

도립진자 시스템의 모델링과 LQ제어에 관한 연구

양 주 호 · 정 광 교*

부산수산대학교, *부산수산대학교 산업대학원

(1994년 7월 25일 접수)

A Study on Modeling and LQ Control of Inverted Pendulum System

J. H. YANG and K. G. CHOUNG*

Natinal fisheries University of Pusan

*Industrial Graduate School, National fisheries University of Pusan

(Received July 25, 1994)

The inverted pendulum is one of the control mechanism that has been frequently used to verify the control theory in the laboratory. In this paper, the author made an inverted pendulum driven by DC servomotor with a simple DC motor drive circuit, and constituted a control system. The control mechanism is modeled, and identified parameters of inverted pendulum system by experimental method.

The author used the LQ regulator as control algorithm and the minimum order observer algorithm to observe states that can not be measured. And the validity of parameter identification and the excellent performance of the control system designed by LQR are confirmed.

기호설명

$M[kg]$: 대차, 벨트, 풀리, 모터계의 등가질량
 $z[m]$: 대차의 변위
 $\dot{z}[m/s]$: 대차의 속도
 $u[v]$: 앰프의 입력 전압
 $a[N/v]$: u 로부터 대차에 작용하는 토크 계인
 $J[kg.m^2]$: 진자의 회전 모멘트
 $\theta[rad]$: 진자의 편직선으로부터의 각도
 $\dot{\theta}[rad/s]$: 진자의 각속도

$g[m/sec^2]$: 중력가속도
 $V[N]$: 대차와 진자사이에 작용하는 힘의 수직방향 성분
 $l[kg]$: 축에서부터 진자의 중심까지의 거리
 $H[N]$: 대차와 진자사이에 작용하는 힘의 수평방향 성분
 $C[kg.m^2/s]$: 축점성 마찰계수
 $m[kg]$: 진자의 질량
 $F[kg/s]$: 대차, 벨트, 풀리, 모터계의 등가 점성계수

- $r[volt]$: 기준입력
- $y[volt]$: 출력 z 의 측정치
- $z[m/v]$: 출력 z 에서 y 까지 계인의 역수
- ξ : 감쇠비
- $\omega_n[rad/s]$: 고유진동수
- A : 연속계 시스템 행렬
- B : 연속계 제어입력 행렬
- C : 연속계 출력 행렬
- ϕ : 이산계 시스템 행렬
- Γ : 이산계 제어입력 행렬
- Cd : 이산계 출력 행렬
- λ : 진자의 대수 감쇠율

서 론

도립진자는 제어이론의 검증을 위하여 실험실에서 널리 이용되는 제어시스템중의 하나이다. 도립진자는 진자가 하나 있는 단일도립진자와 2개가 직렬로 연결 되어있는 직렬도립진자, 2개의 진자가 병렬로 구성되어 있는 병렬도립진자 및 2차원 도립진자 등이 있다.

본 논문에서는 실험실에서 제작이 용이한 단일도립진자를 자작하고 구동장치로는 DC서보모터를 이용하여 도립진자 시스템을 구성한다. 그리고 이 제어대상을 수학적으로 모델링 한 후, 실험적으로 파라미터를 추정하고, 제어기로는 LQ레귤레이터를 선정하고 제어계의 설계 및 해석에 널리 이용하는 패키지 프로그램의 하나인 Matlab⁹⁾을 이용하여 제어계를 설계한다.

LQ레귤레이터는 각 상태를 측정할 수 있어야 하는데 실제에서는 도립진자의 기울어진 경사각과 대차(cart)의 위치만 측정 가능하고 나머지 상태는 측정 불가능하기 때문에 최소차원 관측기를 이용하여 측정 불가능한 상태를 관측하기로 한다. 실시간 제어를 행하기 위해서 제어기로는 486급 퍼스널 컴퓨터를 이용하고, DC 서보모터를 구동하기 위한 구동회로는 퍼스널 컴퓨터로부터 출력되는 디지털 형식의 PWM 신호를 직접 이용할

수 있도록 설계 제작하고, 퍼스널 컴퓨터와 외부와의 데이터 수신을 위하여 AX5411이라고 하는 카드 타입의 A/D, D/A 컨버터를 이용하기로 한다. 이렇게 구성된 제어계에 대하여 실시간 실험을 통하여 파라미터 동정 및 제어기 설계의 타당성을 검토 한다.

도립진자 시스템의 모델링

도립진자 시스템은 구동모터를 포함한 대차부분과 진자부분으로 크게 나눌 수 있다. 본장에서는 이 두 부분을 각각 분리하여 모델링하고 최종적으로 결합된 전체시스템에 대해 모델링하기로 한다.

