

〈논문〉 SAE NO. 943726

비선형전좌굴을 고려한 복합적층원통셸의 좌굴해석

Buckling Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shells
with Nonlinear Prebuckling원 종 진,* 이 종 선**
C. J. Won, J. S. Lee

ABSTRACT

The effects of prebuckling on the buckling of laminated composite cylindrical shells are investigated. Both axial compression and lateral pressure are considered for laminated composite cylindrical shells with length to radius ratios usually associated with container vessels. The shell walls are made of a laminate with several symmetric ply orientations. The study was made using finite difference energy method, utilizing the nonlinear bifurcation branch with nonlinear prebuckling displacements. The results are compared to the buckling loads determined when prebuckling displacements are neglected.

주요기술용어 : Laminated Composite Cylindrical Shell(복합적층원통셸), Nonlinear Prebuckling(비선형 전좌굴), Buckling Load(좌굴하중), Axial Load(축하중), Lateral Pressure(횡압력)

1. 서 론

적층복합재는 그 고강도 및 경량성에 의해 금속의 대체재료로서 급속도로 많은 구조물에 이용되고 있다. 널리 사용되고 있는 원통셸은 연료저장탱크나 자동차형상의 주요 구조물과 같은 응용에 있어서 일반적으로 여러가지 금속으로 만들어 진다. 그 기하학적 형상은 쉘, 그릴, 범퍼 그리고 후드와 같은 2차 구조물부분을 형성한다. 금속재에 의한 설계에 비해서 상당한 중량감소를 얻을 수 있는 glass, graphite 그리고 boron과 같은 고강도 섬유로 된 복합재는 자동차산업의 많은 부분에서 사용되고 있거나 사용이 검토되고 있다.

복합재의 고강도나 경량성과 함께 그 상세한 연구는 매우 중요하며, 특히 좌굴문제는 구조요소에 있어서 주요 관심분야 중의 하나이다. 일반적으로 복합원통셸은 후좌굴강도를 가질 수 있으나 과도한 좌굴은 최대변형률 제한이나 반복하중에 따른 피로한도와 관련된 파손에 이를 수 있다. 등방성원통셸의 경우 반경대 두께비, 길이대 반경비, 초기결합, 전좌굴변형 그리고 좌굴경계조건에 따른 좌굴강도의 변화에 대한 많은 연구가 수행되어 왔다.⁽¹⁻²⁾

복합적층원통셸의 경우, Jones와 Hennemann⁽¹⁾은 Fig.3과 같이 단순지지의 여러가지 비대칭 복합직교적층원통셸의 전좌굴이 좌굴강도에 미

* 국민대학교 기계설계학과

** 국민대학교 기계설계학과 대학원

치는 영향에 대하여 연구하였으며, Harper와 Palazotto⁽²⁾는 축하중 또는 횡하중이 작용하는 고정 지지된 복합원통셀의 전좌굴의 영향에 대하여 연구하였다.

본 연구에서는 축압축 또는 횡압력이 작용하는 대칭복합적층원통셀의 경우, 경계조건, 길이대 반경비 및 적층각도의 변화에 따른 전좌굴의 영향을 고찰하기 위하여 막전좌굴상태로부터 고전좌굴하중을 구하고, 유한차분에너지법(finite difference energy method)⁽³⁾를 사용하여 비선형전좌굴이 고려된 실제좌굴하중을 구하여 비교, 검토한다.

2. 좌굴이론

본 연구에서는 Fig.1, 2와 같은 복합적층원통셀의 좌굴하중을 Fig.3과 같이 막변형전좌굴(membrane prebuckling)상태로부터 고전좌굴하중(classical buckling loads)을 구하고 유한차분에너지법을 사용하여 실제 전좌굴(actual prebuckling)상태로부터의 실제좌굴하중(actual buckling

loads)을 구한다.

2.1 고전적 좌굴하중(classical buckling loads)

2.1.1 막변형전좌굴(membrane prebuckling)

고전좌굴하중은 복합원통셀이 막변형률상태에 있다는 가정하에서 산정된다.

