

〈論 文〉

垂直水門하의 境界層흐름
Boundary Layer Flow Under a Sluice Gate

李 正 烈*
LEE Jung Lyul

Abstract □ The boundary layer flow under a sluice gate is numerically solved by the random vortex sheet method combined with the vortex-in-cell method in a boundary-fitted coordinate system. The numerical solution shows that the boundary layer developed along the vertical sluice gate wall is the primary cause for the discrepancy in the contraction ratio between the laboratory experiments and inviscid theory; the bottom boundary layer plays much a smaller role in the discrepancy. By dimensional analysis it is concluded that the discrepancy is inversely proportional to the 3/4th power of the gate opening, as analyzed by Benjamin (1956). The results of the numerical simulation and dimensional analysis show a good agreement with experimental results obtained by Benjamin (1956).

요 지 : 垂直水門하의 境界層 흐름(boundary layer flow)이 境界固定座標係 (Boundary-Fitted Coordinate System)에서 무작위 소용돌이 판 방법(Random Vortex Sheet Method)과 要所내 소용돌이 방법 (Vortex-in-Cell Method)을 이용하여 數值計算되었다. 數值解에 의하면 水門을 따라 형성된 境界層이 수축률의 실험자료와 非粘性理論에 의한 그 結果의 차이를 誘發하는 主要原因인 것으로 보여진다. 그동안 주원인일 것으로 믿어왔던 바닥면 境界층의 役割은 水門면의 그 것보다는 적은 것으로 數值計算되었다. 또한 次元解析을 통하여 境界層 흐름에 의한 收縮율의 그 차이가 수문 길이의 평방근에 반비례 하는 것으로 추정되었으며, 이는 Benjamin (1956)에 의하여 分析된 것과 결국 동일한 것임이 밝혀졌다. 數值모델과 次元解析에 따른 結果는 Benjamin (1956)에 의해 얻어진 收縮률의 實驗치와 比較하여 滿足할 만하였다.

1. 序 論

수문은 하류의 유량을 조절하기 위하여 설치하는 수리시설로서 소규모로 많이 이용되어왔고 그에 따른 연구도 적지 않았다. 그러나 수문에서의 흐름이 비점성이라는 가정하에서 얻어진 수축율에 대한 이론치 및 수치해석치는 실험치와 비교하여 불일치를 보여왔으며 그 원인에 대하여 또한 많은 연구가 있어왔지만 아직 분명한 원인을 제시하지는 못하고 있는 실정이다.

수문하의 비점성 흐름에 대한 연구는 Pajer (1937)로부터 Benjamin (1956), Perry (1957) 까지 hodograph 법을 이용한 이론적인 접근을 시작으로 Fangmeier and Strelkoff (1968)에 이르러 conformal mapping을 이용함으로써 비로서 만족할 만한 해를 얻을 수 있었다. 수치방법으로는 Southwell and Vaisey (1946)에 의해 유한차분법으로 시도되었고 Chan 등(1973)이 유한 요소법으로, 최근에 Masliyah 등 (1985)에 의해서 경계고정좌표계에서 수치해석되었다. 이러한 비점성 흐름에서의 결과는 수축율에 대한 실험치와 비교하여

* 韓國海洋研究所 海洋工學研究部(Coastal Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

언급한 바와 같이 불일치를 보여왔고 거의 모두가 그 불일치의 원인을 점성유체에 기인하는 것으로 결론지었다. 그러나 그동안 비교적 믿을 만한 원인으로 기대되었던 바닥면 境界層의 역할도 Thwaites 법 (Rosenhead, 1963)이나 Von Karman-Pohlhausen 법 (Schlichting, 1968)에 의해서 간접적으로 추정되었으나 그 차이를 충분히 설명하지 못하여 미궁에 빠져 있는 상태이다. Betts (1978)는 수문아래 침두에서의 수면경사의 차이가 수축율의 차이에 영향을 미친다고 하여 몇몇 학자들에게 그 차이를 일으키는 원인으로 막연히 받아들여지고 있는 실정이지만 왜 그런지는 아직 밝히지 못하고 있다.

실제적으로 현장 설계자들에게 수문아래에서의 수축율은 0.6정도를 택하여 충분히 정확하지만 여러 연구자들에게 그 차이의 원인을 규명하는 것은 상당한 관심거리였다. 본 연구에서는 수축율에 미치는 타당한 원인으로서는 수문에서 형성되는 경계층인 수문 경계층 (sluice boundary layer)의 役割을 에너지 보존의 開水路 理論을 바탕으로 먼저 설명하고 수치모의를 통하여 그 충분한 타당성을 입증해 본다. 에너지 손실이 무시될 수 없다면 운동량 보존에 의한 분석이 당연시 되나 그 분석의 복잡성으로 인하여 다음과제로 남기고 본 연구에서는 특히 수문아래 침두에서부터 수축율 산정지점까지 에너지가 보존된다고 가정하여 접근한다. 점성흐름하에서도 跳水和 같은 난류흐름과는 달리 자유수면이 같은 흐름선상에 있으면 베르누이식이 적용된다.

