

〈논 문〉 SAE NO. 943727

## 벨로우즈의 장착에 따른 자동차 배기계의 동특성 개선 및 벨로우즈의 최적위치 평가

Improvement of the Vibrational Characteristics According to Attachment of Bellows  
and Evaluation of Bellows Optimal Position in Automobile Exhaust System

고 병 갑,\* 이 완 익,\*\* 박 경 진\*\*\*  
B. G. Ko, W. I. Lee, G. J. Park

### ABSTRACT

The problem of mechanical vibration is investigated for an automotive exhaust system. The vibrational reduction effect is systematically evaluated according to the attachment of bellows at the exhaust system. Moreover, the optimal attachment position of bellows is determined from the viewpoint of vibration isolation. The structure is analysed by the finite element technique where the geometry, the mass, the stiffness and the damping properties of the exhaust pipe are modeled. The validity of the developed model is verified by comparing with the experimental results. An optimization is carried out by the quadratic approximation algorithm. The reaction transferred to an automobile body by the hanger is considered as the objective function. It is shown that the exhaust system which has the bellows at the optimal position is more effective for the vibrational characteristics than the others. It is also proved that this analytical method is quite useful in the design stage of the exhaust system.

주요기술용어 : Bellows(벨로우즈), Exhaust System(배기계), Quadratic Approximation Algorithm(2차근  
사법), Engine Idle Shake(엔진공회전), Quadrilateral Shell Element(사변형 쉘 요소),  
Equivalent Beam(등가 보)

### 1. 서 론

자동차 공회전시 배기계에는 엔진의 운동으로 인하여 진동이 발생하게 된다. 이러한 진동은 배기계의 피로수명을 단축시킬 뿐만 아니라 승차감을 저하시키는 주요인이 된다. 따라서 배기계의 피로수명 및 승차감 향상을 위한 설계는 이 계의 동특성 문제의 해결과 연관된다.

배기계에 관한 기존의 설계<sup>(1,2)</sup>는 3차원 곡선 보의 탄성진동해석을 적용하여 머플러와 연결된 파이프 부분의 형상을 변화시킴으로써 진동특성을 평가하였다. 이와 같은 설계는 배기계의 설계사양을 변화시킴으로써 공진을 방지할 수는 있으나 진동감소의 효과는 미약하다는 문제점이 있다. 또한 자동차 설계시 배기계는 마지막 단계의 설계이며, 차량측의 제약된 조건을 충분히

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 한양대학교 기계설계학과

\*\*\* 한양대학교 기계공학과

고려해야 하므로 그 설계사양의 변경이 어렵다.

배기계의 동특성을 개선시키기 위한 최근의 설계<sup>(3, 4)</sup>는 이 계에 벨로우즈를 장착함으로써 엔진으로부터의 진동을 흡수하여 이 계의 변형 및 파손을 방지하도록 하였다. 그러나 벨로우즈의 동특성을 고려하지 않고 사용하면 엔진의 진동수와 벨로우즈가 장착된 배기계의 고유진동수가 일치하여 공진이 발생함으로써 오히려 진동이 증가하는 현상이 발생한다.

따라서 본 연구에서는 배기계의 동특성을 개선하기 위하여 장착하는 벨로우즈의 장착효과를 체계적으로 고찰하고, 최적의 장착위치를 평가하고자 한다. 벨로우즈의 장착효과를 고찰하기 위하여 배기계에 벨로우즈를 장착한 경우와 장착하지 않은 경우의 고유진동수와 진동변위를 비교하여 벨로우즈 장착에 따른 공진현상도 검토한다. 또한 배기계에서 발생하는 진동은 행거를 통해 차체로 전달되므로 벨로우즈의 최적 장착 위치는 공회전시 승차감의 향상을 위해 행거에서의 진동변위가 최소화될 수 있는 위치를 선정하였다. 따라서 최적화기법을 도입하여 행거에서의 진동변위를 최적설계의 목적함수로 하고, 벨로우즈의 장착위치를 설계변수로 고려하였다.

이와같이 배기계의 동특성 개선을 위한 벨로우즈의 장착효과를 체계적으로 고찰하고 최적화기법을 이용하여 벨로우즈의 최적 장착위치에 대한 설계자료를 제시함으로써 설계단계에서 배기계의 진동특성에 대한 개선을 가능케 하였다.

## 2. 진동해석

### 2.1 모우드 해석

모우드 해석은 구조물 및 기계의 고유진동수와 모우드형을 결정하며, 비감쇠계에 대한 운동방정식은 다음과 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M] \{\ddot{d}\} + [K] \{d\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서  $[M] = \sum_{m=1}^N [Me] =$  질량행렬

$$\{\ddot{d}\} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{d\} = \text{가속도벡터}$$

$$[K] = \sum_{m=1}^N [Ke] = \text{강성행렬}$$

$$\{d\} = \text{절점변위벡터}$$

$$[Me] = \rho \int_{vol} [N]^T [N] d(vol) = \text{요소질량행렬}$$

$$[Ke] = \{\delta d\}^T \int_{vol} [B]^T [D] [B] d(vol) = \text{요소질량행렬}$$

$$[N] = \text{형상함수행렬}$$

$$[B] = \text{변형률-변위행렬}$$

$$[D] = \text{탄성행렬(elasticity matrix)}$$

선형 계에 대하여 (1)식에서 변위 벡터  $\{d\}$ 는 다음과같이 조화함수의 형태로 표시할 수 있다.

$$\{d\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (2)$$

여기서  $\{\phi\}_i = i$ 번째 고유진동수의 모우드형을 표시하는 고유벡터

$$\omega_i = 2\pi f_i = i \text{번째 각진동수(rad/time)}$$

$$f_i = i \text{번째 고유진동수}$$

(2)식을 (1)식에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{\phi\}_i = \{0\} \quad (3)$$

