

〈 論 文 〉

河川흐름 解析에서 單純化된 運動方程式을 使用한
 有限차분모델의 信賴性 있는 適用 範圍

Application Ranges of Finite Difference Models Using Simplified
 Momentum Equation in Channel Flow Simulation

최 계 운*, 안 경 수*, 안 상 진**

CHOI Gye Woon, AHN Kyung Soo and AHN Sang Jin

Abstract □ The kinematic and diffusion models using simplified momentum equations of the full dynamic equation have been frequently used for numerical flow simulations, because they have several computational advantages compared to the full dynamic model. In this paper, the more generally acceptable application ranges of the kinematic and diffusion finite difference models were investigated based on three major parameters, which are channel bed slopes S_0 , dimensionless depth increasing numbers G_w at upstream boundary and Froude numbers Fr . The applicable ranges were obtained by comparing the relative magnitudes of the local acceleration, convective acceleration, pressure, gravity and friction terms in the full dynamic equation. In the simulations, a Courant number of 0.5 was used and the channel bed slopes were changed from 0.00001 to 0.05. Also, Froude numbers of 0.1, 0.5 and 0.9 were employed. In this paper, it is indicated that the applicable ranges of kinematic models are increased with increasing of Froude numbers. However, the applicable ranges of diffusion models are decreased with increasing of Froude numbers. Finally, 9 figures were proposed as a guideline in the application of kinematic and diffusion finite difference models based upon the allowable deviation compared to the full dynamic model. With applying the proposed criteria, it is expected that the flow simulations in the channels, streams or rivers are more efficiently achieved.

요 지 : 하천 흐름해석에서 단순화된 운동방정식을 사용한 kinematic 모델과 diffusion 모델이 full dynamic 모델에 비하여 여러 장점을 지니고 있기 때문에 수치모의에 종종 사용된다. 본 논문에서는 kinematic 모델과 diffusion 모델의 적용범위에 대하여 보다 폭넓게 사용될 수 있는 적용한계를 하천의 수로경사 S_0 , 무차원의 상류측 수심증가수 G_w 및 Froude 수 Fr 등 3개의 주요한 인자를 기준으로 하여 연구하였다. 이때 적용범위는 full dynamic 방정식의 시간 가속도항, 공간 가속도항, 압력항, 중력항 및 마찰항의 상대적 크기의 비교를 통하여 도출되었다. 실험모의중에 Courant 수는 0.5로 한정되었으며, 하천의 하상경사는 0.00001부터 0.05까지 변화하였다. 또한, 0.1, 0.5 및 0.9의 Froude 수가 사용되었다. 본 논문에서는 kinematic 모델의 적용범위는 Froude 수가 증가함에 따라 증가하는 것으로 나타났으나, diffusion 모델의 적용범위는 Froude 수가 증가함에 따라 감소하였다. 최종적으로 kinematic 모델과 diffusion 모델의 적용을 위한 지침으로 사용할 수 있는 9개의 그림이 제안되었으며 이 제안된 그림을 적절하게 활용할 때 하천이나 강에서 흐름모의가 보다 효율적으로 이루어질 수 있을 것이다.

하천내 흐름을 해석하기 위하여는 질량의 보존을 나타내는 연속방정식과 운동량의 보존을 나타내는

1. 서 론

* 인천대학교 공과대학 토목공학과 교수
 ** 충북대학교 공과대학 토목공학과 교수

운동방정식이 함께 이용된다. 그러나, 완전운동방정식속에는 비선형항등이 포함되어 있기 때문에 여러 경우에 있어서 완전 운동방정식인 full dynamic 방정식을 그대로 사용하기보다는 보다 단순화된 kinematic 방정식이나 diffusion 방정식 등이 종종 사용되고 있다. 그러나, 이와같이 단순화된 방정식들이 지난 수십년간 하천 흐름해석을 위한 여러 수치해석 모델의 기본 방정식으로 사용되어 왔지만 이들 모델을 적용하는 적정 범위에 대한 언급은 상당히 미흡한 실정이다.

Henderson(1966)은 급경사를 가진 강에서 홍수로 인한 수위가 빠르게 상승될때 full dynamic 방정식에 나타난 다섯개항에 대한 상대적인 크기를 비교하였다. 즉, 시간 가속도항(local acceleration term), 공간 가속도항(convective acceleration term), 압력항(pressure term), 중력항(gravity term) 및 마찰항(friction term)들의 상대적인 크기가 얼마나 차이가 있는가를 조사하였다. 그는 조사를 통하여 중력항이 압력 및 가속도항을 합한것보다 25배나 더 큰 값을 가졌다고 밝히고 있다. 따라서, 이와같은 경우에 가속도항은 상대적으로 적고 또한 압력항도 상대적으로 적기때문에 가속도항과 압력항을 무시하고 중력항과 마찰항이 같다는 가정을 가진 kinematic 모델을 적용하여 하천내 흐름을 해석하여도 무방할 것이다. 그러나, Schaake(1965)는 지표면 유출과 하수도내 유출에서 Henderson과 다른 실험결과를 제시하고 있는바, 그의 결과를 보면 Henderson의 결과에 비하여 가속도항과 압력항의 상대적인 크기가 상당히 크게 나타나 있다. Harder와 Armacost(1966)는 Missouri강에서 유량이 679.2m³/sec(24,000ft³/sec)에서 2943.2m³/sec(104,000ft³/sec)로 순식간에 상승하는 홍수시에 가속도항의 상대적 크기를 측정 한 결과 마찰항의 5%에 이른다는 결론을 도출하였다. 또한, 일본내에서는 Iwasaki(1967)가 경사가 급하고 강의 폭이 좁은편인 Kitakami 강에서 상당히 큰 홍수시에 가속도항의 크기를 조사하였으며 이때 가속도항의 크기는 압력항의 크기에 비하여 1.5%에 지나지 않는다는 결론을 도출하였다. 한편, Ragan(1965)은 하천내 흐름을 해석할때 하천내 총 유입량중에서 측면유입량이 차지하는 비중이

클때 공간적인 가속도항을 무시한 계산은 상당히 신뢰하기 어려운 결과를 가져올 수 있다고 주장하였으며, 최근에 Richardson(1989)은 이동강우에 의한 지표면 유출해석에서 수치해석을 통한 각각의 항의 크기를 비교하였는데, 그의 결과는 기존의 전형적으로 알려져 있는 내용인, 가속도항이 압력항에 비하여 상당히 작다는 결과와 다른 결과를 나타내고 있으며 특히 수면상승시에는 시간가속도항의 상대크기가 상당히 크다고 주장하였다.

