

<논 문> SAE NO. 943729

# 크랭크축 각속도를 사용한 실린더내 압력 추정(1)

## Estimation of Cylinder Pressure Using the Crank Shaft Speed(1)

임 병 진,\* 박 종 범,\* 임 인 건,\* 배 상 수,\* 김 응 서\*\*  
B. J. Lim, J. B. Park, I. K. Lim, S. S. Bae, E. S. Kim

### ABSTRACT

This paper describes the method to investigate combustion pressure in the cylinder without modifications of engine. Assuming engine dynamics as a single degree of freedom cylinder pressure is estimated using the variation of crank shaft speed. For this study pressure, crank shaft speed, and load are sampled by the crank angle. This study suggests the variation of crank shaft speed can be used as parameters of feedback engine control.

주요기술용어 : Combustion Pressure(연소 압력), Engine Dynamics(기관 동력학), Single Degree of Freedom(1 자유도계), Crank-Shaft Speed(크랭크 축 속도), Feedback Engine Control(피드백 기관 제어)

### 기 호 설 명

$A_p$ : Piston area	$T_l$ : Engine load torque
$E_{cam}$ : Total energy of camshaft assembly	$V_{cam,elas}$ : Elastic potential energy of camshaft assembly
$J_{cs}$ : Moment of inertia of crankshaft	$V_{cam,grav}$ : Gravity potential energy of camshaft assembly
$J_{dyn}$ : Moment of inertia of dynamometer	$\theta$ : Gravity potential energy of camshaft assembly
$J_{fw}$ : Moment of inertia of fly wheel	
$m_p$ : Weight of piston	
$P_{atm}$ : Atmospheric pressure	
$P_f^{th}$ : Cylinder pressure	
$T_{cam}$ : Kinetic energy of camshaft assembly	
$T_{crank}$ : Kinetic energy of crankshaft assembly	
$T_f$ : Friction torque	

### 1. 서 론

저공해 차량이나 초회박 연소 차량의 기관 제어를 위하여 연소실 센서(In-Cylinder Pressure Combustion Sensor)가 필요하며, 실험실의 경우

\* 정희원, 서울대학교 대학원  
\*\* 정희원, 서울대학교 기계공학과



리고 캠축으로 구성되어 있고, 이는 다시 밸브, 로커 암 및 캠축에 의한 역학적 에너지와 회전 에너지(Rotational Energy) 그리고 밸브 스프링에 의한 탄성에너지(Elastic Energy)와 중력에 의한 위치에너지(Potential Energy)로 세분된다. Fig.2는 캠축 어셈블리의 개략도이다.

$$E_{cam} = T_{cam} + V_{cam, cas} + V_{cam, grav} \quad (2)$$

(2) 식에서 각각의 항은 부록에 명시되어 있다. 에너지의 미분은 힘의 단위가 되고, 힘을 크랭크축 각속도로 나누면 물리적으로 토크가 된다. 크랭크축 및 캠축 어셈블리의 토크의 합은 기관 부하, 실린더내 압력, 그리고 마찰력 및 기타에 의한 토크 합과 같으며 식 (3)은 이들의 토크평형(Torque Balance)을 나타낸다.

$$\frac{d}{dt}(T_{crank} + E_{cam}) = -\sum_{j=1}^4 A_p(P_j - P_{atm})\dot{s} - T_f\dot{\theta} \quad (3)$$

$$J_{tot}\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\frac{dJ_{tot}}{d\theta}\dot{\theta}^2 + \frac{d}{d\theta}E_{cam} = -\sum_{j=1}^4 A_p(P_j - P_{atm})\frac{ds}{d\theta} - T_f \quad (4)$$

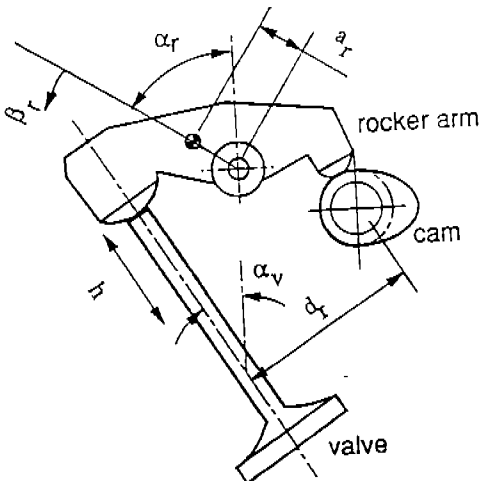


Fig.2 Schematic diagram of camshaft assembly.