(3)식에서  $\{\phi\}_i = \{0\}$ 면 무용해(trivial solution)가 되므로 다음 식에 의해 고유진동수와 모우드형을 구할 수 있다.

$$|[K] - \omega_i^2 [M]| = \{0\} \quad (4)$$

### 2.2 조화응답(harmonic response)해석

조화응답해석은 조화외력이 작용하는 선형 구조물의 정상상태의 응답을 결정하는데 도입된다. 감쇠계에 대한 운동방정식은 다음 식과 같이 표시할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{F\} \quad (5)$$

여기서  $[C] =$  감쇠행렬

$$\{\dot{d}\} = \text{속도벡터}$$

조화응답에 대한 해석방법으로는 직접적분법(direct integration method)과 모우드 중첩법(mode superposition)이 있으며, 직접적분법에 의한 운동방정식의 해는 변위응답이 조화함수의 형태인 다음 식으로 표시할 수 있다.<sup>5-6)</sup>

$$\begin{aligned} \{d_1\} &= \{d_{max} (\cos\phi + i \sin\phi)\} e^{i\omega t} \\ &= (\{d_1\} + i\{d_2\}) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $d_{max}$  = 최대변위

$i$  = 복소수

$\phi$  = 변위에 대한 위상각

$\{d_1\} = \{d_{max} \cos\phi\}$  = 실수부 변위벡터

$\{d_2\} = \{d_{max} \sin\phi\}$  = 허수부 변위벡터

외력벡터도 변위벡터와 마찬가지로 형태로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F_1\} &= \{F_{max} (\cos\psi + i \sin\psi)\} e^{i\omega t} \\ &= (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\{F_{max}\}$  = 최대외력벡터

$\psi$  = 외력에 대한 위상각

$\{F_1\} = \{F_{max} \cos\psi\}$  = 실수부 외력벡터

$\{F_2\} = \{F_{max} \sin\psi\}$  = 허수부 외력벡터

(6), (7)식을 (5)식에 대입하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]) (\{d_1\} + i\{d_2\}) e^{i\omega t} &= (\{F_1\} + \\ i\{F_2\}) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (8)$$

(8)식에서 양변의  $e^{i\omega t}$ 를 소거하면

$$\begin{aligned} (-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]) (\{d_1\} + i\{d_2\}) &= (\{F_1\} + \\ i\{F_2\}) \end{aligned} \quad (9)$$

(9)식으로부터 절점변위벡터는 다음과 같이 구

해진다.

$$\{d\} = [K_{eq}]^{-1} \{F\} \quad (10)$$

여기서  $[K_{eq}]$  = 등가강성행렬

또한, 감쇠비(damping ratio)에 대한 이론적 고찰은 다음과 같이 근사화 시킨 구조감쇠행렬(structural damping matrix)에 의해 정의된다.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (11)$$

여기서  $\alpha, \beta$ 는 Rayleigh 감쇠상수(damping constant)로서 각각 질량감쇠와 강성감쇠를 표시한다.

임의의 두 주파수 영역  $f_1, f_2$ 에서 이 두 감쇠함수의 합이 일정하며 감쇠비  $\zeta$ 와 주파수영역이 주어졌을때, 다음의 두식으로부터  $\alpha, \beta$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{\alpha}{4\pi f_1} + \beta\pi f_1 = \zeta \quad (12)$$

$$\frac{\alpha}{4\pi f_2} + \beta\pi f_2 = \zeta \quad (13)$$

### 3. 배기계의 모델링 및 진동실험

#### 3.1 배기계의 유한요소 모델링

본 연구에서 선정된 배기계는 현재 생산중인

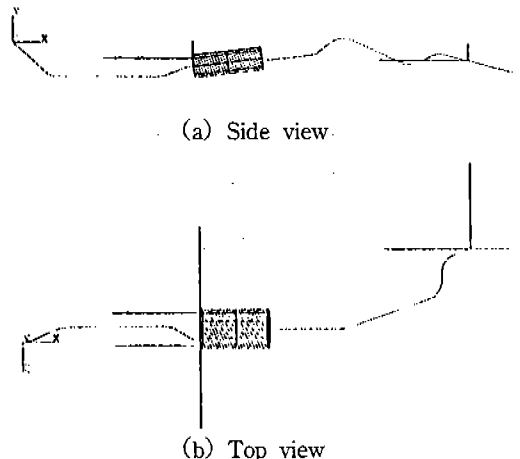


Fig.1 Configuration of exhaust system

상용차의 배기계이며, Fig.1에 표시하였다.

Fig.1에 표시한 바와 같이 배기계는 배기파이프, 머플러 및 행거로 구성된다. 범용 유한요소 프로그램<sup>(7)</sup>을 이용하여 배기파이프는 파이프 요소로, 머플러는 사변형 셀 요소로, 그리고 행거는 스프링 요소로 모델링 하였으며, 사용된 절점수는 239개이고, 요소수는 193개이다.

### 3.2 배기계의 진동실험

#### 3.2.1 고유진동수 실험

고유진동수 실험의 목적은 실험을 통하여 산출된 고유진동수 및 모우드 형을 시뮬레이션으로부터 산출된 결과와 비교, 검토하여 시뮬레이션 프로그램의 타당성을 입증하는데 있다.

Fig.2는 실험의 계통도를 표시하며, 실험방법은 엔진 장착부위를 고정시킨 상태에서 충격해머(PCB Hammer)를 이용하여 가진한 후, 가진신호를 증폭기(PCB 480B)로 증폭하여 입력신호를 얻는다. 그리고 출력은 가속도계(RION PV-90A)로부터 진동신호를 컨디셔닝 증폭기(B&K 2626)로 증폭하여 FFT해석기(SD-375)로부터 그 결과를 출력한다.

Table 1은 3차까지의 모우드에 대하여 시뮬레이션과 실험으로부터 구한 고유진동수를 표시한 것이며, Fig.3은 이에 대한 모우드 형을 비교한 것이다.