이와같은 완전 방정식내 각 항의 크기를 통한 연구와 병행하여 몇몇 연구자들은 diffusion 및 kinematic 방정식과 이들을 이용한 모델의 적용범위에 관한 연구를 실시하였는바 Henderson(1963)은 하천경사를 이용하여 이들 방정식의 적용한계에 대하여 연구하였으며, 급경사에서의 홍수파는 kinematic 방정식에 의하여 잘 해석되며 완경사에서의 홍수파는 diffusion 방정식에 의하여 잘 해석된다고 밝히고 있다. 또한, 그는 완경사나 급경사가 아닌 중간정도의 경사에서는 full dynamic 방정식에 의하여만 잘 해석되어진다고 밝히고 있다. 그러나, 그의 결과중 급경사, 완경사, 중간경사에 대한 정확한 구분이 모호한 상태이며 이 기준을 실제 해석에 적용하기 위하여는 사용자의 주관에 따라 판단할 수 밖에 없어 사용자에게 따라 적용결과가 다를수 밖에 없다. Ponce(1978)등은 시간이 경과함에 따라 침투유량이 줄어드는 정도에 따라 kinematic 모델과 diffusion 모델의 적용범위를 연구하였으며 그들은 완만한 경사에서 kinematic 모델을 적용하기 위하여는 홍수파의 주기 T가 상당히 길어야 하며 급경사에서는 홍수파의 주기 T가 짧아도 가능한 것으로 발표하였다. 또한, 그들은 diffusion 모델의 적용범위가 kinematic 모델의 적용범위에 비하여 상당히 넓은 범위의 하상경사 및 홍수파 주기에서도 적합하다고 주장하였다. 현재, 이들에 의하여 제안된 kinematic 모델과 diffusion 모델의 적용범위가 여러 연구자들에 의하여 폭넓게 받아들여지고 있지만 그들에 의하여 제안된 적용범위의 결정적 인자인 홍수파의 주기 T나, 참고하천폭 b 등은 이미 경험한 홍수에서는 얻기가 쉽지만 실제 홍수중에는 홍수 크기등을 미리 예측할 수 없기 때문에 실시간 홍수모의등에 적용하기에는 상당한 난

점이 있다. 이와같은 기존 연구들을 살펴볼때 기왕에 도래되었던 홍수에 대한 흐름계산 뿐만 아니라 홍수가 진행중인 가운데에서도 흐름모의를 위하여 사용될 수 있는 kinematic 및 diffusion 모델의 적용범위에 관한 연구가 절실한 실정이다.

그동안 1차원의 하천흐름 해석방법으로는 그 개념의 이해가 쉽고 프로그램하기가 용이할뿐만 아니라 해석방법에 대한 선택의 폭이 넓고 계산결과에 대한 신뢰도가 비교적 높은 유한차분해석 방법이 다른 해석방법에 비하여 많이 사용되고 있으며, Amein(1968), Balloffet(1969), Amein과 Fang(1970), Fread(1971), Abbott(1980), Choi(1991)등이 구체적인 유한차분 해석법의 적용사례를 보여주고 있다. 이들은 주로 완전 운동방정식을 이용한 유한차분 해석을 실시하였지만 Brakensiek(1967), Sherman과 Singh(1982), Singh와 Ram(1983) 등은 kinematic 방정식을 이용한 해석을 실시하거나 kinematic 방정식을 지닌 유한차분 모델을 실험 결과를 통하여 검증하였다.

위와같은 기존 연구내용을 살펴볼때 하천흐름을 1차원으로 해석하는 경우 유한차분 해석방법이 상당한 장점을 가지고 여러 모델에 폭넓게 이용되고 있으며, 특히나 완전 운동방정식이 아닌 간소화된 운동방정식을 사용할 경우에는 더욱 간편하게 해석을 실시할수가 있다. 그러나, 이와같은 단순화된 kinematic 또는 diffusion 모델을 사용하기 위하여는 신뢰성 있는 사용범위에 관한 연구가 더욱 보완되어져야 할 필요가 있다. 특히, 기왕에 경험하였던 홍수가 아닌경우, 즉 홍수가 진행중인 상태에서도 손쉽게 적용이 가능하도록 하며, 모의중 쉽게 채택이 가능한 매개변수를 이용한 적용범위에 관한 연구가 요청되고 있다. 이를 감안하여 본 논문에서는 이와같은 요구에 부합되는 kinematic과 diffusion 방정식을 가진 유한차분모델의 적용범위에 관하여 구체적으로 연구하였다.

2. 무차원 방정식과 무차원 결정인자

단순화된 운동방정식인 diffusion 방정식과 kinematic 방정식은 full dynamic 방정식내 포함되어 있는 각각의 항의 상대적인 크기를 비교하여 가속

도항과 중력항이 갖는 상대적인 크기가 다른항에 비하여 작다는 가정하에 이루어지는 방정식이므로, 이들을 이용한 모델의 적용범위를 결정하기 위하여는 이들의 상대적인 중요도를 판단하는 것이 필요하고 이와같은 상대적인 크기를 판단하기 위하여는 각각의 항을 무차원화하여 그 크기를 비교하는것이 바람직하다. 본 논문에서는 이와같은 무차원화를 위하여 식(1)과 같이 표현되는 full dynamic 방정식을 이용하였다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{Q^2}{A})}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAS_0 + gAS_f = 0 \quad (1)$$

위의 방정식에서 시간 및 공간 가속도항의 상대적 크기가 다른항에 비하여 상당히 적어 무시할 수 있다는 가정하에 제안된 방정식이 diffusion 방정식이며 가속도 및 압력항이 다른 항에 비하여 상당히 적다는 가정하에 제안된 방정식이 kinematic 방정식이고 이와같은 방정식을 이용한 수치해석 모델을 diffusion 모델 및 kinematic 모델이라 한다. 이들 방정식을 수치해석 모델로 계산할 때에는 마찰경사 S_f 를 Chezy나 Manning 등의 마찰방정식으로 치환하여 계산하는데, 본 논문에서는 Manning의 마찰방정식이 사용되었다.