식 (4)는 에너지 방법에 의해 전개된 크랭크축 각속도의 함수로 표현된 토크형태의 최종식이다. 이 식에서 좌변의 첫번째 항은 크랭크축 각속도 변동에 의한 관성 토크이며, 두번째 항은 피스톤의 왕복동 운동에 의한 토크(Reciprocating Torque), 그리고 세번째 항은 캠축에 의한 토크이다. 우변의 첫번째 항이 우리가 구하고자 하는 실린더내 압력에 의한 토크이며, 두번째, 세번째 항은 기관부하 및 마찰력과 기타 에너지에 의한 토크이다. 식 (4)에 의해 측정된 크랭크축 속도, 기관부하 및 마찰력 및 기타 토크를 사용하여 실린더내 압력에 의한 토크를 계산한다. 이때 마찰력 및 기타 에너지에 의한 토크는 (4) 식에서 압전형 압력 센서를 사용하여 측정된 압력 토크로 부터 계산하고, 동일 실험을 반복하여 평균된 값을 사용하였다. 그러나 보다 효과적인 해석을 위하여 마찰력 및 기타 에너지에 의한 토크는 기관 회전 속도, 부하 및 공연비 등의 인자로 모델링 할 필요가 있다.

### 3. 연소실 압력의 추정

식 (4)에서 계산된 실린더 내 압력 토크는 4개의 실린더에 의한 결과이므로, 이를 각각의 실린더내 압력으로 분리하기 위해서는 가정이 필요하다. 이를 위한 가정은 다음과 같다.

- ① 흡, 배기 과정의 압력은 일정하다.
- ② 압축 행정의 압력은 폴리트로픽(Polytropic) 과정이다.

이때 흡, 배기 밸브의 개폐시기가 고려되었고, 배기 밸브가 열렸을 때의 압력 하강(Blow Down)이 해석에 포함된다. 보다 자세한 내용은 부록에 나타내었다. 식 (4)에서 실린더내 압력 변동에 의한 토크만 정확히 계산되면 크랭크축 속도 변동에 의한 압력 추정은 가능함을 알 수 있다.

### 4. 실험 장치

본 연구를 위하여 연소 해석 장치와 크랭크축 속도 측정 장치를 제작하였다. Fig.3은 실험 장치의 개략도이다. 본 연구에 사용된 A/D 변환기는

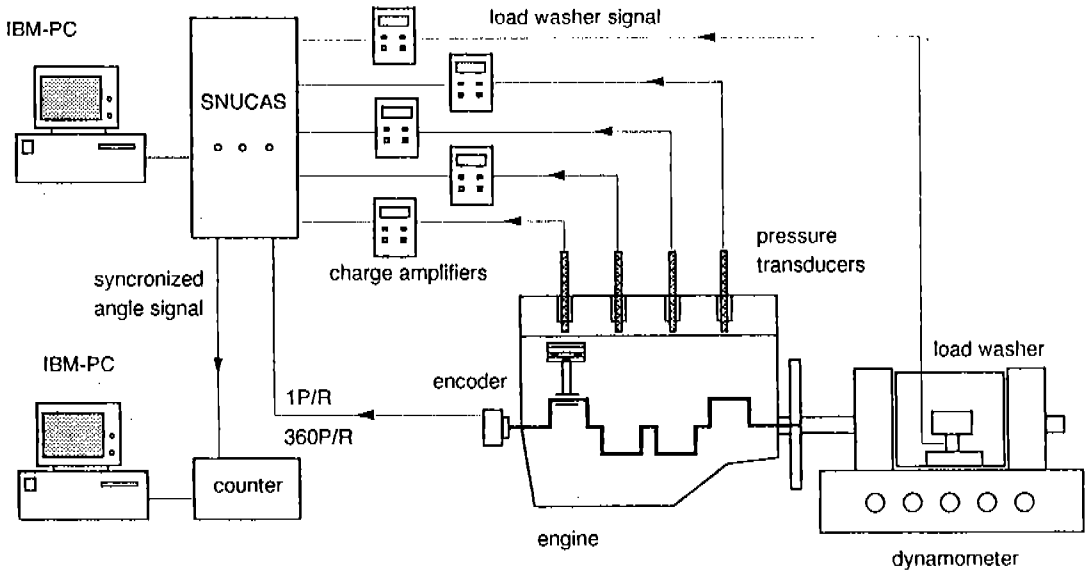


Fig.3 Schematic diagram of experimental apparatus.

12Bit의 해상도, 8 채널 동시 측정(Simultaneous Sample and Hold), 자동 입력 및 250kHz의 최대 변환 속도를 갖는다.

실험에 사용된 기관은 양산용 가솔린 4기통, 4행정, 다중분사 방식, 12밸브로 행정 체적은 1.495 dm<sup>3</sup>이다. 본 기관에는 배기 밸브쪽으로 압력 센서 장착용 어댑처가 설치되어 있어 4기통의 동시 압력 측정이 가능하다.