수문 경계층의 역할을 논의하기 이전에 무엇보다 먼저 비점성 흐름을 고려해보기로 한다. 베르누이식을 적용하여, 압력과 수위가 정하여진 수문아래 침두에서의 에너지 수두 또는 베르누이 상수는 유량에 의하여 결정된다고 할 수 있고 수문위에 접한 자유수면의 높이로 산정된다. 따라서 일단 유량이나 에너지 수두가 결정되면 하류에서의 수축율 계산 또한 결정된다고 하겠다. 그렇지만 境界層 흐름에서는 에너지 수두가 정해졌다 하여도 수문아래 침두에서의 유속은 수문 경계층의 영향에 의하여 감소되어, 요구되는 유속이 수문아래 침두에서 얻어지기 위하여는 더욱 많은 유량이 수문을 통하여 흘러가야할 것이다. 따라서 주어진 에너지 수두하

에서 더 많은 유량은 유량-수심 관계가 적용되는 등분포 유속을 갖는 지점에서 더 큰 수축율을 유발한다. 수문아래 침두와 수축율이 산정되는 등분포 유속을 갖는 지점이 같은 흐름선상에 있다고 가정하여 에너지 손실을 무시하였다. 유량이 결정되는 실제 정상상태의 흐름하에서는 수문 경계층이 낮은 에너지 수두를 유발하므로 에너지-수심관계로부터 비점성흐름하에서보다 큰 수축율을 낳게된다.

점성유체에서 수문아래 침두에서의 유속은 零에 가까울 수 있으므로 수문 경계층이 수축율에 미치는 영향은 상당하여 지금까지 거론되었으나 전혀 뚜렷한 결과를 제시하지 못했던 다른 원인들, 이를테면 바닥면 境界層, 수문 境界層에서의 에너지 손실, 표면장력 등보다 더 설득력이 있을 수 있다 하겠다. Betts (1978)에 의해서 밝혀진 바와 같이 수문아래 침두에서의 수면경사의 차이가 수축율에 직접적인 영향을 미친다는 것은 여기서 서술되는 설명과 비교적 기본맥락은 같이 한다고 하겠으나 근본 원인을 정확히 꿰뚫었다고 할 수는 없겠다. 분명 수문 경계층이 수문아래 침두에서 수면경사의 차이에 영향을 미치지만 유량이나 에너지 수두에 영향을 미치지 않고서는 비점성이론과 비교하여 수축율에 차이를 일으킬 수 없을 것이다. 이런 가설이 다음 설명되는 수치방법들을 동원하여 量적으로 模擬될 것이다.

2. 數學적 모델

Figure 1에서와 같이 垂直水門을 통하여 흘러가는 비압축성 유체, 2차원적인 회전적 運動의 境界層 흐름이 고려된다. 定常狀態에서 수문 上流의 일정수심을 h_0 라하고 그 등분포 유속을 U_0 라 할때 에너지 수두 H 는 수문위에 접한 수면의 높이와 일치한다. 수문 下流에서 수심은 결국 일정하게 h_1 이되고 수문의 높이가 s 일 때 수축율, C_s 는 h_1/s 로 定義된다. 흐름함수에 대한 지배방정식으로서 소용돌이도 (vorticity), ω 는 다음과 같이 흐름함수, Ψ 와 관련된다.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

여기서의 흐름함수는 (x, y) 유속성분 (u, v) 에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2)$$

흐름函數에 대한 境界條件은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi &= q && \text{- 자유수면 및 수문에서} \\ \Psi &= 0 && \text{- 바닥면에서} \\ \partial \Psi / \partial x &= 0 && \text{- 양쪽 수직 경계면에서} \end{aligned}$$

여기서 q 는 單位 폭당 유량이다. 소용돌이度는 고체面으로서 유체가 미끄러지지 않는다는 條件下에서 發生되며 그 소용돌이度에 대한 支配方程式으로서 소용돌이度式 (vorticity equation)은 2차원 흐름에서 다음과 같다.

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega \quad (3)$$

위에서 ν 는 동력학적 점성계수이며 $D/Dt = \partial/t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y$ 로 정의되고 다음 境界조건에 의하여 소용돌이가 생성되거나 반사 또는 유실된다.

$$\begin{aligned} (u, v) &= 0 && \text{- 수문 및 바닥면에서} \\ \omega &= 0 && \text{- 자유수면에서} \end{aligned}$$

수치해석상 자유수면은 주어진 에너지 수두하에서 베르누이 식에 의하여 적절한 초기치로부터 반복계산에 의하여 수렴되고 이 수렴과정은 식 (3)의 시간변위식과 함께 정상상태의 해를 모의하기 위하여 수행된다. 베르누이식은 자유 수면에서 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{V_s^2}{g} + h = H \quad (4)$$

여기서 V_s 는 水面에서의 유속이다. 水門아래 침두에서 그 水位가 주어졌으므로 베르누이 식으로부터 流速이 결정되고 따라서 流量의 收斂 過程을 통하

여 베르누이식을 滿足시킨다.

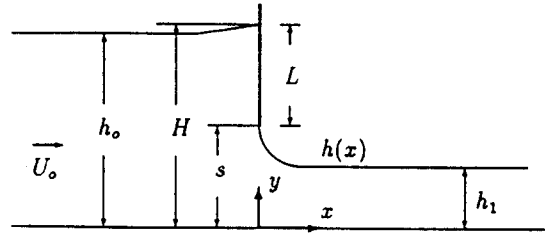


Figure 1. Definition Sketch of Vertical Sluice Gate

3. 數值計算 方法

3.1 境界 고정좌표계 (Boundary-Fitted Coordinate System)

境界 고정좌표계를 사용할 때 수치격자점은 일정 격자간격을 갖고 있지 않고 격자점의 위치가 고정된 境界를 바탕으로 결정된다. 이 방법은 최근 유한차분법으로 유체 흐름의 수치해를 얻는 데 상당히 유용한 方法으로 알려졌으며 자유수면을 境界로 유한차분법을 실행하는 경우에는 더할 나위없이 필연적인 方法이다 [Thompson (1982)과 Thompson 등(1985)].