2.1 대차의 모델링

Fig. 2-1의 대차에 관하여 운동 방정식을 세우면 식(2-1)과 같이 된다.

$$M\ddot{z}(t) = au(t) - F\dot{z}(t) - H(t) \quad (2-1)$$

여기서

- $M[kg]$: 대차, 벨트, 풀리, 모타계까지를 포함한 상당질량
- $z[m]$: 대차의 변위
- $u[v]$: 앰프의 입력전압
- $a[N/v]$: u 로부터 대차에 작용하는 토크 계인
- $F[kg/s]$: 대차, 벨트, 풀리, 모타계의 등가 점성계수
- $H[N]$: 진자로 부터 대차에 작용하는 힘

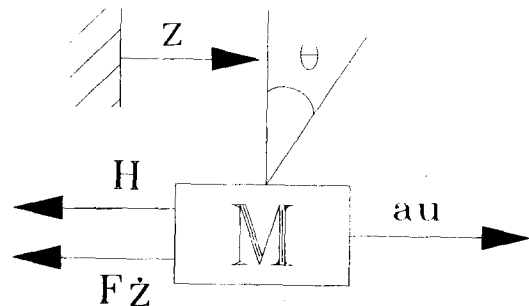


Fig. 2-1. The motion of cart.

2.2 진자의 모델링

Fig. 2-2로부터 진자에 관한 운동방정식을 세우면 식(2-2), (2-3), (2-4)와 같이 된다.

$$J\ddot{\theta} = V\sin\theta - H\cos\theta - C\dot{\theta} \quad (2-2)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (z + l\sin\theta) = H \quad (2-3)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l\cos\theta) = V - mg \quad (2-4)$$

단,

$J[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$: 진자의 회전 모멘트

$\theta[\text{rad}]$: 진자의 편직선으로 부터의 각도

$g[\text{m}/\text{sec}^2]$: 중력 가속도

$V[\text{N}]$: 대차로 부터 받는 힘의 수직방향 성분

$l[\text{m}]$: 축에서 부터 진자의 중심까지의 거리

$H[\text{N}]$: 대차로 부터 받는 힘의 수평방향 성분

$C[\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}]$: 축 점성마찰 계수

$m[\text{kg}]$: 진자의 질량

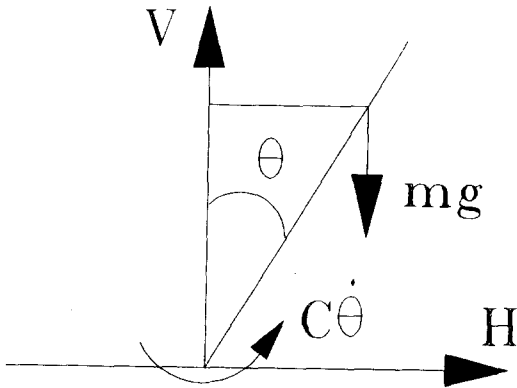


Fig. 2-2. The motion of pendulum.

2.3 대차와 진자를 결합한 계의 모델링

Fig. 2-3은 대차와 진자를 결합한 시스템을 나타낸 것이다. 이 시스템에 대한 모델링은 앞에서 구한 운동 방정식(2-1), (2-2), (2-3), (2-4)로부터 얻어진다.

즉, (2-3)식을 (2-1)식에 대입하면

$$(M + m)\ddot{z} + (ml\cos\theta)\ddot{\theta} = -F\dot{z} + (ml\sin\theta)\dot{\theta}^2 + au \quad (2-5)$$

이 되고, 식(2-3), (2-4)을 식(2-2)에 대입하여 H, V를 소거하면

$$(ml\cos\theta)\ddot{z} + (J + ml^2)\ddot{\theta} = -C\dot{\theta} + mgl\sin\theta \quad (2-6)$$

이 된다. 식(2-5), (2-6)은 θ 에 대해서 비선형 미분방정식이지만 θ 를 미소량으로 가정해서 선형화하면 다음과 같이 된다.

$$m\ddot{z} + (J + ml^2)\ddot{\theta} = -C\dot{\theta}(t) + mgl\theta \quad (2-7)$$

$$(M + m)\ddot{z}(t) + ml\dot{\theta}(t) = -F\dot{z}(t) + au(t) \quad (2-8)$$

식(2-7), (2-8)을 이용하여 시스템의 동특성을 상태공간 모델식으로 표현하기 위하여 다음과 같이 상태변수를 정의하면 상태방정식은 식(2-13)과 같이되고 출력방정식은 식(2-14)와 같이 된다.

$$x_1 \triangleq z(t)$$

$$x_2 \triangleq \dot{z}(t)$$

$$x_3 \triangleq \theta(t)$$

$$x_4 \triangleq \dot{\theta}(t)$$

$$\dot{x}_1 = \dot{z}(t) = x_2 \quad (2-9)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{z}(t) = x_4 \quad (2-10)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\theta}(t)$$