막변형률 $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ 는 인장강성 A_{ij} ⁽⁴⁾와 합응력 N_x^0, N_y^0, N_{xy}^0 로

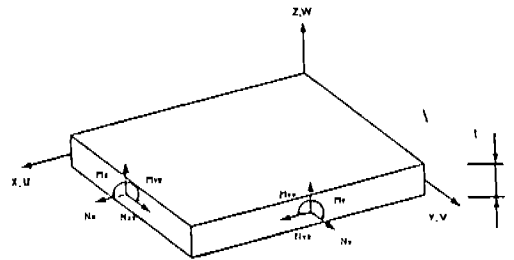
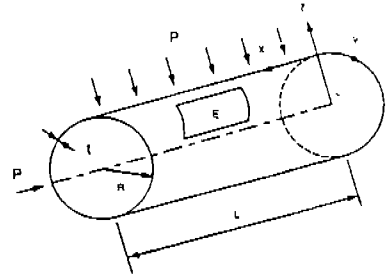


Fig.2 Sign conventions and notation

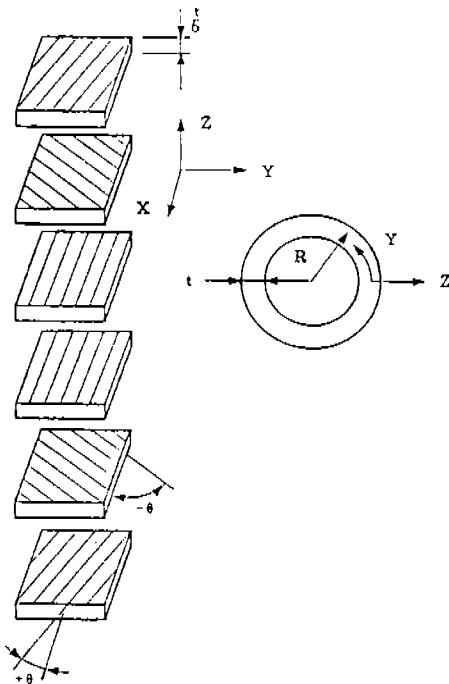


Fig.1 $(\pm\theta, 0^\circ)$ s Ply orientation

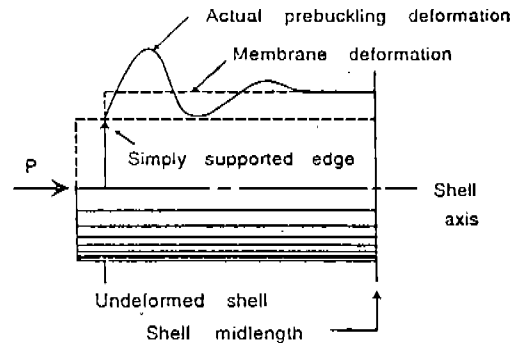


Fig.3 Actual and membrane prebuckling deformation near the end of a simply supported circular cylindrical shell

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_x^0 \\ N_y^0 \\ N_{xy}^0 \end{Bmatrix}$$

과 같이 나타낼 수 있다.

2.1.2 분기좌굴(bifurcation buckling)

전단 및 불균형적응을 고려하여 x, y, z축방향 변위성분 u, v, w를 다음과 같이 일반적인 형태로 가정한다.⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} u &= \bar{A}n^2m[\sin(ny - mx) + \sin(ny + mx)] \\ v &= \bar{B}n[\sin(ny - mx) - \sin(ny + mx)] \\ w &= \bar{C}[\cos(ny - mx) - \cos(ny + mx)] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 m, n은 x, y축방향의 좌굴과장계수를 각각 나타내고, \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} 는 상수를 나타낸다. Donnell의 이론⁽⁶⁾을 적용하여 복합원통셀의 전포텐셜에너지 Π 를 구하면

$$\Pi (= U - W) = (\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{C} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

과 같이 되며, 여기서 a_{ij} 는 적층강성, 합용력 및 좌굴과장계수로

$$\begin{aligned} a_{11} &= (A_{11}m^2 + A_{66}n^2)m^2n^4 \\ a_{12} &= (A_{12} + A_{66}n^2)m^2n^4 \\ a_{13} &= -B_{11}m^4n^2 \\ a_{22} &= (A_{22}n^2 + A_{66}m^2)n^2 \\ a_{23} &= B_{22}n^4 \\ a'_{33} &= [2D_{11}m^2/n^2 + 2(D_{12} + 2D_{66}) + D_{22}n^2/m^2]m^2n^2 \\ a_{33} &= a'_{33} + 2(N_x^0m^2 + N_y^0n^2 + 2N_{xy}^0mn) \end{aligned} \quad (4)$$

과 같이 표시된다.