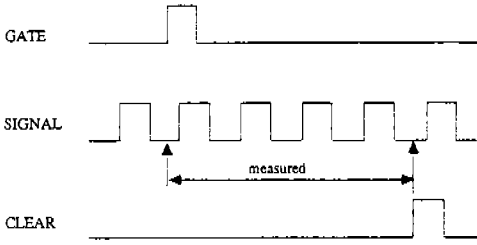
각종 신호 처리는 SNUCAS(Seoul National University Combustion Analyzer System)에 의해 수행되었고,<sup>6)</sup> 본 연구를 위하여 특별히 그 기능이 추가 되었다. 이 시스템의 특징은 기존 연소 해석기에 비하여 PC를 사용하므로 메모리 사용이 유연하고, 압력 신호 이외의 처리도 가능하며, 프로그램의 수정, 개선이 가능하다. 본 연구에서는 이 시스템을 사용하여, 4개의 압력 신호, 기관 부하 신호 및 크랭크축 속도가 동시에 처리 되었다. 연소실 내의 압력은 Kistler사의 6051 압전형 센서를 사용하였다. 이 센서는 냉각수가 필요없고 센서의 직경이 5mm에 불과하여 장착이 용이하나 센서의 감도가 2~3pc/bar로 기존 센서의 10분의 1밖에 안되므로 사용상에 주의해야 한다.

멀티채널 신호처리를 위하여, ALTERA<sup>7)</sup> 프로그래밍으로 신호처리 칩을 설계하였다. 기관 실험시

엔코더(Encoder)의 신호는 노이즈 등이 수반되기 쉽고, 이 신호를 원하는 채널 수의 신호로 만드는 과정에서 오동작의 가능성이 있으므로 이를 하나의 칩으로 설계하여 신호처리의 신뢰성을 확보하였다. 이 칩을 사용하여 원하는 채널수, 외부 클럭 속도(External Clock Speed), 크랭크 각도 해상도의 조절이 소프트웨어적으로 가능하다.

가솔린 기관의 크랭크축 각속도 변동을 측정하기 위해 데이터의 DMA 전송이 가능한 타이머 보드를 사용하였다. 가솔린 기관의 경우 기관 회전 속도는 800rpm에서 7000rpm 정도이다. 이를 크랭크 각도 1°단위로 측정하였을 때, 측정속도의 범위는 5kHz에서 42kHz까지 이다. 따라서, 크랭크축 각속도의 변동은 인터럽트 데이터 전송 방식으로 측정한다면 기관 회전속도 200rpm 내의 까지 측정이 가능하므로 DMA방식의 사용이 필요함을 알 수 있다.

본 연구에서 사용된 타이머는 28비트의 해상도를 갖고 있으며, 10MHz의 기준 클럭을 사용한다. 크랭크축 각속도 변동은 매 1°마다 28비트의 타이머로 10MHz의 해상도로 측정되며 연속 DMA방식으로 PC의 메모리로 데이터가 전송된다. Fig4는 속도 측정의 타이밍 차트이다.



GATE: AND gate of TDC and Enable signal

SIGNAL: Crank angle signal of encoder

CLEAR: Signal of PC DMA timer

Fig.4 Timing chart for crankshaft speed measurement.

속도 측정을 위하여 GATE 신호와 SIGNAL 신호가 필요하며, GATE 신호는 측정 시작을 나타낸다. GATE 신호는 엔코더의 TDC 신호와 연소 해석기 장치의 시작 신호를 앤드 게이트(AND Gate)하여 사용하였는데, 이는 연소 해석기의 압력 신호와 동기시켜 측정하기 위해서이다. SIGNAL 신호는 엔코더의 앵글 신호이다.

측정의 완료는 PC의 DMA내의 카운터에 의해 행해지며 이 카운터가 16비트이므로 16384개의 데이터 전송이 가능하다. 이는 22개의 사이클을 측정할 수 있는 값이고 크랭크축의 각속도 변동은 평균값이 아닌 각각의 사이클일 중요하므로 데이터 측정량은 충분하다. 측정된 기관 회전 속도는 연소 해석기의 TDC 보정에 의해 연소 해석기에서 측정된 압력 데이터와 동기되어 비교할 수 있다.

5. 결과 및 토론

본 연구의 실험 조건은 공회전, 무부하 상태로 냉각수 온도는  $80 \pm 1^\circ\text{C}$ 로 유지하였고, 공연비는 이론 공연비인 14.7로 일정하게 하였다.

Figure 5는 공회전시의 측정된 기관 회전 속도와 그 값을 Fourier 변환한 것으로 기관의 회전수의 15배 이상 성분을 제거하였다. 이는 식 (4)에서 크랭크 각속도의 미분값이 필요하기 때

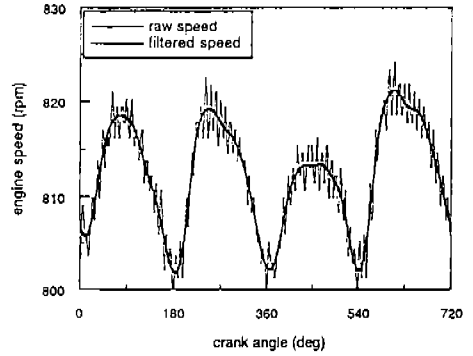


Fig.5 Comparison of raw and filtered crankshaft speeds.