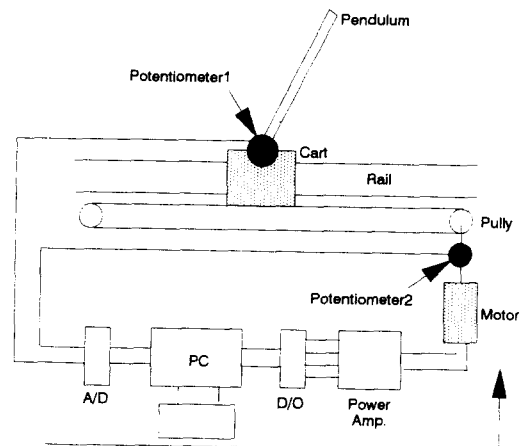


Fig. 2-3. Schematic diagram of experimental apparatus.

$$= \frac{-(ml)^2 g \theta - F(J + ml^2)\dot{z} + mlC\theta + (J + ml^2) \cdot au}{J \cdot (M + m) + Mml^2} \quad (2-11)$$

$$\dot{x}_4 = \theta(t)$$

$$= \frac{ml(M + m)g\theta + mlF\dot{z} - C(M + m)\theta - ml \cdot au}{J(M + m) + Mml^2} \quad (2-12)$$

상대방정식 :

$$\dot{x}(t) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -(ml)^2 g/\alpha & -F(J + ml^2)\alpha & mlC/\alpha \\ 0 & ml(m+m) \cdot g/\alpha & mlF/\alpha & -C(M+m)\alpha \end{bmatrix}$$

$$\cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (J + ml^2) \cdot a/\alpha \\ -mla/\alpha \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

출력방정식 :

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot x(t) \quad \text{단, } \alpha = (M + m)J + Mml^2 \quad (2-14)$$

2.4 파라미터의 동정

2.4.1 대차에 관련된 파라미터의 동정

진자가 없는 경우의 구동모터를 포함한 대차에 관련된 파라미터 즉, 등가질량 M, 등가점성 마찰 계수 F를 동정하기 위하여 Fig. 2-4와 같은 제어 계를 구성하여 응답실험을 통하여 실험적인 방법으로 동정한다.

Fig. 2-4 시스템은 운동방정식은 다음과 같다.

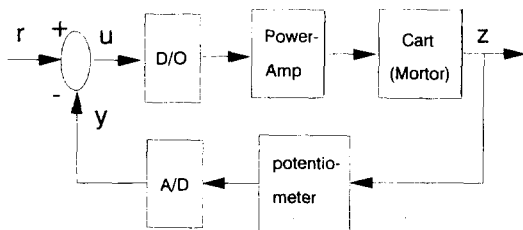


Fig. 2-4. Block diagram of cart control system for identification of parameter.

$$M\dot{z} + Fz = au \quad (2-15)$$

$$y = z_i^{-1}z \quad (2-16)$$

$$u = r - y \quad (2-17)$$

여기서 r : 기준입력

y : A/D 변환기의 출력

z_i : 출력(z)에서 y까지의 계인의 역수

식(2-16), (2-17)를 식(2-15)에 대입하면 식(2-19)와 같이 된다.

$$\ddot{y} + \frac{F}{M}\dot{y} + \frac{a}{Mz_i}y = \frac{a}{Mz_i}r \quad (2-19)$$

식(2-19)을 단순 2차시스템의 일반형으로 표현하면

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = \omega_n^2r \quad (2-20)$$

와 같다. 따라서 식(2-19)과 식(2-20)의 계수를 비교하면

$$\frac{F}{M} = 2\xi\omega_n \cong a_1 \quad (2-21)$$

$$\frac{a}{Mz_i} = \omega_n^2 \cong a_2 \cong b_1 \quad (2-22)$$

이 된다.

그리고 식(2-19)를 전달함수로 나타내면 식(2-23)과 같이 된다.

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{b_1}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (2-23)$$

단위 계단함수의 기준입력을 가했을 경우의 시간응답은 식(2-24)와 같고, 실험에 의한 응답곡선은 Fig. 2-5와 같다.

$$y(t) = \frac{b_1}{a_2} \left[1 - \frac{e^{-(a_1/2)t}}{\sqrt{(4a_2 - a_1^2)/4a_2}} \times \cos\left(\frac{\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2} \cdot t - \tan^{-1} \frac{a_1}{\sqrt{4a_2 - a_1^2}}\right) \right] \quad (2-24)$$