일정 격자간격을 갖는 계산좌표계 (computational coordinate system)의 직선격자선을 실제 흐름영역의 곡선격자선 (curvilinear grid line)으로 변환시키는 식은 다음 한 쌍의 Poisson 편미분 식으로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q \quad (5)$$

여기서 P 와 Q 는 제어 함수로서 곡선격자점의 밀도를 조절하고 (ξ, η) 는 계산좌표계의 격자점으로 각각 (x, y) 의 함수이므로 식 (4)는 다음 격자 생성식 (grid-generating equations)으로 변환될 수 있다.

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\eta\xi} + \gamma x_{\eta\eta} + J^2(Px_{\xi} + Qx_{\eta}) = 0 \quad (6)$$

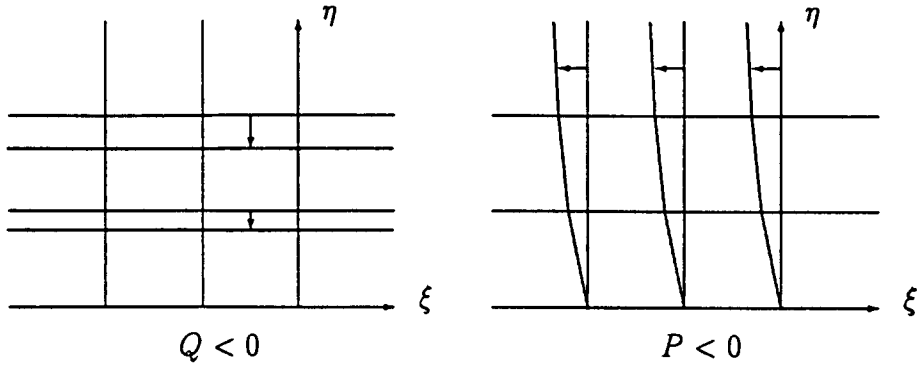


Figure 2. Effects of Control Functions

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\eta\xi} + \gamma y_{\eta\eta} + J^2(Py_{\xi} + Qy_{\eta}) = 0 \quad (7)$$

여기서 하첨자는 미분을 의미하며 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\eta}x_{\xi} + y_{\xi}y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$ 그리고 $J = x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi}$ 이다. 제어함수 P 의 음수 값은 Fig. 2에서와 같이 ξ 의 일정 값을 갖는 선을 ξ 의 적은 값 쪽으로 이동시키고 Q 의 음수 값은 η 의 일정 값을 갖는 선을 η 의 적은 값 쪽으로 또한 이동시킨다.

식 (1)에서 주어진 흐름함수에 대한 Poisson 식도 마찬가지로 계산좌표계에서의 편미분식으로 변환될 수 있다.

$$\alpha\Psi_{\xi\xi} - 2\beta\Psi_{\eta\xi} + \gamma\Psi_{\eta\eta} + J^2(P\Psi_{\xi} + Q\Psi_{\eta}) = J^2\omega \quad (8)$$

흐름함수의 계산이 계산좌표계에서 수행되므로 속도 성분의 계산도 다음과 같이 변환된 식에 의한다.

$$u = \frac{x_{\xi}\Psi_{\eta} - x_{\eta}\Psi_{\xi}}{J}, \quad v = \frac{y_{\eta}\Psi_{\xi} - y_{\xi}\Psi_{\eta}}{J} \quad (9)$$

식 (6)과 (7) 그리고 (8)은 Successive Over-Relaxation (SOR)의 반복기법을 이용하여 구해지며 모든 미분치는 계산좌표계에서 편의상 $\Delta\xi$ 와 $\Delta\eta$ 를 단위 간격으로 하는 유한차분법으로 근사계산된다.

3.2 無作為 소용돌이 板 方法 (Random Vortex Sheet Method)

무작위 소용돌이 판 방법은 Lagrangian 기법을 통하여 소용돌이 판의 생성과 이동을 模擬하므로써 경계층의 흐름을 추정하는 데 이용되었다 [Chorin (1978) and (1980)]. 소용돌이의 이동에 대한 지배 식인 식 (3)은 대류 (advection)와 확산 (diffusion)의 두 과정으로 분류되어 Δt 후의 소용돌이 판의 위치가 다음과 같이 일차 차분의 Lagrangian 형태로 주어진다.

$$\begin{aligned} x_{\kappa}(t + \delta t) &= x_{\kappa} + u_{\kappa}\delta t + \eta_x, \\ y_{\kappa}(t + \delta t) &= y_{\kappa} + v_{\kappa}\delta t + \eta_y \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 u_{κ} 와 v_{κ} 는 소용돌이 판의 위치에서 계산된 시간 t 의 유속 성분이며 η_x 와 η_y 는 평균이 영이고 분산이 $2\nu\delta t$ 인 Gaussian 분포를 갖는 확산 행보 (diffusion walk)로서 확산 식 $\partial\omega/\partial t = \nu\nabla^2\omega$ 의 충격 하중 (impulse load)에 대한 해로부터 주어진 것이다. 소용돌이 판이 고체 경계면을 만나면 mirror image에 의해서 계산 영역으로 되 반사되고 자유수면 또는 좌우측 계산 경계를 만나면 유실되어 경계조건이 만족된다. Gaussian 분포를 갖도록 수치적으로 발생하는 변수들은 실제 정확한 분포를 갖지 못하고 평균이 영이 아니고 분산도 $2\nu\delta t$ 값을 벗어나는 수가 있다. 이를 막기 위해서 발생