Table 1 Comparison of simulation and experimental natural frequency

Mode	Simulation (Hz)	Experiment (Hz)	Error (%)
1st	7.364	6.875	7.1
2st	12.439	11.125	11.8
3st	17.067	14.750	15.7

Table 1과 Fig.3에 표시한 바와 같이 고유진동수와 각각의 고유진동수에 대한 모우드형이 시뮬레이션과 실험 결과가 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

#### 3.2.2 강제진동 실험

강제진동 실험의 목적은 강제진동 해석시 입

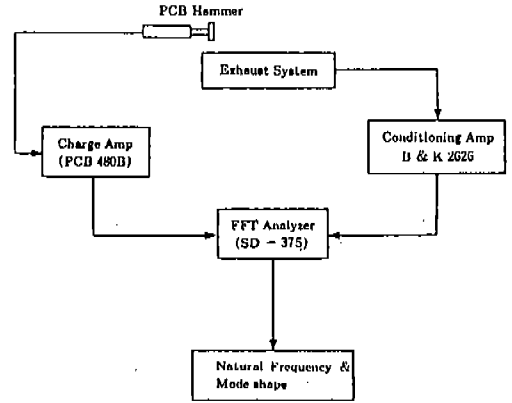


Fig.2 Relation of experimental equipment for natural frequency

력되어야 하는 배기계의 감쇠비를 결정하는 데 있다. Fig.4는 실험의 계통도를 표시하며, 본 연구는 자동차 공회 전 시 배기계의 진동을 고려하므로 함수발생기(model-184)의 주파수를 25 Hz로 고정시켰으며, 이 출력신호를 파워 앰프(type 350-A)로 증폭한 후, 가진기(model 511-B)에 의해 배기계의 엔진 연결부위를 가진하였다. 그리고 배기계의 진폭값을 수치적으로 얻기 위해 고속카메라(high speed camera)로 배기계 끝단을 촬영했다.

실험결과 시뮬레이션에서 입력되는 감쇠비는 2.97%의 값을 얻었으며, 이 감쇠비는 현장연구소 및 학술회의에서 인정받고 있는 1~3% 범위안에 있는 값이다.

실험방법 및 결과에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌<sup>(8-9)</sup>에 서술되어 있으므로 참고하기 바란다.

## 4. 벨로우즈의 진동흡수 효과

### 4.1 벨로우즈

벨로우즈는 자동차 배기계에 발생하는 복합적인 진동을 흡수하여 이 계의 파손 방지 및 승차감 향상을 목적으로 사용되고 있다. Fig.5는 이와 같은 벨로우즈의 대표적인 형상을 표시한 것이다.

