

Coextrusion Die에서 수축 흐름의 수치 모사

유봉렬 · R.K. Gupta* · 정인재**

전남대학교 공과대학 고분자공학과

*West Virginia대학교 화학공학과

**한국과학기술원 화학공학과

(1994년 10월 10일 접수)

Numerical Simulation of Converging Flow in a Coextrusion Die

Bong-Ryeul Ryu, R. K. Gupta* and In-Jae Chung**

Department of Polymer Engineering, Chonnam National University, Kwangju 500-757, Korea

*Department of Chemical Engineering, West Virginia University, Morgantown, WV 26505, USA

**Department of Chemical Engineering, KAIST, Taejon 305-701, Korea

(Received October 10, 1994)

요 약

공압출되는 sheet die에서 뉴턴 유체의 수축흐름을 격자생성법을 이용한 유한차분법을 사용하여 수치 모사하였다. 계면조건의 처리방법을 개발하였고, 점도 및 채널 모양이 압력강하 및 신장속도에 미치는 영향을 알아 보았다. 압력강하는 점도비의 영향을 크게 받았으며, 신장속도는 점도비 및 채널 모양의 영향을 크게 받았다. 여러가지 채널 모양에서 신장속도를 비교해 본 결과, 트럼펫 모양의 수축채널이 신장속도가 가장 작게 나타났다.

Abstract—The flow of Newtonian fluids in a coextrusion sheet die was studied through numerical simulation. Finite difference methods employing grid generation was used. The algorithms treating interface conditions were developed and the effects of viscosity or the profile of channels on the pressure drop and the elongation rate were analyzed. The pressure drop was strongly affected by the viscosity ratio. The elongation rate was strongly affected by the viscosity ratio and the channel profiles. Among the various shaped channels, the converging channel of a trumpet type has the least elongation rate.

Keywords: Coextrusion, Converging flow, Elongation rate, Pressure drop, Numerical simulation

1. 서 론

공압출(coextrusion)은 물성이 서로 다른 두개 이상의 고분자를 동시에 압출하여 원하는 물성을 갖는 성형물을 만드는 대표적인 고분자 가공 방법이다. 섬유산업에서는 오래 전부터 양모 모양의 섬유를 생산하기 위하여 공압출을 이용하였으며, 다층 필름

및 sheet의 제조, 전선 피복 등 많은 곳에 이용되고 있다[1]. 이러한 산업적 이용이 증가함에 따라, 이에 대한 연구도 활발히 진행되어 왔다. 압출시 계면의 변형 및 안정성에 대한 문제가 지금까지 공압출에서의 주된 연구 대상이었으며[2-4], 이 밖에 열전달 문제[5] 및 die swell 문제[6]도 일부 다루어졌다. 이러한 연구를 통해, 압출되는 고분자의 물성(특히,

점도)과 계면 변형과의 관계, 불규칙한 계면 형성의 원인에 관한 많은 사실이 규명되어졌다. 하지만, 대부분의 이러한 연구들은 직선 도관(pipe flow, rectangular channel flow, annular flow)내의 흐름을 대상으로 하였고, 수축채널(converging channel)에서의 유동에 관한 연구는 미미한 상태이다.

Hamel[7]이래 많은 사람들에 의해 수축 흐름에 대한 연구가 있어 왔고[8-10], 지금도 유변학 연구에 있어 주된 연구과제 중의 하나이다. 다이에서 일어나는 die swell, 흐름의 안정성 등이 수축 흐름과 직접적인 관계가 있고[11, 12], 특히, 수축채널에서 melt fracture현상[13]이 발생한다는 것은 잘 알려진 사실이다. 이 melt fracture는 유동에서의 신장속도의 크기와 관계된다[14]. 지금까지의 연구 결과는 급격한 수축(abrupt contraction)이 있는 자유 수축(free convergence)보다는 경사 수축(tapered convergence)흐름이 유동의 안정성이 우수함을 말해준다. 따라서, 다이설계에서 경사 수축 채널의 사용이 일반화되어 있으며, 아직도 보다 우수한 모양의 채널을 찾는 노력이 산업현상에서 계속되고 있다.

수축 채널에서의 공압출문제를 수치 모사할 때, 불규칙한 고체 경계면 및 계면 때문에 전통적인 유한차분법은 여러가지 어려운 문제를 야기한다. 불규칙한 경계를 용이하게 처리할 수 있는 대표적인 방법으로 유한요소법, 격자생성법(grid generation method)을 이용한 유한차분법[15, 16]을 들 수 있는데, 후자는 기존에 많이 개발된 유한차분법의 기법을 그대로 이용할 수 있는 장점을 갖고 있다. 또한, grid의 재구성 및 수직성(orthogonality)의 부여가 용이하므로, 공압출의 유동 문제를 수치 모사함에 있어 계면의 처리를 쉽게 할 수 있다. 본 연구에서는 격자생성법을 사용하여, sheet die에서의 공압출문제를 수치모사하였다. 점도가 다른 두 유체의 흐름에서, 계면의 효과적인 처리방법을 모색해 보았으며, 수축 흐름에 의한 압력강하 및 신장속도의 변화와 두 유체의 점도비 및 채널 모양과의 상관관계를 알아보았다.

2. 이론 전개

2.1. 지배방정식

수치 모사에 사용된 유동 채널은 임의 곡률의

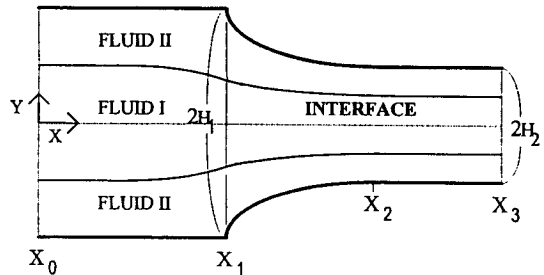


Fig. 1. Schematic diagram of coextrusion die.