된 변수를 소용돌이 판의 행보에 적용하기 전 발생된 변수의 수가 30을 넘으면 다음과 같은 조정과정을 거쳐 정확히 평균이 영이고 분산이 $2\nu\delta t$ 인 Gaussian 분포 Z 를 얻는다.

$$Z = \frac{W_0 - \mu_0}{\sigma_0} \times \sqrt{2\nu\delta t} \quad (11)$$

여기서 W_0 는 표준 정규분포가 되도록 생성된 변수이고 μ_0 는 그 변수들의 계산된 평균이며 σ_0 는 분산이다.

소용돌이 판은 고체면에서 유체가 미끄러지지 않는다는 조건을 만족하기 위하여 고체면으로부터 발생하며 다음과 같이 그 소용돌이 판의 강도 (strength of a vortex sheet)가 결정된다. 경계층 내의 경계면의 방향 X 와 경계면으로부터 수직으로 유체영역을 향한 방향 Y 로 이루어진 국부 좌표계 (X, Y)에 대해 국부 유속 성분을 (U, V) 할 때 경계층 내에서 $\partial V/\partial X < \partial U/\partial Y$ 이므로 소용돌이도는 근사적으로 $\omega = -\partial U/\partial Y$ 이고 유속이 영인 경계면으로부터 유속이 U_{wall} 인 유체가 접한 경계면 바로 안쪽까지 적분하여 다음과 같이 유속의 단위를 갖는 소용돌이 강도를 얻는다.

$$\int_{wall} \omega dY = -U_{wall} \quad (12)$$

따라서 경계면의 격자 길이를 S 라 할 때 그 격자로부터 k 번째 생성되는 소용돌이 판의 소용돌이 강도 ζ_k 는 $-U_{wall}/K$ 이며 그 소용돌이 판의 길이는 S_k 가 된다. 본 수치실험에서 판의 길이는 생성된 격자간격의 길이와 같도록 하였고 K 는 미리 결정된 ζ_{max} 보다 ζ_k 의 절대 값이 같거나 작도록 하기 위하여 발생된 판의 숫자이다. 일반적으로 ζ_{max} 가 적으면 정확한 해를 기대하지만 수치계산이 길어지고 크면 수치계산은 짧아지나 정확성이 떨어진다.

3.3 要素内 소용돌이 方法 (Vortex-in-Cell Method)

식 (1)에서의 소용돌이도를 평가하기 위하여 요소내 소용돌이 방법을 사용한다 [Baker (1979)].

이 방법에 의하여 계산영역내 임의의 위치에 있는 Lagrangian 소용돌이 판의 소용돌이 강도가 Eulerian 격자점에서의 소용돌이도 값으로 변환된다. Figure 3에서와 같이 소용돌이 판의 중심점이 위치한 요소에서 그 중심점에 가장 가까운 3격자점으로 소용돌이 판의 소용돌이 강도가 할당되는데, 본 연구에서는 주변 3격자점 내에서 소용돌이 판이 갖는 소용돌이가 부드럽게 분포하여 다음 면적 가중법을 통하여 주변 3점의 값으로 대표될 수 있다고 가정한다.

$$\omega_1 = \left(\frac{\zeta_k S_k}{A}\right) \frac{A_1}{A}, \quad \omega_2 = \left(\frac{\zeta_k S_k}{A}\right) \frac{A_2}{A},$$

$$\omega_3 = \left(\frac{\zeta_k S_k}{A}\right) \frac{A_3}{A} \quad (13)$$

여기서 A 는 3격자점으로 둘러싸인 면적으로 둘러싼 세 격자점의 위치로 계산되며 A_1, A_2, A_3 는 소용돌이 판의 위치를 중심으로 형성되는 면적들로 Fig. 3에서와 같이 그 합은 A 와 같다.

소용돌이 판이 갖는 유속 성분 (u_k, v_k)는 반대로 주변 3격자점 ($l=1, 2, 3$)으로부터 다음과 같이 근사계산된다.

$$u_k = \sum_{l=1}^3 u_l \frac{A_l}{A}, \quad v_k = \sum_{l=1}^3 v_l \frac{A_l}{A} \quad (14)$$

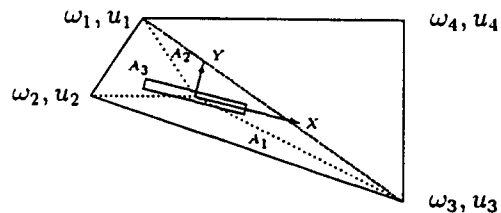


Figure 3. Distribution of Vorticity on a Grid System

3.4 自由水面的 收斂法

자유수면의 흐름은 비선형 경계문제로서 그 해를 구하기가 여간 어려운 것이 아니다. 보통 반복법이

불가피하여 처음에 초기치를 가정한 후 비선형 경계조건이 만족되도록 연속적으로 수렴시켜 그 해를 구한다. 여기서는 다음과 같은 Newton-Raphson 반복법이 사용된다.

