

## 캐패시턴스형 센서를 사용한 자기베어링-축계의 진동특성 연구

이상호\* · 정성천\* · 장인배\*\* · 한동철\*\*\*

\*서울대학교 대학원 기계설계학과, \*\*서울대학교 터보-동력기계 연구센터

\*\*\*서울대학교 기계설계학과

### A Vibration Characteristic Research of Rotor-Magnetic Bearing System Measured by Capacitance Type Sensors

Sang-Ho Lee, Sung-Cheon Jung, In-Bae Chang and Dong-Chul Han

*\*Dept. of Mechanical Design & Production Eng., Graduate School of Seoul National University*

*\*\*Seoul National University, Turbo & Power Machinery Research Center*

*\*\*\*Dept. of Mechanical Design & Production Engineering, Seoul National University*

**Abstract**—The capacitive type transducers measure the displacement of rotating shaft using the voltage difference which is formed between the sensor plates and rotor so that the measured signal is not affected by the magnetic field generated by the magnetic bearing. In this paper, the capacitive transducers are embedded inside of the magnetic bearing. In order to verify the support characteristics of the capacitance sensor-magnetic bearing system, we experimented and analyzed the magnetic bearing-rotating shaft system up to 12,000 rpm. The magnetic bearing system proposed in this paper, successfully supports the rotating shaft and we can remain the maximum displacement below 5  $\mu\text{m}$  at 12,000 rpm.

## 1. 서 론

비접촉 견인자력에 의하여 회전체를 지지하는 자기 베어링은 견인자력의 불안정성에 기인하여 회전체와 자기 베어링 사이의 간극을 연속적으로 측정하여 이를 토대로 견인 자기력을 가감시켜야 한다. 이에 따라 자기 베어링 요소는 전자석 작동기와 더불어 비접촉 위치 측정 시스템 및 귀환 제어를 갖추어야만 한다. 능동형 자기 베어링 요소는 최근에 다양한 제어기법의 개발 및 전산기의 범용화와 더불어 널리 연구되기 시작하였으나 작동기 요소의 작동 특성상 대부분의 연구 활동이 제어기 및 제어 알고리즘의 연구에 집중되어 있는 실정이다. 비접촉 위치 측정 시스템은 자기 베어링의 작동 위치에서의 회전축 변위를 연속적으로 측정하여 제어기의 입력 신호로 귀환시키는 역할을 하는 요소로서 측정기의 샘플링 주파수(sampling frequency)와 자기 베어링으로부터 발생한 자장에 의한 영향 및 기계 가공공정에서 필연적으로 발

생하는 회전체 표면의 형상 불균일 등에 의하여 측정 오류가 발생할 수 있다. 이러한 측정 오류는 제어기의 연산 입력 신호로 사용되어 자기 베어링 시스템의 작동성능 및 이에 따른 회전축의 진동특성을 변화시킨다[1]. 본 논문에서 사용된 판형 캐패시턴스 센서는 비교적 넓은 면적의 센서판과 회전체 사이에 형성된 캐패시턴스 양으로부터 회전체의 변위를 측정하기 때문에 회전체의 형상 불균일에 기인한 측정오차를 최소화시킬 수 있다. 본 논문에서는 장[1]이 제안한 캐패시턴스형 센서가 내장된 자기 베어링 시스템의 회전축 지지특성 및 이에 따른 진동특성에 대하여 실험 및 이론적인 고찰을 수행한다.

## 2. 자기 베어링

본 논문에서 연구의 대상으로 사용된 자기 베어링은 Fig. 1에 도시된 바와 같이 내경 40 mm, 외경 81 mm, 두께 25 mm이며, 8개의 폴에 전자석 코일이 감겨

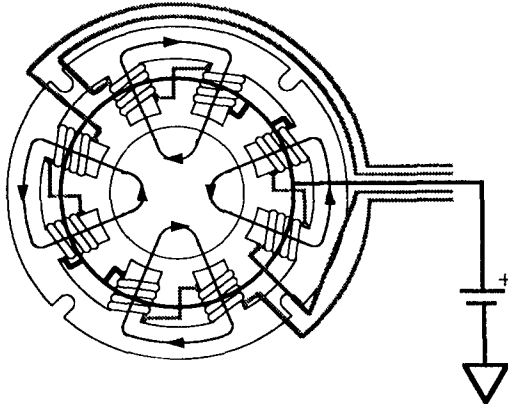


Fig. 1. Configuration of magnetic bearing.