Fig.5에 표시한 바와 같이 벨로우즈는 토로이달

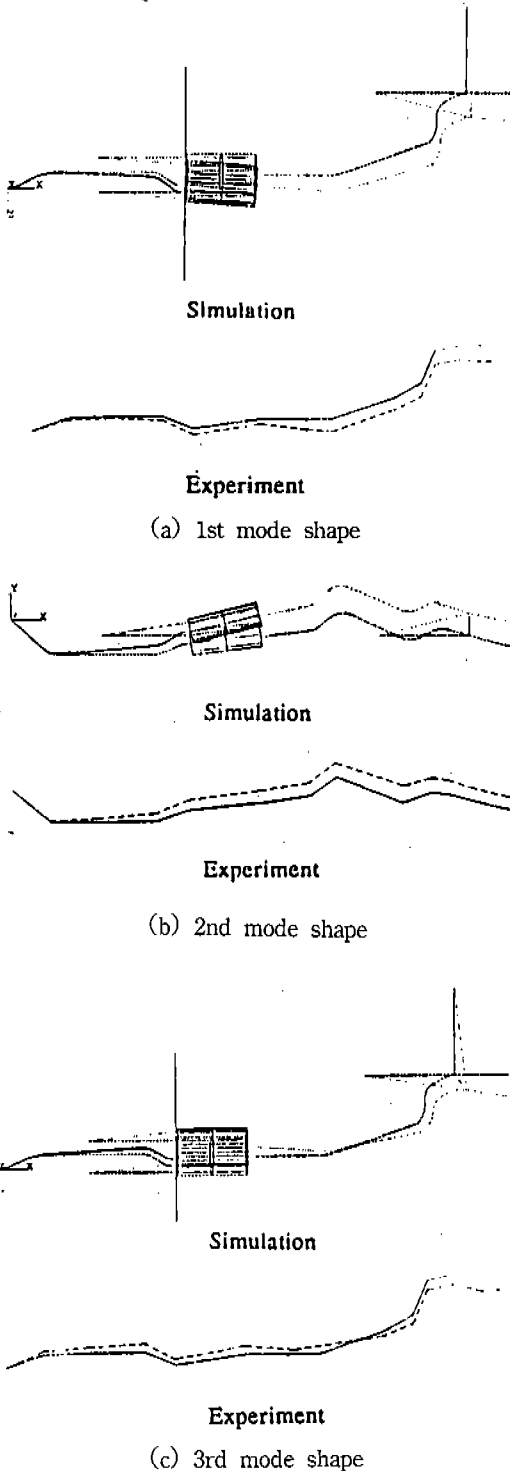


Fig.3 Mode shapes between simulation and Experiment

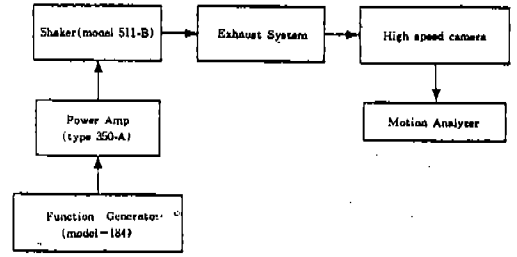


Fig.4 Relation of experimental equipment for damping ratio

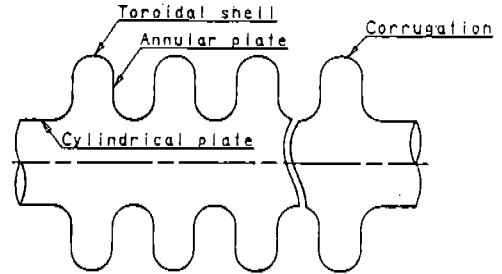


Fig.5 Typical configuration of bellows

셸(toroidal shell)이 기본형상이며, 원형평판(annular plate)과 원통 셸(cylindrical shell)이 접속된 복합 셸 구조물(composite shell structure)로서 파형(corrugation)을 용접하지 않고 원통 셸을 일체화시켜 제작한 플렉시블 셸(flexible shell)의 일종이다.<sup>(10)</sup>

#### 4.2 벨로우즈의 등가 보(equivalent beam)화

Fig.5에 표시한 바와 같이 벨로우즈는 복합 셸 구조물이므로 이와 같은 벨로우즈가 장착된 배기계의 고유진동수 해석이나 강제진동 해석은 벨로우즈로 인하여 모델링에 많은 어려움이 따르고 상당한 계산시간을 필요로 한다. 따라서 해석의 용이성과 효율성을 위하여 벨로우즈를 다음과 같이 보로 등가시켰다.

$$(L)_{\text{beam}} = (L)_{\text{bellows}} \quad (14)$$

$$(E)_{\text{beam}} = (E)_{\text{bellows}} \quad (15)$$

$$(K_{\text{axial}})_{\text{beam}} = (K_{\text{axial}})_{\text{bellows}} \quad (16)$$

$$(K_{lateral})_{beam} = (K_{lateral})_{bellows} \quad (17)$$

여기서 L=전체길이  
 E=탄성계수  
 K=스프링계수  
 첨자 beam, bellows=각각 등가 보, 벨로우즈  
 첨자 axial, lateral=각각 축, 횡방향

(14), (15)식과 같이 등가 보의 전체길이, 탄성계수는 본 연구에서 선정된 배기계에 장착한 벨로우즈의 전체길이, 탄성계수와 같이 되도록 한다. 그리고 이와 같은 벨로우즈의 축방향 및 횡방향의 스프링상수를 (16), (17)식과 같이 등가 보의 스프링상수로 한다.

벨로우즈의 강성은 배기관(exhaust pipe)의 강성에 비해 매우 작은 값을 가지므로 등가과정의 기하학적 경계조건은 외팔 보(cantilever beam)로 하며, 등가 보의 단면적과 극관성모멘트는 (14)~(17)식으로 부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(A)_{beam} = \frac{(L)_{beam=bellows} \cdot (K_{axial})_{beam=bellows}}{(E)_{beam=bellows}} \quad (18)$$

$$(I)_{beam} = \frac{(L^3)_{beam=bellows} \cdot (K_{lateral})_{beam=bellows}}{3 \cdot (E)_{beam=bellows}} \quad (19)$$

여기서 A=등가 보의 단면적  
 I=극관성모멘트

(18)식에서 등가 보의 단면적은 (14)~(16)식으로 부터 구하고 극관성모멘트는 (19)식과 같이 (14), (15), (17)식으로 부터 구할 수 있다. 그리고 등가 보와 벨로우즈의 동특성을 같게 하기 위하여 진동문제에서 반드시 고려되어야 할 밀도는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$(\rho)_{beam} = \frac{(M)_{bellows}}{(A)_{beam} \cdot (I)_{beam=bellows}} \quad (20)$$

여기서 ρ=밀도

이와 같은 등가과정의 신뢰성을 검토하기 위하여 등가 보와 벨로우즈의 동특성을 다음 식의 이론해(11)와 비교 고찰하였다.

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2 \cdot \pi \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{M}}, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

여기서 λ는 i=1, 2, 3에 대하여 각각 λ<sub>1</sub>=1.875, 4.694, 7.855

Table 2는 각각의 경우에 대한 고유진동수를 나타내며, Fig.6에서 이를 도시적으로 비교하였고, Fig.7은 등가 보와 벨로우즈의 모우드형을 비교한 것이다.

Table 2 Comparison of equivalent beam and bellows natural frequencies

Mode	Theoretical Sol.	Equivalent Beam	Bellows
1st	429.54	428.82	480.16
2st	2692.07	2675.50	2238.70
3st	7538.62	7461.80	6940.90

(unit : Hz)

Fig.7에서 벨로우즈의 경우 실선으로 나타난 형상이 원형이며, 짙은 색으로 나타난 형상이 모우드 형이다. 등가 보의 경우는 짙은 실선으로 나타난 형상이 원형이며, 점선으로 나타난 형상이 모우드 형이다. Table 2와 Fig.6, 7에 나타난 바와 같이 등가 보와 벨로우즈의 고유진동수 및 모우드 형은 비교적 잘 일치하므로 등가과정의 신뢰성이 확인되었다.

