

〈論 文〉

물수지 방정식의 카오스적 분석 Chaotic Analysis of Water Balance Equation

이 재 수*
LEE Jae Soo

Abstract□ Basic theory of fractal dimension is introduced and performed for the generated time series using the water balance model. The water balance equation over a large area is analyzed at seasonal time scales. In the generation and modification of mesoscale circulation local recycling of precipitation and dynamic effects of soil moisture are explicitly included. Time delay is incorporated in the analysis. Depending on the parameter values, the system showed different scenarios in the evolution such as fixed point, limit cycle, and chaotic types of behavior. The stochastic behavior of the generated time series is due to deterministic chaos which arises from a nonlinear dynamic system with a limited number of equations whose trajectories are highly sensitive to initial conditions. The presence of noise arose from the characterization of the incoming precipitation, destroys the organized structure of the attractor. The existence of the attractor although noise is present is very important to the short-term prediction of the evolution. The implications of this nonlinear dynamics are important for the interpretation and modeling of hydrologic records and phenomena.

요 지 : 물수지 모델을 사용하여 발생시킨 시계열에 대해서 프랙탈(Fractal) 차원의 기본 이론이 소개 및 적용되었고 물수지 방정식이 넓은 지역에 대해 계절 시간 규모로 분석되었다. 중간 규모 순환의 발생과 변화에 있어 강우의 국부 재순환과 토양 수분의 동력학적 영향이 명시적으로 포함되어 있고 지체 시간 또한 분석에서 고려되었다. 시스템은 전개에 있어 변수 값들에 따라 고정점, 한계주기 그리고 카오스(Chaos)적인 행태와 같은 서로 다른 결과를 보여 주었다. 발생된 시계열의 추계학적인 행태는 궤적들이 초기 조건에 매우 민감한 한정된 수의 방정식을 가지는 비선형 동력학 시스템으로부터 발생하는 확정론적 카오스 때문이다. 강우의 특성으로부터 발생하는 잡음은 어트랙터(Attractor)의 조직화된 구조를 파괴시키는데, 잡음의 존재에도 불구하고 어트랙터가 존재한다는 것은 시스템의 전개의 단기 예측에 있어 매우 중요하다고 할 수가 있다. 이러한 비선형 동력계가 가지고 있는 의미는 수문 자료나 현상들의 해석과 모델링에 있어 중요하다.

1. 서 론

Lorenz(1963)가 대류의 간단한 모델에 대한 수치 연구와 기후 예측에 관한 관련성에 대하여 연구를 발표한 이후로 카오스(Chaos) 이론에 대한 관심이 물리학, 수학, 공학 등 여러 과학 분야에 급격히 증가하였다. 카오스에 대한 발전과 연구는 물

리학의 기본에 대한 우리의 이해를 변화시켰고 많은 실제적인 적용성을 제공하고 있다. Lorenz(1963)는 시스템의 초기 조건 및 물리 법칙의 비교적 정확한 지식은 시스템의 미래를 비교적 정확하게 예측할 수 있다는 일반적인 가정과는 반대로 초기조건의 민감도는 시스템의 장기 예측을 어렵게 한다는 것을 보여 주었다. 카오스 이론은 시스템의 예측성이 사라진 후에도 남아있는 어떠한 규칙과

* 정희원, 고려대학교 생산기술연구소 선임연구원

시스템의 특성을 발견하는데 도움을 주고 있다. '카오스'의 정의는 Berge 등(1984)으로부터 찾을 수가 있는데 파워 스펙트럼이 침투의 존재에도 불구하고 연속적으로 넓게 분포할 때 혹은 시계열의 자기상관 함수가 유한시간에 0으로 될 때 동력계는 카오스적이라고 할 수가 있다. 강우 및 이에 관련된 함수비의 거동은 추계학적 과정에서 보여주는 바와 같이 평균으로부터 많은 분산을 보여주고 있다. 이러한 거동은 강우의 무작위 확률 구조나 초기 조건에 매우 민감한 비선형 확정론적 시스템으로부터 기인한다고 볼 수가 있다. Sharifi 등(1990)의 연구는 강우의 무작위한 거동이 낮은 차원의 어트랙터(attractor)를 갖는 확정론적 카오스에 주로 기인한다고 보여주고 있다. 비록 확정론적 카오스의 존재가 강우나 토양 수분의 예측 불가능성을 의미하지만 어트랙터의 존재는 시스템의 상태의 궤적이 어트랙터 안에 존재함을 의미하고 따라서 위상공간에서의 어트랙터의 특성에 대한 지식은 장래의 예측에 도움을 줄 수 있다고 할 수가 있다. 본 연구에서는 복잡한 확정론적 시스템의 구조에 대한 더 나은 이해나 향상된 장래의 예측을 하기 위하여 프랙탈(Fractal) 차원을 소개하고 Rodriguez-Iturbe 등(1991 a,b)에 의해 연구된 물수지 방정식을 바탕으로 모델에서의 공급구조(supply mechanism)와 동적구조(dynamic mechanism) 및 카오스적인 행태와 잡음(noise)에 의한 동력계의 변화와 예측 가능성에 대해 연구하였다.