있는 형상이 각 코어는 두께 0.5 mm인 규소강판을 프레스 가공하여 적층시켜 제작하였으며, 직경 0.35 mm인 에나멜 피복 동선이 270회 감긴 전자석 코일을 감착하여 배산함으로서 각각의 말굽형 전자석을 형성하였다. 8개의 전자석 중에서 발생한 자장은 인접한 자극에서 발생한 자장과 동일한 방향으로 형성되도록 배치함으로써 자장의 누설 및 이에 따른 자기력의 방향별 연성 효과를 최소화하였다.

4개의 전자석 코일에 공급되는 전원은 동일한 전압원에서 공급되며, 각 코일에 흐르는 전류의 양은 코일의 출구에 전류 조절용 전계효과 트랜지스터를 설치하여 조절하도록 회로를 구성하였다. 이에 따라 자기 베어링의 각 폴에서 생성된 자기력은 식 (1)에서와 같이 코어의 면적(A), 코일의 권선수(N)의 제곱 및 전류(i)의 제곱에 비례하며 폴과 회전체 사이의 간극(g)의 제곱에는 반비례하는 특성을 갖는다[3].

$$F = \frac{\mu_0 AN^2}{4} \cdot \frac{i^2}{g^2} \tag{1}$$

그런데, (1)식은 가상일의 정리로부터 도출된 자기력으로 자화계수  $\mu$ 에 기인한 자기력의 감소나 자속의 누설 및 모서리 효과 등을 고려하지 않았기 때문에 실제로 발생한 견인력과는 오차를 보일 수 있다. Keith 등은 맥스웰 스트레스 텐서를 사용하여 폴 내부에서의 자속 분포계수인  $\beta_{pole}$ 을 도입하였으며, 폴 면에서의 자속 누설계수인  $\alpha_{leak}$ 와의 곱으로 견인 자력의 이론과 실험과의 차이를 보정하였다[4].

$$F_{curr} = F \cdot \alpha_{leak} \cdot \beta_{pole} \tag{2}$$

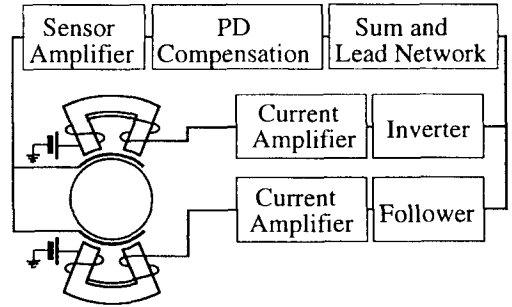


Fig. 2. Block diagram of analog PD controller.

이 때의 보정계수  $\alpha_{leak} \cdot \beta_{pole}$ 는 적층된 규소강판의 경우 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_{leak} \cdot \beta_{pole} &= 0.47554 \\ &+ 0.36245 \exp[-g - 6.82 \times 10^{-5} / 3 \times 10^{-4}] \\ &+ 0.18123 \exp[-g - 6.82 \times 10^{-5} / 3 \times 10^{-3}] \end{aligned} \tag{3}$$

### 3. 제어기

본 논문에서는 자기 베어링의 구동을 위하여 아날로그 PD 제어기를 사용하였다. 제어기의 구성형태는 Fig. 2의 블록선도에서와 같다. 회전축의 변위는 변위 센서에 의하여 저항식호로 변환된다. 아날로그 PD연산 및 합산 처리 후 전류 증폭기를 거치면서 자기 베어링 구동을 위한 전류 값으로 변환된다. 또한 하나의 제어기로 동일 제어축상에 위치한 서로 마주보는 두개의 전자석을 구동하기 위하여 추종 및 반전 회로를 포함하고 있다. 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{K_T}{\tau_5 s + 1} \left[ K_p + \frac{K_D \tau_2 s}{(\tau_1 s + 1)^2} \right] \left( \frac{s + 1/\tau_4}{s + 1/\tau_3} \right) \tag{4}$$