### 4.3 벨로우즈의 장착에 따른 배기계의 동특성 개선

일반적으로 벨로우즈의 장착위치는 배기계에 있어 엔진과 머플러 사이의 임의의 위치가 된다. 이 절에서는 벨로우즈의 장착에 따른 배기계의 동특성을 고찰하는 것이 주관심이므로 벨로우즈

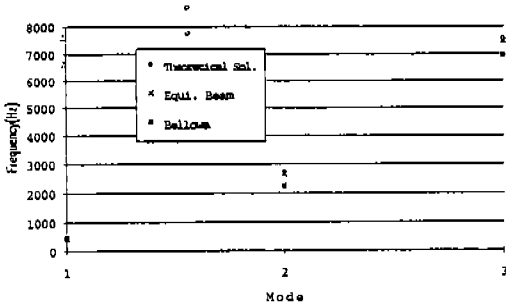


Fig.6 Comparison of equivalent beam and bellows natural frequencies

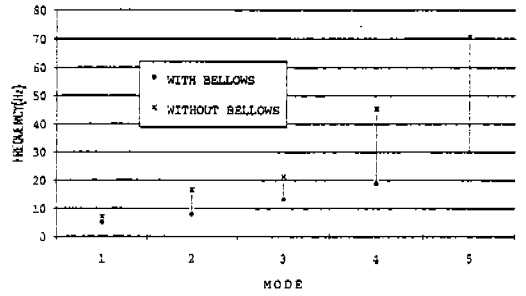
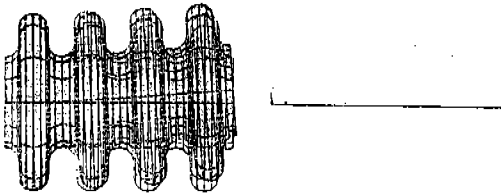
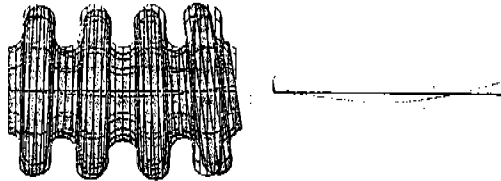


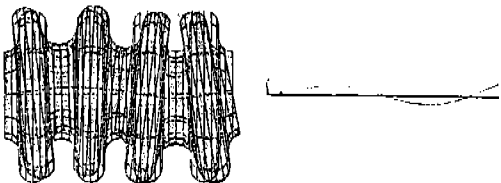
Fig.9 Comparison of natural frequency



(a) 1st mode shape



(b) 2nd mode shape



(c) 3rd mode shape

Fig.7 Comparison of equivalent beam and bellows mode shapes



(a) Exhaust system without bellows



(b) Exhaust system with bellows

Fig.8 Configuration of exhaust systems

를 임의의 위치에 장착한 후(이하 ‘장착 배기계’라 칭함)와 장착하지 않은 배기계의 경우(이하 ‘무장착 배기계’라 칭함)의 고유진동수를 비교하였다. 또한 공회전시 엔진의 운동으로 인하여 각 경우의 배기계에서 발생하는 진동변위를 비교함으로써 벨로우즈 장착에 따른 배기계의 진동감소 효과를 고찰하였다. 이와같이 이 절에서는 임의의 위치에 벨로우즈를 장착하여 무장착 배기계와 동특성을 비교하며, 다음 절에서는 최적화기법을 도입하여 벨로우즈의 장착위치를 결정하고자 한다.

Fig.8은 무장착 배기계와 장착 배기계를 나타낸 것이며, Fig.8(b)에서 엔진과 머플러사이의 질은 실선이 벨로우즈의 등가 보를 나타낸다.

Fig.9는 벨로우즈의 장착에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하기 위하여 ‘장착배기계와 무장착 배기계의 고유진동수를 비교한 것이다.

Fig.9에 나타난 바와 같이 무장착 배기계보다 장착 배기계가 벨로우즈의 장착으로 인하여 유연해지므로 고유진동수는 저주파쪽으로 이동한다. 또한 두 경우의 배기계는 모두 엔진의 진동수인 25Hz에서 고유진동수를 갖지 않으므로 엔진과의 공진현상은 발생하지 않음을 알 수 있다. 그러나 Fig.9에 나타난 바와 같이 무장착 배기계의 경우 진동을 흡수할 목적으로 임의의 위치에 벨로우즈를 장착하면 배기계의 고유진동수가 저차 모우드로 변화하므로 25Hz보다 다소 높은 모우드가 25Hz의 모우드로 이동할 수 있다. 따라서 배기계의 진동을 흡수할 목적으로 체계적인 평가없이 벨로우즈를 임의의 위치에 장착하면 엔진과의 공진현상이 발생할 수 있으므로 벨로우

즈의 장착위치 선정은 배기계의 설계시 신중히 고려해야 할 중요한 사항이다.

벨로우즈의 장착에 따른 배기계의 진동감소 효과를 고찰하기 위해선 강제진동 해석이 수행되어야 하며, 이때 요구되는 하중조건은 엔진의 운동변위이다. 이러한 엔진 운동변위의 크기 및 방향에 따라 강제진동해석의 결과는 크게 달라지므로 정확한 엔진의 운동변위를 구하여야 한다. 따라서 엔진의 운동변위를 구하기 위한 실험 및 이론적인 방법이 다수 연구(8, 9, 12-16)되어 왔으며, 본 연구에서는 선형행렬연산법(9)에 의해 구한 엔진의 운동변위를 적용하였다.

Fig.10은 엔진 공회전시(25Hz) 엔진의 운동변위로 인하여 장착 배기계와 무장착 배기계에서 발생하는 진동변위를 나타낸 것이다. x축은 엔진으로부터 배기계의 끝단까지 행거 및 변곡부분의 위치를 일련번호로 표시한 축으로써 P4와 P5는 엔진쪽의 행거를, P10은 머플러 뒷부분의 행거를 표시하며, y축은 진동 변위를 나타낸다.

Fig.10에 표시한 바와 같이 벨로우즈의 장착에 따라 배기계의 전 영역에 걸쳐 발생하는 진동변위는 크게 감소함을 알 수 있다. P1 위치는 엔진과 매우 근접한 부분이므로 두 경우와 서로 근사한 변위를 가지며, P2 위치에서는 장착 배기계의 변위가 더 크게 나타나는데 이 이유는 벨로우즈가 매우 유연하므로 엔진과 벨로우즈 사이의 파이프 거동을 무장착배기계의 경우에 비해 자유롭게 하기 때문이다. 이것은 벨로우즈 장착위치의 뒷부분에서의 변위가 무장착 배기계보다 크게 작용으로부터 알 수 있다.