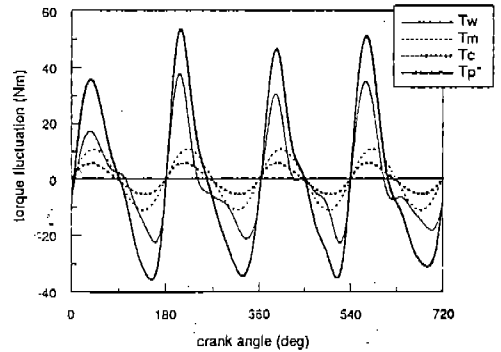


Fig.6 Fluctuation of inertia, machinery, camshaft and estimated pressure torque.

문이다.

Figure 6은 크랭크축의 속도 변동에 의한 관성 토크  $T_w$ , 왕복동 운동에 의한 기계적 토크  $T_m$ , 캠 토크  $T_c$  및 추정된 압력 변동에 의한 토크  $T_{p^*}$ 를 나타낸다. 이 값들의 상대적인 크기는 기관 회전 속도와 부하에 따라 변동하며, 본 연구에서는 공회전시이므로 압력변동에 의한 토크의 크기가 다른 토크들에 비해 큰 값을 갖지 않았다.

Figure 7은 공회전시 기관 부하를 로드 셀과 압전형 로드 센서를 사용하여 측정한 결과이다. 일반적으로 기관 동력계에 많이 사용되는 로드 셀의 경우에는 응답성이 수 Hz에 불과하므로 기관의 부하가 거의 0의 값으로 측정되었으나, 압전형 로드 센서를 사용한 결과 전체적인 적분 값은 0이나 크랭크 각도에 따라 주기적으로 그

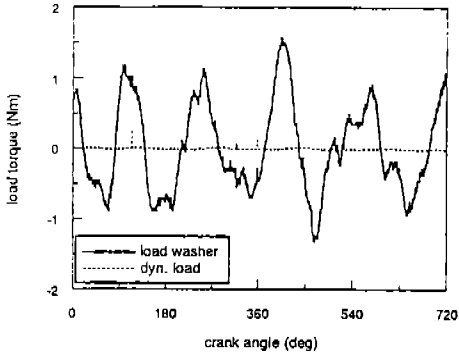


Fig.7 Comparison of load torques from load washer and load cell.

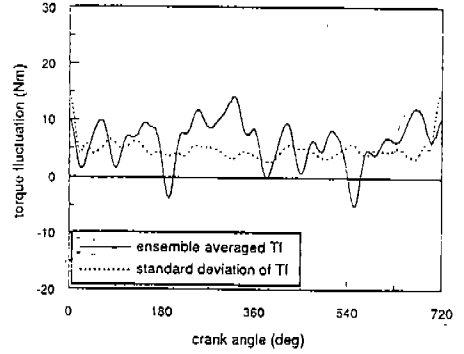
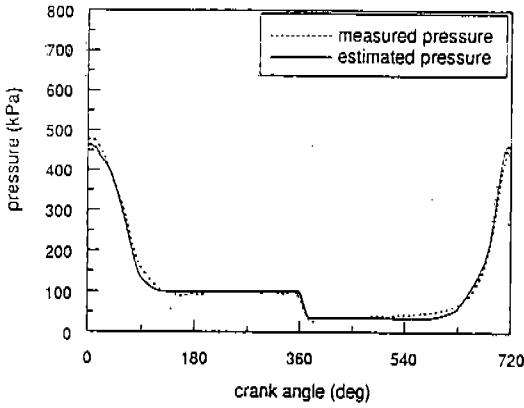
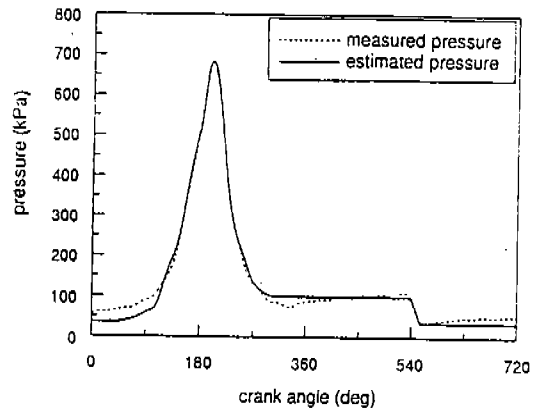