제어기의 전달함수는 자기 베어링-회전체 시스템의 과도응답 해석을 위하여 미분 방정식으로 변환되어야 하며 이를 위하여 전달함수를 다음과 같이 정리한다.

$$G(s) = \frac{C_F s^3 + C_G s^2 + C_H s + C_I}{C_A s^4 + C_B s^3 + C_C s^2 + C_D s + C_E} \tag{5}$$

이 때

$$\begin{aligned} C_A &= \tau_5 \cdot \tau_1^2 \\ C_B &= 2\tau_5 \cdot \tau_1 + \tau_1^2 + \tau_5 \cdot \tau_1^2 / \tau_3 \\ C_C &= \tau_5 + 2\tau_1 + 2\tau_1 \cdot \tau_5 / \tau_3 + \tau_1^2 / \tau_3 \end{aligned}$$

Table 1. Constants for analog PD controllers

$\tau_1$	$10^{-4}$	$K_T$	3.332
$\tau_2$	$2 \times 10^{-3}$	$K_P$	5
$\tau_3$	$5 \times 10^{-4}$	$K_D$	5
$\tau_4$	$1.67 \times 10^{-4}$	$\tau_5$	$5 \times 10^{-5}$

$$C_D = 1 + \tau_5/\tau_3 + 2\tau_1/\tau_3$$

$$C_E = 1/\tau_3$$

$$C_F = K_P \cdot K_T \cdot \tau_1^2$$

$$C_G = 2K_P \cdot K_T \cdot \tau_1 + K_P \cdot K_T \cdot \tau_1^2/\tau_4 + K_D \cdot K_T \cdot \tau_2$$

$$C_H = K_P \cdot K_T + 2K_P \cdot K_T \cdot \tau_1/\tau_4 + K_D \cdot K_T \cdot \tau_2$$

$$C_I = K_P \cdot K_T/\tau_4$$

이며, 각 계수들은 Table 1에 주어진다.

자기 베어링내의 코일에 흐르는 전류  $i$ 는 회전체의 변위에 무관한 설정값인 편향전류( $i_b$ )와 회전체의 변위에 기인한 귀환이득의 함수인 교란전류( $i_p(t)$ )로 구성되며 교란전류는 제어기의 이득  $G(s)$ 와 회전체의 변위의 곱으로 표시할 수 있다.

$$I_{py}(s) = G(s) \cdot Y(s)$$

$$I_{pz}(s) = G(s) \cdot Z(s) \tag{6}$$

이때  $Y(s)$  및  $Z(s)$ 는 각각 변위 센서에 의하여 측정된 수평 및 수직 방향의 변위이다.

과도응답 해석을 통하여 자기 베어링의 지지를 받는 회전체의 회전체적을 구하려면 (5)식의 분모를 (6)식의 좌변으로 이항한 후 초기 영 조건을 가정하여 역라플라스 변환을 수행해야 한다.

$$C_A i_{py}'''(t) - C_B i_{py}''(t) + C_C i_{py}'(t) + C_D i_{py}'(t) + C_E i_{py}(t) = C_F y_s'''(t) + C_G y_s''(t) + C_H y_s'(t) + C_I y_s(t) \tag{7}$$

$$C_A i_{pz}'''(t) + C_B i_{pz}''(t) + C_C i_{pz}'(t) + C_D i_{pz}'(t) + C_E i_{pz}(t) = C_F z_s'''(t) + C_G z_s''(t) + C_H z_s'(t) + C_I z_s(t) \tag{8}$$

(7)식과 (8)식은 시간에 대한 미분방정식으로 본 논문에서는 회전축의 운동방정식과 더불어 후방차분법을 사용하여 계산하였다. (7)식과 (8)식에서 각각  $y_s(t)$  및  $z_s(t)$ 는 변위 센서에 의하여 측정된 회전체의 위치로, 자기 베어링은 변위 센서에 의하여 측정된 회전체의 위치를 기준으로 귀환 제어를 수행하기 때문에 이를 고려하였다.