이와같은 full dynamic 방정식에서 각각의 항의 상대적인 크기를 비교하기 위하여 식 (2)와 같이 중력항을 기준으로 무차원화 하였다.

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 = 1 \quad (2)$$

$$\phi_1 = \frac{1}{gAS_0} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad \phi_2 = \frac{1}{gAS_0} \frac{\partial(\frac{Q^2}{A})}{\partial x}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad \phi_4 = \frac{S_f}{S_0}$$

식 (2)에서 ϕ_1 은 중력항에 대한 시간가속도 항의 상대적인 크기를 나타내며, ϕ_2 , ϕ_3 및 ϕ_4 는 각각 중력항에 대한 공간가속도항, 압력항 및 마찰항의 상대적인 크기를 나타낸다. 따라서, $\phi_1 + \phi_2$ 의 크기가 적을때의 적용범위는 diffusion 모델의 적용범위, $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ 의 크기가 적을때의 적용범위를

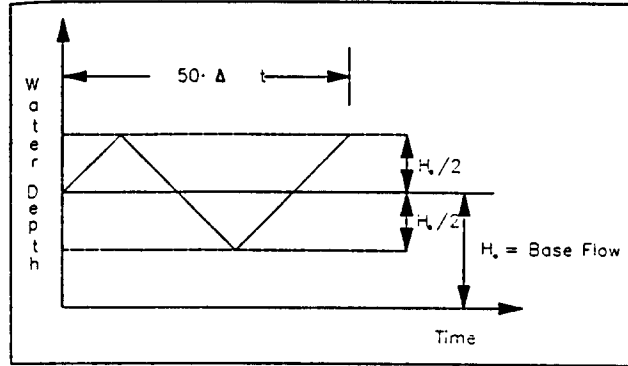


그림 1. 상류 경계조건 설정

kinematic 모델의 적용범위로 할 수 있다. 이와같이 무차원화된 방정식의 상대적인 크기는 여러 인자에 따라 달라질 수 있는데, 본 논문에서는 무차원화된 3개의 결정인자를 선정하였는데 하나는 식 (3)으로 표현되는 상류측 경계에서의 무차원 수심증가량 G_w 이며 나머지는 Froude 수(Fr 수) 및 하상경사 S_0 이다.

$$G_w = \frac{1}{C} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3)$$

식 (3)에서 C 는 하천내 흐름의 전파속도이고 $\frac{\partial h}{\partial t}$ 는 하천 상류경계지점에서의 미소시간 사이의 수심의 변화를 나타낸다. 즉, 하천 상류측에서 미소 시간변화에 따른 수심의 변화를 나타내는데, 이는 흐름해석시간 간격에 따른 수심의 상승이나 하강을 나타내고 있어 실시간 흐름해석에 적용이 가능하며, 하상경사 S_0 나 Froude 수(Fr 수)도 쉽게 얻을 수 있어 이들에 의하여 나타내어진 적용범위는 실시간 홍수계산등에도 쉽게 적용될 수 있다.

3. 경계조건 설정 및 모델 모의

앞장에서 언급된 바와같이 단순화된 유한차분 모델의 적용범위는 하천 상류경계지점에서의 무차원 수심증가량 G_w , 하상경사 S_0 및 Fr 수를 이용하여 나타내도록 하였다. 상류경계지점에서의 무차원 수

심증가량 G_w 는 그림 1과같이 최상류측에서 경계조건을 통하여 수심증가량으로 주어지도록 하였다. 즉, 적용범위 결정을 위한 실험모의시 하상경사 및 Fr 수에 따라 평균수심 H_0 를 결정후 최대수심과 최소수심을 결정하였다. 최대 수심은 평균 수심의 1.5배에 이르도록 하였으며 최소 수심은 평균수심 H_0 의 0.5배에 이르도록 결정하였다. 이와같이 결정된 상류측 경계조건은 평균수심에서 시작하여 최대 및 최소수심을 거쳐 다시 최대수심까지 이르는동안 50번의 실험모의가 이루어지도록하고 각각의 실험모의가 진행되는 동안에 경계조건으로 주어지도록 하였다.

또한, 적용범위 결정을 위한 모의는 필자에 의하여 개발된 full dynamic 모델이 이용되었다. 이 모델은 4점 유한차분법을 사용하였으며 계산방법으로는 음해법(implicit method)이 이용되었다. 구체적으로 모델에 이용된 시간도함수, 공간도함수 및 계수들은 식(4)-(6)과 같이 차분표현되었다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{h_{i+1}^{n+1} - h_{i+1}^n}{\Delta t} \right) + \left(\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \theta \left(\frac{Q_{i+1}^{n+1} - Q_i^{n+1}}{\Delta x} \right) + (1-\theta) \left(\frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{\Delta x} \right) \quad (5)$$

$$f_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (f_i^n + f_{i+1}^n) \quad (6)$$

여기에서 윗첨자 n+1은 미지의 시간을 나타내
고 윗첨자 n은 기지의 시간을 나타낸다. 또한 아래
첨자 i는 i번째 하천단면을 나타내며, 아래첨자 i+
1은 i+1번째 하천단면을 나타내며 h 및 Q는 각각
수심 및 유량을, θ 는 중량인자(weighting factor)
를 나타낸다. 이와같은 유한차분 표현방법을 질량
보존을 나타내는 연속방정식과 운동방정식 (식 1)
에 도입하여 정리하면 아래와같이 식 (7) 및 (8)
과 같이 표현될 수 있다. 우선, 하천내 두 지점간의
연속방정식에 유한차분법을 도입하여 미지수의 항
으로 정리하면 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 D_1 Q_1^{n+1} + E_1 h_1^{n+1} + F_1 Q_1^{n+1} \\
 + G_1 h_{1+1}^{n+1} = T_1 \quad (7) \\
 D_1 = -4\theta\phi \\
 E_1 = 2b_{1+1/2}^n \\
 F_1 = 4\theta\phi \\
 G_1 = 2b_{1+1/2}^n \\
 T_1 = 2 b_{1+1/2}^n h_1^n + 2b_{1+1/2}^n h_{1+1}^n + 4(1-\theta)\phi Q_1^n \\
 - 4(1-\theta)\phi Q_{1+1}^n + 4\theta \Delta t q_{1+1/2}^{n+1} \\
 + 4(1-\theta) \Delta t q_{1+1/2}^n
 \end{aligned}$$

여기에서, D_1, E_1, F_1, G_1, T_1 은 기지의 값으로
부터 계산된 계수들이며, b는 단면의 폭, ϕ 는 $\Delta t /$
 Δx 를 각각 나타낸다.