이제 식(4)에 최소포텐셜에너지원리를 적용하면, 4변이 단순지지인 경우 고전좌굴하중계수 λ_{cr} 은 좌굴모드에서의 작용면내하중 N_x , N_y , N_{xy} 로

$$\lambda_{cr} = \frac{a'_{33} + \frac{2a_{12}a_{13}a_{23} - a_{22}a'_{13} - a_{11}a'_{23}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}}{-(N_xm^2 + N_y n^2 + 2N_{xy}mn)} \quad (5)$$

과 같이 산정할 수 있다.

2.2 유한차분에너지법

2.2.1 유한차분요소

Fig.4는 셀성분의 유한차분요소를 나타내고 있다. 에너지는 u, v에서 1차미분까지를, w에서는 2차미분까지를 각각 포함하기때문에 E점에서의 셀에너지밀도는 w_{i-1} 에서 w_{i+1} 까지 7점을 포함한다. 단위원주길이당 에너지는 단순히 유한차분요소 I과 단위면적당 에너지의 곱으로 표시된다.

2.2.2 좌굴문제의 수식화

분기좌굴문제는 수학적으로 전포텐셜에너지의 2차 변분으로

$$\begin{aligned} \delta^2 U &= \int_s \int_0 \left\{ [\epsilon^1][C]\{\epsilon^1\} + [\epsilon^2][C]\{\epsilon^0\} + [\epsilon^0][C]\{\epsilon^2\} \right. \\ &\quad \left. + [\delta u, \delta v, \delta w][P] \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \end{Bmatrix} \right\} rd \theta ds \quad (6) \end{aligned}$$

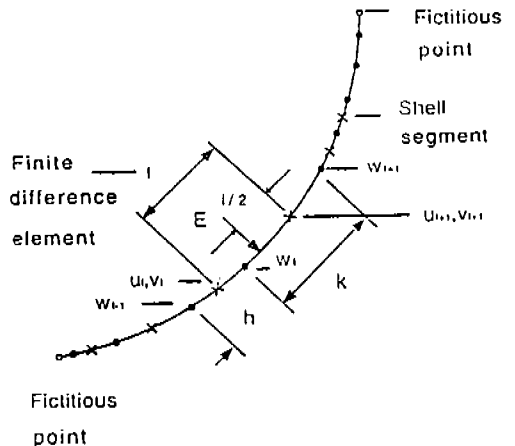


Fig.4 Finite-difference discretization the finite-difference element

과 같이 표시된다. 여기서 $\epsilon^0, \epsilon^1, \epsilon^2$ 는 각각 전좌굴량을 포함하는 변분 $\delta u, \delta v, \delta w$ 에서의 0, 1, 2차인 변형률벡터를 의미하고, [C]는 합응력과 변형률 계수행렬을 나타내며, [P]는 입력과 회전효과, s 와 θ 는 길이 및 원주방향의 좌표 그리고 r 은 셀의 회전반경을 각각 나타낸다.

좌굴중의 변형률중분의 선형부 ϵ^1 은 전좌굴회전 x_0 를 포함한다. 전좌굴 변형률 벡터 ϵ^0 는 전좌굴회전에서 선형과 2차항을 포함한다.

적분을 수행하고 2차변분을 종속변수 $\delta u_i, \delta v_i, \delta w_i$ 그리고 Lagrange multipliers에 관해서 최소화시키면,

$$K_1 x + \lambda K_2 x + \lambda^2 K_3 x = 0 \quad (7)$$

과 같은 고유치문제가 되고, 식 (7)로 부터 inverse power method를 사용하여 고유치를 구하면, 실제좌굴하중계수를 산정할 수 있다.

3. 수 치 예

3.1 해석모델

본 연구에서는 Fig.1과 같이 적층된 복합원통셀에 축압축 또는 횡압력이 작용하는 경우 길이대 반경비와 적층각도의 변화에 따른 좌굴하중을 구하고 전좌굴의 영향을 검토한다. 사용된 복합재는 graphite/epoxy이며, 적층은 $[\pm\theta, 0]_s$ 과 같이 대칭적층으로 재료적 성질 및 기하학적 형상은 다음과 같다.⁽²⁾

$$E_{11} = 20 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_{22} = 10^6 \text{ psi}$$

$$G_{12} = 0.6 \times 10^6 \text{ psi}, \quad \nu_{12} = 0.25$$

$$R = 5.25", \quad H = 0.5", \quad L = 26.25", 36.75", 52.5", 63.0"$$

3.2 지지조건

사용된 해석모델의 지지조건은 다음과 같이 단순지지조건인 S1~S4의 경우를 고찰한다.⁽⁷⁾

| | w | w _{xx} | u | v |
|----|---|-----------------|------|------|
| S1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| S2 | 0 | 0 | FREE | 0 |
| S3 | 0 | 0 | 0 | FREE |
| S4 | 0 | 0 | FREE | FREE |