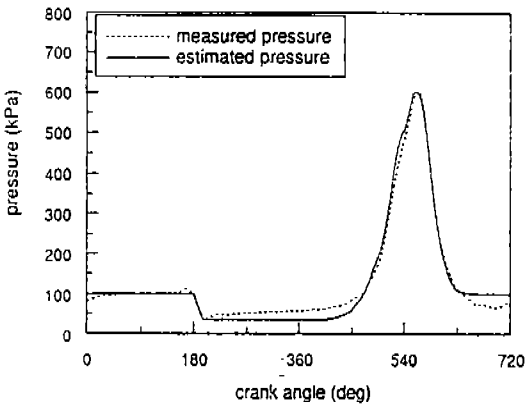
Fig.8 Ensemble average and standard deviation of friction and other torque.



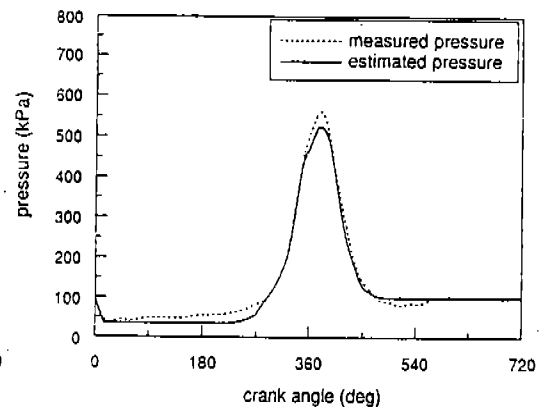
(a) 1st cylinder



(c) 3rd cylinder



(b) 2nd cylinder



(d) 4th cylinder

Fig.9 Comparison of measured and estimated pressures of each cylinder

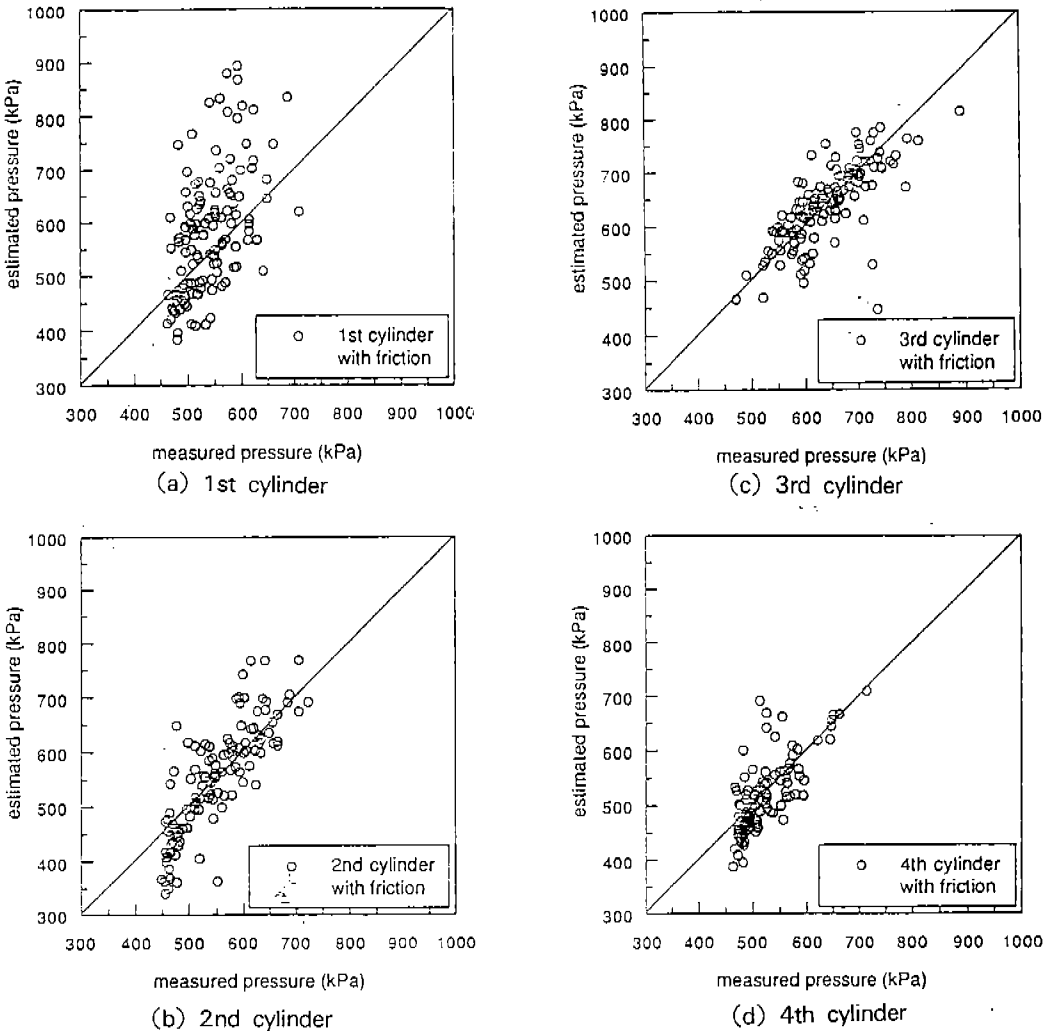


Fig.10 Comparison of estimated and measured maximum pressures.