Fig.11은 배기계 끝단과 행거에서의 진동변위를 주파수 영역에 대하여 표시한 것이다.

관심 주파수영역을 고려하여 120Hz까지 측정하였으며, Fig.11에 나타난 바와 같이 벨로우즈의 장착에 따라 배기계의 끝단 및 행거에서의 진동 변위는 전 주파수 영역에 걸쳐 매우 감소하였다. 그러나 Fig.11(b)에 나타난 바와 같이 장착배기계의 경우는 무장착 배기계의 경우에 비해 고유진동수가 저주파쪽으로 이동되었으나 고유진동수의 이동에 의한 효과는 나타나지 않았다. 그 이유는 Fig.9의 고찰에서 언급한 바와 같이 두

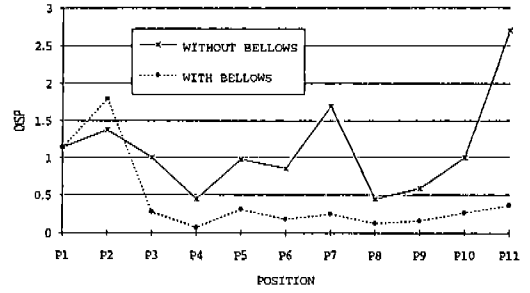
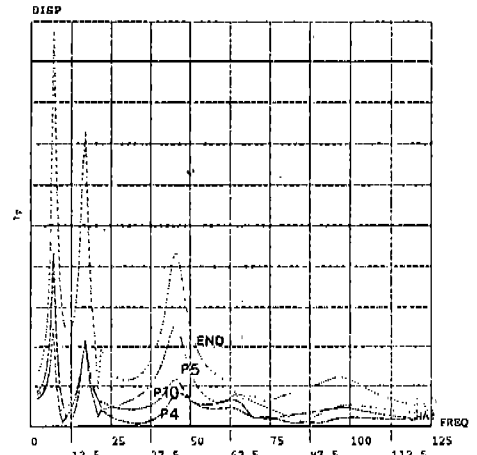
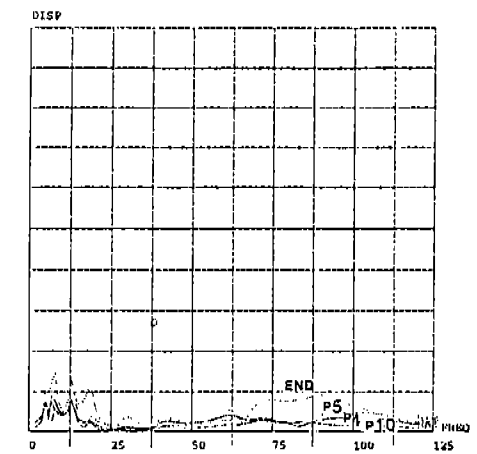


Fig.10 Comparison of vibrational displacements for exhaust systems



(a) Without bellows



(b) With bellows

Fig.11 Comparison of vibration displacements at end part and hangers



경우의 배기계는 모두 엔진의 진동수인 25Hz에서 고유진동수를 갖지 않으므로 엔진과의 공진현상은 발생하지 않기 때문이다. 또한 공진주파수에서도 진동변위가 매우 작게 나타나므로 벨로우즈의 장착위치에 따른 효과가 미미할 것으로 판명되었으며, 이것은 본 연구에서 사용한 벨로우즈의 강성이 매우 작은 값을 갖는 벨로우즈를 사용하였기 때문이다.

따라서 본 연구에서 사용한 벨로우즈에 비해 강성이 강한 벨로우즈를 사용하였을 경우 고유진동수의 이동 효과 및 진동감소에 대한 보다 뚜렷한 결과가 고출되리라 예상된다.

이상의 고찰로부터 장착 배기계의 경우 벨로우즈의 유연성으로 인하여 무장착 배기계의 경우에 비해 고유진동수가 저주파쪽으로 이동하며, 또한 벨로우즈가 엔진의 운동변위를 흡수함으로써 무장착 배기계의 경우보다 배기계에서 발생하는 진동변위를 크게 감소시킴을 알았다.

지금까지의 고찰에서 장착 배기계의 경우는 벨로우즈의 장착위치를 임의로 선정하여 무장착 배기계와 고유진동수 및 모드 형을 비교하였고, 벨로우즈의 진동흡수 효과를 고찰하였다. 따라서 배기계에서 발생하는 진동변위를 감소시켜 이계의 피로수명 및 승차감을 향상시키기 위한 벨로우즈의 최적 장착위치를 구하기 위하여 최적화 기법을 도입한다.

## 5. 벨로우즈의 최적장착 위치

### 5.1 최적설계이론의 적용

본 연구에서는 근사함수의 개념을 이용해 함수값만 계산하고 미분값이 필요없는 이차근사법을 도입하였다. 이 방법은 설계변수의 함축함수(implicit function)를 Taylor급수의 이차항까지 전개한 후, 이를 2차식의 명시함수(explicit function)형태의 근사함수로 변형시키며, Taylor급수로 이차항까지 전개시킬 때 몇 개의 점에서 각 함수의 값을 가지고 가중최소제곱법(weighted least square method)을 사용하여 이차식의 계수를 구한 다음 얻어진 명시함수를 반복 진행함으로써 근사화된 문제의 최적값을 구한다.<sup>17~21)</sup>

### 5.2 최적설계의 수식화

자동차 배기계에서 발생하는 진동은 행거를 통하여 차체로 전달되므로 이러한 진동은 승차감에 많은 영향을 미친다. 따라서 승차감을 향상시킬 목적으로 수행하였던 기존의 연구<sup>4)</sup>는 배기계의 3차까지의 모드 형으로 부터 배기계의 절점(nodal point)을 구해 그 절점을 행거의 위치로 설정하였다. 그러나 자동차 설계시 배기계는 마지막 단계의 설계이며, 차량축의 제약된 조건을 충분히 고려하여야 하므로 그 설계사양의 변경이 어렵다. 또한 행거는 배기계의 중량을 적절히 분배하는 위치에 장착되어야 하므로 행거의 위치이동은 많은 문제점이 따른다.