4. 수치결과 및 검토

본 연구는 대칭복합적층원통셀에서 길이대 반경비 $L/R=5, 7, 10, 12$ 인 경우를 고려하였으며 셀의 적층은 $[\pm\theta, 0]_s$ 로 배향되어 있고 θ 는 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 이다.

축압축 또는 횡압력의 작용과 단순지지조건(S2)에 대한 고전좌굴하중과 실제좌굴하중을 길이대 반경비 및 적층각도의 변화에 따라 산정하여 축압축이 작용하는 경우는 Fig.5~Fig.8, 횡압력이 작용하는 경우는 Fig.9~Fig.12에 나타내었다. 축압축이 작용하는 경우는 전좌굴이 영향이 상당히 커서 실제좌굴하중은 감소하고 적층각 45° 부근에서 최대좌굴하중이 발생하며, 횡압력이 작용하는 경우는 축압축의 경우보다 그 영향이 작아서 다소 실제좌굴하중이 증가하고 적층각 $60^\circ \sim 90^\circ$ 부근에서 최대좌굴하중이 발생한다. 축압축 및 횡압력의 작용과 단순지지조건(S1~S4)에 대한 실제좌굴하중을 길이대 반경비 및 적층각도의 변화에 따라 산정하여 그 수치결과를 축압축이 작용하는 경우는 Fig.13~Fig.16, 횡압력이 작용하는 경우는 Fig.17~Fig.20에 나타내었다. 축압축 및 횡압력의 경우 단순지지조건인 S1과 S3 그리고 S2와 S4는 적층각도의 변화에 관계없이 거의 같은 좌굴하중값을 보여주고 있으며 S1과 S3의 경우는 S2와 S4의 경우보다 다소 큰 좌굴하중값을 나타내고 있다. 또한, 축압축이 작용하는 경우 길이대 반경비의 증가에 따라 최대좌굴하중을 갖는 적층각은 45° 부근에서 증가하는 경향을 보이고 횡압력이 작용하는 경우 길이대 반경비의 증가에 따라 최대좌굴하중을 갖는 적층각은 60° 부근에서 90° 까지 증가하는 경향을 보이고 있다.

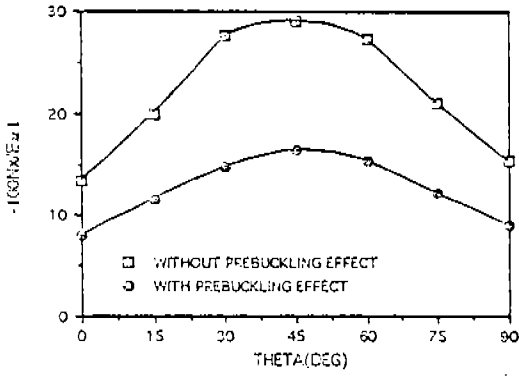


Fig.5 Prebuckling effect-axial compression(L/R =5)

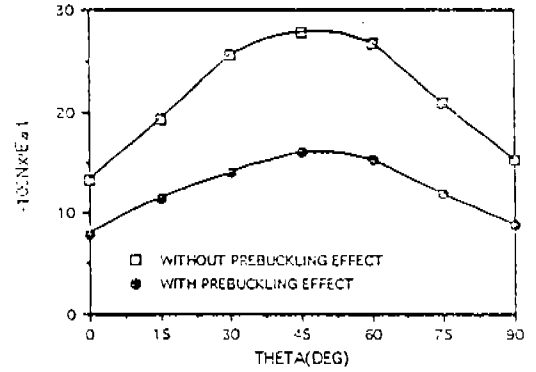


Fig.6 Prebuckling effect-axial compression(L/R =7)