여기서,

$$a_1 = -\frac{2\ln[(y_m - y_0)/y_0]}{t_m} \quad (2-25)$$

$$a_2 = \frac{\pi^2 + \ln[(y_m - y_0)/y_0]}{t_m^2} \quad (2-26)$$

$$b_1 = y_0 \cdot a_2 \quad (2-27)$$

단, t_m : 최대 오버슈트가 발생할 때까지의 시간

y_m : 최대 오버슈트의 크기

y_0 : 목표치

따라서, 응답곡선과 식(2-25), (2-26), (2-27)을 비교하여 구한 값 a_1 , a_2 , z_i 와 장력의 측정으로부터 구한 값 a 를 이용하면 다음과 같이 파라미터의 값을 동정할 수 있다.

$$z_i = 0.08379024 \text{ [m/s]}$$

$$a_1 = 25.22983676$$

$$a_2 = 1269.502935$$

$$M = \frac{a}{a \cdot z_i} = 0.181971833 \text{ [kg]}$$

$$F = M a_1 = 4.591119642 \text{ [kg/sec]}$$

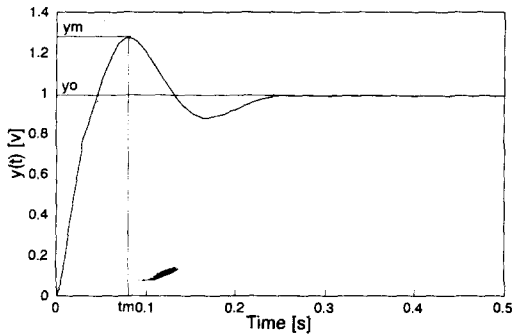


Fig. 2-5. Step response of the cart control system.

2.4.2 진자에 관련된 파라미터의 동정

진자에 관련된 파라미터, 즉 관성모멘트 J , 점성마찰계수 C 를 동정하기 위하여 본 연구에 이용된 진자를 Fig. 2-6과 같이 자유진동을 시켜 실험적인 방법으로 진동의 응답을 구한다. 그리고 이 진자의 운동방정식의 해와 비교하여 진자에 관련된 파라미터 값을 동정한다.

진자의 자유진동 운동 방정식

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \quad (2-28)$$

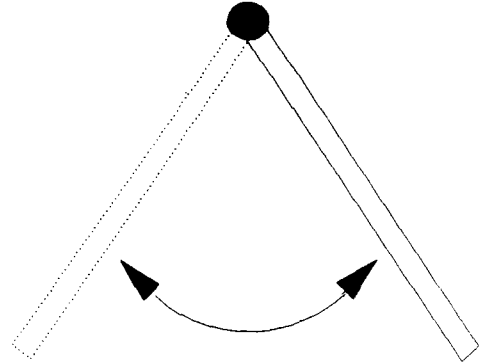


Fig. 2-6. Free vibration of Pendulum.

이고, 미소각에서는 $\sin\theta \cong \theta$ 이므로 식(2-28)은

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + mgl\theta = 0 \quad (2-29)$$

이 된다. 식(2-29)을 단순 2차시스템의 일반형으로 가정하면

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = 0 \quad (2-30)$$

이 되고, 식(2-29)와 식(2-30)의 계수를 비교하면

$$J = \frac{mgl}{\omega_n^2} \quad (2-31)$$

$$C = 2\xi\omega_n J \quad (2-32)$$

가 된다.

초기조건 $\theta(t=0) = \theta_0$, $\dot{\theta}(t=0) = \dot{\theta}_0 = 0$ 일 때 식(2-29)의 해는

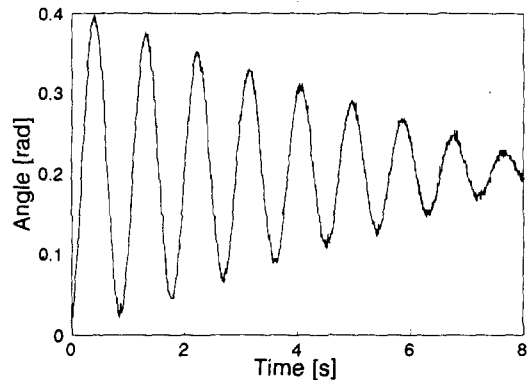


Fig. 2-7. Free oscillation of the pendulum.

$$\theta(t) = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t + \Phi) \quad (2-33)$$

여기서,

$$\Phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \quad (1 > \xi > 0) \quad (2-34)$$

이 된다.