또한, 하천내 두 단면사이의 운동방정식에 식
(4)-(6)의 유한차분표현방법을 적용한후 선형의
차분 방정식으로 표현하기 위하여는 운동 방정식내
마찰경사항의 선형화(linearization)가 필요하다.
Taylor 급수를 이용하여 마찰경사항을 선형화한후
상수와 미지수의 항으로 정리하면 식 (8)과 같이
쓰일 수 있다.

$$\begin{aligned}
 D_2 Q_1^{n+1} + E_2 h_1^{n+1} + F_2 Q_{1+1}^{n+1} + G_2 h_{1+1}^{n+1} = T_2 \quad (8) \\
 D_2 = 1 + \frac{2g\theta A_{1+1/2}^n \Delta t S_{f_1}^n}{Q_1^n} - 2\theta\phi V_1^n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_2 = -2g\theta\phi A_{1+1/2}^n - \frac{2g\theta \Delta t A_{1+1/2}^n S_{f_1}^n}{K_1^n} \left(\frac{\partial K_1^n}{\partial h} \right) \\
 F_2 = 1 + 2\theta\phi V_{1+1}^n + \frac{2g\theta \Delta t A_{1+1/2}^n S_{f_1}^n}{Q_{1+1}^n} \\
 G_2 = -2g\theta\phi A_{1+1/2}^n - \frac{2g\theta \Delta t A_{1+1/2}^n S_{f_{1+1}}^n}{K_{1+1}^n} \\
 \left(\frac{\partial K_{1+1}^n}{\partial h} \right) \\
 T_2 = Q_1^n Q_{1+1}^n - 2(1-\theta)\phi V_{1+1}^n Q_{1+1}^n \\
 + 2(1-\theta)\phi V_1^n Q_1^n + g A_{1+1/2}^n \theta \Delta t S_{f_{1+1}}^n \\
 - 2g A_{1+1/2}^n (1-\theta)\phi h_{1+1}^n + 2g A_{1+1/2}^n \\
 (1-\theta)\phi h_1^n + g A_{1+1/2}^n \Delta t (S_{o_1}^n + S_{o_{1+1}}^n) \\
 - \frac{2g\theta A_{1+1/2}^n \Delta t S_{f_{1+1}}^n h_{1+1}^n}{K_{1+1}^n} \left(\frac{\partial K_{1+1}^n}{\partial h} \right) \\
 + g\theta A_{1+1/2}^n \Delta t S_{f_{1+1}}^n \\
 - \frac{2g\theta A_{1+1/2}^n \Delta t S_{f_1}^n h_1^n}{K_1^n} \left(\frac{\partial K_1^n}{\partial h} \right) \\
 - g(1-\theta) A_{1+1/2}^n \Delta t S_{f_{1+1}}^n \\
 - g(1-\theta) A_{1+1/2}^n S_{f_1}^n \\
 + 2\theta \Delta t (q_{1+1/2}^{n+1} V_{1+1/2}^{n+1}) \\
 + 2(1-\theta) \Delta t (q_{1+1/2}^n V_{1+1/2}^n)
 \end{aligned}$$

여기에서 D_2, E_2, F_2, G_2, T_2 는 각각 기지의 값으
로부터 계산된 계수들이며, conveyance K는
Manning의 마찰공식을 이용하여 $K = 1/nR^{2/3}A$ 로
표현할 수 있다. 수심 h에 대한 conveyance의 편
도함수는 수로단면 상태에 따라 아래와 같이 표현
된다.

첫째로, 구형수로에서는 식 (9)와 같이 표현되며

$$\left(\frac{\partial K}{\partial h} \right) = \frac{K}{A} \left(\frac{5T}{3} - \frac{4R}{3} \right) \quad (9)$$

둘째로, 사다리꼴 형태의 수로에서는 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial K}{\partial h} = \frac{K}{A} \left[\frac{5T}{3} - \frac{4R\sqrt{1+(\cot\theta)^2}}{3} \right] \quad (10)$$

식 (10)에서 ϕ 는 사다리꼴 단면의 측면경사각을 나타낸다. 실험모의는 Fr 수가 1이하인 常流에서만 이루어지도록 하였으며 이때 이용된 Fr 수로는 0.1, 0.5 및 0.9가 사용되었다. 또한, 하상경사는 상당히 폭넓은 하상경사 범위를 택하여 본 논문을 통하여 제안된 적용범위가 폭넓게 사용되도록 하였으며 구체적으로 0.00001부터 0.05까지의 하상경사가 사용되었다.

또한, 실험모의중 사용된 Cr 수(Courant 수)는 $\frac{\Delta t}{\Delta x}(V+C)$ 로써 정의되어 0.5의 Cr 수가 사용되었고 하상의 조도계수는 Manning의 n값으로 0.04가 사용되었다. Kinematic 모델과 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용한계는 위와 같이 개발된 모델을 이용하여 kinematic 모델에 대하여는 시간 및 공간가속도 항의 크기를, diffusion 모델에 대하여는 시간 및 공간 가속도항과 압력항의 크기를 다른항과 비교하여 이들항이 전체 full dynamic 방정식에 미치는 영향이 미미함을 입증하고 이들항을 생략하므로써 신뢰성 있는 적용범위를 결정하게 하였다.