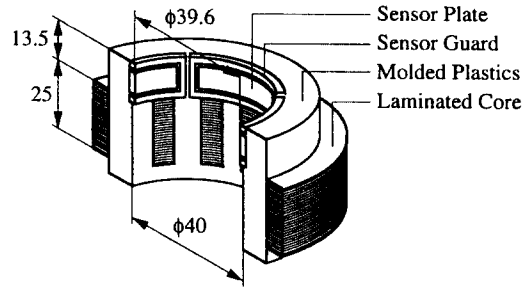


Fig. 3. Built-in capacitance sensors and magnetic bearing.

#### 4. 캐패시턴스형 변위 측정 시스템

서로 마주보는 두개의 판 사이에 전류를 흘려 이에 따라 형성된 캐패시턴스 양으로부터 양자간의 거리를 측정하는 캐패시턴스형 변위 센서는 자장의 영향을 받지 않아 자기 베어링에 근접하여 설치할 수 있으므로 자기 베어링과 센서 간의 위치 불일치 문제에 기인한 불안정 현상[5]을 개선할 수 있다.

본 논문에서는 자기 베어링과 회전체 사이의 간극을 측정하기 위한 캐패시턴스/전압 변환 회로로서[6]과 동일한 모델을 사용하였으며, 자기 베어링 내에서 회전체의 변위를 측정하기 위하여 Fig.3에서와 같이 4조의 내장형 캐패시턴스 센서판을 자기 베어링에 내장하였다[1].

판형 캐패시턴스 센서는 간극에 대하여 지수함수적인 변위 측정 특성을 가지고 있으므로 이를 선형화시키기 위하여 동일 축상에 서로 마주보는 두 개의 센서로부터의 출력전압에 대하여 차동 증폭을 수행하였다. 이에 따라 수평(y) 및 수직(z) 방향의 출력전압은 자기 베어링의 중심으로부터 회전체의 각 방향별 변위에 대하여 다음과 같이 주어진다[7].

$$V_y(y) = 6 \left( e^{\frac{(g+y)T}{\kappa \epsilon_0 A_s \times 10^6}} - e^{\frac{(g-y)T}{\kappa \epsilon_0 A_s \times 10^6}} \right) \tag{9}$$

$$V_z(z) = 6 \left( e^{\frac{(g+z)T}{\kappa \epsilon_0 A_s \times 10^6}} - e^{\frac{(g-z)T}{\kappa \epsilon_0 A_s \times 10^6}} \right) \tag{10}$$

여기서  $g=0.3 \text{ mm}$ 는 센서판과 회전체 사이의 기준 간극이며  $y$  및  $z$ 는 각각 자기 베어링의 중심으로부터 수평 및 수직 방향으로의 변위이다. 또한  $T=80 \text{ } \mu\text{sec}$ 는 센서의 충전시간이며  $A_s=204 \text{ mm}^2$ 는 센서판의 면적이다. 이론적으로 도출된 (9) 및 (10)식과 실

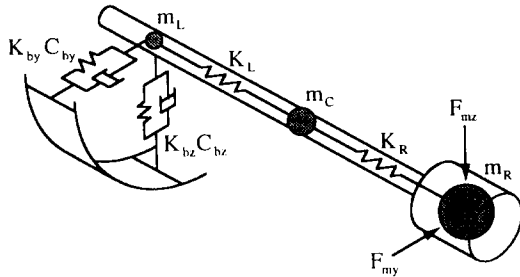


Fig. 4. 2-Dimensional model of 3-mass Jeffcot rotor.

험적으로 도출된 변위 민감도[1] 사이의 차이를 보정하기 위하여 유전율 상수  $\kappa$ 를 보정계수로 사용하였으며 본 논문에서는  $\kappa=3$ 으로 정하였다[7].

### 5. 회전축의 진동모델

자기 베어링의 지지를 받는 회전축의 진동형태를 고찰하기 위하여 본 논문에서는 회전축 시스템을 Fig. 4에서와 같이 3개의 질점을 갖는 Jeffcot 회전체로 모델링하였다. 비대칭적인 회전축의 질량 및 강성을 고려하기 위하여 양단의 베어링과 회전축은 굽힘강성을 갖는 스프링으로 연결되어 있으며, 베어링은 수직 및 수평 방향에 대하여 각각 스프링 및 댐퍼로 모델링 하였다.