수축부(converging section)은 갖고 있는 sheet die이며(Fig. 1), 채널에서는 점도가 각각 μ_1, μ_2 인 두 뉴턴 유체가 등온에서 층류 유동을 한다.

정상상태에서 비압축성 뉴턴 유체의 운동량 보존 식과 연속 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

편의상, 다음과 같은 무차원 변수를 정의한다.

$$x^* = \frac{x}{H_1}, \quad y^* = \frac{y}{H_1}, \quad \mathbf{V}^* = \frac{\mathbf{V}}{U_0}$$

$$P^* = \frac{H_1}{\mu_1 U_0} P, \quad \boldsymbol{\tau}^* = \frac{H_1}{\mu_1 U_0} \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

여기서, H_1 은 계의 특성길이, U_0 는 계의 특성속도를 나타낸다. 위의 변환을 이용하면 지배방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다(상첨자 *는 생략).

$$\text{Re}(\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (5)$$

위에서 Reynolds수(Re)는 $\rho H_1 U_0 / \mu_1$ 으로 정의된다. 대부분의 압축공정에서 고점도의 물질을 사용하고 유속 또한 크지 않으므로, (4)식의 좌변은 무시할 수 있다. 이 경우, 윗 식을 채널을 흐르는 μ_1, μ_2 의 두 유체의 적용하면 다음식을 얻는다.

$$0 = -\frac{\partial P^I}{\partial x} + \frac{\partial^2 U^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U^I}{\partial y^2} \quad (6)$$

$$0 = -\frac{\partial P^I}{\partial y} + \frac{\partial^2 V^I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^I}{\partial y^2} \quad (7)$$

$$0 = -\frac{\partial P^{\text{II}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U^{\text{II}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U^{\text{II}}}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

$$0 = -\frac{\partial P^{\text{II}}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 V^{\text{II}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{\text{II}}}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

윗 식에서 상첨자 I는 점도가 μ_1 인 유체, II는 μ_2 인 유체를 각각 표시하며, U는 x방향 속도, V는 y방향 속도이고, μ 는 두 유체의 점도비(μ_2/μ_1)이다. 흔히 하는 방식으로 다음과 같이 stream function(ϕ)과 vorticity(ω)를 정의한다.

$$U^{\text{I}} = \frac{\partial \phi^{\text{I}}}{\partial y}, \quad V^{\text{I}} = -\frac{\partial \phi^{\text{I}}}{\partial x} \quad (10)$$

$$U^{\text{II}} = \frac{\partial \phi^{\text{II}}}{\partial y}, \quad V^{\text{II}} = -\frac{\partial \phi^{\text{II}}}{\partial x} \quad (11)$$

$$\omega^{\text{I}} = \frac{\partial V^{\text{I}}}{\partial x} - \frac{\partial U^{\text{I}}}{\partial y}, \quad \omega^{\text{II}} = \frac{\partial V^{\text{II}}}{\partial x} - \frac{\partial U^{\text{II}}}{\partial y} \quad (12)$$

(6), (7)식 및 (8), (9)식에서 압력항을 소거하고 위의 정의를 이용하면, 다음과 같이 두 유체에 대한 vorticity식과 vorticity transport식이 얻어진다.

$$\frac{\partial^2 \omega^{\text{I}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega^{\text{I}}}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi^{\text{I}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{\text{I}}}{\partial y^2} = -\omega^{\text{I}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \omega^{\text{II}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega^{\text{II}}}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi^{\text{II}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{\text{II}}}{\partial y^2} = -\omega^{\text{II}} \quad (14)$$

2.2. 경계조건

고체 경계면에서는 non-slip조건을 적용하였고, 경계면에서의 vorticity값(ω_w)은 다음 식으로 구할 수 있다[17].

$$\omega_w = -\frac{2(\phi_{w-1} - \phi_w)}{(\Delta n)^2} \quad (15)$$

윗 식에서 ϕ_w 은 채널 벽면에서의 ϕ 값이고, ϕ_{w-1} 은 채널의 내부 점에서의 ϕ 값이며, Δn 은 내부 점과 벽면 사이의 수직거리이다. 채널의 중심선에서는 대칭 흐름을 가정하면 $V=0$, $\omega=0$ 이 된다. 채널 입구에서는 fully developed flow를 가정하여 ϕ 와 ω 를 구할 수 있다. 출구에서는 다음 조건을 사용하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

두 유체의 계면에서는 다음 조건이 만족되어야 한다[6].

$$U^{\text{I}} = U^{\text{II}}, \quad V^{\text{I}} = V^{\text{II}} \quad (17)$$

$$\mathbf{n} \cdot (-P^{\text{I}}\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}^{\text{I}}) = \mathbf{n} \cdot (-P^{\text{II}}\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}^{\text{II}}) \quad (18)$$

윗 식에서 \mathbf{n} 은 계면에서의 법선벡터를 나타낸다. 계면에서 두 유체 사이의 압력차는 다음 식으로 표시된다[18].

$$P^{\text{I}} - P^{\text{II}} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (19)$$

여기서, σ 는 계면(x-z면)의 표면장력, R_1 , R_2 는 계면의 곡률반경이다. Fig. 1과 같은 sheet die에서 계면의 z방향 곡률은 무시할 수 있고, x방향의 곡률 또한 그리 크지 않다. 따라서, 표면장력이 아주 크지 않은 경우, 압력차는 무시될 수 있고, 이 때 (18)식은 다음과 같이 변화된다.

