

〈論 文〉

瞬間 水擊波의 管 彎曲部內 傳播에 따른 過渡力
 Transient Forces on Pipe Bends by the Propagation of Pressure Wave

우 효 섭*, C.N. Papadakis**, 김 원***
 WOO Hyo Seop, Constantine N. Papadakis and KIM Won

Abstract □ External forces acting on a pipe bend change when a transient pressure wave propagates through the bend. Analytical expressions are derived to compute the changes of these forces when the instantaneous pressure wave passes through the bends. This analysis reveals that these forces depend mainly on static pressure rather than fluid momentum. The analysis also reveals that the change of the vertical component of the force acting on a pipe bend with an angle larger than 90° may reverse in direction during the passage of a pressure wave through the bend.

요 지 : 순간적인 밸브의 개폐 등에 의해 생성된 압력파****가 관의 만곡부를 지날 때 만곡부에 미치는 힘은 변화한다. 본 연구에서는 이러한 힘의 변화량을 해석적으로 유도하였다. 본 해석에 의하면 힘의 변화량은 유체의 운동량 변화보다는 주로 정수압에 의해 결정되며, 압력파가 만곡각이 90° 이상인 만곡부를 지날 때에는 여기에 미치는 연직성분 힘의 방향이 바뀌는 것으로 나타났다.

1. 서 론

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta V \tag{1}$$

유체의 흐름에 의해 관만곡부에 발생하는 외력은 정상류의 경우 만곡부의 검사체적(control volume)에 운동량 방정식을 적용하여 구할 수 있다. 그러나 관망내의 펌프나 터빈의 작동중지 또는 밸브의 급작스러운 개폐 등에 의해 관내에 압력파가 발생하게 되는 경우, 관망내에는 정상류에 의한 압력 이상의 추가적인 압력이 유발될 수 있다.

정상류의 급작스러운 변화에 의해 야기되는 부정류는 통상 수격작용(water hammer)이라고 불리우며, 그 때 생기는 압력파에 의한 수두차는 다음과 같은 Joukowsky 식에 의해 구해진다⁽¹⁾.

여기서, ΔH 는 압력파에 의해 생성된 추가적인 압력(수두)으로 압력파 수두와 정상류 수두와의 차이이다. a 는 관내 유체에 대한 탄성파의 전파속도로서 관의 재질이 단단한 경우에는 보통 유체내 음파의 전파속도로 볼 수 있다. g 는 중력가속도이며, ΔV 는 밸브의 잠김 등에 의한 유속의 변화이다.

이러한 압력파가 관내 만곡부를 통과하는 경우 만곡부에 미치는 외력은 정상류의 경우와는 다르게 되며, 따라서 관망 설계시 이러한 변화를 고려하는 것이 필요하다. 현재까지는 이러한 변화를 구하는 해석적 방법이 문헌에 알려져 있지 않다.

* 한국건설기술연구원 수자원연구실장
 ** 미 신시내티 대학교 공과대학장
 *** 한국건설기술연구원 수자원연구실, 연구원
 **** 'transient flow'를 직역하면 過渡流가 되나 본 논문에서는 이해하기 쉽게 壓力波로 하였음

본 연구에서는 관 만곡부내에 압력파가 전파되는 경우에 발생하는 외력을 관 만곡부를 포함하는 검사체적에 운동량방정식(뉴우튼 법칙)을 적용함으로써 유도하였다. 본 연구에서는 공식의 유도를 간단하고 명료하게 하기 위하여 압력파는 입사각이 0으로 연직면을 가지는 파(wharf wave)로 가정하였는데, 이는 밸브의 순간 잠김 등에 의해 발생된다. 또, 본 연구에서는 유체와 관 재료의 상호작용에 의한 영향은 없는 것으로 가정하였다.

2. 정상류 상태일 때의 외력

관내 정상류는 관 만곡부 주위에 외력을 유발시킨다. 이러한 외력은 관 만곡부 주위를 포함하는 검사체적(control volume)에 선형운동량 법칙을 적용함으로써 구할 수 있다. 선형운동량 법칙은 검사체적에 작용하는 외력의 합은 검사체적 내의 운동량의 변화와 검사체적에서 순수하게 빠져나가는 운동량의 합이 된다는 것으로, 다음과 같이 표시된다.

$$\sum \bar{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \bar{V} d\hat{V} + \int_{cv} \rho \bar{V} (\bar{V} \cdot d\bar{A}) \quad (2)$$