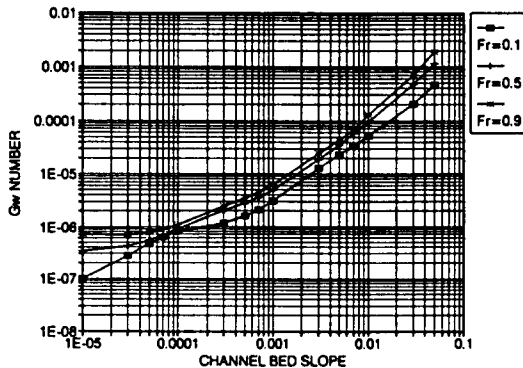


그림 2. 모의 최대편차 1% 허용범위에서 신뢰성을 가진 Kinematic모델의 적용 한계

4. Kinematic 모델의 신뢰성 있는 적용 한계의 변화

위와같이 개발된 유한차분 모델을 이용하여 3장에서 주어진 모의방법에 따라 모델을 모의하고 이에 기초하여 kinematic 모델의 신뢰성 있는 적용한계를 결정하였다. 이와같은 적용한계는 각각의 Fr 수에 따라 하상경사 So 및 무차원 상류측 수심 증가량 Gw로 나타내었다. 그림 2는 Fr 수가 0.1, 0.5 및 0.9인 경우에 full dynamic 방정식으로부터 최대 1%의 편차를 나타내는 점을 한계로하여 계산된 kinematic 모델의 신뢰성 있는 적용한계이며 이는 실험모의에서 $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ 의 절대값이 0.01 이하가 되는 점을 나타낸 것이다. 그림에서 x축과 y축은 각각 log 값을 이용하고 있으며 그림에서 보는바와 같이 kinematic 모델의 신뢰성 있는 적용한계는 하상경사가 급하여질수록 점차 증가하고 있다. 즉, 하상경사가 0.001이하인 경우에는 Gw 수의 증가량이 상당히 미미하게 나타나고 있는바 이는 하천이 하류로 내려갈수록 하상경사가 적어지고 이와같은 경우에 있어서는 kinematic 모델이 아주 적은 수위증가에만 적용이 가능하다는 것을 나타내고 있다. 이와는 달리 하상경사가 급하여 질수록 신뢰성 있는 적용한계가 크게 증가하고 있어 하천 상류부, 특히 지천의 경우 kinematic 모델을 이용하여 흐름을 모의해도 만족할만한 결과를 가져옴을

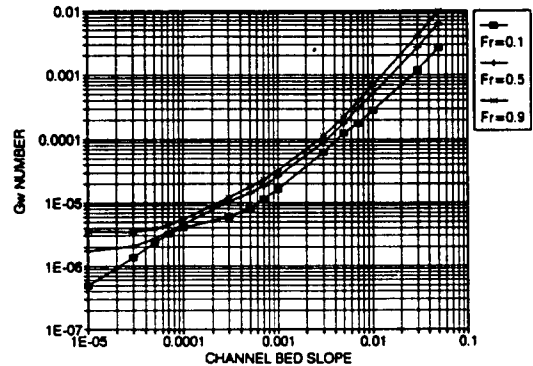


그림 3. 모의 최대편차 5% 허용범위에서 신뢰성을 가진 Kinematic모델의 적용 한계

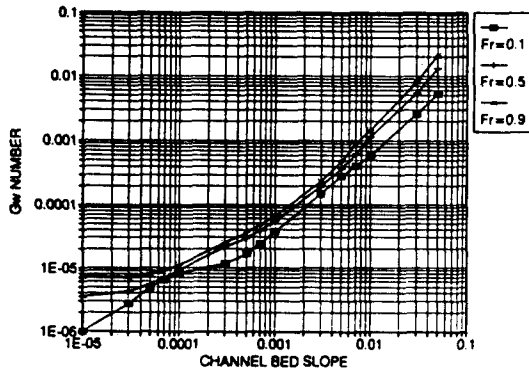


그림 4. 모의 최대편차 10% 허용범위에서 신뢰성을 가진 Kinematic모델의 적용 한계

나타내고 있다. 또한, 그림에서는 동일한 하상경사에서 신뢰성 있는 kinematic 모델의 적용한계는 Fr 수가 증가함에 따라 증가하고 있다. 그림 3과 그림 4는 각각 Fr 수가 0.1, 0.5 및 0.9인 경우에 full dynamic 방정식으로부터 최대 5% 및 10%의 편차를 나타내는 점을 한계로하여 계산된 kinematic 모델의 신뢰성 있는 적용한계이며 이는 실험모의에서 $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ 의 절대값이 0.05 및 0.1이하가 되는 점을 나타낸 것이다. 그림에서 보는바와 같이 허용되는 최대편차가 증가할수록 kinematic 모델의 적용한계는 상당히 증가하고 있음을 보여주고 있다.

5. Diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용 한계의 변화

Kinematic 모델에서와 같이 3장에서 주어진 모의방법에 따라 모델을 모의하고 이에 기초하여 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용한계를 결정하였다. 이와같은 적용한계는 각각의 Fr 수에 따라 하상경사 S_0 및 무차원 상류측 수심증가량 G_w 로 나타내었다. 그림 5는 Fr 수가 0.1, 0.5 및 0.9인 경우에 full dynamic 방정식으로부터 최대 1%의 편차를 나타내는 점을 한계로하여 계산된 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용한계이며 이는 실험모의에서 $\phi_1 + \phi_2$ 의 절대값이 0.01이하가 되는 점을 나타낸 것이다. 그림에서 x축과 y축은 kinematic 모

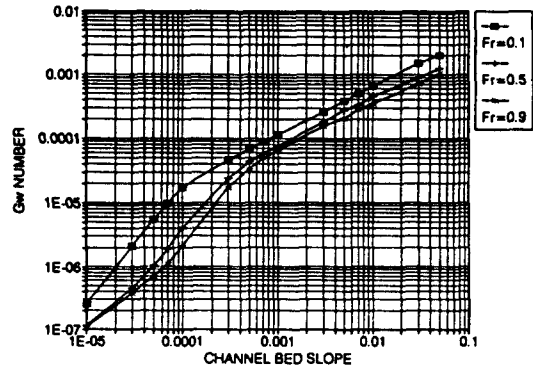


그림 5. 모의 최대편차 1% 허용범위에서 신뢰성을 가진 diffusion모델의 적용 한계

델에서와 같이 각각 log 값을 이용하고 있으며 그림에서 보는바와 같이 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용한계는 하상경사가 급하여질수록 점차 증가하고 있다. 즉, 하상경사가 0.001이하인 경우에는 G_w 수의 증가량이 상당히 미미하게 나타나고 있는바 이는 하천이 하류로 내려갈수록 하상경사가 완만하여지고 이와같은 경우에 있어서는 diffusion 모델의 적용범위는 아주 적은 수위증가에만 적용이 가능하다는 것을 나타내고 있다. 이와는 달리 하상경사가 급하여 질수록 신뢰성 있는 적용한계가 크게 증가하고 있어 하천 상류부, 특히 지천의 경우 diffusion 모델을 이용하여 흐름을 모의해도 만족할만한 결과를 가져옴을 나타내고 있다.

