 캠 형상의 설계가 가능하다. 이는 본 형상 합성 방법이 캠 형상 최적 설계시 더 많은 가능성을 부여한다는 것을 의미한다.

3.2 가속도 계수(Acceleration Factor)

가속도 계수는 Fig.5에 나타난 것과 같은 최대 가속도 값과 최소 가속도 값을 무차원화 한 계수로서 아래 식 (11)과 같이 계산된다.

$$C_{amax} = \frac{A_{max}\beta^2}{h}, \quad C_{amin} = \frac{A_{min}\beta^2}{h} \quad (11)$$

가속도 계수들의 절대값 $|C_{amax}|$, $|C_{amin}|$ 중 큰 값의 하한값은 Parabolic 캠(Constant Acceleration Cam)의 경우로서 $C_{amax}=4.0$, $C_{amin}=-4.0$ 이다. Parabolic 캠을 제외한 어떠한 캠도 C_{amax} 과 C_{amin} 중 적어도 하나는 그 절대값이 4.0 이상이다. Parabolic 캠의 경우, Fig.4의 캠 종동자 변위 곡선에서 가속 구간과 감속 구간의 곡률이 항상 일정하다는 것을 의미하며 가속 구간과 감속 구간이 연결되는 부분에서 가속도 값의 불연속 점이 존재한다. 가속도 계수의 상한값은 이론적으로 무한대이지만, DRRD 캠의 경우는 속도 계수와 관련된 20~30정도의 값으로 제한

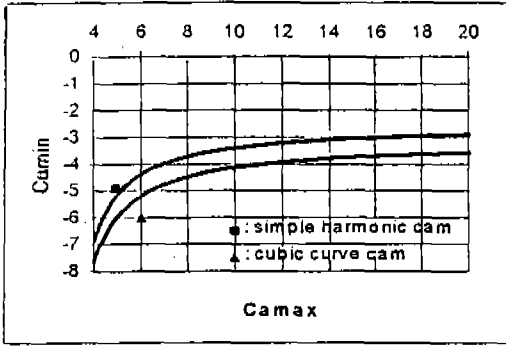


Fig.6 Design envelope of the proposed method ($C_v=1.57$)

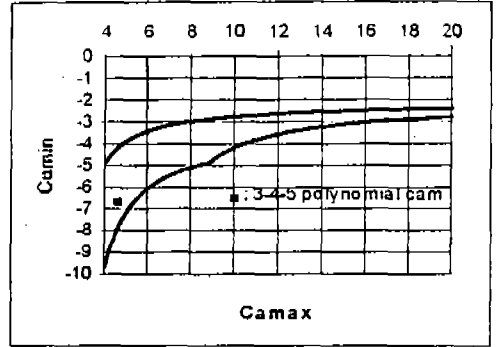


Fig.7 Design envelope of the proposed method ($C_v=1.72$)

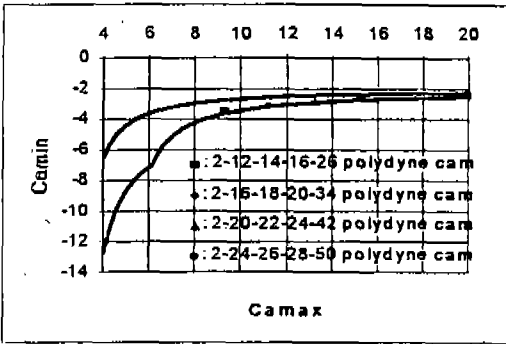


Fig.8 Design envelope of the proposed method ($C_v=1.88$)

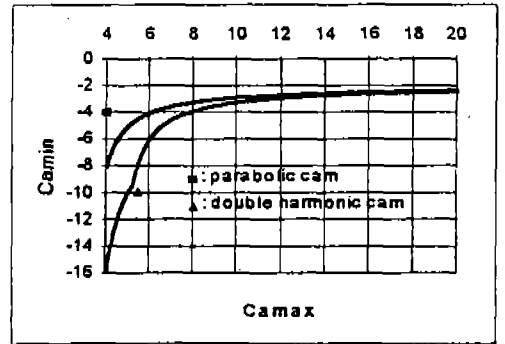


Fig.9 Design envelope of the proposed method ($C_v=2.0$)