$$h_i^{n+1} = h_i^n - \frac{f(h_i)}{f'(h_i)} \quad (15)$$

여기서 h_i^n 는 i 번째 자유수면 격자에서 n 번째 반복된 수위를 의미하고 목적함수 $f(h_i)$ 는 주어진 에너지 수두와 계산된 에너지 수두와의 차로써 다음과 같다.

$$f(h_i) = H - H_i \quad (16)$$

여기서 계산된 에너지 수두 값 $H_i = V_{s,i}^2 / 2g + h_i$ 이다. 목적함수의 미분 값 $f'(h_i)$ 은 유속의 수직 분포가 일정하다는 가정하에서 다음과 같이 근사적으로 산정된다.

$$f'(h_i) = H - \frac{(q/h_i)^2}{2g} - h_i \quad (17)$$

그러므로

$$f(h_i) = \frac{(q/h_i)^2}{gh_i} - 1 \quad (18)$$

따라서 전체 수면변화를 Froude 수, F 의 함수로 표현하여 다음과 같다.

$$f(h_i) = F^2 - 1 \quad (19)$$

그 방향성은 상류흐름에서 $F < 1$ 이므로 음수이고 하류흐름에서 $F > 1$ 이므로 양수이다. 여기서 $F = (q/h_u) / \sqrt{gh_u}$ 이며 h_u 는 유속의 수직분포가 일정한 흐름에서의 수심을 의미한다. 따라서 수렴을 위하여 보장되는 수위는 결국 다음 근사식 (20)으로 주어진다.

$$h_i^{n+1} = h_i^n - \gamma \frac{H - H_i}{F^2 - 1} \quad (20)$$

여기서 γ 는 안정계수로서 1보다 적은 값을 사용한다. 유속의 수직 분포가 일정하지 않은 수문가까이의 곡면에서 식 (18)은 오차를 갖고 있으나 그 역할이 단지 반복계산에 의한 수렴의 효율성을 증진시키는 데 있고 그 방향성이 식 (19)에서와 같이 보장되고 있으므로 그 오차로 인한 수치 불안정은 식 (20)의 안정계수의 도입으로 해소될 수 있다. 비선형 문제에서 이러한 안정계수의 도입은 수치적으로 필연적인 방편중 하나임을 첨언한다. 새로이 수위가 보장될 때 주의할 것은 소용돌이 판이 수면 밖으로 분실되지 않도록 그 판의 위치도 새로이 보장된 수위와 비례하여 조정되어야 한다는 것이다.

3.5 流量의 收斂法

수문아래 침두에서는 식 (21)로 주어지는 동력학적 경계조건이 만족되도록 주어진 에너지 수두하에서 유량이 조절된다.

$$\frac{V_s^2}{2g} + s = H \quad (21)$$

식 (9)로부터 수문아래 침두에서의 유속은 다음과 같이 주어진다.

$$V_s = \left(\frac{\sqrt{\gamma}}{J} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \Big|_D \quad (22)$$

식 (22)를 식 (21)에 대입하여

$$\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{J} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \Big|_D = [2g(H-s)]^{1/2} \quad (23)$$

따라서 backward 차분법에 의하여 유량을 의미하는 흐름함수의 값이 다음과 같이 반복계산에 의하여 수렴된다.

$$\Psi_M^{k+1} = \Psi_M^k + k \left[\frac{J}{\sqrt{\gamma}} [2g(H-s)]^{1/2} - \Psi_M^k - \Psi_{M-1}^k \right] \quad (24)$$

여기서 k 는 over-relaxation 계수로서 일반적으로 1보다 큰 값으로 본연구에서는 1.7을 택하였다.

그리고 M은 D에서 수면격자가 갖는 격자번호이고 M-1은 수면격자 바로 아래의 격자를 의미한다.

10) 결과 인쇄

4. 數值計算 過程

이상에서 서술한 수치계산 방법들의 종합적인 이해를 위하여 계산 과정을 간략히 정리해보면 다음과 같다.

- 1) 초기 조건: 자유수면과 유량이 비선형 문제의 초기조건으로 요구된다.
- 2) 격자 생성: 계산영역을 이루는 경계를 토대로 식 (6)과 (7)을 풀어 격자점의 위치를 결정한다.
- 3) 격자점에 소용돌이 度의 할당: 식 (13)에 의하여 소용돌이 판의 강도로부터 격자 점에서의 소용돌이 度를 할당한다.
- 4) 흐름함수의 계산: 식 (8)을 풀어 흐름함수의 해를 얻는다.
- 5) 유속 계산: 식 (9)로 부터 유속을 계산한다.
- 6) 자유수면의 조정: 베르누이 식이 만족되도록 Newton-Raphson 반복법에 의해 자유 수면이 수렴된다.
- 7) 유량의 조정: 유량은 수문아래 첨두에서 에너지 평형을 유지하도록 수렴된다. 만약 종료시간에 이르면 Go to Step 10.
- 8) 소용돌이 판의 생성 및 이동: 고체면에 유체가 미끄러지지 않는다는 조건을 만족 시키기 위하여 소용돌이 판이 생성되며, Step 5에서 계산된 유속에 의하여 이동되고 Gaussian 분포를 갖도록 무작위 발생되는 변수에 의해 확산된다.
- 9) Go to Step 2

5. 結果 및 討議

본 연구는 Benjamin (1956)의 실험과 비교하여 경계층의 영향을 분석하는 것을 주목적으로 하므로 수치모의를 다음과 같이 두 수직 수문의 opening, 2.59cm (1.02 in)와 9.07cm (3.57 in)에 대해 s/H 는 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 그리고 0.5로 한정한다.