값이 변하였다. 따라서 압력 복원을 위해서는 기관 부하의 측정이 필요함을 알 수 있었다.

압력 토크를 계산하기 위하여 본 연구에서는 마찰력 및 에너지에 의한 토크를 여러 실험을 통하여 측정된 값을 평균하여 사용하였다. Fig.8은 냉각수 온도  $80 \pm 1^\circ\text{C}$ 에서 100번 실험한 값의 평균과 그들 값의 표준 편차이다. 이 값에서 알 수 있듯이 표준 편차는 6.5%이고 그 값들이 동일한 실험 조건에서 재현성을 갖음을 알 수 있다. 그러나, 실제로 마찰 등에 의한 토크는 기관의 종류 및 운전 상태 등에 의해 변화가 크며, 또한 그 값을

정확히 추정하기는 어렵다. 특히 연구되어 온 결과들은 이 연구에서 필요로 하는 크랭크 각도별 마찰 토크가 아닌 기관 회전 속도별 마찰 평균 유효 압력(Friction Mean Effective Pressure)<sup>9-12)</sup>이나, 밸브기구, 피스톤 링 등의 결과<sup>13-16)</sup> 등이다. Ball<sup>17)</sup> 등은 크랭크축 및 캠축의 토크를 실험적으로 측정하였으나, 제한된 운전 영역 및 특정 기관이므로 본 연구에 사용하기는 무리다. 따라서, 본 연구에서는 압력 변환로 측정된 값과 마찰 등을 고려하지 않고 크랭크축 속도 변동으로부터 복원된 압력과의 차이를 마찰 및 기타 토크로

정의한다. 그림에서  $T_i$ 가 0보다 작게 나타난 곳이 있는데, 이는 진동이나 기타 모델링에서 무시한 에너지 들의 영향으로 생각된다. 크랭크 각도 0°와 720°에서 표준 편차가 큰데, 이는 필터링시 한 사이클을 가지는 주기로 가정하였기 때문이다.

식 (4)에서 압력 변동에 의한 토크를 계산하고 Fig.8의 마찰 및 기타 토크를 고려하여 각각의 실린더 압력을 복원한 것이 Fig.9이다. 이 그림은 100번의 실험 결과중 하나로 계속된 오차는 Fig.10에 나타내었다. 본 연구는 크랭크축 각속도 변동으로부터 압력을 복원하는 것이 목표이므로 평균된 압력값이 아닌 개개의 사이클이 해석 대상이다. 실험 조건이 공회전사이므로 최대 압력값이 500~650kPa 사이의 값을 보인다. 압력 복원시 배기 압력은 100kPa로 가정하였고, 흡기 압력은 흡기 다기관관의 평균 압력을 사용하였는데, 본 실험에서는 30kPa 이었다. 복원된 실린더 압력은 개개의 실린더의 차이를 잘 보여주었고, 특히 관심 부분인 360°~540° 영역에서 잘 일치한다. Fig.9의 (b)는 흡기시 실린더 압력이 다른 실린더에 비해 높게 나왔는데 이는 실험에 사용된 압력 변환기가 비냉각 방식이고, 감도가 낮아서 열적 부하에 민감한 때문이다.

복원된 압력과 추정된 압력의 오차의 척도로서 최고 압력을 사용하였는데 Fig.10은 그 결과이다. 최대 압력의 차이가 평균적으로 각 실린더에서 432, -3.5, -2.1, -10.0kPa로서 근사함을 알 수 있다.

## 6. 결 론

기관과 동력계를 1 자유도계로 가정하고, 에너지 보존 법칙을 적용하여, 압력 변동에 의한 토크를 계산하였고, 실린더 내의 압력을 추정하였다. 이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 기관을 1 자유도계로 가정하여 해석이 용이하였으나, 이로부터 계산된 입력 토크는 기관 제어에 사용될 수 있을만큼 실제 압력값과의 차가 적다.
- 2) 4기통의 영향을 받는 압력 토크는 간단한

가정에 의해 각각의 실린더 압력으로 분리할 수 있다.

- 3) 기관 마찰력과 기타 에너지에 대한 토크를 정의하여 측정하였으나, 해석의 효과적인 실제 적용을 위해 이들에 대한 모델링이 필요하다.