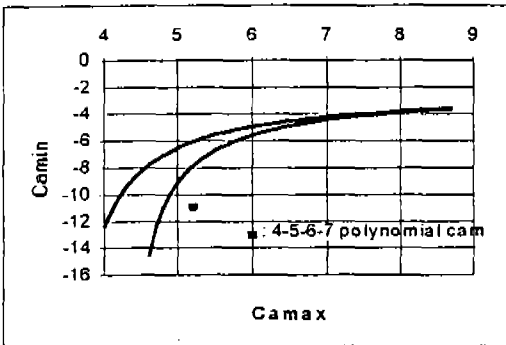


Fig.10 Design envelope of the proposed method ($C_v=2.19$)

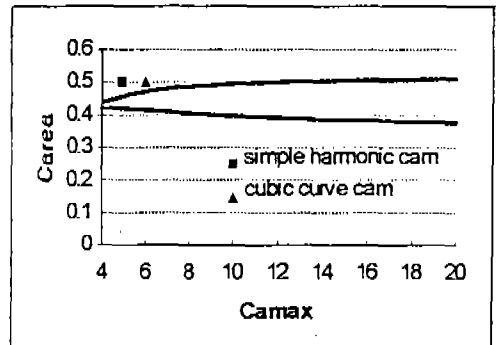


Fig.11 Effect of shape factors on area factor ($C_v=1.57$)

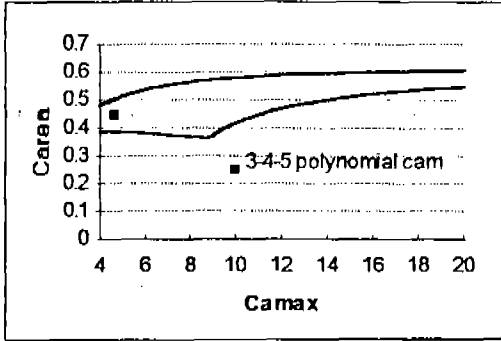


Fig.12 Effect of shape factors on area factor ($C_v=1.72$)

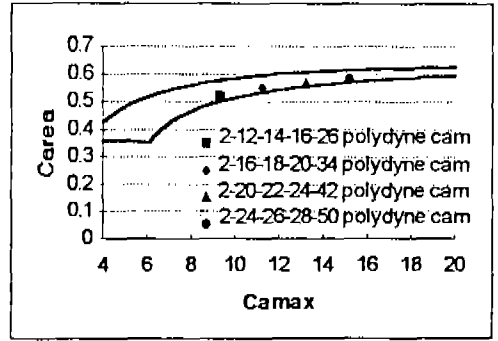


Fig.13 Effect of shape factors on area factor ($C_v=1.88$)

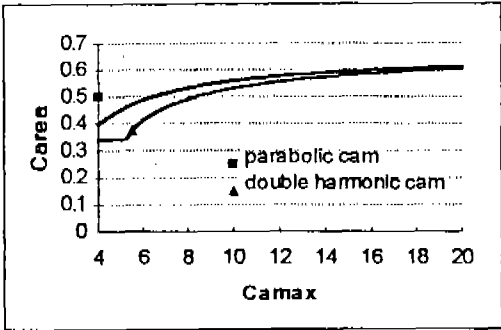


Fig.14 Effect of shape factors on area factor ($C_v=2.0$)

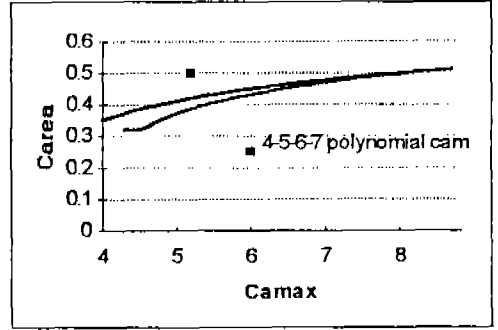


Fig.15 Effect of shape factors on area factor ($C_v=2.19$)

된다. 캠 형상을 설계하는 관점에서 가속도 계수는 되도록 작은 값으로 유지하는 것이 좋다. 왜냐하면 높은 캠 종동자 가속도는 밸브트레인의 관성력을 증가시켜 고속에서의 동특성을 나쁘게 하며, 캠과 종동자 사이에 작용하는 힘도 커지게 하기 때문이다. 그러나 가속도 계수를 작게 하는 것은 다음에 언급할 캠 종동자 변위 곡선의 면적 계수를 작게 함으로서 엔진의 성능을 저하시키게 된다.