경계를 따라 일정 수치격자의 영역을 구분하는 정수 기호들은 Fig. 4에서와 같으며 ξ 축의 격자 수 N을 제외한 정수 값들은 모든 수치계산에서 다음과 같이 일정하게 주어졌다. η 축의 격자 수 M=21, ξ 축을 따라 NA까지 9, NH까지 18, ND까지 21 그리고 NE까지는 18. N은 수문 하류의 길이가 10s가 되도록 적절히 결정되었다. 바닥면 경계를 따라 NH부터 N까지 그리고 E점부터 하류의 수면경계를 따라 격자간격은 0.5s로 주어졌다. 수문으로부터 상류의 계산영역은 2H로 한정하였다. D와 E사이의 격자간격은 Fig. 4에서와 같이 양쪽의 일정한 격자간격을 부드럽게 연결하도록 결정된다.

상류의 자유수면은 초기에 에너지 수두와 같은 값으로 주어지고 수문 하류에서의 자유수면은 매끄럽게 감소하여 수문으로부터 2s지점부터 수위가 0.6s인 직선이 되도록 초기조건이 주어졌다. 초기 유량은 $0.6s\sqrt{2g(H-0.6s)}$ 으로 주어졌다. 바닥면에서 처음생성된 소용돌이 판이 하류의 계산영역을 벗어나는 시간을 추정하여 그 소요시간의 두배정도가 지나면 충분히 정상상태에 이르렀다고 보고 계

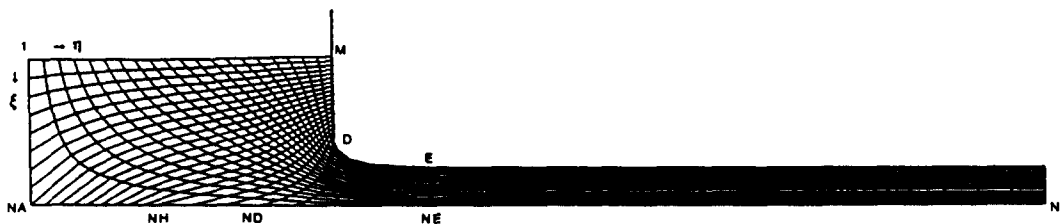


Figure 4. Grid System Generated in Physical Domain

산이 멈추도록 하였다. 소요시간은 근사적으로 $l \times U_{\infty}$ 이며 여기서 $l \cong 10s$ 이고 $U_{\infty} \cong 0.6s/q$ 으로 추정된다.

다음은 수치모델에서 결정되어야 할 係數들에 대해서 설명하기로 한다.

- 1) 고정경계좌표계에 필요한 係數: 곡선 격자점의 밀도를 조절하기 위하여 제어함수 P 와 Q 가 요구되는 데, 본 연구에서는 수문아래 끝점에서의 좀 더 정확한 수치계산을 유도하기 위하여 수문 가까이의 ξ 의 선들이 조밀하게 생성되도록 P 에 대해서만 다음과 같은 제어 식을 사용하였다.

$$P(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{ND} \alpha \times \text{sgn}(\xi - \xi_i) \exp(-b \times [(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2]^{1/2})$$

여기서 상수 a 와 b 는 수치계산된 수축율에 약간의 영향을 미치는 데 가능한 한 비점성 흐름에서 Fangmeier and Strelkoff (1968)에 의하여 얻어진 수축율에 가깝도록 조절되었다.

- 2) 무작위 소용돌이 방법에 필요한 係數: ξ_{\max} 와 δt 두 개의 계수가 주어져야 하는 데, ξ_{\max} 는 0.2 - 0.6m/s의 범위에서 취해졌다. δt 는 임의로 [격자 간격] \times $[0.6s/q]/NTR$ 로 결정되었고 NTR은 수위와 유량의 수렴을 위한 각각의 반복마다 소용돌이의 좀 더 정확한 추적을 위하여 취해지는 내부 반복 수행의 횟수로서 10으로 취해졌다.

우선 바닥 경계층의 영향을 수치 실험한 결과, Fig. 5에서와 같이 실험치의 결과를 충분히 만족시켜주지 못하고 있다. Benjamin (1956)의 수축율 측정 지점과 수치실험 지점은 동일하게 수면으로부터 하류로 4.5s의 지점이며 이론치는 Fangmeier and Strelkoff (1968)에 의한 결과로서 같은 지점에서 얻어진 것이다. 하류에서 수평 유속의 수직적 분포가 Blasius의 선과 비교할 만하다고 가정하여 Fig. 6에서 서로 비교되었으며 Fig. 7에서와 같이 바닥 경계층이 눈에 띄게 형성되었음을 볼 수 있다. Isaacs (1977)은 경계층의 두께에 의한 수축율의 변화를 예측하였는데 그 결과치는 수치 실험치와

거의 유사한 것으로 보여져 수치실험의 타당성이 간접적으로 증명되었다.

수문 경계층은 Fig. 8에서와 같이 s/H 의 상승에 대해 좀 더 결정적인 수축율의 상승 효과를 일으킨다. 따라서 수문 경계층이 유량을 상승시키고 결국 수축율에 상당한 변화를 일으킨다는 논리는 수문 경계층의 규모가 적음에도 그 영향력으로 보아 설득력이 있다. 두 경계층이 함께 고려 되었을 때 그 결과는 Fig. 9에서 제시되었듯이 상당히 실험치와 유사하여 수문 경계층의 영향이 좀 더 지배적이지만 바닥 경계층의 역할 없이는 비점성 흐름시의 수축율과 실험치의 수축율의 차이를 정확히 설명했다고는 할 수 없다.