## 참 고 문 헌

1. David R. Lancaster, Roger B. Krieger, and John H. Lienesch, "Measurement and analysis of Engine Pressure Data", *SAE Paper* 750026, 1975.
2. Toshikazu Ina and Hideki Obayash, "Lean Limit A/F control System by Using Engine Speed Variation", *SAE Paper* 860413, 1986.
3. Stephan J. citron, John E. O'Higgins, and Lillian Y. Chen, "Cylinder by Cylinder Engine Pressure and Pressure Torque Waveform Determination Utilizing Speed Fluctuation", *SAE Paper* 890486, 1989.
4. Kazumasa Iida, Katuo Akishino, and kazuo Kido, "IMEP Estimation from Instantaneous Crank Shaft Torque Variation", *SAE Saper* 900617, 1990.
5. Jacques Davain, "Measurement and Analysis of Intra-Cycle RPM Changes", *SAE Paper* 93 0397, 1993.
6. 임병진, 임인건, 김용서, "PC를 사용하는 연소해석장치의 개발에 관한 연구", 한국자동차공학회지, 제15권 제3호, 1993.
7. Burton Paul, Kinematics and dynamics of Planar Machinery, Prentice-Hall, Inc., pp.433~510, 1979.
8. MAXplus2 Programming Reference Manual, ALTERA Corporation, 1993.
9. I. Fujii, S. Yagi, H. Sono and H. Kamiya, "The Engine Friction in Four Stroke S. I. motorcycleEngine", *SAE Paper* 880268, 1988.
10. K. J. Patton, R. G. Nitschke and J. B. Heywood, "Development and Evaluation of a Friction



- Model for Spark-Ignition Engine”, *SAE Paper* 890836, 1989.
11. S. Yagi, Y. Ishibasi and H. Sono, “Experimental Analysis of Total Engine Friction in Four Stroke S. I. Engine”, *SAE Paper* 900223, 1990.
  12. S. Yagi, K. Fujiwara, N. Kuroki and Y. Maeda, “Esymination of Total Engine Loss and Engine Output in Four Stroke S. I. Engines”, *SAE Paper* 910347, 1991.
  13. S. Furuham, M. Takiguchi and K. Tomizawz, “Effect of Piston and Piston Ring Designs on the Piston Friction Forces in Diesel Engines”, *SAE Paper* 810977, 1981.
  14. S. Fruhama and S. Sasaki, “New Device for the Measurement of Piston Friction Forces in Small Engines”, *AE Paper* 831284, 1983.
  15. J. T. Storon and P. A. Willermet, “An Analysis of Valve Train Friction in terms of Lubrication Principles”, *SAE Paper* 830165, 1983.
  16. M. E. Crane and R. C. Meger, “A Process to Predict Friction in an Automotive Vale Train”, *SAE Paper* 901728, 1990.
  17. W. F. Ball, N. S. Jackson, A. D. Pillely and B. C. Porter, “The friction of a 1.6 Litre Automotive Engine-Gasoline and Diesel”, *SAE Paper* 860418, 1986.

부 록

압력 토크의 계산  
에너지 보전 법칙을 기관과 동력계에 적용하면,

$$\frac{d}{dt}(T+V) = \text{Power applied to system}$$

전체 시스템을 크랭크 각도만의 함수인 1 자유도계로 가정한다.

크랭크축 어셈블리

본문중의 Fig.1과 식 (1)을 참조하면,

$$\sin \phi = \lambda \sin \theta - \frac{e}{L} \quad \lambda = \frac{r}{L}$$

$$s = r(\cos \theta + \frac{1}{2} \cos \phi)$$

$$\xi = s(\theta + \pi)$$

$$\bar{\phi} = \phi(\theta + \pi)$$

$$m_A = m_2 \frac{b}{L}$$

$$m_s = m_2 \frac{a}{L}$$

$$J_{AB} = J_2 - m_2 ab$$

$$\frac{d}{dt} T_{crank} = \frac{d}{d\theta} (T_{crank}) \cdot \dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} T_{crank} = 4(m_p + m_B) \left( K_s \frac{dK_s}{d\theta} + \bar{K}_s \frac{d\bar{K}_s}{d\theta} \right)$$

$$+ 4J_{AB} \left( K_o \frac{dK_o}{d\theta} + \bar{K}_o \frac{d\bar{K}_o}{d\theta} \right)$$

$$K_o = \frac{\phi}{\theta} = \lambda \frac{\cos \theta}{\cos \phi}$$

$$K_s = \frac{s}{\theta} = -(e + s \cdot \tan \phi)$$

$$\frac{dK_r}{d\theta} = -\lambda \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + K_s^2 \tan \phi$$

$$\frac{dK_s}{d\theta} = -r \left( \cos \theta + \frac{1}{\lambda} \frac{dK_o}{d\theta} \right) \sin \phi + \frac{1}{\lambda} K_o^2 \cos \phi$$

$$K_s = K_s(\theta + \pi)$$

$$K_o = K_o(\phi + \pi)$$

캠축 어셈블리

본문중의 Fig.2를 참조하면,

$$T_{carn} = \frac{1}{2} J_{carn} \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 + \sum_{j=1}^4 \left(\frac{1}{2} J_{ij} \beta_{inj}^2 + \frac{1}{2} J_{ej} \beta_{ej}^2 + \frac{1}{2} m_{ij} h_{ij}^2 + \frac{1}{2} m_{ej} h_{ej}^2\right)$$