본 연구에서 제안한 형상 설계 방법이 설계 가능한 가속도 계수의 범위가 Fig.6-Fig.10에 주어졌다. 각각의 그래프에 나타난 두개의 곡선은 속도 계수와 최대 가속도 계수가 주어질 때, 제안한 방법이 DRRD 캠 형상을 성공적으로 합성할 수 있는 최소 가속도 계수의 범위를 나타낸다. Fig.6과 같이 속도 계수가 작을 때는 C_{max} 의 전

영역에서 비교적 폭 넓은 설계범위를 가지지만, Fig.9, Fig.10과 같이 속도 계수가 클때는 C_{max} 이 높은 영역에서 매우 좁은 설계범위를 가짐을 알 수 있다. 자동차 엔진 캠에 널리 사용되고 있는 Polydyne 캠의 속도 계수가 대략적으로 1.88이므로 Polydyne 캠과의 비교를 위하여 $C_v=1.88$ 일 때의 설계 범위를 Fig.8에 나타냈다. Polydyne 캠은 Table 3에서 보듯이 다항식의 차수가 증가함에 따라 C_{max} 은 증가하고 C_{min} 의 절대값은 감소한다. Fig.8에 표시된 마크들은 Polydyne 캠의 형상 계수들을 의미하는데, Polydyne 캠 형상들이 Fig.8의 C_{min} 값 하한선과 대체로 일치하는 선상에 분포한다. 그러므로 본 연구에서 제안하는 캠 형상 설계방법이 Polydyne 캠과 전혀 별개의 형상을 설계하는 것이 아니라 Polydyne 캠을 포함하는 캠 형상 합성법이라는 것을 알 수 있다.

3.3 저크 계수(Jerk Factor)

저크는 캠 종동자 변위 곡선을 3번 미분한 값으로서 Fig5의 가속도 곡선의 기울기를 의미한다. 저크계수는 캠 형상에서 저크의 절대값이 최대인 저크 값을 무차원화 한 계수로서 아래 식 (12)와 같이 계산된다.

$$C_{jerk} = \frac{|J|_{max} \beta^3}{h} \quad (12)$$

저크 계수의 하한값은 정 저크 캠(Constant Jerk Cam)으로서 $C_{jerk}=32.0$ 이며 상한값은 무한대이다. 실제로 저크 값이 부분적으로 무한대인 캠 형상도 저속 구동에는 사용이 가능하다. 저크 계수는 일반적으로 밸브트레인의 고속 운전시 가속도 오버슈트(Overshoot), 고주파 진동, 밸브트레인 소음 등에 영향을 미치지만 이러한 밸브트레인의 고속운전 특성을 저크계수 하나만 가지고 일률적으로 평가하기는 곤란하며 밸브트레인의 동적 거동과 함께 생각해야 할 문제이다. 또한 저크값은 캠 형상 다듬질로서 변위, 속도, 가속도 곡선의 미세한 변형만으로 저크 값을 크게 변화시킬 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 제시한 캠 형상 합성 방법의 저크 계수에 대한 논의는 생략하고, 동특성에 미치는 영향을 평가하는 연구에서 함께 다루게 될 것이다.

3.4 면적 계수(Area Factor)

엔진 밸브트레인의 캠 형상은 혼합기의 유동 효율과 밀접한 관계가 있으며 이는 궁극적으로 엔진의 성능에 중요한 영향을 미친다. 유동효율을 정확히 평가하기 위해서는 흡기 분기관(Intake Manifold)의 형상, 밸브 변위, 밸브 크기 및 형상, 실린더 내부 형상 등 유동경로의 유체역학적 해석을 필요로 한다. 캠 형상이 혼합기의 유동효율에 미치는 영향은 Fig4의 캠 종동자 변위 곡선을 적분한 캠 로우브 면적(Cam Lobe Area)으로도 대략적으로 평가될 수 있다. 캠 형상의 면적 계수는 캠 로우브 면적을 무차원화 한 계수로서 본 논문에서는 아래 식 (13)과 같이 정의했다.