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}^{\text{I}} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}^{\text{II}} \quad (20)$$

3. 컴퓨터 모사

3.1. Grid generation

불규칙한 경계면을 갖는 물리적 영역(physical domain)의 (x, y)좌표계는 사상(mapping)에 의해 규칙적인 영역을 갖는 계산 영역(computational domain)의 (ϵ , η)좌표계를 변환될 수 있으며, Poisson형의 2차원 격자 생성식은 다음식으로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial y^2} = M(\epsilon, \eta) \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = N(\epsilon, \eta) \quad (22)$$

위에서 M, N은 격자 제어함수이다. 윗 식을 역 변환하여 x, y에 대한 편미분 방정식을 풀면 격자가 생성된다. 격자를 만들 때, 다음 적분값 I_G 를 최소로 하는 x, y를 구하여 격자의 매끄러움(smoothness)이나 수직성(orthogonality)을 향상시킬 수 있다[15].

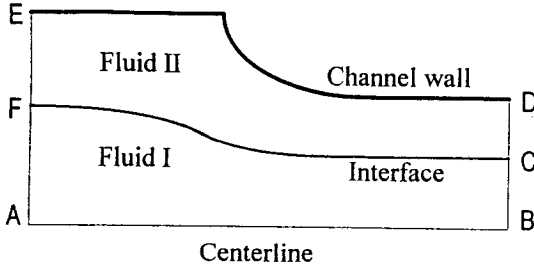


Fig. 2. Channel boundary (upper half plane).

$$I_G = I_S + \lambda_0 I_0 \quad (23)$$

$$I_S = \iint_D [(\nabla \epsilon)^2 + (\nabla \eta)^2] dx dy \quad (24)$$

$$I_0 = \iint_D [(\nabla \epsilon \cdot \nabla \eta)^2] dx dy \quad (25)$$

윗 식에서 J는 좌표 변환 Jacobian이며, λ_0 는 격자의 수직성을 부여하는 임의 상수이다. 윗 식을 적용하기 위해서는 경계면에서 격자에 대한 미분형의 Neumann 조건($\partial \epsilon / \partial n = 0$ 또는, $\partial \eta / \partial n = 0$)을 주어야 한다.

두 유체의 흐름을 수치 모사함에 있어, 각 유체는 계면에서 동일한 절점(node)을 가져야 계산이 용이해진다. 따라서, 계산에 사용된 격자는 다음 과정을 거쳐 만들었다.

1) 계면을 가정한 다음, II영역(Fig. 2의 fluid II 영역)의 grid를 만든다. 이때, 계면 및 채널벽면에서의 x값은 Neumann 조건을 사용한다.

2) 위에서 생성된 계면에서의 grid점을 고정된 채로 반대쪽 I영역의 grid를 만든다. 이때도, 채널 중심선의 x값은 Neumann 조건을 사용한다.

위와 같이 격자를 만들 때, 채널 벽면쪽 II영역은 격자선이 수직성을 유지하지만, 중심쪽 I영역은 계면에서 Dirichlet 조건(II영역에서 얻은 계면의 절점)을 사용하기 때문에, 계면 부근에서의 수직성이 좋지 못하다.

3.2. 지배방정식과 경계조건

변환된 좌표계에서의 지배방정식은 다음과 같다 [15].

$$0 = V \Delta x_1 - U \Delta y_1 + \frac{(\Delta x_1)^2}{2} \phi_{xx}^1 + \frac{(\Delta y_1)^2}{2} \phi_{yy}^1 + \Delta x_1 \Delta y_1 \phi_{xy}^1 \quad (28)$$

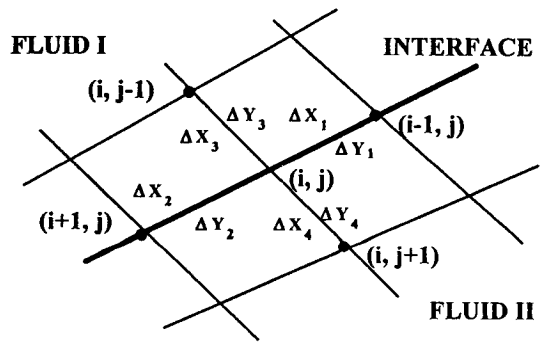


Fig. 3. Grid system around the interface.

$$\frac{1}{J} (A \phi_{\epsilon\epsilon} - 2B \phi_{\epsilon\eta} + C \phi_{\eta\eta}) + M \phi_{\epsilon} + N \phi_{\eta} = D \omega \quad (26)$$

위에서 ϕ 는 ϕ 또는 ω 를 나타내며, D는 ϕ 일 때 -1, ω 일 때 0이다. 하첨자는 편미분을 표시한다. A, B 및 C는 다음과 같다.

$$A = x_n^2 + y_n^2 \quad B = x_{\epsilon} y_{\eta} + y_{\epsilon} x_{\eta} \quad C = x_{\epsilon}^2 + y_{\epsilon}^2 \quad (27)$$

(26)식은 여러가지 유한차분법의 기법들을 사용하여 풀 수 있다. 여기서는 반복법을 사용하였다. 경계면에 수직성을 부여하여 격자를 만들 경우, 경계조건은 쉽게 처리된다(예를들면, $\partial \phi / \partial x = 0$ 은 $\partial \phi / \partial \epsilon = 0$ 이 된다). 계면에서의 조건은 다소의 수학적 처리가 필요하며, 다음에 이를 기술한다.