하첨자는  $i$ 는 흡기 밸브를,  $e$ 는 배기 밸브를 나타내고,  $j$ 는 각각의 실린더를 표시한다.

$$V_{carn, gas} = \sum_{j=1}^4 \left(f_{ij} h_{ij} + \frac{1}{2} k_{ij} h_{ij}^2 + f_{ej} h_{ej} + \frac{1}{2} k_{ej} h_{ej}^2\right)$$

하첨자  $f$ 는 밸브 스프링의 예하중이고,  $k$ 는 스프링 상수이다.

$$V_{carn, grav} = \sum_{j=1}^4 \left\{ -m_{ij} g \cos \alpha_{ij} h_{ij} + m_{ij} g a_{ij} \cos(\alpha_{ej} + \beta_{ij}) - m_{ej} g \cos \alpha_{ej} h_{ej} + m_{ej} g a_{ej} \cos(\alpha_{ej} + \beta_{ej}) \right\}$$

$$\frac{d}{dt} (E_{carn}) = \frac{d}{d\theta} (E_{carn}) \cdot \dot{\theta}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (E_{carn}) &= \frac{1}{4c_{carn}} j \ddot{\theta} + J_{ir} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{d\beta_{ij}}{d\theta} \frac{d^2 \beta_{ij}}{d\theta^2} \theta^2 + \left(\frac{d\beta_{ij}}{d\theta}\right)^2 \theta \right] + J_{er} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{d\beta_{ej}}{d\theta} \frac{d^2 \beta_{ej}}{d\theta^2} \theta^2 + \left(\frac{d\beta_{ej}}{d\theta}\right)^2 \theta \right] + m_{iv} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{dh_{ij}}{d\theta} \frac{d^2 h_{ij}}{d\theta^2} \theta^2 + \left(\frac{dh_{ij}}{d\theta}\right)^2 \theta \right] + m_{ev} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{dh_{ej}}{d\theta} \frac{d^2 h_{ej}}{d\theta^2} \theta^2 + \left(\frac{dh_{ej}}{d\theta}\right)^2 \theta \right] + f_i \sum_{j=1}^4 \frac{dh_{ij}}{d\theta} + f_e \sum_{j=1}^4 \frac{dh_{ej}}{d\theta} + k_i \sum_{j=1}^4 \frac{dh_{ij}}{d\theta} + k_e \sum_{j=1}^4 h_{ej} \frac{dh_{ej}}{d\theta} \end{aligned}$$

$$-m_{iv} g \cos \alpha_{iv} \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{dh_{ij}}{d\theta} \right]$$

$$-m_{ev} g \cos \alpha_{ev} \sum_{j=1}^4 \frac{dh_{ej}}{d\theta}$$

$$\sigma m_{ir} g \alpha_{ir} \sum_{j=1}^4 \sin(\alpha_{ir} + \beta_{ij}) \frac{d\beta_{ij}}{d\theta}$$

$$-m_{er} g \alpha_{er} \sum_{j=1}^4 \sin(\alpha_{er} + \beta_{ej}) \frac{d\beta_{ej}}{d\theta}$$

실린더 내 연소 압력 복원

$$Pressure Torque = \sum_{j=1}^4 A_p (P_i - P_{atm}) \frac{\dot{\theta}}{\theta}$$

$$= A_p \{ (P_1 + P_4 - 2P_{atm}) (-r \sin \theta - r \cos \theta \tan \phi) + (P_2 + P_3 - 2P_{atm}) (r \sin \theta - r \cos \theta \tan \phi) \}$$

$P_1$  = Power stroke

$P_2$  = Exhaust stroke, constant pressure  $P_e$

$P_3$  = Expansion stroke, polytropic proces

$P_4$  = Intake stroke, constant pressure  $P_i$

$$P_3(\theta) = P_0 \left( \frac{V_0}{V(\theta)} \right)^n$$

$P_0, V_0$  : 흡기 밸브가 닫힐 때의 체적과 압력  
배기 밸브가 열릴 때의 압력 강하를 고려하면,

$$P_2(\theta) = P_e + \frac{P_{EVO} - P_e}{180} \pi (4\pi - \theta)$$

여기서,  $P_{EVO}$ 는 배기 밸브가 열릴때의 압력이다.