윗 식에서 \bar{F} 는 검사체적에 작용하는 외력이며, \bar{V} 는 속도벡터, ρ 는 유체의 밀도, \bar{A} 는 검사체적의 단면적 벡터, \hat{V} 는 검사체적내 유체의 부피, t 는 시간이다. 정상류일 경우, 외력의 x, y 방향 성분, F_{x_0} , F_{y_0} 는 그림 1에서 관 곡률반경 R과 관 길이 L인 만곡부를 둘러싼 검사체적에 선형 운동량 법칙을 적용함으로써 구할 수 있다.

$$F_{x_0} = A(p_1 - p_2 \cos\theta_0) + \rho V_0^2 A(1 - \cos\theta_0) \quad (3)$$

$$F_{y_0} = p_2 A \sin\theta_0 + \rho V_0^2 A \sin\theta_0 + W_0 \quad (4)$$

여기서, V_0 는 정상류의 평균 유속, p_1 과 p_2 는 각각 만곡부 상류와 하류 부분의 관압력, θ_0 는 만곡각, W_0 는 검사체적내의 유체 중량이다.

3. 부정류 상태일 때의 외력

본 연구에서는 압력파가 만곡부를 지나가는 경우, 만곡부에 미치는 외력의 변화를 계산하는 식을 유도한다. 압력파는 입사각이 0으로 연직면을 가지는 파(wharf wave)로 가정하였으며 압력파의 전파시 유체와 관 재료의 상호작용에 의한 영향은 없는 것으로 가정한다.

그림 2에서 보는 바와 같이 파의 전단부가 만곡부 끝단에서부터 θ 의 각을 이룬다고 하고, 검사체적 $\hat{V} = \hat{V}_1 + \hat{V}_2$ 에 대해 x방향으로 식 2로 표시되는 선형운동량 방정식을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_1 A - (p_2 + \Delta p) A \cos\theta_0 - F_x = & \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{\hat{V}_1} \rho V_0 \cos\theta_1 d\hat{V} \right. & \\ \left. + \int_{\hat{V}_2} \rho (V_0 + \Delta V) \cos\theta_2 d\hat{V} \right] & \\ - \rho V_0^2 A + \rho (V_0 + \Delta V)^2 A \cos\theta_0 & \quad (5) \end{aligned}$$

여기서, Δp 는 압력파의 속도변화 ΔV 에 의한 관 단면의 압력변화이다. 만곡부의 길이가 짧기 때문에 관에너지 손실을 무시하면 어느 순간에 있어 Δp 와 ΔV 는 관 단면에 대해 일정하다고 볼 수 있다. 한편, 그림 2에서 다음과 같은 관계들이 성립된다.

$$d\hat{V} = AL \frac{d\theta}{\theta_0} \quad (6)$$

$$\theta_0 = \frac{L}{R} \quad (7)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{(a - V_0)}{R} \quad (8)$$

여기서 a 는 관내 압력파의 전파속도, L 은 만곡부의 길이, R 은 만곡부의 곡률반경이다. 식 5 우변의 첫번째 항은 검사체적내의 운동량의 시간변화율을 나타내며, 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^{\theta_0 - \theta} \rho V_0 \cos\theta_1 \frac{AL}{\theta_0} d\theta_1 \right]$$