3.3. 계면에서의 vorticity값 계산

계면을 형성하고 흐르는 두 유체의 흐름을 수치 모사함에 있어 우선 경계면에서의 vorticity값을 추정하여야 한다. 이를 구하기 위하여 계면의 한점에서 두개의 ω 값을 갖는 이중 절점(double node)을 [6] 사용하였다. 즉, Fig. 3의 절점 (i, j)에서 vorticity값이 유체 I쪽으로는 ω^I 이고, 유체 II쪽은 ω^{II} 를 갖는다고 생각한다. 속도 성분과 ϕ 값은 이중 절점에서 양 유체에서 같다고 가정한다. 그러면, stream function을 (i, j)절점을 중심으로 인접한 네개의 절점 방향으로 Taylor급수를 전개하여 다음 6개의 식을 얻을 수 있다.

$$0 = V\Delta x_1 - U\Delta y_1 + \frac{(\Delta x_1)^2}{2} \phi''_{xx} + \frac{(\Delta y_1)^2}{2} \phi''_{yy} + \Delta x_1 \Delta y_1 \phi''_{xy} \quad (29)$$

$$0 = -V\Delta x_2 + U\Delta y_2 + \frac{(\Delta x_2)^2}{2} \phi'_{xx} + \frac{(\Delta y_2)^2}{2} \phi'_{yy} + \Delta x_2 \Delta y_2 \phi'_{xy} \quad (30)$$

$$0 = -V\Delta x_2 + U\Delta y_2 + \frac{(\Delta x_2)^2}{2} \phi''_{xx} + \frac{(\Delta y_2)^2}{2} \phi''_{yy} + \Delta x_2 \Delta y_2 \phi''_{xy} \quad (31)$$

$$\phi^I_{i,j-1} = \phi_{i,j} + V\Delta x_3 - U\Delta y_3 + \frac{(\Delta x_3)^2}{2} \phi'_{xx} + \frac{(\Delta y_3)^2}{2} \phi'_{yy} + \Delta x_3 \Delta y_3 \phi'_{xy} \quad (32)$$

$$\phi''_{i,j+1} = \phi_{i,j} - V\Delta x_4 - U\Delta y_4 + \frac{(\Delta x_4)^2}{2} \phi''_{xx} + \frac{(\Delta y_4)^2}{2} \phi''_{yy} + \Delta x_4 \Delta y_4 \phi''_{xy} \quad (33)$$

윗 식에서, U, V, ϕ_{ij} 는 (i, j)점에서의 계면속도 성분 및 ϕ 값이며, Δx_1 등은 절점 사이의 거리를 나타낸다. 또한, ϕ'_{xx} 등은 (i, j)점에서 ϕ 의 2계 편미분값으로, 상점자 I는 동일점에서 유체 I쪽을, 상점자 II는 유체 II쪽을 나타낸다. (28)식에서, $\phi^I_{i-1,j} = \phi^I_{i,j}$ 이므로, 좌변이 0이 되며, (29)~(31)도 마찬가지이다. 또한, (20) 식으로부터 다음식을 얻는다.

$$\phi^I_{xy} = \mu \phi''_{xy} \quad (34)$$

$$\phi^I_{yy} - \phi^I_{xx} = \mu(\phi''_{yy} - \phi''_{xx}) \quad (35)$$

(26)~(33)의 연립방정식을 풀어 ϕ^I_{xx} , ϕ^I_{yy} , ϕ^I_{xy} 를 구한 다음, 다음식에 의해 계면에서의 vorticity값을 구할 수 있다.

$$\omega^I = -\phi^I_{xx} - \phi^I_{yy} \quad (36)$$

$$\omega^{II} = -\phi^I_{xx} - \phi^I_{yy} \quad (37)$$

3.4. Solution procedure

수치 모사의 계산은 다음 과정을 따라 실행했다.

- 1) 처음에 ϕ 값 및 계면의 위치를 가정한 후, 앞에서 설명한 방법으로 양쪽 영역에서 격자를 생성한다.
 - 2) 경계면에서의 ω 값을 계산한 다음에 vorticity 식을 풀어 ω 를 계산한다.
 - 3) Vorticity transport 식을 풀어 ϕ 를 계산한다.
 - 4) 2), 3)의 계산을 ϕ 에 대한 오차가 일정값 이하일 때까지 반복한다.
- 위에서의 계산은 임의의 계면을 가정하여 실행했

으므로, 계면의 위치에 대한 수정을 해주어야 한다. 가정한 계면이 맞다면, 계면에서 계면 방향의 압력변화는 양쪽 유체에서 같아야 한다.

$$\frac{\partial P^I}{\partial s} = \frac{\partial P^{II}}{\partial s} \quad (38)$$

여기서, s에 대한 미분은 계면에서 접선 방향으로의 미분을 의미한다. 또한, 계면 방향의 압력 변화는 vorticity 변화와 다음 관계를 갖는다.

$$\frac{\partial P^I}{\partial s} = -\frac{\partial \omega^I}{\partial n}, \quad \frac{\partial P^{II}}{\partial s} = -\frac{\partial \omega^{II}}{\partial n} \quad (39)$$

위에서, n에 대한 미분은 계면에서 법선 방향의 미분을 의미한다. 따라서, ω 에 대한 법선 방향의 미분값이 이중 절점의 양면에서 같은지를 확인한 후, 그렇지 않을 경우, 그 값이 작은 쪽으로 계면을 이동시키는 방법으로 위치를 보정할 수 있다. ω 에 대한 법선 방향의 미분을 구할 때, 계면의 I영역쪽으로 격자선이 계면과 직교하지 않으므로, 내삽법(interpolation)으로 법선 방향의 가상 점에서의 ω 값을 추정하였다. 계면의 모든 이중 절점에서 위치가 수정되면 (1)~(4)의 계산을 반복하여, 이를 (38)식이 만족될 때까지 계속한다.