$$C_{area} = \frac{1}{h\beta} \int_0^\beta y(\theta) d\theta \quad (13)$$

면적계수는 이론적으로 0에서 1사이의 값을 가질 수 있으나 대체로 0.5를 전후한 값을 갖는다. Fig.13에 주어진 Polydyne 캠의 면적 계수들과 비교해 볼 때, 본 논문에서 제안하는 형상 합성 방법을 사용할 경우 캠 형상의 최고 가속도를 증가시키지 않고도 면적 계수를 상당한 범위까지 개선시킬 수 있다. 최고 가속도 계수가 9.26인 2-12-14-16-26 Polydyne 캠의 경우 면적 계수가 0.52인데 반하여, 본 연구에서 제안한 방법으로 설계한 캠은 같은 크기의 가속도 계수를 가질 때 면적계수를 0.577까지 높일 수 있다. 이 값은 캠 로우브 면적이 약 10% 정도 개선될 수 있다는 것을 의미한다. 또한 2-16-18-20-34 Polydyne 캠, 2-20-22--24-42 Polydyne 캠, 2-24-26-28-50 Polydyne 캠의 경우에도 본 연구의 설계 방법을 사용하면 최고 가속도 계수의 변화없이 각각 8%, 7%, 6%씩의 면적 계수 개선 효과를 기대할 수 있다. 이는 다항식 합성법을 이용한 캠 형상 설계 방법에서 흔히 따르는 형상 다듬질 과정에서 2-3% 정도의 면적 계수 손실을 감수한다 할지라도 적어도 5% 정도의 개선은 가능하다는 것을 시사한다.

4. 결 론

본 연구에서는 다항식 합성법에 근거를 둔 DRRD 캠 형상 합성법을 개발했다. 이 방법의 설계 변수 설정, 설계 범위, 로우브 면적에 미치는 영향 등을 평가한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서 제안한 캠 형상 합성법은 다항식에 근거를 두고 있음에도 불구하고 모든 설계 변수들을 캠 형상 변위, 속도, 가속도 곡선에 나타나는 물리적인 변수들로 구성했다. 그러므로 캠 형상 최적 설계에서 흔히 발생하는 설계 영역 설정의 어려움을 제거시킬 수 있었다. 또한 캠 형상을 구성하기 위한 설계 변수가 12개만으로 압축될 수 있었으므로 수치해석적 방법을 사용하는 캠 형상 합성법에 비하여 최적 설계 문제에 응용할 때 많은 장점을

갖는다.

- (2) 본 연구에서 제안한 캠 형상 합성법의 설계 범위는 Polydyne 캠의 설계 변위를 포함하는 광범위한 것이다. Polydyne 캠의 경우 속도 계수가 1.88 정도로 매우 좁은 범위에 제한되는데 비하여 본 방법은 약 1.5-2.2까지의 넓은 범위의 속도 계수를 갖는 형상 설계가 가능하다. 그러므로 평면 종동자의 크기가 제한된 밸브트레인의 경우 Polydyne 방법에 비하여 보다 유연한 캠 형상 설계가 가능하다.
- (3) 엔진의 혼합기 유동 효율에 미치는 캠 형상의 면적 계수를 최고 가속도의 변동없이 Polydyne 캠에 비하여 약 5-10% 정도 개선시킬 수 있다.

참 고 문 헌

1. P.Hollingworth, R.A.Hodges, "The History and Mathematical Development of Cam Profile Design in Rover", IMechE C427/107, Nov. 1991.
2. J.Bishop, "An Analytical Approach to Automotive Valve Gear Design", IMechE Automotive Division Proceedings 1950/1951.
3. D.Stoddart, "Polydyne Cam Design", Machine Design, Jan. 1953.
4. R.C.Johnson, "Method of Finite Differences Provides Simple But Flexible Arithmatical Techniques for Cam Design", Machine Design, 1955. pp.195-204.
5. R.Lenz, "A Graphical Method of Modifying Cam Acceleration", Machine Design, 1957, pp. 168-170.
6. D.M.Zigo, "A General Numerical Procedure for the Calculation of Cam Profiles from Arbitrarily Specified Acceleration Curves", J. of Mechanisms, Vol.2, 1967, pp.407-414
7. F.Y.Chen, "Mechanics and Design of Cam Mechanisms, Chapter 8 : Profile Synthesis by Numerical Methods", Pergamon Press, N.Y. 1982.
8. J.Angeles, "Synthesis of Plane Curves with Prescribed Local Geometric Properties Using Periodic Splines", Computer Aided Design, Vol. 15, No.3, May 1983, pp.147-155.
9. B.L.MacCarthy, N.D.Burns, "An Evaluation of Spline Functions for Use in Cam Design", IMechE Proceedings, Vol.199, No.C3, 1985, pp.239-248.
10. S.Seidlitz, "An Optimization Approach to Valve Train Design", SAE Technical Paper 901638, 1990.
11. F.Y.Chen, "Assessment of the Dynamic Quality of a Class of Dwell-Rise-Dwell Cam", J. of Mechanical Design, Vol.103, 1981, pp.793-802.
12. J.Angeles, C.Lopez-Cajun, "Optimal Synthesis of Cam Mechanisms with Oscillating Flat-Face Followers", Mechanisms and Machine Theory, Vol.23, No.1, 1988, pp.1-6.
13. 김성훈, 전혁수, 박윤식, "캠-밸브 기구에서 접촉력 최소화를 위한 캠과 종동자 형상 최적 합성", 대한기계학회논문집, 제14권 제3호, 1990, pp.534-546.
14. 김성훈, 김원경, 박윤식, "OHC 형 캠-밸브 기구의 최적 캠 형상설계 및 실험적 검증", 대한기계학회논문집, 제164권 제11호, 1992, pp.2049-2058.
15. R.L.Norton, "Design of Machinery : An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines", McGraw-Hill Inc., 1992, pp.335-336.