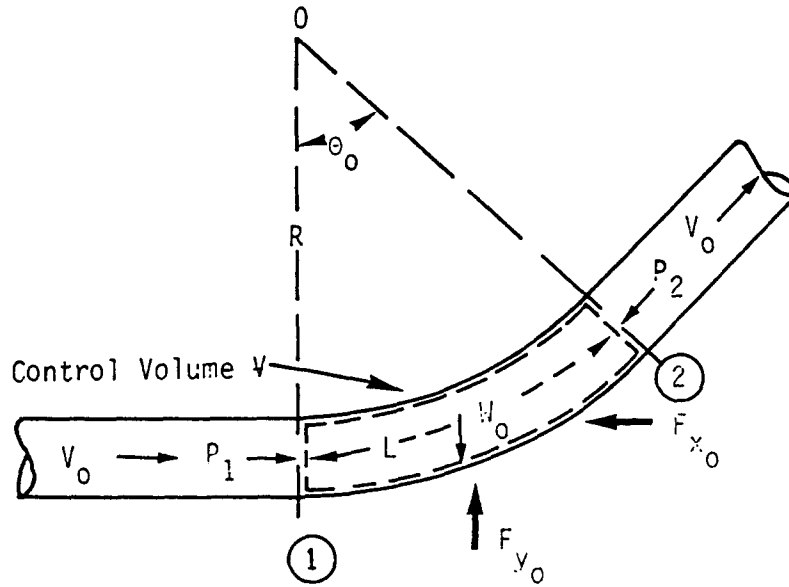


그림 1. 정상류 상태일 때의 외력

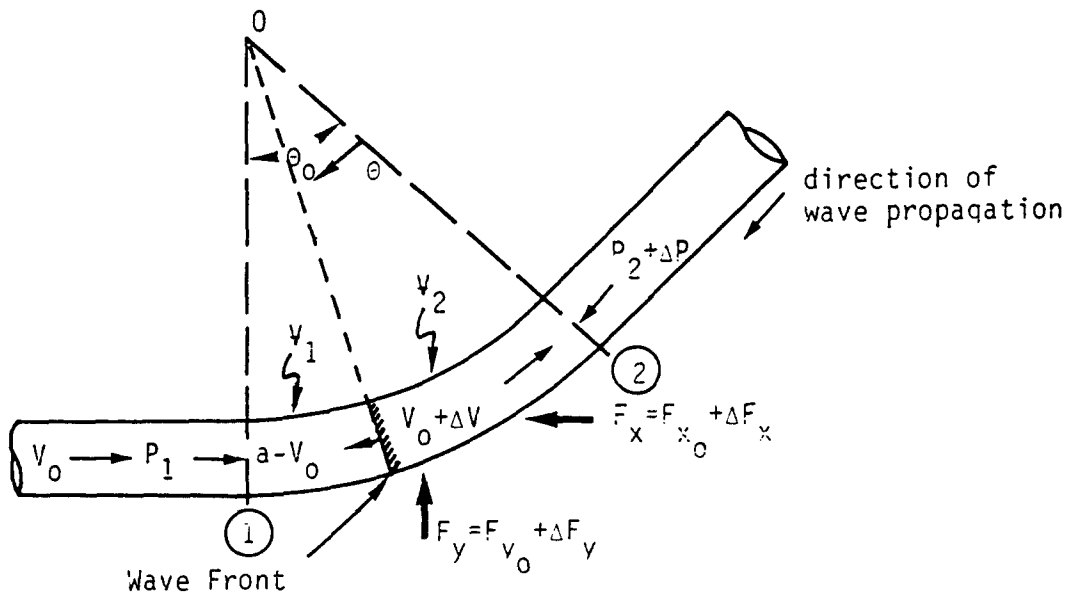


그림 2. 부정류 상태일 때의 외력

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{\theta_0-\theta}^{\theta_0} \rho (V_0 + \Delta V) \cos\theta \frac{AL}{\theta_0} d\theta \right] \\
& = [\rho \Delta V \frac{AL}{\theta_0} \cos(\theta_0 - \theta)] \frac{d\theta}{dt} \\
& = \rho \Delta V (a - V_0) A \cos(\theta_0 - \theta) \quad (9)
\end{aligned}$$

여기서, θ_1 , θ_2 는 각각 검사체적 1과 2에서의 만곡성분의 각이다.

식 9를 식 5에 대입하면 관 만곡부에 작용하는 x방향의 외력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
F_x = & p_1 A - (p_2 + \Delta p) A \cos\theta_0 \\
& - \rho \Delta V (a - V_0) A \cos(\theta_0 - \theta) \\
& + \rho V_0^2 A - \rho (V_0 + \Delta V)^2 A \cos\theta_0 \quad (10)
\end{aligned}$$

유사한 방법으로 y 방향의 외력을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
F_y = & (p_2 + \Delta p) A \sin\theta_0 \\
& + \rho \Delta V (a - V_0) A \sin(\theta_0 - \theta) \\
& + \rho (V_0 + \Delta V)^2 A \sin\theta_0 + W \quad (11)
\end{aligned}$$

압력파가 속도 a로 만곡부를 지날 때 속도변화 ΔV 에 의한 압력변화 Δp 는 식 1의 Joukowsky 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\Delta p = -\rho \Delta V (a + V_0 + \Delta V) \quad (12)$$

따라서, 식 12를 이용하면 식 10과 11에 있는 압력파의 파속 a는 소거된다. 다음, 압력파의 전파에 의한 만곡부에서의 힘의 변화는 x방향에 대해서는 식 10에서 식 3을 빼고, y방향에 대해서는 식 11에서 식 4를 빼면 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta F_x = A [\Delta p + \rho \Delta V (2V_0 + \Delta V)] [\cos(\theta_0 - \theta) - \cos\theta_0] \quad (13)$$

$$\Delta F_y = A [\Delta p + \rho \Delta V (2V_0 + \Delta V)] [\sin\theta_0 - \sin(\theta_0 - \theta)] \quad (14)$$

위 식들을 유도하는데 있어 압력파에 의한 관내 유체의 밀도변화와 관단면 및 길이의 변화에 의한 만곡부내 유체의 중량변화는 매우 작은 것으로 가정하여 무시하였다.