4. 계산결과 및 고찰

수치 모사에 사용된 채널은 수축비 $\beta (=H_2/H_1)$ 가 0.5(또는, 0.1)인 sheet die이며, 점도가 μ_1 인 유체 I이 중심부를, 점도가 μ_2 인 유체 II가 채널 외곽을

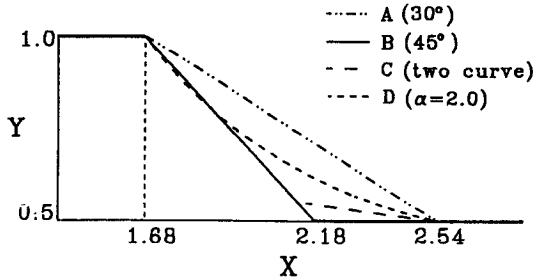


Fig. 4. Channel profiles in the converging section.

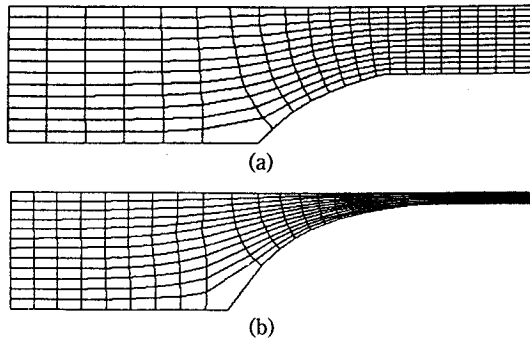


Fig. 5. Grid lines used in numerical simulation; (a) $\beta=0.5, \lambda_0=500$ (b) $\beta=0.1, \lambda_0=300$.

유량비 3 : 2로 흐른다. 수축비 0.5일 때의 수축 부위의 모양은 Fig. 4와 같다. 그림에서, x값 1.68, 2.18 (또는, 2.54)은 Fig. 1에서 X_1, X_2 지점의 위치이며, 채널 길이는 3.5로 주었다. 그림의 A, B 채널은 각각 $30^\circ, 45^\circ$ 의 일정한 경사각을 갖고 있으며, C는 앞부분의 경사각이 45° , 뒷부분의 경사각이 6.85° 인 두개의 수축부로 이루어져 있다. D는 경사각이 서서히 줄어드는 트럼펫형의 수축채널로, 그 곡선이 $e^{-\alpha x}$ 로 표시된다. 수축비가 0.1일 때는 A, B, D형을 수치 모사에 사용하였으며, X_1, X_2, X_3 지점의 x값은 각각 1.68, 2.54, 4.0이었다.

수치 모사에 사용된 격자의 모양(D채널)은 Fig. 5와 같다. Fig. 5(a)는 수축비가 0.5이며, Fig. 5(b)의 수축비는 0.1이다. 이 그림은 수치계산이 끝난 후의 격자의 모양이며, 그림에서 상단부(채널의 중심선)에서 시작하여 6번째 선이 두 유체의 계면이다. 앞절에서 언급한 바와 같이 계면의 하부 영역(유체 II)에서 격자를 생성할 때 만들어진 계면의 절점을 사용하여 계면 상부(유체 I)의 격자를 얻었기 때문에, I영역에서 계면과 격자선의 수직성이 유지되지 않

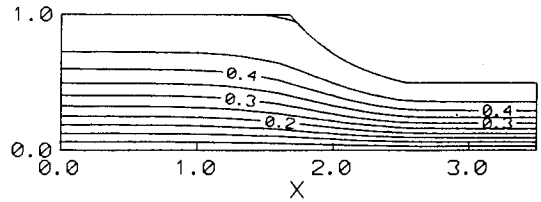


Fig. 6. Stream lines for two-fluids flow ($\beta=0.5, \mu=2.0, Q_2/Q_1=2/3$).

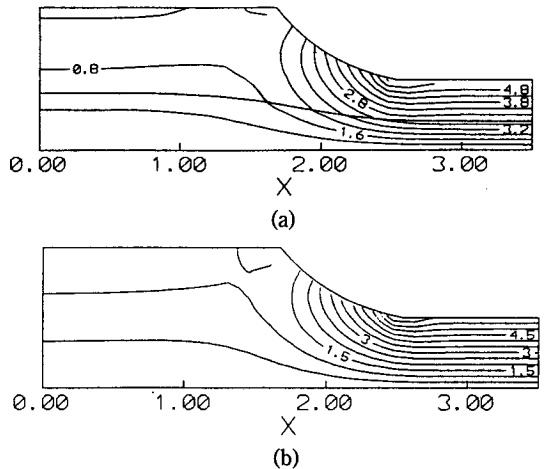


Fig. 7. Vorticity lines ($\beta=0.5, \mu=2.0, Q_2/Q_1=2/3$); (a) two-fluids flow (b) single fluid flow.

는다. 이는 Fig. 5(b)에서, 입구로부터 8번째 및 9번째 격자선에서 확인할 수 있다.

Fig. 6은 점도비, μ 가 2.0인 두 유체가 수축비 0.5인 D채널을 흐를 때, 채널 상반면에서의 유선(stream line)을 나타낸다. 채널 중심선에서 ϕ 는 0, 벽면에서 ϕ 는 0.5이며, $\phi=0.3$ 의 유선이 계면이다. Fig. 7(a)는 vorticity 변화를 보여준다. 두 유체의 경계면에서 vorticity값이 점프하는 것을 제외하고는, 단일 유체가 동일한 채널을 흐를 때의 vorticity 변화(Fig. 7(b))와 그 양상이 매우 유사하다. 수축부가 끝나는 지점에서의 vorticity 변화를 Fig. 8(a)에 표시했다. 그림에서 볼 때, 점도비가 증가함에 따라 계면이 내부로 이동하고 있다. Fig. 8(b)는 같은 위치에서 전단응력의 변화를 나타낸다.