그러나, kinematic 모델에서의 적용한계가 하상경사 0.001 부근에서 아래로 불룩하게 나타내지는 것과는 달리 하상경사 0.001부근에서 위로 불룩하게 나타내지고 있어 이 부근에서의 두 모델의 적용한계의 차이는 10배를 넘고 있다. 즉, diffusion 모델의 적용한계가 kinematic 모델에 비하여 상당히 넓게 나타나고 있다. 그러나, 경사가 급하여 질수록 그와같은 적용범위의 차이는 점차 좁혀지고 있다. 또한, 그림에서는 동일한 하상경사에서 신뢰성 있는 diffusion 모델의 적용한계는 Fr 수가 증가함에 따라 감소하고 있어 kinematic 모델과는 반대현상을 보이고 있다. 즉, kinematic 모델과 diffusion 모델은 경사에 대하여는 적용신뢰범위가 동일하게 늘어나는 특성을 가지고 있지만, Fr 수

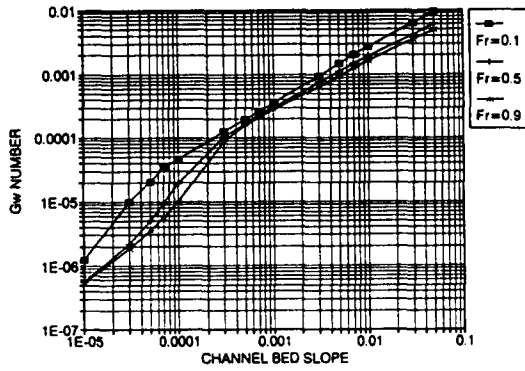


그림 6. 모의 최대편차 5% 허용범위에서 신뢰성을 가진 diffusion모델의 적용 한계

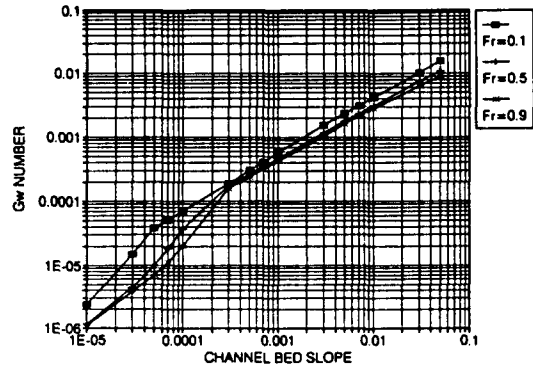


그림 7. 모의 최대편차 10% 허용범위에서 신뢰성을 가진 diffusion모델의 적용 한계

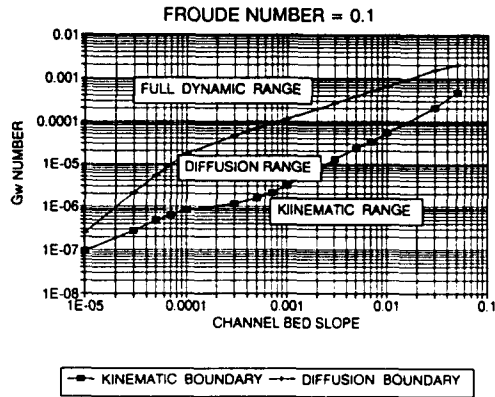


그림 8. Fr의 수 0.1($Fr=0.1$)과 모의 최대편차 1% 허용범위에서 모델의 선정범위

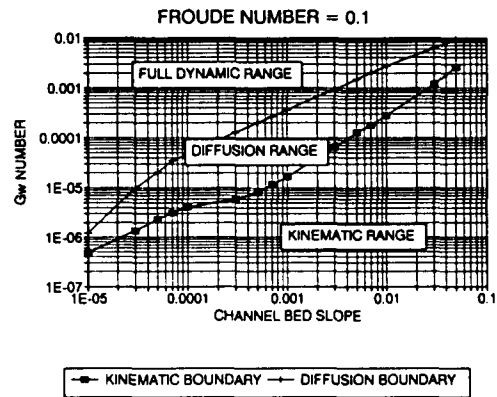


그림 9. Fr의 수 0.1($Fr=0.1$)과 모의 최대편차 5% 허용범위에서 모델의 선정범위

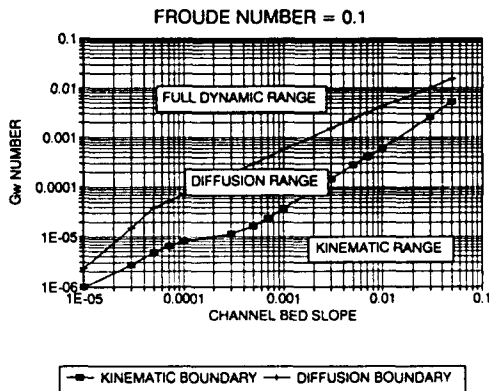


그림 10. Fr의 수 0.1($Fr=0.1$)과 모의 최대편차 10% 허용범위에서 모델의 선정범위

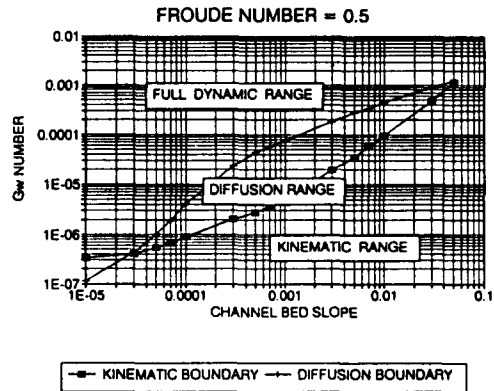


그림 11. Fr의 수 0.5($Fr=0.5$)과 모의 최대편차 1% 허용범위에서 모델의 선정범위

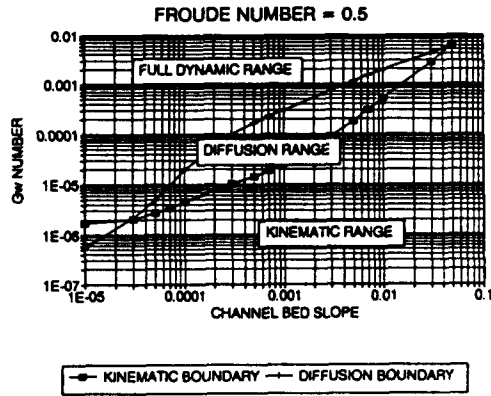


그림 12. Fr의 수 0.5($Fr=0.5$)과 모의 최대편차 5% 허용범위에서 모델의 선정범위

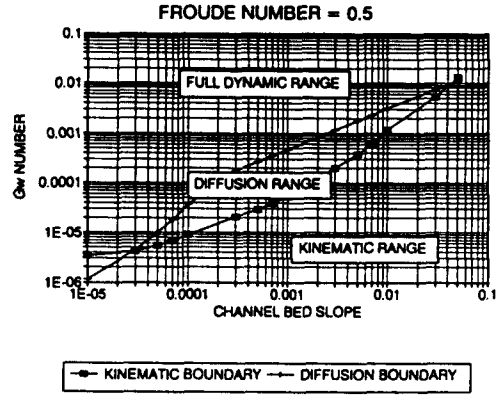


그림 13. Fr의 수 0.5($Fr=0.5$)과 모의 최대편차 10% 허용범위에서 모델의 선정범위

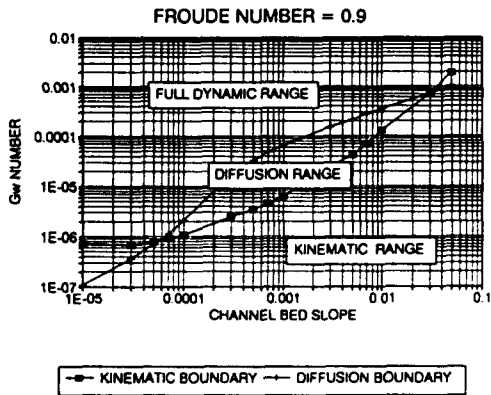


그림 14. Fr의 수 0.9($Fr=0.9$)과 모의 최대편차 1% 허용범위에서 모델의 선정범위