4. 사례연구

여기에서는 본 연구에서 유도된 식들을 실제로 적용해 본다. 적용 사례로 채택된 관은 직경이 0.9 m이며, 만곡부의 곡률반경이 1.05 m이고 만곡각이 90° 이다. 정상류 상태에서 흐름의 평균유속은 4.45 m/s 이며 관내 손실은 없다고 가정한다. 관 만곡부 상하류 부분의 압력은 각각 34.5 kN/m^2 와 24.2 kN/m^2 이다. 정상류 상태에서는 만곡부에 미치는 x, y방향의 외력을 식 3과 4를 이용하여 구하면 각각 34.5 kN , 38.3 kN 이다.

시간 $t=0$ 에서 전 시간에 부분적으로 잠근 하류 밸브에 의해 만곡부 단면 2에서의 유속은 순간적으로 1.11 m/s 감소하였다. $1,000 \text{ m/s}$ 로 전파되는 압력파의 경우 Joukowsky 공식에 의해 만곡부 부분의 압력상승은 $1,110 \text{ kN/m}^2$ 로 계산된다. 압력파의 전단이 만곡부에 도달하였을 때 $\theta=0$ 이며 외력의 변화 $\Delta F_x = \Delta F_y$ 는 모두 0이다. $t=0.00083 \text{ 초}$ 에서는 압력파의 전단은 만곡부의 중앙($\theta=45^\circ$)에 도달하며, 식 13과 14에 의하면 $\Delta F_x = 495 \text{ kN}$, $\Delta F_y = 250 \text{ kN}$ 이 된다. $t=0.00166 \text{ 초}$ 에서는 파의 전단은 단면 1에 도달하며($\theta=\theta=90^\circ$), 다시 식 13과 14에 의해 $\Delta F_x = \Delta F_y = 700 \text{ kN}$ 이 된다.

5. 검토

식 13과 14에 $\Delta p \approx -\rho a \Delta V$ 를 대입하면 대괄호 안의 값은 $\rho \Delta V (-a + 2V_0 + \Delta V)$ 가 된다. 그런데, 관내 압력파의 전파속도 a는 물의 경우 약 $1,000 \text{ m/s}$ 이므로 다른 두 항 $2V_0 + \Delta V$ (보통 10 m/s 이하임)보다 훨씬 크게 된다. 따라서, 식 13과 14에서 운동량 항은 압력 항에 비해 무시할 정도로 작으므로, 압력파에 의한 관 만곡부 외력의 변화는 운동량보다는 압력에 의존하게 된다. 이 경우 식 13과 14는 다음과 같이 간략하게 된다.

$$\Delta F_x = A\Delta p[\cos(\theta_0 - \theta) - \cos\theta_0] \quad (15)$$

$$\Delta F_y = A\Delta p[\sin\theta_0 - \sin(\theta_0 - \theta)] \quad (16)$$

그림 3은 식 15를 도식한 것이며, 만곡각 θ_0 가 0° 에서 180° 까지의 다양한 관 만곡부에 대해 파 전단부의 위치를 나타내는 각 θ 와 수평 방향의 외력의 변화 ΔF_x 와의 관계를 보여준다. 마찬가지로 그림 4는 식 16을 도식한 것으로, 만곡각 θ_0 가 0° 에서

180° 까지의 다양한 관 만곡부에 대해 파 전단부의 위치를 나타내는 각 θ 와 연직방향 외력의 변화 ΔF_y 와의 관계를 보여준다. 이 두 그림에서 종축은 외력의 변화를 압력변화에 의해 관 단면에 미치는 힘으로 나누어 무차원화 하였다. 여기서 특기할 만한 것은 그림 4에서 보는 바와 같이 만곡각이 90° 이상 되는 관에서는 압력파가 진행함에 따라 연직방향 외력의 작용방향이 반전된다는 점이다.