식(2-33)으로부터

$$\frac{|\theta_1|}{|\theta_2|} = e^{\xi\omega_n T} \quad (2-35)$$

여기서,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (2-36)$$

이 된다. 그리고 식(2-35)의 영변에 자연대수를 취하면 진자의 감쇠율 λ 를 식(2-37)로부터 얻을 수 있다.

$$\lambda = \ln \frac{|\theta(t_1)|}{|\theta(t_2)|} = \frac{2\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2-37)$$

그리고 식(2-36)과 (2-37)로부터

$$\xi = \frac{\lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}} \quad (2-38)$$

$$\omega_n = \frac{\sqrt{4\pi^2 + \lambda^2}}{T} \quad (2-39)$$

이 되고, 식(2-39)을 식(2-31)에 대입하면 진자의 상당 관성모멘트 J 는

$$J = \frac{mgIT^2}{4\pi^2 + \lambda^2} \quad (2-40)$$

이 된다. 그리고 식(2-38), (2-39), (2-40)을 식(2-32)에 대입하여 정리하면 축의 점성마찰계수 C 는

$$C = \frac{2mgIT\lambda}{4\pi^2 + \lambda^2} \quad (2-41)$$

이 되고, 전자에 관련된 파라미터 J , C 는 다음

과 같다.

$$J = 0.001476541 \text{ [kg.m}^2\text{]} \\ C = 0.00032303 \text{ [kg.m}^2\text{.s]}$$

제어기의 설계

3.1 LQR 제어기의 설계

앞장에서 동정한 파라미터의 값을 식(2-13), (2-14)에 대입하면 연속계에서 도립진자의 상태 방정식 및 출력방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3-1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3-2)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.5696 & -18.4554 & 0.0061 \\ 0 & 34.8285 & 56.4846 & -0.1361 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 77.8102 \\ -238.1458 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식(3-2)의 연속계를 샘플링시간 $T_s = 10\text{ms}$ 로 이산화하면 식(3-3), (3-4)와 같이 된다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k), \quad x(k) \in R^{4 \times 1}, \\ u(k) \in R^{1 \times 1} \quad (3-3)$$

$$y(k) = C_d x(k) \quad (3-4)$$

여기서,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0001 & 0.0091 & 0.0000 \\ 0 & 1.0017 & 0.0027 & 0.0100 \\ 0 & 0.3441 & 0.5157 & 1.0004 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.0037 \\ -0.0112 \\ 0.7105 \\ -2.1744 \end{bmatrix}, \quad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이 시스템의 극점은 $\det(zI - \Phi) = 0$ 으로부터 1,

0. 1.0567, 0.9479, 0.8290에 위치해 있으므로 불안정함을 알 수 있다. 그러나 이 시스템은 가제어일 뿐만 아니라 가관측이므로, 소비에너지의 크기와 상태에 관해 적당히 타협하므로써 가능한 한 빠른 시간내에 오차를 0으로 하는 문제를 고려할 수 있다.

즉, 상태방정식 식(3-3)의 구속조건하에서 평가함수 J

$$J = \sum_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] \quad (3-5)$$

를 최소로 하는 제어입력 $u(k)$ 를 구하는 것이다.

여기서, $Q (=Q' \geq 0)$ 는 상태하중행렬이고, $R (=R' > 0)$ 는 제어하중행렬이다. (3-5)식을 최소로 하는 제어입력 $u(k)$ 는 상태피드백

$$u(k) = -F x(k) \quad (3-6)$$

$$F = (R + \Gamma^T S \Gamma)^{-1} \Gamma^T S \Phi \quad (3-7)$$

로 주어진다. 단, S는 이산형 Riccati 방정식

$$S = Q + \Phi^T S \Phi - \Phi^T S \Gamma (R + \Gamma^T S \Gamma)^{-1} \Gamma^T S \Phi \quad (3-8)$$

을 만족하는 양의 한정대칭행렬이며, 시스템 (3-3)이 가제어이므로 해를 가지고 이 해는 최적 페루프계를 안정하게 한다. 즉, 페루프계의 시스템 행렬 $(\Phi - \Gamma F)$ 의 고유치의 절대치는 모두 1미만으로 된다.

따라서 시스템(3-3)에 대하여 상태변수가 모두 측정 가능하다고 가정하고, 하중행렬을 시행착오를 거쳐

$$Q = \text{diag}\{45, 0.001, 0.1, 0.1\}, R = 40$$

으로 할 때 최적 레귤레이터의 피드백 제어칙(feedback control law)은 다음과 같이된다.

$$u(k) = -F x(k) = -[0.9709 \ 1.9767 \ 0.8769 \ 0.3563] x(k)$$

3.2 최소차원 관측기의 설계

제어기 설계에서 가능한 것과 같이 상태 피드백

을 실현하기 위해서는 상태변수가 모두 측정가능해야 한다. 그러나 출력 방정식 식(3-4)에서 알 수 있듯이 직접 측정 가능한 상태변수는 Z (변위)와 θ (각도)뿐이다. 따라서 나머지 상태 변수 \dot{Z} (속도), $\dot{\theta}$ (각속도)를 추정하기 위해서는 최소 차원 관측기의 설계를 필요로 한다. 최소차원 관측기의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