본 연구에서는 또한 차원 해석을 통하여 수문의 크기가 ΔC_c 에 미치는 영향을 분석하였으며 수축율을 좀 더 정확히 예측할 수 있는 근사 식을 유도하였다. 수문으로 인한 境界層 흐름에 수문 경계층의 영향력을 인식하여 레이놀즈 수를 다음과 같이 선택하였다.

$$Re = \frac{(q/s)L}{\nu} \quad (25)$$

여기서 L 은 수문의 길이로서 Fig. 1에서 보는 바와 같다. 실험치와의 비교로 $\Delta C_c = 12\sqrt{Re}$ 라는 근사 관계를 얻어냈다. 여기서 q 는 수축율이 0.6이라는 가정하에서 얻어졌다. 즉,

$$\begin{aligned} \Delta C_c &= \frac{12\sqrt{\nu}}{\sqrt{(q/s)(H-s)}} \\ &= \frac{12\sqrt{\nu}}{\sqrt{0.6\sqrt{2g(H/s-0.6)}(H/s-1)}} \times s^{-3/4} \end{aligned} \quad (26)$$

이 식은 s/H 의 주어진 값에 대하여 $\Delta_1/\Delta_2 = (s_2/s_1)^{3/4}$ 이라고 Benjamin (1956)이 제시한 것과 동일하며 s/H 의 임의의 값에 대한 ΔC_c 의 근사치를 제공한다. 따라서 차원해석을 통하여 얻어진 수축율은 다음과 같이 공학적인 견지에서 충분히 정확한 근사식으로 제시된다.

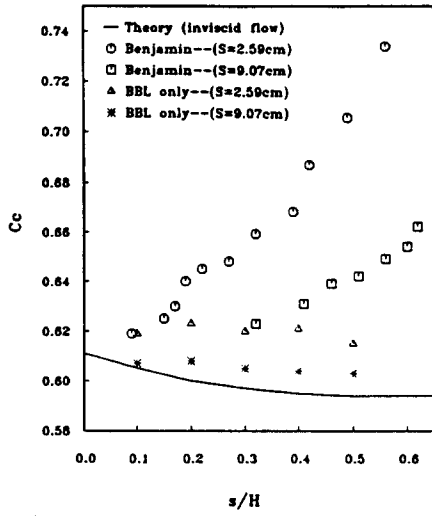


Figure 5. Effect of Bottom Boundary Layer

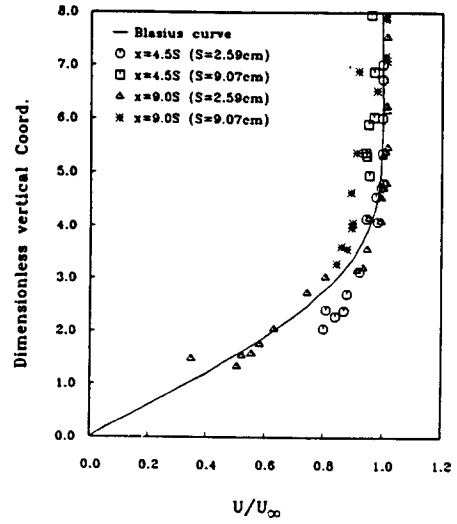


Figure 6. Comparison with Blasius Curve



Figure 7. Velocity Vector

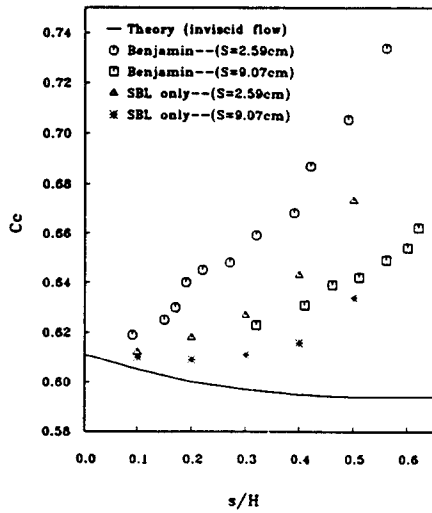


Figure 8. Effect of Sluice Boundary Layer

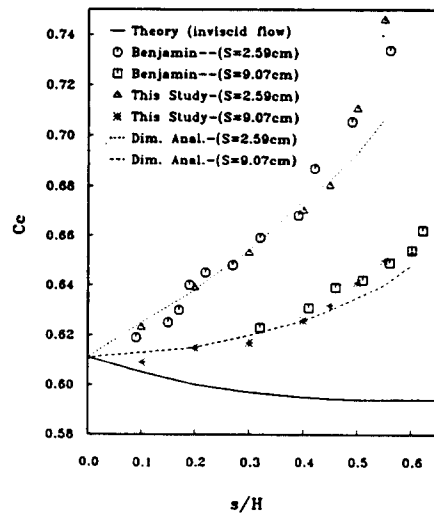


Figure 9. Comparison with Combined Effects

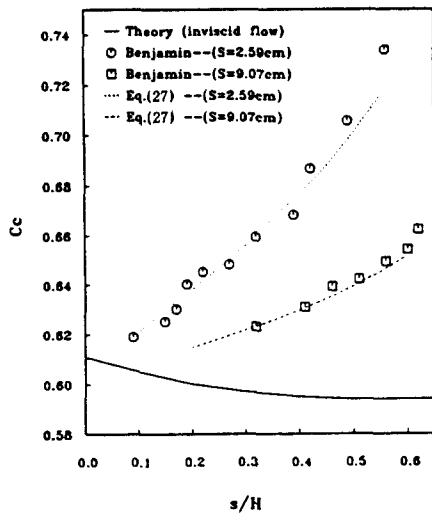


Figure 10. Comparison with Eq. (27)

$$C_c = 0.6 + \frac{12\sqrt{\nu}}{\sqrt{0.6\sqrt{2g(H/s-0.6)}(H/s-1)}} \times s^{-3/4} \quad (27)$$

이 식은 Fig. 10에서와 같이 실험치와 비교하여 충분히 정확한 결과를 준다.