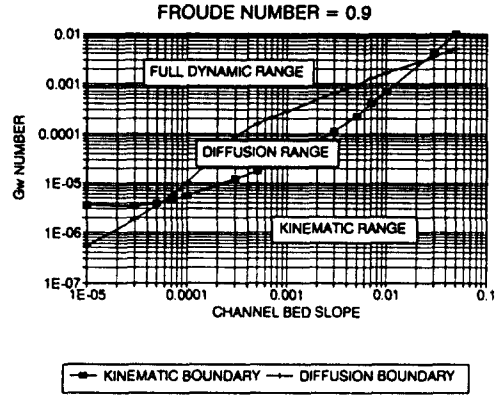


그림 15. Fr의 수 0.9($Fr=0.9$)과 모의 최대편차 5% 허용범위에서 모델의 선정범위

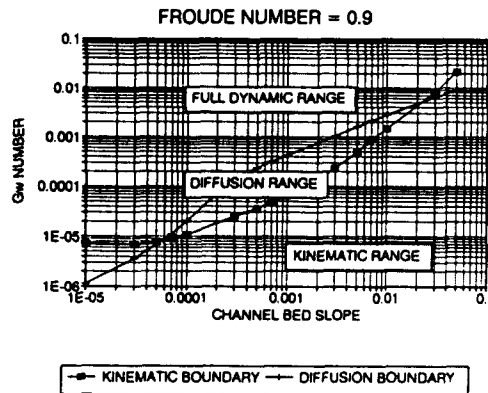


그림 16. Fr의 수 0.9($Fr=0.9$)과 모의 최대편차 10% 허용범위에서 모델의 선정범위

에 대하여는 정반대로 한쪽은 늘어나지만 다른 한쪽은 줄어드는 경향을 나타내고 있다. 그림 6과 그림 7은 각각 Fr 수가 0.1, 0.5 및 0.9인 경우에 full dynamic 방정식으로부터 최대 5% 및 10%의 편차를 나타내는 점을 한계로하여 계산된 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용한계이며 이는 실험 모의에서 $\phi_1 + \phi_2$ 의 절대값이 0.05 및 0.1이하가 되는 점을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 허용되는 최대편차가 증가할수록 diffusion 모델의 적용한계는 상당히 증가하고 있음을 보여주고 있다.

6. 단순 모델들의 신뢰성 있는 적용 범위 제안

위와같은 적용한계에 대한 모의 결과를 활용하여 각각의 Fr 수에 따라 kinematic 및 diffusion 모델의 적정 적용범위를 그림을 통하여 제안하였다. 그림 8은 Fr 수가 0.1인 상태에서 1%의 최대편차를 허용하는 경우에 적용이 가능한 한계를 나타낸 것이며 이를 토대로 신뢰성 있는 모델의 적용범위를 보여주고 있다. 또한, 그림 9와 그림 10은 Fr 수가 0.1인 상태에서 각각 5% 및 10%의 최대편차를 허용하는 경우에, 단순 모델들의 적정한 적용범위를 보여주고 있고, 그림 11에서 그림 13은 Fr 수가 0.5인 상태에서 각각 1%, 5%, 10%의 최대편차를 허용하는 경우에, 적정 적용범위를 보여주고 있다. 또한, 그림 14에서 그림 16은 Fr 수가 0.9인 상태에서 각각 1%, 5%, 10%의 최대편차를 허용하는 경우에 모델의 적정 적용범위를 보여주고 있다. 여러 그림들에서 보는바와 같이 전반적으로는 diffusion 모델의 적용범위가 kinematic 모델의 적용범위보다 넓게 나타나고 있으나, 하상경사가 작고 Gw가 작은 경우에 있어서나 급경사에 Gw수가 큰 경우에 있어서는 흐름 상태에 따라 kinematic 모델의 적용범위가 diffusion 모델의 적용범위보다 큰 경우가 여러곳에 나타나고 있다. 따라서, 이와같이 제안된 9개의 그림을 이용하여 단순화된 모델의 적정 적용범위를 결정하고 이에 합당하도록 모델을 선정하면 바람직한 모의결과를 얻을수 있을 것이다.