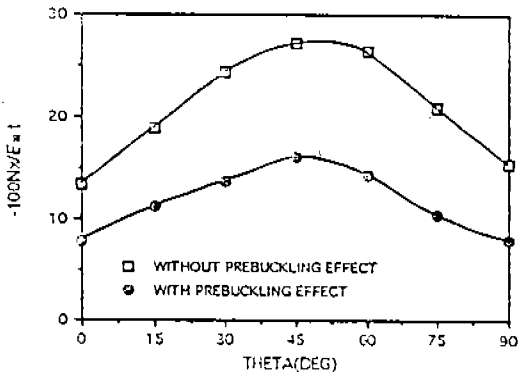


Fig.7 Prebuckling effect-axial compression(L/R =10)

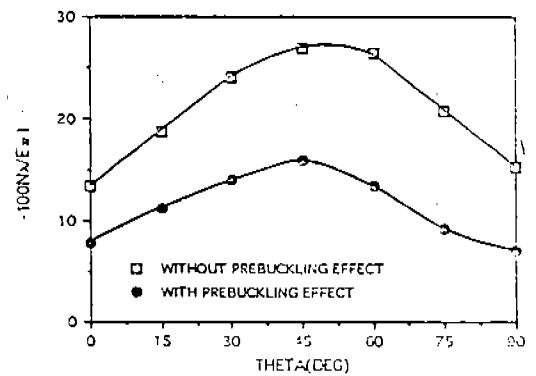


Fig.8 Prebuckling effect-axial compression(L/R =12)

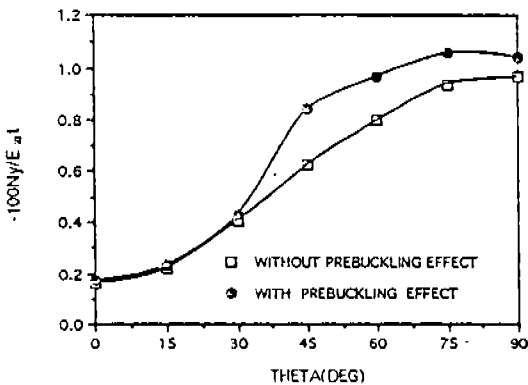


Fig.9 Prebuckling effect-lateral pressure(L/R= 5)

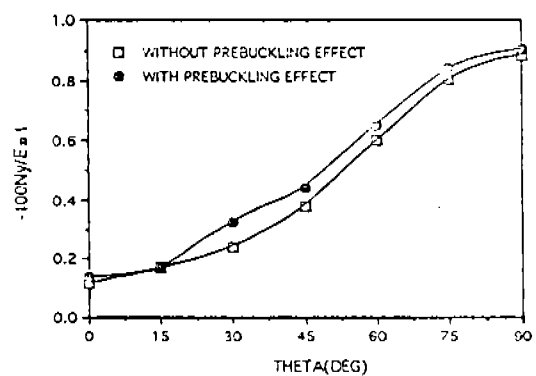


Fig.10 Prebuckling effect-lateral pressure(L/R =7)

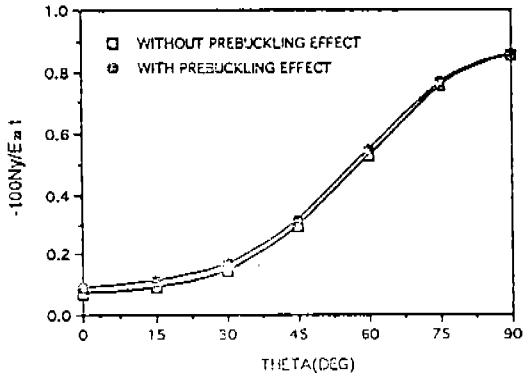


Fig.11 Prebuckling effect-lateral pressure(L/R = 10)

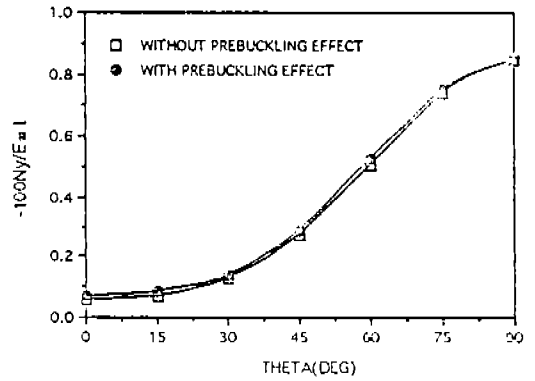


Fig.12 Prebuckling effect-lateral pressure(L/R = 12)