따라서 본 연구에서는 최적화 기법을 도입하여 벨로우즈의 장착위치를 설계변수로 하고 행거에서의 진동변위를 목적함수로 선정하여 이를 최소로 하는 벨로우즈의 최적위치를 고찰하고자 한다. 이에 대한 최적설계의 수식화는 다음식으로 표현된다.

$$\text{Minimize} : \sum_{j=1}^m \left( \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2} \right) \tag{22}$$

$$\text{subject to} : X_{\text{lower}} \leq X \leq X_{\text{upper}}$$

여기서 m = 배기계를 지지하고 있는 행거의 수

n = 절점별 진변위의 총자유도수

$\delta_i$  = i번째 행거에서의 x, y, z방향의 변진변위

X = 설계변수로서 벨로우즈의 장착위치에 대한 엔진으로 부터의 X좌표

$X_{\text{lower, upper}}$  = 설계변수의 하한값 및 상한값으로써 벨로우즈의 장착가능 구간

### 5.3 벨로우즈의 최적장착위치에 대한 고찰

Fig.12는 본 연구에서 설정한 배기계의 벨로우즈 장착가능 구간을 나타낸 것이다.

Fig.12에 나타난 바와 같이 전체길이가 280mm인 벨로우즈의 장착가능 구간은 엔진과 머플러 앞부분의 직선파이프 구간이 되며, 엔진으

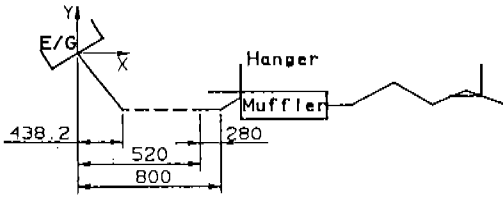


Fig.12 Attachment interval of bellows

로부터 x좌표가 438.2mm부터 800mm까지가 된다. 그러나 벨로우즈가 처음 시작되는 지점을 설계 변수로 설정하였으므로 최적설계시 설계변수인 벨로우즈 장착위치의 하한값(lower bound)과 상한값(upper bound)은 각각 438.2mm와 520mm가 된다.

Table 3 Optimal position of bellows according to any initial position

Any Position	Lower	458.65	479.10	499.55	Upper
DX1	-0.198953E-01	-0.198953E-01	-0.198953E-01	-0.198953E-01	-0.198953E-01
DX2	0.292468E-03	0.289941E-03	0.293331E-03	0.293331E-03	0.293331E-03
DZ1	-0.711814E-01	-0.711813E-01	-0.711814E-01	-0.711814E-01	-0.711814E-01
DX2	0.278814E-01	0.278811E-01	0.278815E-01	0.278815E-01	0.278815E-01
DY2	-292646E+00	-292656E+00	-292642E+00	-292642E+00	-292642E+00
DZ2	-0.711855E-01	-0.711855E-01	-0.711856E-01	-0.711856E-01	-0.711856E-01
DZ3	-0.476840E-02	-0.476903E-02	-0.476818E-02	-0.476818E-02	-0.476818E-02
DY3	-0.101177E+00	-0.101182E+00	-0.101175E+00	-0.101175E+00	-0.101175E+00
DZ3	-0.768929E-01	-0.768949E-01	-0.768922E-01	-0.768922E-01	-0.768922E-01
Optimal Val.	438.421	438.451	438.411	438.411	438.411
Obj.	0.503546	0.503561	0.503541	0.503541	0.503541

(unit : mm)

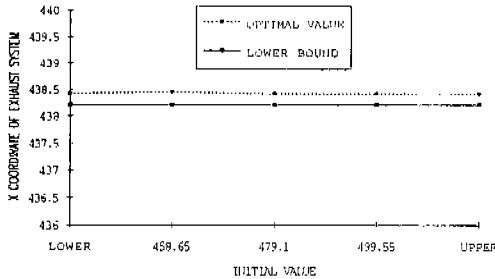


Table 4 Comparison of natural frequency for optimal position

Any position Mode	Opt.	458.65	479.10	499.55	520.00
1st	5.067	5.076	5.086	5.096	5.106
2nd	7.877	7.879	7.881	7.882	7.883
3rd	12.948	13.037	13.125	13.213	13.299
4th	18.644	18.657	18.669	18.682	18.695
5th	29.043	29.407	29.765	30.117	30.461

(unit : Hz)

Table 3과 Fig.11은 벨로우즈 장착 가능부위에서 임의로 장착위치의 초기값을 5군데 선정하여 최적화된 결과를 나타낸다. Table 3에서 DX1~DZ3는 각 행거에서의 x, y, z방향의 변위이다.

Table 3과 Fig.13에 나타난 바와 같이 임의로 장착위치의 초기값을 5군데 선정하여 최적화한 결과 모든 임의의 장착위치는 x의 최표값이 하

한값 근방인 438.411~438.451mm 즉, 엔진쪽으로 최적화 되었다.

Table 4는 임의의 위치에 벨로우즈를 장착한 배기계와 최적화된 위치에 벨로우즈를 장착한 배기계의 고유진동수를 비교한 것이다.

Table 4에 비교한 바와 같이 벨로우즈의 장착 위치가 최적화된 배기계의 경우가 다른 경우보다

고유진동수는 저주파쪽으로 이동되었으며, 벨로우즈의 장착위치가 엔진으로부터 멀수록 고유진동수는 고주파쪽으로 이동됨을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 최적화기법을 적용하지 않아도 벨로우즈의 장착위치가 엔진쪽으로 갈수록 고유진동수가 낮아지리라 예상할 수 있지만 본 연구는 승차감 향상을 위하여 행거에서의 진동변위를 최소로 하는 벨로우즈의 최적위치를 구한 후 그 위치에서의 엔진과의 공진현상을 체계적으로 평가하기 위한 최적화기법의 도입을 제시하고자함이 목적이다.