플랜트 :

$$\begin{bmatrix} x_a(k+1) \\ x_b(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{aa} & \Phi_{ab} \\ \Phi_{ba} & \Phi_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(k) \\ x_b(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_a \\ \Gamma_b \end{bmatrix} u(k) \quad (3-9)$$

$$y(k) = [I \ 0] \begin{bmatrix} x_a(k) \\ x_b(k) \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

여기서,

x_a : 직접 계측 가능한 상태

x_b : 직접 계측 불가능한 상태

식(3-1)에서 직접측정이 불가능한 상태변수 x_b 에 관한 방정식은 다음식과 같이 된다.

$$\dot{x}_b(k+1) = \Phi_{bb} x_b(k) + \Phi_{ba} x_a(k) + \Gamma_b u(k) \quad (3-11)$$

식(3-3)의 우변의 두항은 알 수 있는 값으로 새로운 입력이라 생각할 수 있다. 또 식(3-9)에서 측정 가능한 상태변수 x_a 에 관한 방정식을 약간의 이항을 하면 식(3-12)와 같이 된다.

$$x_a(k+1) - \Phi_{aa} x_a(k) - \Gamma_a u(k) = \Phi_{ab} x_b(k) \quad (3-12)$$

식(3-12)의 좌변의 모든 항의 값은 측정 가능한 기지의 값이므로 식(3-11)을 새로운 상태 방정식, 식(3-12)를 출력 방정식으로 간주하여 이 시스템에 관한 최소차원 관측기 방정식은 식(3-13)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_b(k+1) &= \Phi_{bb} \hat{x}_b(k) + \Phi_{ba} x_a(k) + \Gamma_b u(k) \\ &+ L_r [x_a(k+1) - \Phi_{aa} x_a(k) - \Gamma_a u(k) - \Phi_{ab} \hat{x}_b(k)] \end{aligned} \quad (3-13)$$

여기서, L_r : 관측기의 이득행렬

\hat{x} : 관측 상태

식(3-11)과 식(3-13)의 차로부터 관측기의 오차 방정식은 식(3-14)와 같이 된다.

$$\hat{x}_b(k+1) = [\Phi_{bb} - L_r \Phi_{ab}] \hat{x}_b(k) \quad (3-14)$$

여기서, \hat{x} : 관측 오차상태
따라서 식(3-14)의 특성다항식을 안정시키는 L_r 를 얻기 위해서 관측기의 극점을 0.3, 0.3에 배치하면 관측기의 이득행렬은 식(3-15)와 같이 된다. 관측기를 포함한 피드백 제어계는 Fig. 3-1과

$$L_r = \begin{bmatrix} 58.2025 & 0.1071 \\ 36.0086 & 70.0166 \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

D.C 서보 모터의 구동회로 및 제어프로그램

4.1 D.C 서보 모터의 구동회로

대차를 구동하기 위하여 정격출력이 30W인 D.C 서보모터를 이용하였으며 이 D.C 모터의 구동회로를 Fig. 4.1과 같이 구성하였다. PC로부터의 digital out 신호를 Photo coupler PC 817에 입력하고, 별도의 Driver 소자를 사용하지 않고 직접 Power Tr BDX 53C를 구동하므로써 PC와 구동회로간의 Interface가 간단하게 되고, 30W 정도의 D.C 서보모터를 구동할 수 있는 회로가 간단하게 구성되었다.

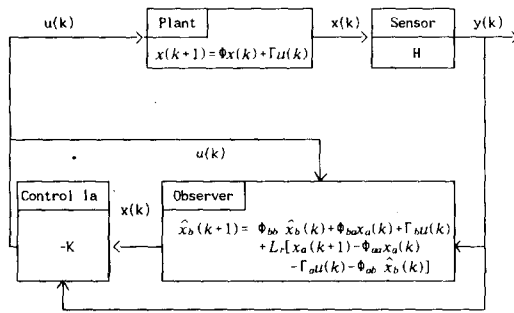


Fig. 3-1. Block diagram of LQR control system.