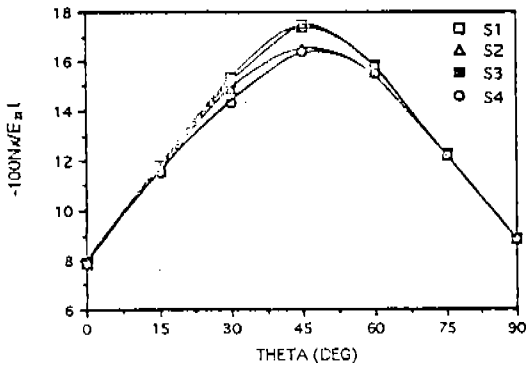


Fig.13 Actual buckling load-axial compression (L/R=5)

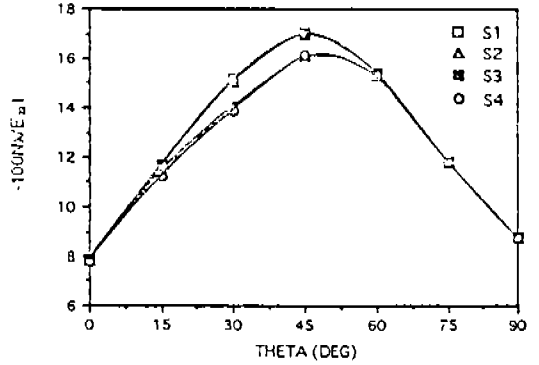


Fig.14 Actual buckling load-axial compression (L/R=7)

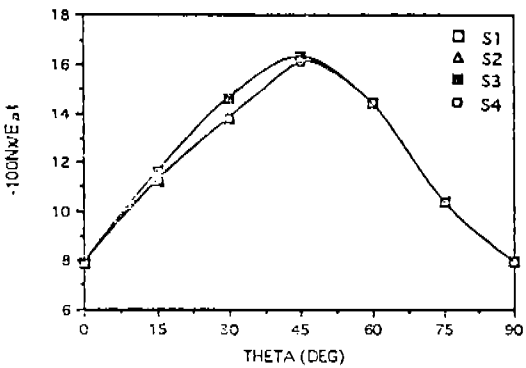


Fig.15 Actual buckling load-axial compression (L/R=10)

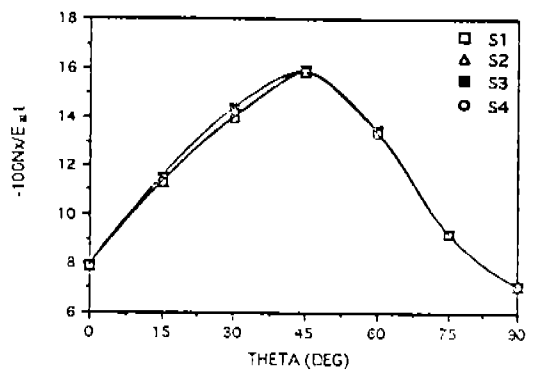


Fig.16 Actual buckling load-axial compression (L/R=12)

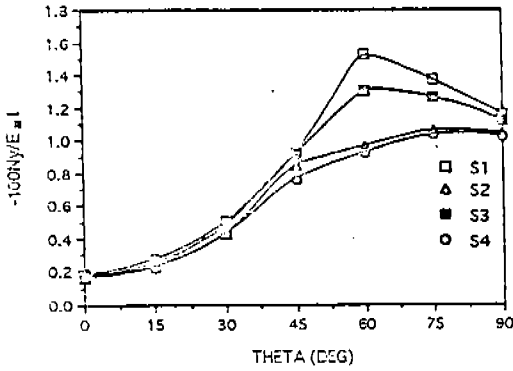


Fig.17 Actual buckling load-lateral pressure (L/R=5)

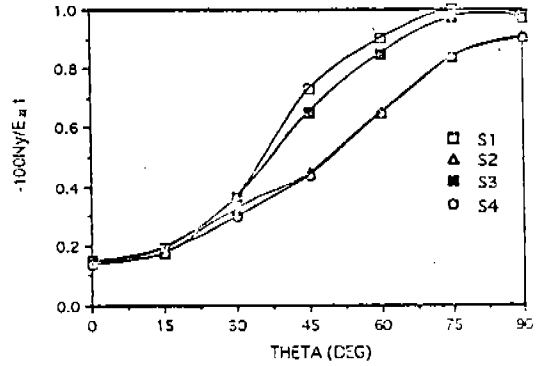


Fig.18 Actual buckling load-lateral pressure (L/R=7)