6. 結 論

본 연구에서 수축율에 주된 영향을 미치는 두 경계층 즉, 바닥면 경계층 및 수문 경계층의 영향이 수치모의되었다. 사용된 수치방법은 경계고정좌표계 (Boundary-Fitted Coordinate System)에서 무작위 소용돌이 판 방법 (Random Vortex Sheet Method)과 격자내 소용돌이 방법 (Vortex-in-Cell Method) 그리고 Newton-Raphson법을 응용한 자유수면 수렴법이다.

Benjamin의 실험과 비교하여 수축율에 미치는 정도는 바닥면보다 수문 경계층의 영향이 더욱 더 큰 것으로 나타났으며 두 경계층의 영향이 대체로

ΔC_c 의 대부분을 차지하는 것으로 수치모의 되었다.

차원해석상 레이놀즈 수를 수문면의 길이의 함수로서 $(q/s)L/\nu$ 를 선택하였을 때 점성효과가 ΔC_c 에 미치는 영향을 제대로 반영하고 있으므로 수문면의 길이가 수문아래로 흐르는 境界層 흐름의 특성을 규정짓는 주요소임이 암시된다.

본 연구를 위해 개발된 수치코오드는 Radial이나 Planar 수문에 별 어려움없이 적용될 수 있으며 고정경계좌표계를 이용한 유한차분법에 유한체적법 (finite volume method)이 적용되었을 때 좀더 정확한 결과가 기대된다.

감사의 글

본 연구는 미국 Washington대학의 Harry H. Yeh교수의 제안에 의하여 이루어졌으며 또한 그와의 토론이 많은 부분 유익하여 그에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- Baker, G.R. (1979). "The cloud in cell technique applied to the roll up of vortex sheets." *J. Comput. Phys.*, 31, 76-95.
- Baker, G.R. and D.I. Meiron. (1982). "Generalized vortex methods for free-surface flow problem." *J. Fluid Mech.*, 123, 477-501.
- Benjamin, T. B. (1956). "On the flow in channels when rigid obstacles are placed in the stream." *J. Fluid Mech.*, 1, 227-248.
- Bontozoglou, V. and T.J. Hanratty (1988). "Effects of finite depth and current velocity on large amplitude Kelvin-Helmholtz waves." *J. Fluid Mech.*, 196, 187-204.
- Chan, S.T.K., Larock, B.E., and Herrmann, L.R. (1973). "Free surface ideal fluid flow." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 99(6), 959-974.
- Chorin, A.J. (1978). "Vortex sheet approx. of boundary layers." *J. Comput. Phys.*, 27, 428-442.
- Chorin, A.J. (1980). "Vortex models and bounda-

- ry layer instability." *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 1, 1-21.
- Fangmeier, D.D. and T.S. Strelkoff (1968). "Solution of gravity flow under sluice gates." *J. Engrg. Mech. Div.*, ASCE, 94(1), 153-176.
- Finnie, J.I. and Jefferson, R.W. (1991). "Solving turbulent flows using finite elements." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 117(11), 1513-1530.
- Ghoniem, A.F. and Y. Cagnon (1987). "Vortex simulation of laminar recirculating flow." *J. Comput. Phys.*, 68, 346-377.
- Isaacs, L.T. (1977). "Numerical solution for flow under sluice gates." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 103(5), 473-481.
- Larock, B.E. (1970). "A theory for free outflow beneath radial gates." *J. Fluid Mech.*, 41 (4), 851-864.
- Masliyah, J.H., Nandakumar, K., Hemphill, F., and L. Fung. (1985). "Body-fitted coordinates for flow under sluice gates." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 111(6), 922-933.
- Pajer, G. (1937). "Über den Stromungsvorgang an einer unterstromten scharfkantigen Planschutze." *Z. angew. Math. Mech.*, 17, 259-269.
- Perry, B. (1957). "Methods for calculating the effect of gravity on two-dimensional free surface flow." Ph.D Thesis, Stanford University.
- Rajaratnam, N. (1977). "Free flow immediately below sluice gates." *J. Hydr. Div.*, ASCE, 103(4), 345-351.
- Schlichting, H. (1979). *Boundary layer theory*. McGraw-Hill, New York.
- Smith, P.A. and P.K. Stansby. (1985). "Wave-induced bed flows by a Lagrangian vortex scheme." *J. Comput. Phys.*, 60, 489-516.
- Southwell, R.B. and Vaisey, G. (1946). "Relaxation methods applied to engineering problems: XII, Fluid motions characterized by 'free' streamlines." *Phil. Trans.*, A 240, 117.
- Thomson J.F. (1982). *Numerical grid generation*. Elsevier Science Publishing Company Inc.