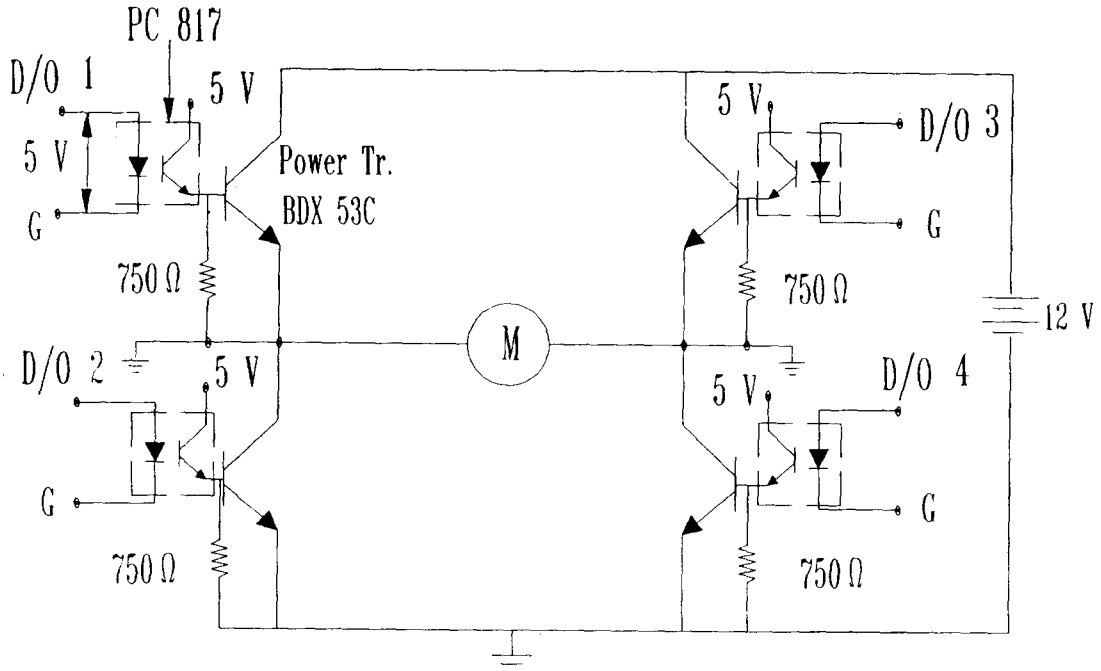


Fig. 4-1. Driving circuit of DC servo motor.

4.2 제어 프로그램

제3장에서 설계된 최소차원의 관측기를 갖는 상태 피드백을 실현하는 프로그램의 플로차트는 Fig. 4.2와 같다.

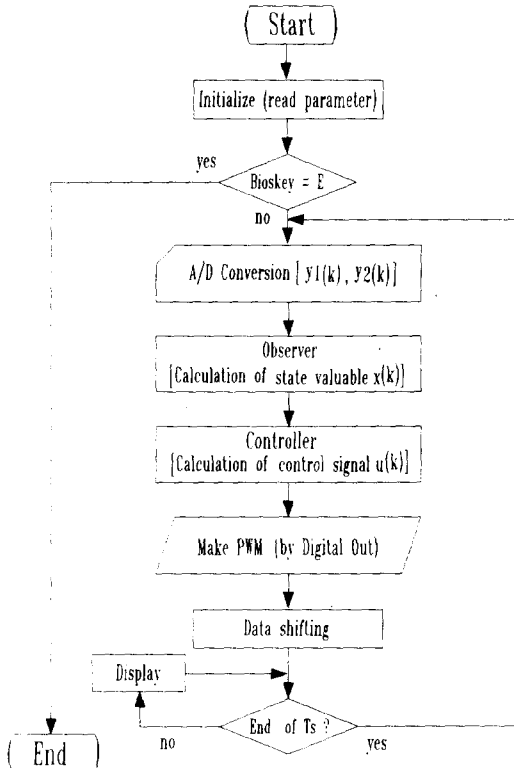


Fig. 4-2. Flow chart of control algorithm.

응답 실험 및 고찰

Fig. 5.1은 도립진자를 초기에 0.7rad정도 기울인 상태에서 도립진자를 정상위치로 일으킬 때의 응답곡선이고, Fig. 5.2는 정상위치에서 제어를 행하고 있는 도중 0.4rad정도의 외란을 가했을 때의 응답곡선이다.

Fig. 5.1에서 보는 바와 같이 약 0.7rad(약 45°) 기울인 상태에서도 진자를 잘 일으킬수 있음을 알수 있다. 0.4-0.8초(비교적 시간이 많이 경과된 시간)사이에서 약간의 오프셋트가 있는 것은

초기에 진자의 수직위치를 수준기 등으로 정확히 결정하지 못하였기 때문이라고 생각된다.

Fig. 5.2에서 보는 바와 같이 정상상태에서 제어가 되고 있는 순간에 진자를 0.4rad정도 기울

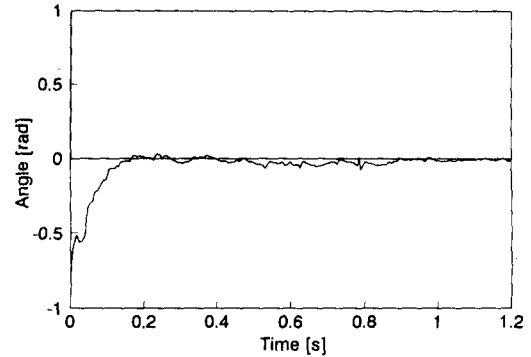


Fig. 5.1. Step response.