2. 프랙탈 차원(fractal dimension)의 기본 이론

2.1 용적 차원(capacity 혹은 Hausdorff dimension)

소멸하는 동력계가 카오스한 거동을 보이면 그 시스템은 위상공간에 스트레인지 어트랙터(strange attractor)를 가지는데 이 스트레인지 어트랙터는 전형적으로 자유도의 수보다 작은 프랙탈 차원에 의해 특징되어 진다. 프랙탈은 전체의 축소된 모양으로 서로 나뉘어질 수가 있는 조각난 기하학적 형태라고 할 수가 있다. 집합 A의 차원 D(A)를 정의하는 여러가지 방법이 있는데 그중

한 가지가 용적 차원 D_c 로 다음과 같이 표현된다.

$$D_c = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log \left(\frac{1}{\epsilon} \right)} \quad (2.1)$$

윗 식에서 N은 곡선 L을 길이 ϵ 으로 자를 때의 갯수를 의미한다. 프랙탈의 잘 알려진 기본적인 예가 Cantor 집합과 Koch 곡선인데, Cantor 집합은 단위 길이를 가진 선 상의 중간 삼분의 일을 제거함으로써 구할수가 있는데 반복의 횟수를 증가함에 따라 분리된 조각의 갯수는 무한하게 되지만 각각의 길이는 0으로 접근하게 된다. 그리고 Koch 곡선을 구하기 위해서 한번의 길이가 1인 정삼각형의 각 변 중간에 변의 길이가 원래의 삼분의 일 이 되는 새로운 삼각형을 첨가 시키고 이 과정을 되풀이한다. 경계의 길이는 무한대가 되지만 면적은 원래의 삼각형을 포함하는 원의 면적보다는 작게 된다. 윗 식으로부터 구한 Cantor 집합과 Koch 곡선의 용적 차원은 각 0.63과 1.26이다.

2.2 상관 차원(correlation dimension)

용적 혹은 Hausdorff 차원은 가장 일반적으로 사용되는 스트레인지 어트랙터의 척도이다. 실제로 관심있는 많은 경우에 있어서 위상공간의 차원이 2보다 클 경우 용적 차원의 계산은 비효율적이며 실험적인 자료나 고차의 동력계에 대해서는 상관 차원 ν 가 용적 차원보다 계산하기가 효율적이다(Grassberger와 Procaccia, 1983). 상관 차원을 계산하기 위해서는 시간 지체를 하여 위상공간 궤적을 재구성하여야 한다(Berge 등, 1984). 시계열(t)로부터 P차원의 위상공간에서의 궤적은 적절한 시간 지체 τ_d 를 사용하여 $X(t)$, $X(t+\tau_d)$, $X(t+2\tau_d)$, ..., $X(t+(p-1)\tau_d)$ 축을 택함으로써 재구성할 수가 있다. 카오스적인 영역에서 같은 궤도상의 두 점의 위치는 초기 조건에 대한 민감도 때문에 동력학적으로 상관되지가 않지만 모든 점들이 어트랙터 안에 있기 때문에 공간적으로는 상관되어 있다. 상관 차원 ν 는 $\log r$ 에 대한 $\log C(r)$ 그래프의 경사가 되며 임의의 차원 p에 대해서 상관함

수 $C(r)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H \left\{ r - \left[\sum_{n=1}^p (x_{ni} - x_{nj})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.2)$$

여기서 i 와 j 는 전부 N 개의 점을 포함하는 제적 상의 점들의 순서를 의미하고 H 는 x 가 양일때 $H(x)=1$ 이고 x 가 음일때 $H(x)=0$ 인 Heaviside 함수이다. 그림 2.1은 발생시킨 무작위수(random number)에 대한 log-log 그래프상의 상관함수 $C(r)$ 을 보여주는데 이 그림으로부터 경사(공간차원 ν 의 값과 같음)는 공간의 차원 p 가 증가할수록 계속적으로 증가함을 알 수가 있다. 공간 차원 p 와 함께 선형적으로 증가하는 상관 차원이 그림 2.2에 나타나 있으며 이 결과로부터 상관 차원 ν 가 공간 차원 p 와 함께 증가하는 한 계산에 사용되어진 위상 공간의 차원은 이에 상응하는 어트랙터의 차원보다 적다고 할 수가 있다. 만일 카오스한 영역에 대해 계산된 상관 차원 ν 가 공간 차원 p 와 독립적이 된다면 카오스는 결정론적이고 이에 상응하는 어트랙터는 스트레인지 어트랙터가 된다.