부 록

식 (3), (5), (8)의 해

$$\theta_{-5} = 2\theta_{-4} - \theta_{-6} - \frac{2Y_0}{V_0}, A_4 = -\frac{V_0}{2(\theta_{-5} - \theta_{-6})^3}$$

$$A_3 = -2A_4(\theta_{-5} + \theta_{-6}), A_2 = -3A_3\theta_{-6} - 6A_4\theta_{-6}^2$$

$$A_1 = -2A_2\theta_{-6} - 3A_3\theta_{-6}^2 - 4A_4\theta_{-6}^3$$

$$A_0 = -A_1\theta_{-6} - A_2\theta_{-6}^2 - A_3\theta_{-6}^3 - A_4\theta_{-6}^4$$

$$p = 1 + \frac{A_{min}\theta_{-2}}{A_{min}\theta_{-2} - V_{max}}, \quad D_3 = -\frac{A_{min}}{p(p-1)(-\theta_{-2})^{p-2}},$$

$$D_1 = 0, \quad D_0 = Y_{max}, \quad D_2 = \frac{1}{2}A_{min}$$

$$\theta_{-2} = \theta_{-4} + \frac{3(V_{max} - V_0)}{2A_{0max}},$$

$$\theta_{-3} = \frac{\frac{1}{2}(3V_{max} + 3V_0)\theta_{-2} - \frac{1}{2}(3V_{max} + 5V_0)\theta_{-4} + 4[Y_0 - y_{-2}(\theta_{-2})]}{(V_{max} - V_0)}$$

$$B_4 = -\frac{A_{0max}}{12(\theta_{-3} - \theta_{-4})^2}, \quad B_3 = \frac{A_{0max}\theta_{-3}}{3(\theta_{-3} - \theta_{-4})^2},$$

$$B_2 = \frac{A_{0max}}{2(\theta_{-3} - \theta_{-4})^2} (\theta_{-4}^2 - 2\theta_{-3}\theta_{-4}),$$

$$B_1 = V_0 + \frac{A_{0max}}{3(\theta_{-3} - \theta_{-4})^2} (3\theta_{-3}\theta_{-4}^2 - 2\theta_{-4}^3),$$

$$B_0 = Y_0 - V_0\theta_{-4} + \frac{A_{0max}}{12(\theta_{-3} - \theta_{-4})^2}$$

$$(3\theta_{-4}^2 - 4\theta_{-3}\theta_{-4}^3),$$

$$C_4 = -\frac{A_{0max}}{12(\theta_{-2} - \theta_{-3})^2}, \quad C_3 = \frac{A_{0max}\theta_{-3}}{3(\theta_{-2} - \theta_{-3})^2}$$

$$C_2 = \frac{A_{0max}}{2(\theta_{-2} - \theta_{-3})^2} (\theta_{-2}^2 - 2\theta_{-3}\theta_{-2}),$$

$$C_1 = V_{max} + \frac{A_{0max}}{3(\theta_{-2} - \theta_{-3})^2} (3\theta_{-3}\theta_{-2}^2 - 2\theta_{-2}^3),$$

$$C_0 = Y_{-2}(\theta_{-2}) - V_{max}\theta_{-2} + \frac{A_{0max}}{12(\theta_{-2} - \theta_{-3})^2}$$

$$(3\theta_{-2}^2 - 4\theta_{-3}\theta_{-2}^3)$$