7. 결 론

본 논문에서 kinematic 및 diffusion 방정식을 가진 유한차분모델의 적용신뢰범위에 대하여 수치 모의실험을 통하여 연구하였는바, 신뢰성 있는 적용범위 산정을 위하여 full dynamic 방정식을 무차원화하여 무차원화된 항들의 상대적인 크기를 비교하여 신뢰성있는 적용범위를 결정하였다. 구체적인 적용범위는 하상경사 S_0 , 상류경계에서의 무차원 수심증가량 Gw 및 Fr 수를 기준으로 하여 나타내었다. 모의실험 결과, 완경사에서는 무차원 수심증가량 Gw가 작은 경우에도 압력항의 크기가 상당히 크게 나타나고 있어 kinematic 모델의 적용은 바람직하지 않은 것으로 판명되었다. 전반적으로, diffusion 모델의 적용범위는 kinematic 모델에 비하여 넓은 편이며 이와같은 결론은 이전 연구자들과 일치하나, 하상경사가 작고 Gw가 작은 경우나 급경사에 Gw수가 큰 경우에 있어서는 흐름 상태에 따라 kinematic 모델의 적용범위가 diffusion 모델의 적용범위보다 큰 경우가 여러곳에 나타나고 있었다.

이와같은 이유는 홍수에 의하여 수면이 상승하거나 하강할때 $\phi_1 + \phi_2$ 의 값은 (+)를 나타내나 ϕ_3 의 값은 (-)값을 나타내어 $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3$ 의 값이 $\phi_1 + \phi_2$ 의 값보다 오히려 적은 값을 나타내게 되어 kinematic 모델의 신뢰성있는 적용범위가 diffusion 모델의 신뢰성 있는 적용범위 보다 크게 나타나기 때문이다. 또한, kinematic 모델의 적용범위는 Fr 수가 증가함에 따라 증가하나 diffusion 모델의 적용범위는 Fr 수가 증가함에 따라 줄어드는 경향이 있다. 본 논문에서는 단순모델들의 신뢰성 있는 적용한계를 결정하기 위한 9개의 그림을 제안하였으며 이와같은 그림들을 이용하여 단순모델들의 사용범위를 쉽게 결정할수 있을 것이다. 또한, 이와같이 제안된 사용범위들은 실시간의 홍수 해석등에 유효하게 이용될것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Abbott, M. B. (1980) "Computational

- Hydraulics”, 18th Edition, Pitman Advanced Publishing Program.
2. Amein, M. and Fang C. S. (1970) “Implicit Flood Routing in Natural Channels”, *Journal of Hydraulics*, No. 12, pp.2481-2500.
 3. Amein, M. (1968) “An Implicit Method for Numerical Flood Routing”, *Water Resources Research*, No. 4, pp.719-726.
 4. Balloffet, A. (1969) “One-Dimensional Analysis of Floods and Tides in Open Channels”, *Journal of Hydraulics Division*, Vol. 95, No. HY4, ASCE, pp.1429-1451.
 5. Brakensiek, D. L. (1967) “Kinematic Flood Routing”, *Transactions, ASAE*, Vol. 10, No. 3, pp.340-343.
 6. Chen, Y. H. (1973) “Mathematical Modeling of Water and Sediment Routing in Natural Channels”, Ph. D. Dissertation, Colorado State University, Fort Collins, Co.
 7. Choi, G. W. (1991) “Hydrodynamic Network Simulation Through Channel Junctions”, Ph. D. Dissertation, Dept. of Civil Engineering, Colorado State University, Fort Collins, Co.
 8. Fread, D. L. (1971) “Implicit Flood Routing in Natural Channels”, *Journal of Hydraulics*, No. 7, ASCE, pp.1156-1159.
 9. Harder, J. A. and Armacost, L. V., 1966, “Wave propagation in Rivers”, *Hydraulic Engineering Laboratory Report No. 1, Ser. 8*, University of California, Berkeley, Ca.
 10. Henderson, F. M., 1963, “Flood Waves in Prismatic Channels”, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE.*, Vol. 89, No. Hy4, July, 1963, pp.39-67.
 11. Henderson, F. A., 1966, “Open Channel Flow”, Mac Millan Company, New York.
 12. Iwasaki, T., 1967, “Flood Forecasting in the River Kitakami”, *Proceedings., International Hydrology Symposium, Fort Collins, Co.* pp. 103-112.
 13. Liggett, J. A. and Cunge, J. A. (1975) “Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equations”, Chapter 4 of *Unsteady Flow in Open Channels*, ed. by Mahmood, K. and Yevjevich, V., Water Resources Publications, Fort Collins, Co.
 14. Ponce, V. M., Li, R. M. and Simons, D. B., 1978, “Applicability of Kinematic and Diffusion Models”, *Journal of Hydraulics*, No. 3, pp.353-360.
 15. Ragan, R. M., 1965, “Synthesis of Hydrographs and Water Surface Profiles for Unsteady Open Channel Flow with Lateral Inflows”, Ph. D. Dissertation, Cornell University Water Resources Center, Ithaca, New York.
 16. Richardson, J. R., 1989, “The Effect of Moving Rainstorms on Overland Flow Using One-Dimensional Finite Elements”, *Dissertation*, Colorado State University, Fort Collins, Co.
 17. Schaake, J. C., Jr., 1965, “Synthesis of the Inlet Hydrograph”, *Storm Drainage Res. Proj. Tech. Rep. 3*, Johns Hopkins University, pp.25-26.
 18. Sherman, B. and Singh, V. P. (1982) “A Kinematic Model for Surface Irrigation: An Extension”, *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 3, AGU, pp.659-667.
 19. Singh, V. P. and Ram, R. S. (1983) “A Kinematic Model for Surface Irrigation: Verification by Experimental Data”, *Water Resources Research*, Vol. 19, No. 6, AGU, pp.1599-1612.