3. 중간규모 순환(mesoscale circulation)의 발생 및 변화에 대한 토양 수분의 영향

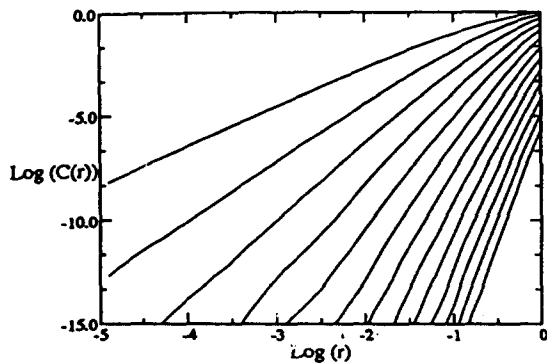


그림 2.1 Log-log plot of $C(r)$ for the generated random number

대기에 있어서 유체의 흐름의 수평규모는 지구사체의 크기로부터 분자간의 평균거리에 이르기까지 다양하게 변화한다. 일반적으로 대기의 운동의 규모는 대규모(synoptic scale), 중간규모(mesoscale), 소규모(microscale)와 같이 크게 세 가지로 분류하는데 중간규모는 보통 수평거리가 수십 km에서 수백 km에 이르며 제트류(jet stream), 전선대(frontal zone)와 관련된 순환, 태풍의 강우대, 중위도의 폭우 등의 현상이 이 중간규모에 속한다. 지표면과 대기 사이의 토양 수분-강우 재순환은 두개의 서로 다른 구조를 통해 전개에 영향을 미치는데 그 하나가 수분이 토양으로부터 대기로 전달되는 공급구조이고 다른 하나는 표면의 온도와 기압의 변화로부터 발생하는 동적구조이다.

3.1 재순환(feedback)으로서의 공급구조(supply mechanism)

Rodriguez-Iturbe 등(1991a)에 의해 연구된 물수지 방정식은 중간규모에서의 토양 수분의 전개를 설명하고 있으며 중요한 재순환 계수 Ω 를 포함하는 비선형 미분 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{ds}{dt} = a \left(1 + \frac{s^c}{\Omega} \right) (1 - \epsilon s)^{-b} - bs^c \quad (3.1)$$

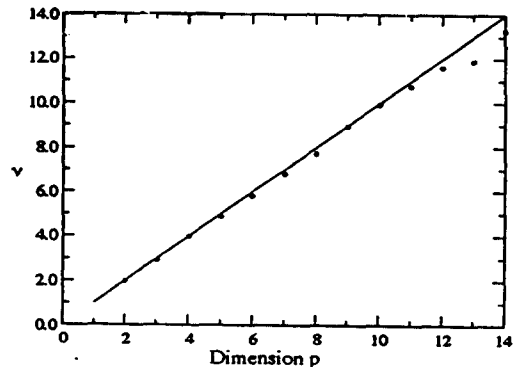


그림 2.2 Correlation dimension ν of the generated random number

여기서 s 는 토양의 상대적인 포화, c , r , ϵ 은 양의 수치상수, a 와 b 는 강우 및 증발산과 관련된 계수이다. 식 3.1은 년 규모의 토양 수분의 전개에 적당하나 이와는 달리 재순환 효과는 2개월 혹은 3개월의 시간 단위로 작용한다. 년 시간 단위에서는 공급 및 동적구조의 결과를 구별할 필요가 없고 두 구조는 식 3.1의 s^c/Ω 항으로 고려될 수 있으나 더욱 짧은 시간 간격에 대해 적용할 때 토양 수분이 강우에 미치는 영향에는 시간적 지체가 발생한다. 즉 시간 t 일 때의 강우는 시간 $t-\tau$ 일 때의 토양 수분 $s(t-\tau)$ 에 의해 영향을 받는다. 따라서 일차원의 비선형 미분방정식 3.1은 다음과 같이 무한대의 차원을 나타내는 지체 미분방정식으로 변환된다.

$$\frac{ds(t)}{dt} = a \left(1 + \frac{s^c(t-\tau)}{\Omega} \right) (1 - \epsilon s^r(t)) - bs^c(t) \quad (3.2)$$