회전축의 회전시 불평형 질량에 기인한 외력만을 받는 회전축의 운동 방정식은 (11)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 m_C \ddot{y}_C + (K_L + K_R)y_C &= \\
 K_L y_L + K_R y_R + m_C e_C \omega^2 \cos(\omega t) \\
 m_L \ddot{y}_L + C_{by} \dot{y}_L + (K_L + K_{by})y_L &= K_L y_C \\
 m_R \ddot{y}_R + K_R y_R &= \\
 K_R y_C + F_{my} + m_R e_R \omega^2 \cos(\omega t) \\
 m_C \ddot{z}_C + (K_L + K_R)z_C &= \\
 K_L z_L + K_R z_R + m_C e_C \omega^2 \sin(\omega t) + m_C g \\
 m_L \ddot{z}_L + C_{bz} \dot{z}_L + (K_L + K_{bz})z_L &= K_L z_C + m_L g \\
 m_R \ddot{z}_R + K_R z_R &= \\
 K_R z_C + F_{mz} + m_R e_R \omega^2 \sin(\omega t) + m_R g
 \end{aligned} \tag{11}$$

이때,  $y$ 는 수평방향을 의미하며  $z$ 는 수직 방향을 의미한다. 그리고 하첨자  $C$ 는 회전축의 중심에 위치한 질점이며, 하첨자  $R$ 은 우측 자기 베어링 단에 위치한 질점이고 하첨자  $L$ 은 좌측 무윤활 베어링 단의 질점을 의미한다. 회전축의 굽힘강성은  $K$ 로 표시하였으며

Table 2. Dimensions of the shaft and rotor

$K_L, K_R$	$1.74 \times 10^5 \text{ N/m}$	$m_L$	0.1654 kg
$K_{by}$	$1.5 \times 10^3 \text{ N/m}$	$m_C$	0.1544 kg
$K_{bz}$	$1.5 \times 10^3 \text{ N/m}$	$m_R$	0.6998 kg
$C_{by}$	$1.5 \times 10^1 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$e_C$	15 $\mu\text{m}$
$C_{bz}$	$1.5 \times 10^1 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$e_R$	5 $\mu\text{m}$

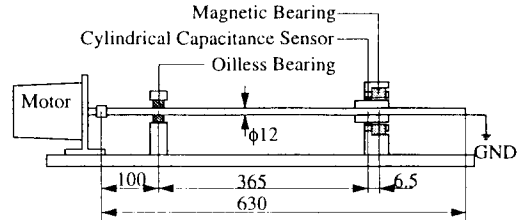


Fig. 5. Schematics of magnetic bearing-shaft system.

무윤활 베어링의 강성 및 댐핑은 각각  $K_b$  및  $C_b$ 로 표시하였다. 자기 베어링의 지지력은  $F_m$ 으로 표시된다. 그리고 각 질점에서의 불평형 질량에 기인한 외력은 기하학적 중심에서 질점의 중심까지의 거리  $e$ 를 사용하여 나타내었다. (11)식의 6개의 운동방정식은 4차 Runge-Kutta 방식을 사용하여 시간함수( $t$ )에 대하여 해석하였다.

자기 베어링의 자기력  $F_m$ 는 변위 센서에 의하여 측정된 회전축의 변위에 대하여 제어 연산을 통하여 구해진 교란전류에 의하여 조절되는 값으로 앞서의 (1)식에 (7) 또는 (8)식을 대입하여 시간함수( $t$ )에 따른 자기력의 변화를 구할 수 있다.

해석에 사용된 회전축의 각 제원은 Table 2에 나열되어 있다.

### 6. 실험장치

내장형 캐패시턴스 센서가 장착된 자기 베어링 시스템의 회전축 지지특성 및 이에 따른 회전축의 진동특성을 고찰하기 위하여 Fig. 5와 같은 회전축 실험장치를 구성하였다.