채널에서의 압력 분포를 알기 위해서는 압력 항이 포함된 (6)~(9)식을 직접 풀거나, 별도로 유도된 압력 관계식(예를들면, Poisson형의 압력식)을 풀어야 한다[17]. 하지만, 채널의 중심선을 따르는 압력

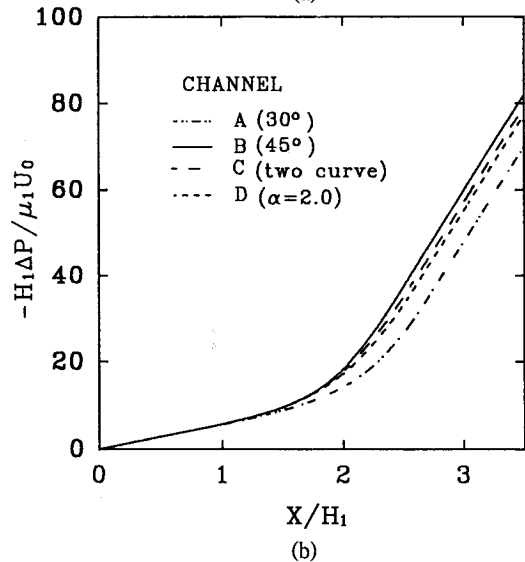
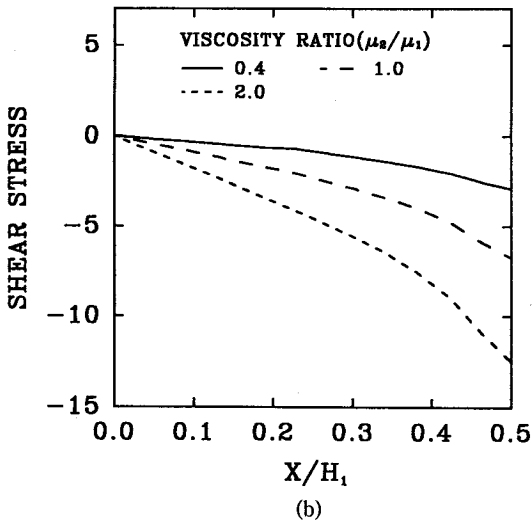
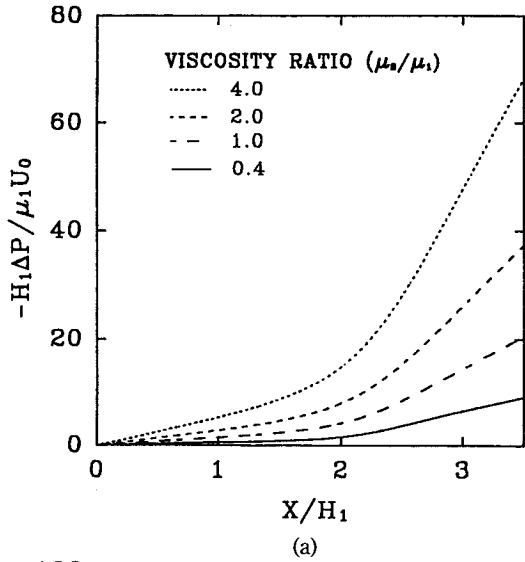
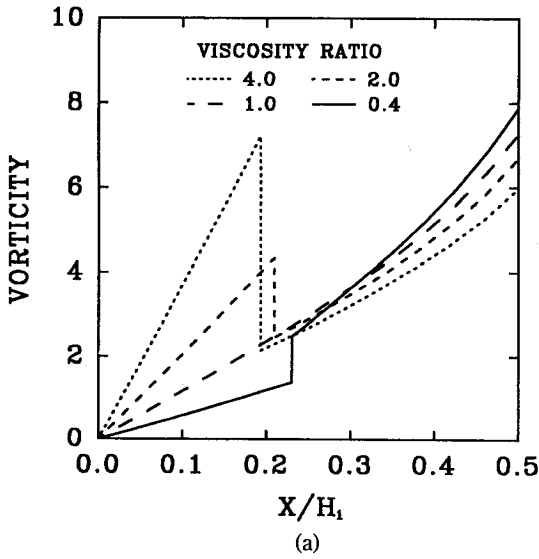


Fig. 8. y-directional profiles of vorticity and shear stress ($\beta=0.5$, $\mu=2.0$, $Q_2/Q_1=2/3$); (a) vorticity (b) shear stress.

Fig. 9. Pressure drop along the centerline for two-fluids flow ($\beta=0.5$, $Q_2/Q_1=2/3$); (a) effect of viscosity ratio (D-channel), (b) effect of channel profiles ($\mu=2.0$).

변화는 (6)식으로부터 직접 유도하여 구할 수 있다.

$$\left. \frac{dP}{dx} \right|_{y=0} = - \left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (40)$$

윗 식을 중심선을 따라 적분하면, 채널 중심축에서의 압력강하가 계산된다. Fig. 8(a)는 수축비 0.5인 채널에서, 점도비가 0.4, 1.0, 2.0, 4.0일 때(유량비, 3:2)의 압력강하 곡선이다. 그림에서 볼 때, 내부 유체의 점도를 고정시키고, 외부 유체의 점도를 증

가시키는 경우, 압력강하가 거의 점도비에 가깝게 증가하고 있다. 내부와 외부 유체의 점도를 모두 같은 비율로 증가시키면, 압력강하 곡선은 변하지 않으므로, 압력강하는 그 비율만큼 커지게 된다. 이는 공압출에서 외부유체의 점도가 압력강하에 큰 영향을 미친다는 것을 말해준다. Fig. 8(b)에는 동일한 점도비($\mu=2.0$)에서 채널모양에 따른 압력강하를

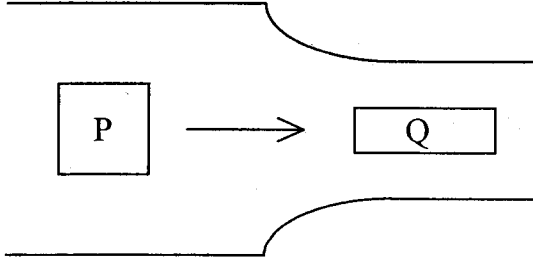


Fig. 10. Elongation of an fluid element in the converging channel.