3.2 재순환으로서의 동적구조(dynamic mechanism)

앞에서 재순환 효과로서의 공급구조에 대하여 고찰하였는데 시간단위가 년 이하일 때 따로 분리하여 고려되어야 하는 동적구조가 존재한다. 이 동적구조는 지표면 경계층의 차등 가열로부터 발생하는 중간 규모 순환의 발생과 관련이 있으며 많은 연구가들이 강우를 증가시키는 상승 이동을 야기하는 동적과정의 발생에 있어 지표면의 비균일성의 역할에 대해 연구를 했다. 넓은 지표면의 공간적 비균일성은 차등 가열에 의한 중간규모 순환의 발생을 통하여 평균 상승 혼합을 증가시키며 이 중간 규모 순환은 대류성 강우를 야기하는 데 영향을 미친다. Sharon(1981)의 연구 또한 지표면 비균일성으로 인한 중간규모 순환의 발생을 통하여 대류성 강우의 증가에 대한 개념을 뒷받침하고 있다. Anthes(1984)와 Segal 등(1988)도 또한 이 문제에 관련된 동력학의 중요한 역할에 대해 언급하고 있다.

지표면 비균일성에 의해 야기된 동적과정으로 인한 강우에서의 변동은 년보다 작은 시간 규모에서 일어나기 때문에 년 시간 규모의 공급 및 동적구조는 물 수지 방정식에서 $a(1+s^c/\Omega)$ 로 함께 고려될 수 있다. 이 시간 규모에서 많은 증발산은 많은

지역 강우의 재순환을 초래한다고 가정할 수 있으나 작은 시간 규모에 대해서는 공급 및 동적구조가 분리되어야 하는데 공급구조는 토양수분과 함께 단조 증가를 하지만 동적 구조는 공간적으로 lumped한 모델에서 단조증가를 하지 않는다.

4. 수정 물수지 방정식을 사용한 카오스적인 분석

4.1 동적구조를 포함하는 수정 물수지 방정식

토양 수분이 거의 0인 균등하게 건조한 지역에서는 차등 가열로 인한 국부 순환과 수직 혼합이 함수비의 공간적 평균이 0과 1 사이인 습기가 혼합된 지역에 비해 발생 가능성이 적다. 이와 비슷하게 매우 습한 지역에서도 공간적으로 비균일 조건이 없기 때문에 차등 가열이 없고 따라서 동적효과가 없다.

본 연구에서 동적구조에 대한 토양 수분의 영향을 나타내기 위해 Glass와 Mackey(1979)가 사용한 다음과 같은 하나의 만곡부를 갖는 함수를 사용하였다.

$$F(s) = \frac{\lambda \theta^m s^r}{\theta^m + s^r m} \quad m, \lambda, \text{ and } \theta > 0 \quad (4.1)$$

윗 식에서 m , λ , 그리고 θ 는 이 함수가 항상 양

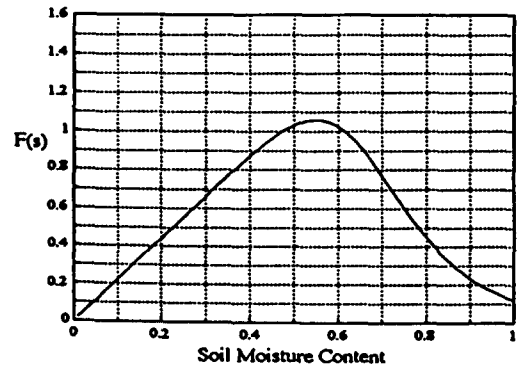


Figure 4.1 Dynamic mechanism, $F(s)$, characterized by Eq. 4.1 ($\lambda=2.2$, $\theta=0.7$, and $m=8$)

이고 하나의 만곡부 구조를 갖기위한 변수이며 만곡부의 위치와 크기는 이 변수들에 의해 조절되어진다. 특정한 변수값들에 대한 함수 F(s)의 예가 그림 4.1에 나타나 있다. 함수 F(s)의 영향을 고려하여 다음과 같은 수정 물수지 방정식을 얻을 수가 있다.