길이 630 mm, 직경 12 mm인 회전축의 좌측은 무윤활 베어링에 의하여 지지하고 우측단은 자기 베어링을 사용하여 지지하며 회전축을 12,000 rpm까지 증가시키면서 자기 베어링 단에서의 회전축의 회전 궤적 변화 양상을 고찰하였다. 회전축의 변위를 측정하기 위하여 자기 베어링에 내장된 4조의 판형 캐패시턴스 센서 시스템을 사용하였으며 이 측정신호를

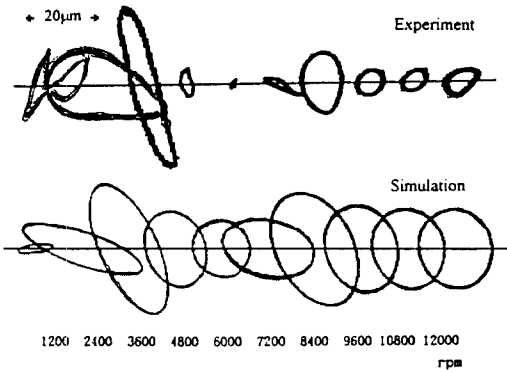


Fig. 6. Orbits of the rotating rotor at magnetic bearing position.

사용하여 자기 베어링을 구동하여 자기 베어링 시스템의 회전축 지지특성 및 측정된 회전체적의 형태를 이론적으로 도출된 결과와 비교하였다.

### 7. 결과의 고찰

자기 베어링의 지지를 받고 회전하는 회전축의 자기 베어링 단에서의 회전축 궤적이 3질점 회전체에 대한 해석 결과와 함께 Fig. 6에 도시되어 있다. 자기 베어링 지지특성 실험을 통하여 측정된 회전축의 궤적은 회전체의 형상오차와 전원 노이즈 등에 기인하여 정확한 타원형 궤적을 형성하지 못한다. 이에 반하여 해석적으로 구해진 회전축의 궤적은 회전체의 형상오차를 고려하지 않았기 때문에 정확한 타원형 궤적을 형성한다.

해석 결과를 측정 결과와 근사시키기 위하여 해석 과정에서 캐패시턴스 센서의 회전체 변위 측정에 대한 계산과정에 0.1 μm 크기의 난수를 노이즈 성분으로 가산하였다.

측정된 회전궤적에 따르면 약 3,000 rpm과 8,000 rpm 근처에서 진폭이 증가하는 현상을 보인다. 1차 공진점 이하의 회전속도에서는 실험장치의 장차오차에 기인하여 회전궤적이 매우 크나 1차 공진을 넘어서면서 얼라인먼트의 영향이 감소하여 회전축과 자기 베어링의 고유한 지지특성을 나타낸다. 3,000 rpm 근처에서는 최대 회전반경이 약 30 μm까지 증가하며, 8,000 rpm 근처에서는 약 10 μm정도까지 최대 회전반경이 증가한다. 공진점 이외의 영역에서는 회전진폭이 매우 작으며 12,000 rpm에서는 최대 회전반경을 5 μm정도로 유지시킬 수 있었다.

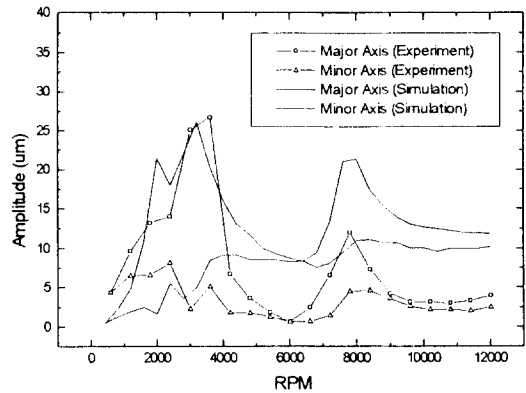


Fig. 7. Major and minor orbit radius of the rotating rotor at magnetic bearing position.

해석 결과 3,000 rpm 근처에서의 진폭 증가 현상은 회전축의 강체 진동 모드에서 발생하는 공진 현상이며 8,000 rpm 근처에서의 진폭증가 현상은 회전축의 굽힘 모드에서 발생하는 공진이다. 해석의 결과는 실험결과와 정성적으로는 매우 유사하지만 정량적으로는 약간의 차이를 나타낸다. 이는 회전축을 3질점 스프링-질량 모델로 이상화하였기 때문에 발생하는 오차와 실험에 사용된 회전축 계의 불평형 질량 특성을 정확히 모델링 할 수 없었기 때문이다.