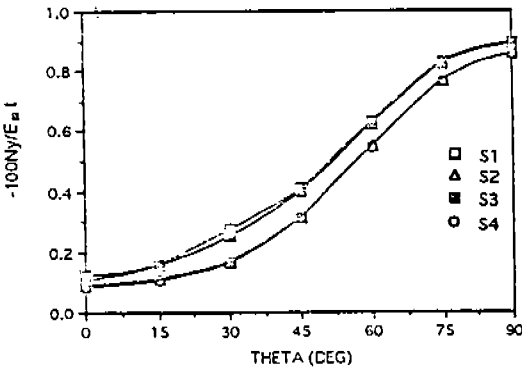


Fig.19 Actual buckling load-lateral pressure (L/R=10)

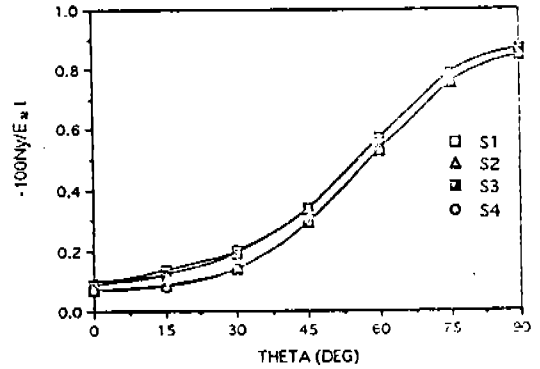


Fig.20 Actual buckling load-lateral pressure (L/R=12)

5. 결 론

본 연구에서는 $[\pm\theta, 0]_s$ 로 적층된 대칭복합적 층원통셀에 축압축 또는 횡압력이 작용할 때 길이대 반경비, 지지조건 및 적층각도의 변화에 따른 고전좌굴하중과 유한차분에너지법을 이용한 실제좌굴하중을 구하여 비교, 검토한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 축압축이 작용할때의 좌굴하중은 전좌굴을 고려하지 않은 경우가 큰 값을 나타내고 횡압력이 작용할때의 좌굴하중은 전좌굴을 고려하지 않은 경우가 다소 작은 값을 나타내나 그 차이는 크지 않다.
- 2) 축압축이 작용하는 경우 최대좌굴하중이

발생하는 적층각도는 길이대 반경비의 증가에 따라 45° 부근이고 횡압력이 작용하는 경우 최대좌굴하중이 발생하는 적층각도는 길이대 반경비의 증가에 따라 60°~90° 부근이다.

- 3) 축압축 또는 횡압력이 작용하는 경우 단순 지지조건 S1과 S3 그리고 S2와 S4는 길이대 반경비 및 적층각도의 변화에 관계없이 거의 같은 좌굴하중값을 가지나 S1과 S3의 경우가 S2와 S4의 경우보다 다소 크다.

참 고 문 헌

1. R.M.Jones and J.C.F.Hennemann, "Effect of

- Prebuckling Deformation on Buckling of Laminated Composite Circular Cylindrical Shells", AIAA J., Vol.18, No.1, pp.110-115, 1980.
2. J.G.Harper and A.N.Palazotto, "Buckling Analysis of Laminated Composite Circular Cylindrical Shells", SAE 790981, pp.91-104, 1979.
 3. D.Bushnell, "Computerized Analysis of Shells-Governing Equations", Computers & Structures, Vol.18, No.3, pp 471-536, 1984.
 4. R.M.Jones, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill, 1975
 5. D.Bushnell, "PANDA : Interactive Program for Minimum Weight Design of Composite and Elastic-Plastic Stiffened Cylindrical Panels and Shells", Pergamon Press, 1986
 6. L.H.Donnell, "A New Theory for the Buckling of a Thin Cylinder under Compression and Bending", Trans. ASME Vol.56, No.11, pp. 759-806, 1934.
 7. B.O.Almroth, "Influence of Edge Conditions on the Stability of Axially Compressed Cylindrical Shells", AIAA J., Vol.4, No.1, pp.134-140, 1966.