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\lambda \theta^m s \tau}{\theta^m + s \tau^m} \left\{ a \left(1 + \frac{s \tau}{\Omega} \right) \right\} (1 - \epsilon s^\tau) - b s^c \quad (4.2)$$

4.2 짝서(order)로부터 카오스로의 위상 변이에 대한 분석

수정 물수지 방정식은 변수 값들에 따라 고정 평형점(Fixed Point), 한계 주기(Limit Cycle) 그리고 카오스적인 행태와 같은 서로 다른 복잡한 전개를 보이게 되며 비주기적이고 무작위하게 보이는 카오스적 행태에 있어서 시스템의 전개는 초기 조건에 매우 민감하고 비록 지체 미분 방정식이 전적으로 확정론적 법칙에 의해 지배되지만 추계학적 행태와 구분하기가 힘들다. 따라서 확정론적 카오스라고 부를 수가 있다. 카오스적인 동력학을 보이기 위해서는 적어도 세 개 이상의 상미분 방정식을 필요로 하는데 지체 미분 방정식은 무한한 차원계와 같으므로 이러한 조건을 만족한다.

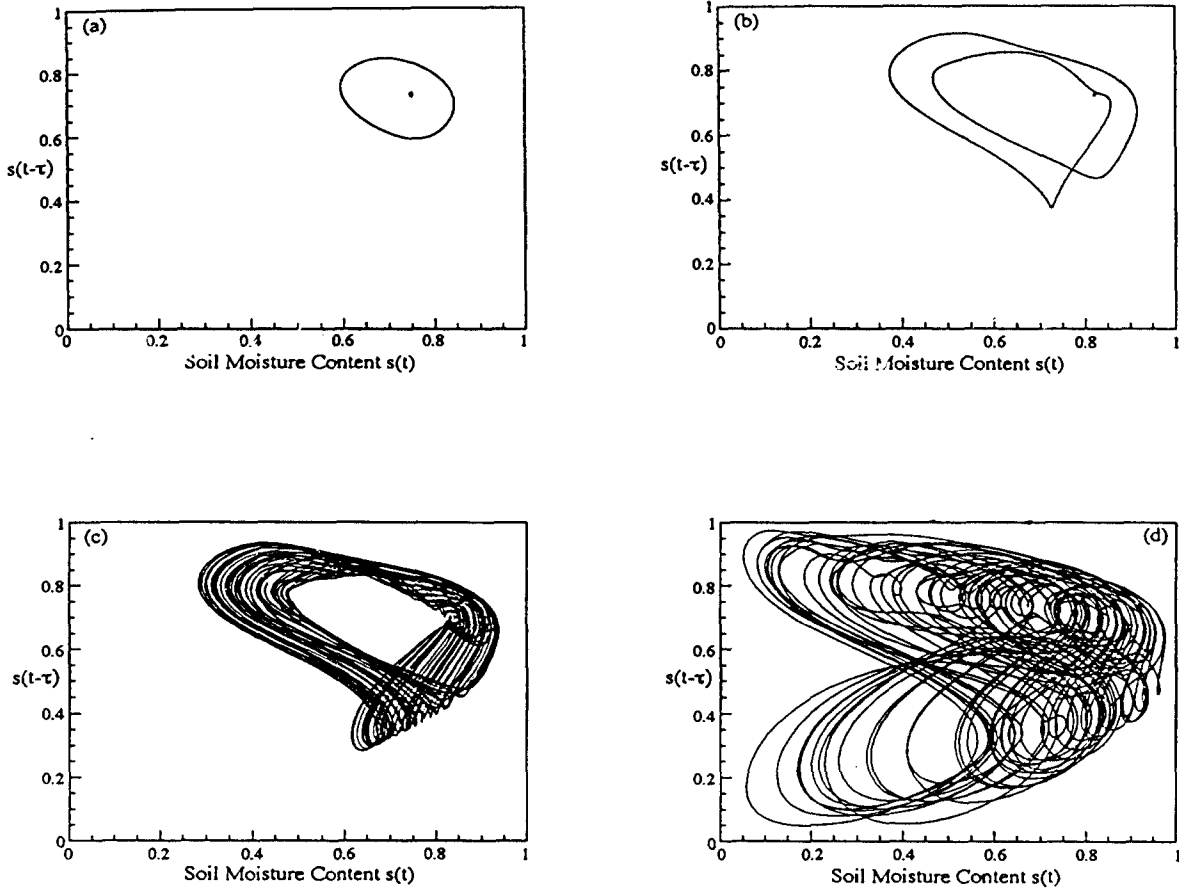


Figure 4.2 Phase plots s(t)-vs-s(t-τ) : (a) Fixed point with τ=4days(s=0.728) and Limit cycle with τ=5days, (b) τ=10days, (c) τ=12days, and (d) Chaotic dynamics with τ=20days.