지금까지 벨로우즈의 장착에 따른 현저한 동특성의 변화가 체계적으로 고찰되었으며, 또한 최적의 장착 위치를 갖는 배기계와 임의의 장착 위치를 갖는 배기계와의 고유진동수는 큰 변화가 없으므로 본 연구는 더 나아가 벨로우즈의 축방향 및 횡방향 스프링상수도 설계변수에 포함하여 최적설계함으로써 보다 다양하고 실질적인 설계방안이 요구된다.

## 6. 결 론

자동차 공회전시 배기계의 진동흡수를 위한 벨로우즈의 장착효과와 최적의 장착위치를 평가한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 벨로우즈를 장착한 배기계는 벨로우즈를 장착하지 않은 배기계에 비해 유연하므로 고유진동수는 저주파쪽으로 이동한다. 따라서 벨로우즈의 장착에 따라 배기계의 고유진동수가 변화하므로 배기계의 진동을 흡수할 목적으로 체계적인 평가없이 벨로우즈를 임의의 위치에 장착하면 엔진과의 공진현상이 발생할 수 있다. 따라서 벨로우즈의 장착위치 선정은 배기계의 설계시 신중히 고려해야할 중요한 사항이다.
- 2) 벨로우즈를 장착한 배기계는 벨로우즈를 장착하지 않은 배기계에 비해 벨로우즈가 엔진의 운동변위를 흡수하므로 전체 배기계의 진동변위가 크게 감소한다.
- 3) 벨로우즈의 최적 장착위치는 장착가능구간에서 엔진으로부터 가까운쪽으로 최적화

되었다. 또한 최적화된 배기계는 임의의 위치에 벨로우즈를 장착한 배기계보다 고유진동수가 가장 저주파쪽으로 이동되었으며, 벨로우즈의 장착위치가 엔진으로부터 멀수록 고유진동수는 고주파쪽으로 이동되었다.

- 4) 행거의 진동변위를 최적설계의 목적함수로 설정하고, 벨로우즈의 장착위치를 설계변수로 차체로 전달되는 진동을 최소로 하는 최적화기법을 제시함으로써 설계단계에서 배기계의 진동특성에 대한 개선을 가능케 하였다.
- 5) 본 연구는 벨로우즈의 장착위치만을 설계변수로 선정하여 최적설계를 수행하였으나 더 나아가 벨로우즈의 축방향 및 횡방향 스프링상수도 포함하여 최적설계함으로써 보다 다양하고 실질적인 설계방안이 요구된다.

## 참 고 문 헌

1. K.SATO, "An Analysis of Elastic Vibration of Exhaust Pipe System of curved beam with mufflers", UDC, Vol.3
2. T.MIWA, "Vibration of Exhaust Gas System", 日本自動車技術誌, Vol.35, No.4, 1981.
3. 박호의 3명, "자동차 배기계의 진동특성의 평가 및 개선에 관한 연구", 한국자동차학회지 Vol.12, No.4, 1990.
4. 오재응의 4명, "자동차 배기계의 동특성 규명 및 행거 최적위치의 결정", 한국자동차공학회지 Vol.14, No.3, 1992.
5. G.V.Berg, "Elements of Structural Dynamics", 1988.
6. M.L.James, G.M.Smith, J.C.Wolford, P.W Whaley, "Vibration of Mechanical and Structural Systems", 1989.
7. Swanson Analysis System, "ANSYS Manual", 1989.
8. 이완익, 박경진, 이권희, "자동차 배기계 설계를 위한 엔진운동변위 산출에 관한 연구",

- 한국자동차공학회 논문집 Vol.1, No.1, 1993.
9. 이완익, 박경진, 고병갑, “자동차 엔진의 운동변위 결정을 위한 선형행렬연산법”, 한국자동차공학회 논문집, 제2권, 제1호, pp.116-127, 1993.
  10. E.L.Axelrad, “Theory of Flexible Shell”, Elsevier Co., 1987.
  11. J.B.Eisley, “Mechanics of Elastic Structures”, Prentice Hall Inc., 1989.
  12. N.Sekine의 3명, “Shock Wave Development and Propagation in Automobile Exhaust Systems”, SAE Paper, No.88082, 1988.
  13. H.Hata의 1명, “Experimental Method to Drive Optimum Engine Mount System for Idle Shake”, SAE Paper, No.870961, 1987.
  14. M.Ishikawa의 2명, “A New Design for Engine Design Using Optimization and Substructure Process”, SAE Paper, No.911065, 1991.
  15. M.M.A.Deighani의 1명, “Optimization of Engine Controls Using Geometric Programming”, SAE Paper, No.830429, 1983.
  16. C.J.Radcliffe의 3명, “Simulation of Engine Idle Shake Vibration”, SAE Paper, No.830259, 1983.
  17. G.N.Vanderplaats, “Numerical Optimization Techniques for Engineering Design”, McGraw-Hill Book Company, 1984.
  18. J.S.Arora, “Introduction to Optimum Design”, McGraw-Hill Book Company, 1989.
  19. E.J.Haug, J.S.Arora, “Advanced Applied Optimal Design”, McGraw-Hill Book Company, 1979.
  20. G.N.Vanderplaats, “Efficient Algorithm for Numerical Airfoil Optimization”, Journal of Aircraft, Vol.12, pp.842~847, 1979.
  21. 박영선, 박경진, 이완익, “최적설계시 이차근사법의 수치성능 평가에 관한 연구”, 대한기계학회, 제16권, 제2호, pp.236~247, 1992.