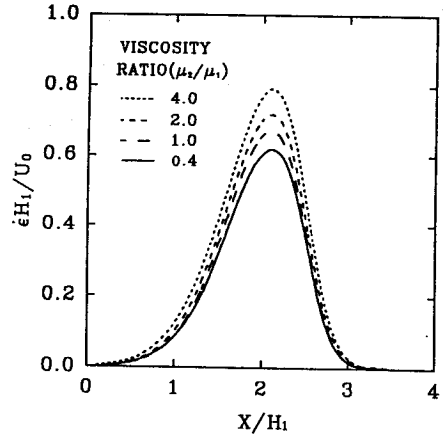
표시하였다. 30° 채널의 압력강하가 가장 적고, 45° 채널의 압력강하가 가장 크며, C, D채널은 그 중간 값으로 나타났다.

수축채널의 흐름에서 채널 외곽은 전단흐름(shearing flow)에 가깝고, 채널내부는 신장흐름(elongational flow)에 가깝다. 채널 중심부에서 유체는 Fig. 10에서와 같이 P에서 Q로 신장된다. 이 신장은 채널의 중심선을 따라 가장 크며, 중심선에서의 신장 속도($\dot{\epsilon}$)는 다음식으로 구할 수 있다.

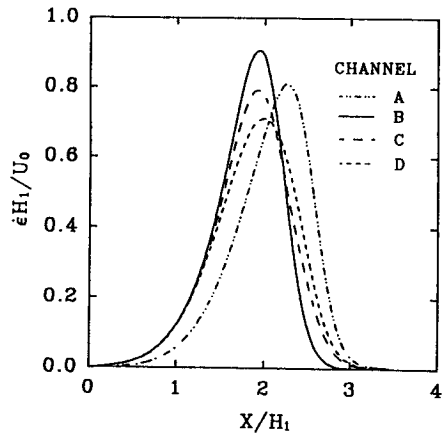
$$\dot{\epsilon} = \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{y=0} \quad (41)$$

고분자 가공에서 $\dot{\epsilon}$ 는 제품의 품질에 직접적인 영향을 미친다. 즉, 이 값이 성형 물질의 임계 신장속도(=rupture stress/신장 점도)를 넘어서면, 유동물질에 rupture가 생기게 되고 제품이 심각한 손상을 입게 된다[14]. 따라서, 다이 설계에 있어서 $\dot{\epsilon}$ 를 최소화하는 문제가 중요한 설계 요소가 되며, 이를 해결하기 위하여 two-curve 채널이나 트럼펫형의 채널을 사용한다.

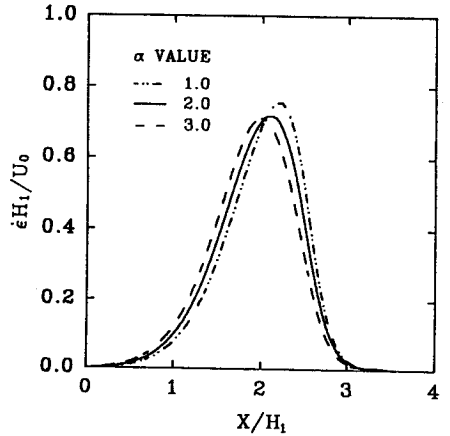
Fig. 11(a)는 D채널의 흐름에서, 두 유체의 점도비에 따른 $\dot{\epsilon}$ 의 변화곡선으로, 점도비가 클수록 $\dot{\epsilon}$ 가 증가함을 보여준다. 이는 점도비의 증가에 따른 계면이동의 영향으로 볼 수 있다. 연신속도는 유체가 흐르는 방향에 수직한 crack과 관련이 있고, 전단응력(즉, 전단속도)은 유체가 흐르는 방향의 crack과 관계된다. Fig. 8(b)에서 볼 때, 점도비의 증가에 따라 전단응력이 크게 상승한다. 따라서, 점도비의 상승은 전반적인 crack형성을 상승시킨다. Fig. 11(b)는 채널 모양에 따른 $\dot{\epsilon}$ 의 변화를 보여주며, 45° 채널, 30° 채널, two-curve 채널, 트럼펫 채널의 순으로 $\dot{\epsilon}$ 가



(a)



(b)



(c)

Fig. 11. Elongation rate along the centerline for two-fluids flow ($\beta=0.5$, $Q_2/Q_1=2/3$); (a) effect of viscosity ratio (D-channel), (b) effect of channel profiles ($\mu=2.0$), (c) effect of α values ($\mu=2.0$).

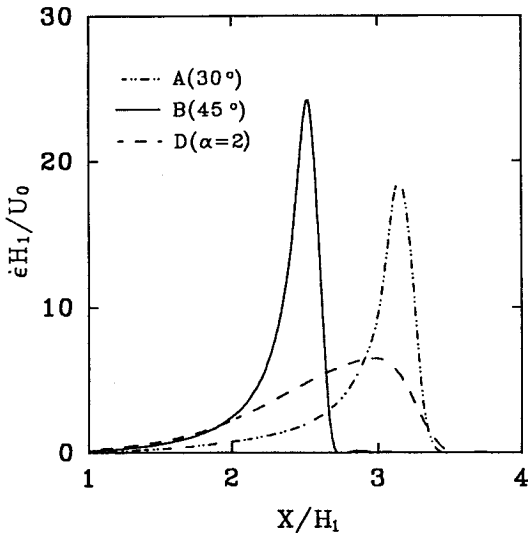


Fig. 12. Effect of channel profiles on the elongation rate along the centerline for two-fluids flow ($\beta=0.1$, $\mu=2.0$, $Q_2/Q_1=2/3$).