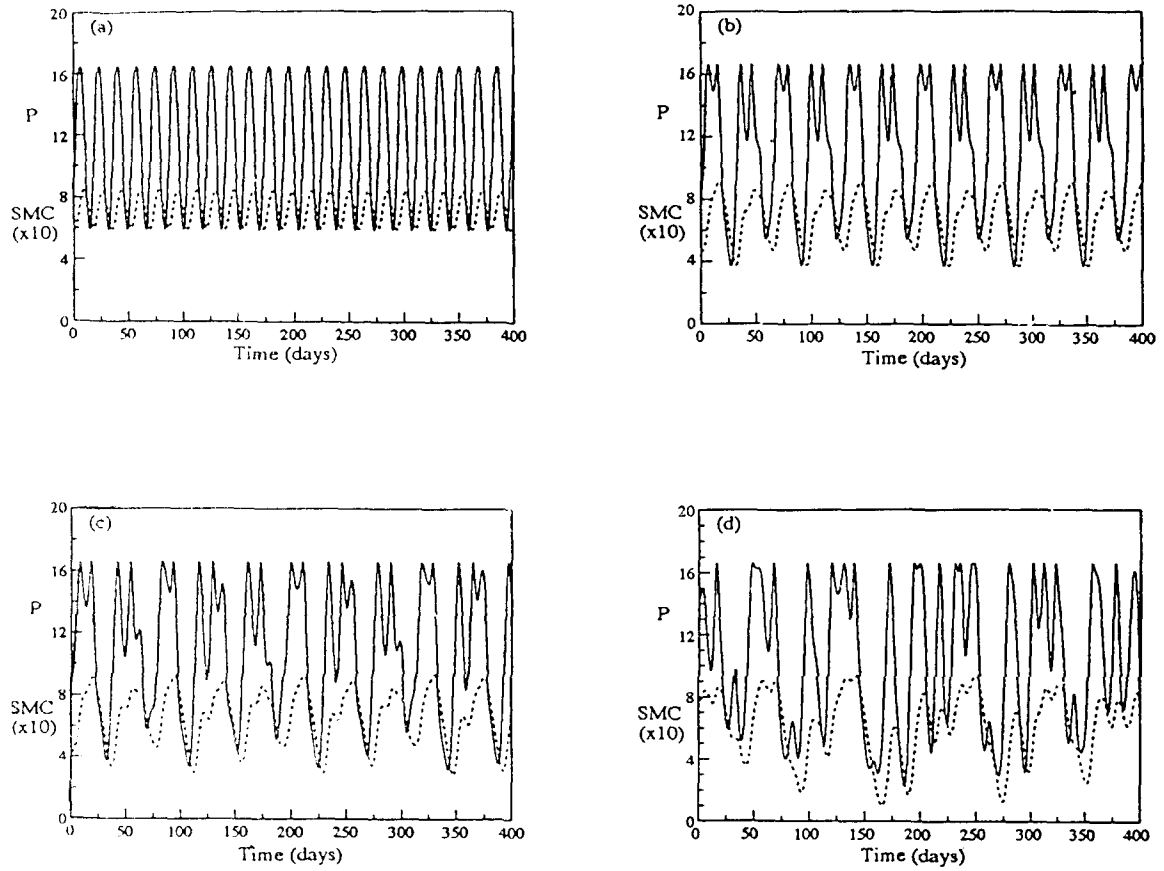


Figure 4.3 Time evolution of soil moisture content(dotted line) and precipitation(solid line, mm/day) corresponding to the phase plots of Figure 4.2

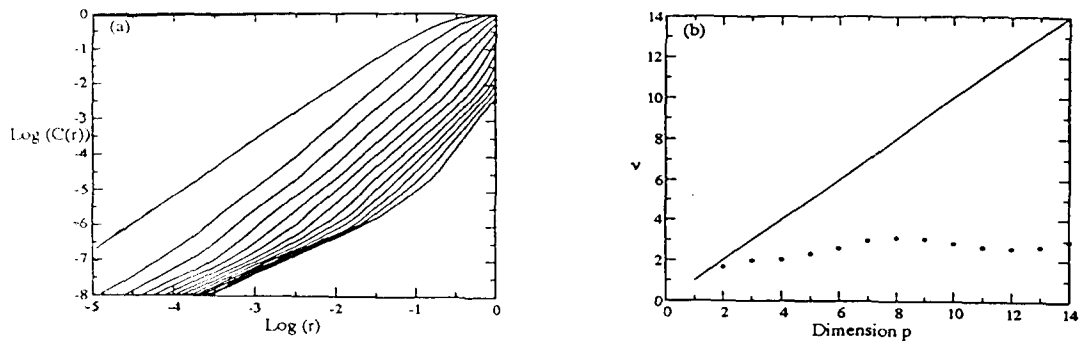


Figure 4.4 Plots of (a)correlation function $C(r)$ and (b) correlation dimension ν corresponding time series of Figure 4.3d.