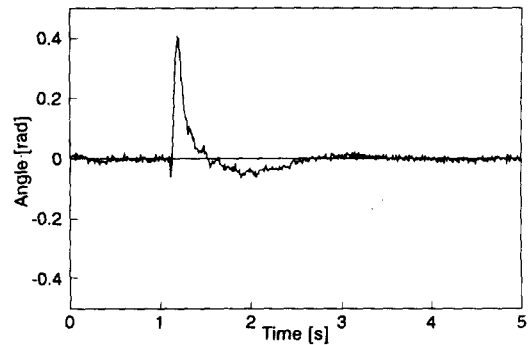


Fig. 5.2. Response under disturbance.

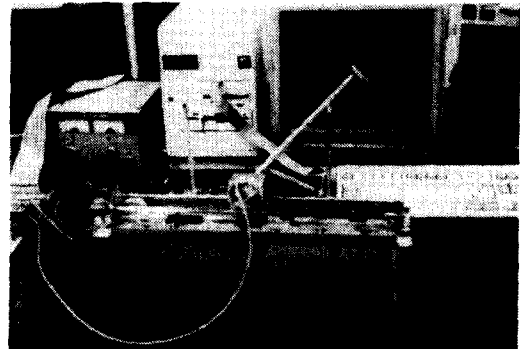


Photo 5.1. Photograph of experimental apparatus at initial condition.

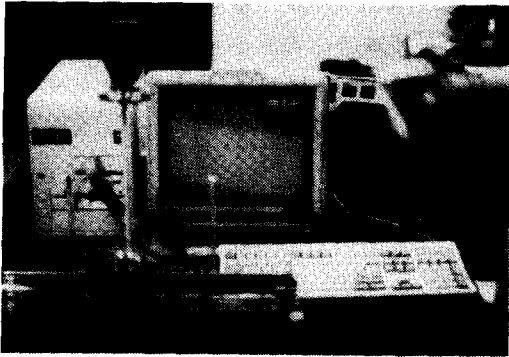


Photo 5.2. Photograph of experimental apparatus during control action.

어지도록 손으로 쳤을 경우(외란을 가한 경우)에도 곧 정상상태로 회복되는 즉 양호한 외란제거 성능을 보이고 있다.

그리고 Photo 5.1은 초기에 진자가 기울어져 있을때의 사진이고, Photo 5.2는 제어 도중 물을 가득 채운 컵을 도립진자위에 놓았을 때의 제어되고 있는 것을 보이는 사진이다. Photo 5.2는 진자위에 물을 가득찬 물컵(약 200ml)을 올려놓아도 양호하게 제어가 가능함을 보이고 있다. 즉 상당히 큰 모델링 오차가 포함되어 있어도 강인하게 제어가 되고 있음을 알수 있다.

결 론

이상과 같은 실험적인 방법에 의하여 제어대상의 파라미터 값을 구하여 모델링하고, LQ Regulator 제어기법을 이용하여 도립진자 제어계를 구성한 결과 제어대상의 모델링이 비교적 정확하였고 설계된 제어계는 그 응답성이 우수함을 실험에 의하여 검증할 수 있었다.

또한 직류모터 제어를 위한 구동회로(Fig. 4.1)

에서와 같이 PC에서 나오는 제어입력 신호가 D/O(Digital Out)을 통해 Power Tr의 Base를 직접 구동하므로써 구동회로의 구성이 간단해졌다.

앞으로 병렬 도립진자 및 플렉시블(flexible)한 도립진자의 제어에 관해서도 제어계를 구성해 보고 싶고, 제어기도 범용 퍼스널 컴퓨터를 이용하지 않고 i8096등의 원칩 마이크로 프로세서를 이용하여 컴팩트한 전용 제어시스템을 구축하고 싶은 여운이 남아 있다.

참고문헌

- 1) 김상진(1991) : 소형 모터제어, 성안당.
- 2) 見城 尙志, 高橋 久(1992) : インバータ 實用回路の設計と 駆動ソフト, 綜合電子出版社.
- 3) Singiresu S. Rao(1990) : Mechanical Vibrations, Addison Wesley.
- 4) 김종식(1992) : 선형제어시스템공학, 청문각.
- 5) Gene F.Franklin, J.David Powell, Michael L.Workman(1990) : Digital Control of Dynamic System.
- 6) Katsuhiko Ogata : Modern Control Engineering, Prentice-Hall int.
- 7) Bahrm shahian, Michael Hassui : Control system Design Using Matlab, Prentice-Hall International Inc.
- 8) AX5411 General Purpose DA&C Board Driver Programming in C user's Manual, Axiom.
- 9) Matlab User's guide, The Math Works Inc.