감소하고 있다. 트럼펫 채널과 45° 채널을 비교해 볼 때, 트럼펫 채널이 압력강하가 작으면서, $\dot{\epsilon}$ 도 작은 이상적인 형태임을 알 수 있다. Fig. 11(c)는 트럼펫 채널에서, α 값에 따른 $\dot{\epsilon}$ 의 변화를 나타내며, α 가 클수록(초기 수축율이 클수록), $\dot{\epsilon}$ 가 감소한다. 채널의 수축비가 크면 채널 형태가 $\dot{\epsilon}$ 에 더욱 큰 영향을 미치며, 이는 수축비 0.1일 때의 $\dot{\epsilon}$ 의 변화를 그린 Fig. 12에서 뚜렷이 볼 수 있다. 섬유가공 공정에서 볼 수 있는 conical die에서는 $\dot{\epsilon}$ 가 sheet die보다 크게 나타나므로 이 경우 $\dot{\epsilon}$ 에 대한 채널 모양의 영향도 보다 커질 것으로 생각된다.

여기에서의 수치 모사는 뉴턴 유체에 한정하여 공압출문제를 다루었다. 대부분의 고분자 유체는 pseudo-plastic 또는 점탄성의 성질을 보이며, 이 경우 상당히 다른 유동 양상을 나타낼 것으로 본다. 따라서, 적절한 공압출 다이의 설계를 하기 위해서는, 앞으로 비-뉴턴 유체를 대상으로 하는 다층 수축흐름(multilayered converging flow)에 대한 많은 연구가 선행되어야 할 것이다.

5. 결 론

공압출 다이에서 수축 흐름을 수치 모사를 하였다.

격자 생성법으로 이용한 유한차분법을 사용하였고, 계면조건의 처리방법을 모색해 보았다. 수치해석을 통해, 점도 및 수축채널의 모양이 sheet die에서의 압력강하 및 신장속도에 미치는 영향을 알아 본 결과, 점도가 μ_1 인 유체가 채널의 중심부를, μ_2 인 유체가 외곽을 대칭으로 흐르는 뉴턴 유체의 흐름에서,

1. 두 유체의 점도비(μ_2/μ_1)가 커짐에 따라 압력강하, 전단응력 및 신장속도가 증가하였고,
2. 30°, 45°의 일정 각을 갖고 있는 A, B채널과, 45°~6.85°의 두개의 각을 갖고 있는 C채널 및 지수함수로 수축되는 D채널을 비교해 본 결과, 신장속도가 B-A-C-D의 순으로 작아졌으며, 이러한 차이는 수축비가 작을수록 더욱 커졌다.

기 호

- b : interface position
- D : integration domain
- H_1, H_2 : half of channel height
- I_s : smoothness integral
- I_0 : orthogonality integral
- I : unit tensor
- J : Jacobian of coordinate transformation
- M, N : grid control function
- n : normal to the interface
- \mathbf{n} : normal vector
- P : isotropic pressure
- Q_1, Q_2 : flow rate
- R_1, R_2 : radius of curvature
- s : tangential to the interface
- U : x-directional velocity
- U_0 : average inlet velocity
- V : y-directional velocity
- \mathbf{V} : velocity vector
- x, y : rectangular Cartesian coordinate

Greek letters

- α : constant in exponent
- β : contraction ratio
- $\dot{\epsilon}$: elongation rate
- ϵ, η : computational coordinates
- λ_0 : constant that determines mesh orthogonality

ϕ : stream function
 ϕ_0 : stream function
 μ : viscosity ratio
 μ_1, μ_2 : viscosity
 ρ : density
 σ : surface tension
 τ : stress tensor
 ω : vorticity

상첨자

* : non-dimensionalized quantity
 I, II : fluid phase

하첨자

B : solid boundary
 i, j : node index
 x, y : partial derivatives in x, y directions
 ϵ, η : partial derivatives in ϵ, η direction

참고문헌

- C.D. Han, "Multiphase Flow in Polymer Processing", Academic Press, New York, 1981.
- B.L. Lee and J.L. White, *Trans. Soc. Rheol.*, **18**, 467 (1974).
- C.D. Han, *J. Appl. Polym. Sci.*, **19**, 1875 (1975).
- G.M. Wilson and B. Khomami, *J. Rheol.*, **37**, 314 (1993).
- S. Basu, *Polym. Eng. Sci.*, **21**, 1128 (1981).
- E. Mitsoulis, *J. Rheol.*, **30**, S23 (1986).
- V.G. Hamel, *Jahresber.d.Deutschen Math.-Ver.*, **25**, 34 (1916).
- E.B. Christiansen and S.J. Kelsey, *AIChE*, **18**, 713 (1973).
- A.I. Isayev and R.K. Upadhyay, *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, **19**, 135 (1985).
- B. Bernstein, K.A. Feigl and E.T. Olsen, *J. Rheol.*, **38**, 54 (1994).
- Z. Tadmor and C.G. Gogos, "Principles of Polymer Processing", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1979.
- H. Nguyen and B.V. Boger, *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, **5**, 247 (1979).
- J.P. Tordella, *Trans. Soc. Rheol.*, **1**, 203 (1957).
- F.N. Cogswell, "Polymer Melt Rheology", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1981.
- C.L. Tucker, "Fundamentals of Computer Modeling for Polymer Processing", Hanser Publishers, Munich, 1989.
- J.F. Thomson, "Numerical Grid Generation", Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York, 1985.
- P.J. Roache, "Computational Fluid Dynamics", Hermosa Publishers, Albuquerque, 1976.
- S. Middleman, "Fundamentals of Polymer Processing", McGraw-Hill, New York, 1977.