회전속도의 변화에 따른 회전궤적의 장축 및 단축의 진폭변화를 Fig. 7에서 해석 결과와 비교하였다. 회전궤적에 대한 해석에서 따르면 회전축의 굽힘 강성 및 무윤활 베어링의 지지 강성 및 각 질점의 불평형 질량의 크기 등을 정확히 예측할 수 없기 때문에 실험결과와 정량적으로 일치시킬 수 없으나 정성적인 경향의 변화를 예측할 수 있다.

### 8. 결 론

본 논문에서는 평형 캐패시턴스 센서가 내장된 자기 베어링 시스템의 회전축 지지특성을 고찰하였다. 자기 베어링의 회전축 지지특성을 이론적으로 검증하기 위하여 캐패시턴스형 변위 센서의 위치 측정 특성을 이론적으로 도출하였다. 제어기의 제어 연산과정을 시간 함수에 대한 미분 방정식의 형태로 도출하여 3 질점 운동방정식과 함께 시간함수에 대한 해석을 수행하여 자기 베어링의 지지를 받는 회전축의 회전궤적에 대한 해석결과를 실험 결과와 비교하였다.

본 논문에서 제시된 캐패시턴스형 센서가 내장된

자기 베어링 시스템은 12,000 rpm까지의 영역에서 회전축을 성공적으로 지지하며 공진점을 제외한 영역에서 최대 회전반경을 약 10  $\mu\text{m}$  이하의 영역에서 유지시킬 수 있음을 확인하였다. 또한 3질점 회전축 모델을 사용한 자기 베어링의 지지특성 해석결과 약 3,000 rpm과 8,000 rpm 근처에서 발생하는 공진현상을 이론적으로 검증할 수 있었다.

## 후 기

이 논문은 1993년 교육부 지원 학술진흥재단의 자유훈모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 감사하는 바이다.

## 기호 및 약어 설명

A	: 센서의 단면적	[ $\text{m}^2$ ]
t	: 시간	[sec]
V	: 전압	[V]
i	: 전류	[A]
$\epsilon_0$	: permittivity 상수	[ $\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ ]
$\mu_0$	: permeability 상수	[H/m]
$\kappa$	: 유전율 상수	
F	: 자기력	[N]

## 참 고 문 헌

1. 장인배 “캐패시턴스형 센서가 내장된 자기 베어링의 작동성능 향상에 관한 연구”, 공학박사 학위논문, 서울대학교. 1994.
2. P. E. Allaire, R. R. Humphris, June, 1986 “Dynamics of a Flexible Rotor in Magnetic Bearings”, 4th Workshop on Rotor Dynamics Instability Problems in High Speed Turbomachinery, Texas A&M Univ. 1986.
3. F. J. Keith, R. D. Williams, P. E. Allaire, May, “Digital Control System Design for Active Magnetic Bearings”, Report No. UVA/643092/MAE88/375, ROMAC, Univ. of Virginia 1988.
4. F. J. Keith, R. D. Williams, E. H. Maslen, June, 1993. “Implicit Flux Feedback Control for Magnetic Bearings”, Report No. UVA/643092/MAE90/450, Univ. of Virginia 1993.
5. E. H. Maslen, J. R. Bielk, April, “A Stability Model for Flexible Rotors with Magnetic Bearings”, Trans. ASME J. of Dynamic System Measurement and Controls 1991.
6. P. D. Chapman, July, “A Capacitive Based Ultraprecision Spindle Error Analyzer”, J. of Precision Engineering, Vol. 7, No. 3, 1985.
7. In-Bae Chang, Dong-Chul Han, Oct. 9-14, “A Performance of a Magnetic Bearing System Using Built-in Plate Type Capacitive Transducers”, Proceedings of Colloquium on Turbomachinery-1994, Turbo and Power Machinery Research Center, Seoul Nat'l Univ. 1994.