수정된 물수지 방정식의 동력학 및 카오스적인 분석을 하기위해 사용한 변수값들은 다음과 같다: $a=0.035/\text{day}$, $b=0.105/\text{day}$, $c=0.3$, $r=2.5$, $\epsilon=0.35$ 그리고 $\Omega=0.24$. 본 연구 전반에 걸쳐 위의 변수값들을 사용하였고 수치 적분은 0.1일과 0.01일 간격으로 행하였다. 그림 4.1에서 보여준 동적구조를 사용하여 서로 다른 지체 시간 τ 에 대한 s_τ^c 와 s 의 위상공간에서의 모양을 그림 4.2에서 볼 수가 있고 이에 상응하는 함수비(점선)와 강우(실선)의 시간적 전개가 그림 4.3에 나타나 있다. 지체 시간 τ 를 증가시킬 때 함수비의 동력학이 고정점으로부터 한계주기를 거쳐 여러 분기들을 한 후 카오스적 행태로 전개됨을 알 수 있다.

4.3 카오스적인 시계열에 대한 상관 차원의 계산

그림 4.2d와 4.3d에 보인 시계열에 대한 상관차원을 계산하기 위해 p 차원 공간에서의 궤적을 앞에서 설명한 바와 같이 재구성하였다. 위상공간의 재구성에서 스트레인지 어트랙터의 존재를 규명하기 위해서 지체 시간 τ_d 의 적절한 선택이 중요한데 보통 지체 시간 τ_d 는 자기상관 함수가 $\rho(\tau)=0.5$ 일 때의 지체 시간을 사용한다. 따라서 $\rho(\tau)=0.5$ 에 상응하는 10일을 위상공간을 재구성하기 위한 지체 시간으로 사용하였다. 차원 p 의 여러 값에 대해 계산되어진 상관함수 $C(r)$ 이 그림 4.4a에 나타나 있고 $\log C(r)=f(\log r)$ 에 의해 정의된 함수 f 의 경사(상관차원 ν)가 계산되었으며 그림 4.4b로부터 \log - \log 그래프 상에서의 상관함수 $C(r)$ 의 경사가 잘 정의되어 있고 공간 차원 p 와 독립적임을 알 수가 있다. 이 분석으로부터 상관차원의 포화는 카오스적인 영역이 추계학적 시스템이나 주기적인 시스템이 아님을 의미하고 이 시계열의 추계학적 행태는 확정론적 카오스에 기인한다고 볼 수가 있다. 또한 이 시계열은 상관차원 ν 가 4보다 작기 때문에 낮은 차원의 어트랙터를 갖는 카오스적인 동력계임을 의미하고 있으며 4개의 상미분 방정식을 갖는 확정론적 모델에 의하여 표현될 수 있다고 할 수 있다.

5. 가중된 지체 시간을 적용한 경우

앞에서 지체 시간 τ 는 과거 영향의 평균 지연을 의미하는 고정 지체로 사용하였다. 그러나 실제 상황에서는 과거 자료의 가중 평균이 고정 지체보다 더 현실적이라고 할 수가 있으며 가중 평균은 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$s_\tau^c = \int_{-\infty}^t s^c(t)W(t-t)dt \quad (5.1)$$

본 연구에서는 고정 지체의 경우와 비슷한 특성을 보이는 Beta 확률밀도함수를 가중 지체를 위해 사용하였다. Beta 확률밀도함수는 과거의 임의 시간 t_b 로부터 시작하여 현재의 시간 t_n 으로 끝날 수가 있도록 변화시킬 수가 있다. 간격 $x \in [0, 1]$ 에 대하여 Beta 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$f_x(x) = \frac{\Gamma(\omega + \beta + 2)}{\Gamma(\omega + 1)\Gamma(\beta + 1)} x^\omega (1-x)^\beta \quad (5.2)$$

따라서 식 5.1은 다음과 같이 표현할 수가 있다.

$$s_\tau^c = \int_{t_b}^{t_n} s^c(t) f_x\left(\frac{t-t_b}{t_n-t_b}\right) dt \quad (5.3)$$