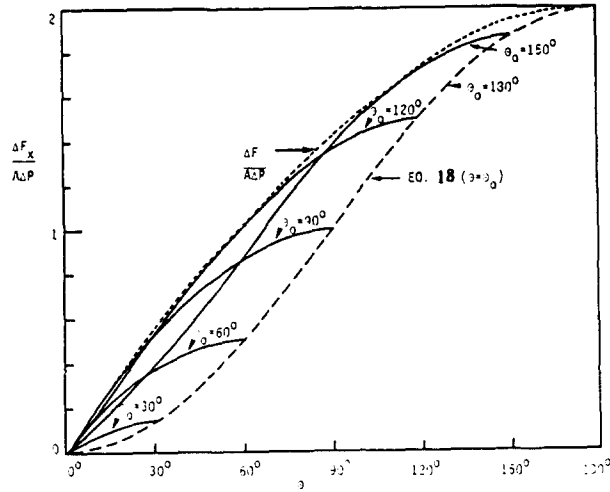


그림 3. θ 와 θ_0 에 따른 x방향 외력의 변화

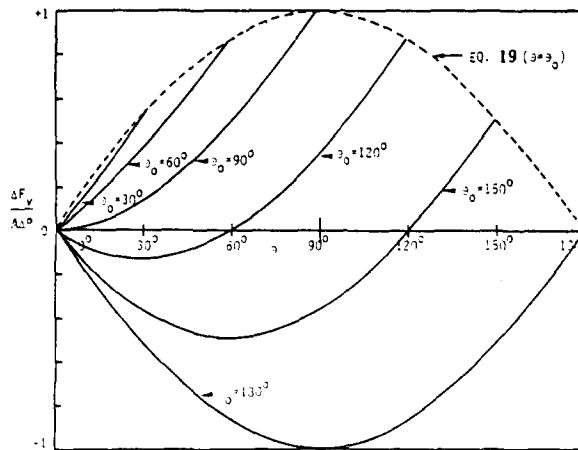


그림 4. θ 와 θ_0 에 따른 y방향 외력의 변화

다음으로 외력변화의 전 합력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta F &= \sqrt{\Delta F_x^2 + \Delta F_y^2} \\ &= 2A\Delta p(1-\cos\theta) \end{aligned} \quad (17)$$

그림 3의 점선은 이 식을 도기한 것으로, 전 합력은 만곡각에 무관하게 나타난다.

압력파가 관 만곡부를 다 지나간 경우, 즉 $\theta = \theta_0$ 인 경우 ΔF_x 와 ΔF_y 는 다음과 같이 모두 최대값을 갖게 된다.

$$\Delta F_x = A\Delta p(1-\cos\theta_0) \quad (18)$$

$$\Delta F_y = A\Delta p\sin\theta_0 \quad (19)$$

위 식들을 각각 그림 3과 4에 도시하였다. 그림 3에서 보는 바와 같이 만곡각이 180° 인 경우 식 18은 식 15와 같아진다.

6. 요약 및 결론

압력파가 관 만곡부를 지날 때 관에 미치는 외력의 변화를 운동량 방정식을 적용하여 유도하였다. 그 결과 이 경우 외력의 변화는 운동량의 변화보다는 압력의 변화에 의해 결정되는 것으로 나타났다. 이를 수식으로 표시하면 수평 및 연직방향에 대해 각각 다음과 같다.

$$\Delta F_x = A\Delta p[\cos(\theta_0 - \theta) - \cos\theta_0]$$

$$\Delta F_y = A\Delta p[\sin\theta_0 - \sin(\theta_0 - \theta)]$$

한편, 외력변화의 전합력은 다음과 같다.

$$\Delta F = \sqrt{\Delta F_x^2 + \Delta F_y^2}$$

$$= 2A\Delta p(1-\cos\theta)$$

외력의 최대값은 압력파가 만곡부를 다 지났을 때 발생하며 수평과 연직 방향에 대해 각각 다음과 같다.

$$\Delta F_x = A\Delta p(1-\cos\theta_0)$$

$$\Delta F_y = A\Delta p\sin\theta_0$$

위와 같은 결과는 압력파의 입사각이 0인 연직파(wharf wave)가 관 만곡부를 지날 때 유체와 관재료와의 상호작용은 없고, 더욱이 관내 유체의 압력변화에 의한 관재료의 변형은 무시한다는 가정에서 출발하였다. 추후 이에 대한 구체적인 실험적 연구가 요구되나, 현재로서도 이 결과는 관 만곡부 설계시에 1차 근사값으로 이용될 수 있을 것이다.

7. 감사의 글

이 연구는 첫번째 저자가 1988년에 미 신시내티 대학에서 근무했을 때 두번째 저자와 공동으로 시작한 것을 세번째 저자와 같이 보완한 것임을 밝혀 둡니다.

참 고 문 헌

1. B.E. Wylie and Streeter, V.L.(1983), Fluid Transients, Feb Press, Michigan, pp.3-4..
2. V.L. Streeter (1971), Fluid Mechanics, Fifth edition, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y., 1971, pp.140-145.

(접수 : 7.8)