토양 수분의 과거값에 대한 가중치를 나타내기 위한 Beta 확률밀도함수는 변수 ω 와 β 그리고 t_b 에 의해 지배되며 토양 수분 전개의 동력학은 이들 변수들에 의해 강하게 영향을 받는다. 확률밀도함수에서 최빈수의 위치와 첨두의 높이는 변수 ω 와 β 에 의해 조절되고 시간의 범위는 토양 수분과 상호작용하는 기후 모델의 경험을 바탕으로 선택된 시간 t_b 에 의해 변화된다. Shukla와 Mintz(1982)는 general circulation model(GCM)을 통한 실험으로부터 세계의 많은 지역에 있어서 토양 수분의 강우에 대한 재순환 효과가 오래 지속됨을 보였다. Rowntree와 Bolton(1983)는 Carson과 Sangster(1981)의 GCM 실험을 인용하였는데 중

위도나 아열대지방에서 250일 후에도 초기의 높은 토양 수분으로 인한 재순환때문에 많은 비를 내리는 지역이 존재함을 언급하고 있다. 따라서 식 5.3의 변수 t_b 는 30일보다 작은 값 부터 100일 까지의 범위를 사용하였다.

그림 5.1에 Beta 확률밀도함수 $f_x(\cdot)$ 의 예가 나타나 있으며 그림 5.2에 보인 위상공간 표현을 갖는 카오스적인 동력학과 상응하는데 위상공간 표현에서의 지체시간 τ 는 가중치를 지배하는 분포 $f_x(\cdot)$ 의 최빈수의 위치와 상응하는 시간이다.

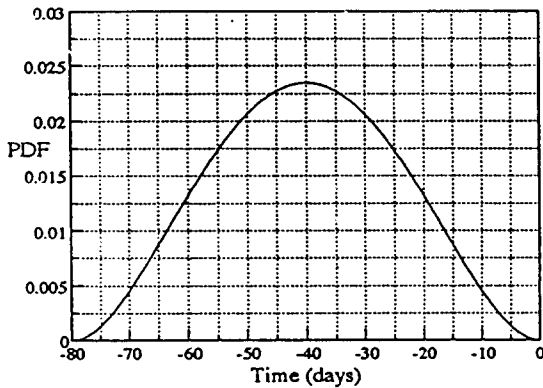


Figure 5.1 Example of weight distribution, $f(\cdot)$, used in Eq.5.3($\omega=2, \beta=2, t_b=80$ days).

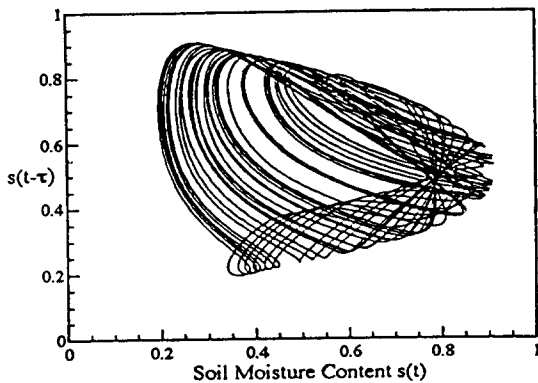


Figure 5.2 Pphase plot $s(t)$ -vs- $(t-\tau)$ for the case of weighted delays.

6. 잡음(noise)의 영향을 고려한 분석

식 4.2에 의해 표현되는 시스템은 특정한 변수값에 대해 카오스적인 동력학을 초래함을 보았다. 이 카오스적 시계열의 전개는 토양 수분 값에 대한 어트랙터의 잘 조직화된 구조의 특성을 보여주는데 이러한 잘 조직화된 어트랙터는 입력 변수들의 본질적 특성에 있어서의 오차에 의한 잡음 때문에 파괴 되어질 수가 있다. 비록 어트랙터가 시스템 방정식의 자유도에 상응하는 고차원의 공간에 존재하지만 이 파괴된 구조는 2차원이나 3차원의 위상공간으로부터 관찰할 수가 있다.

물수지 방정식에서 가장 중요한 잡음은 lumped 한 강우로부터 생긴다고 할 수가 있으므로 잡음의 영향을 고려하기 위해 양의 강우값을 유지할 수 있는 지수항 $e^{\zeta(t)}$ 을 택하였다. 따라서 식 4.2는 다음과 같이 다시 쓸 수가 있다.

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\lambda \theta^m s_\tau}{\theta^m + s_\tau^m} \left[a \left(1 + \frac{s_\tau^c}{\Omega} \right) \right] e^{\zeta(t)} (1 - \epsilon s) - b s^c \quad (6.1)$$

여기서 $\zeta(t)$ 는 상관되지 않는다고 가정된 평균 μ_ζ 와 분산 σ_ζ^2 을 가진 정상 가우시안 과정(stationary gaussian process)이고 다음 식을 만족한다.

$$\mu_\zeta + \frac{1}{2} \sigma_\zeta^2 = 0 \quad (6.2)$$

따라서 잡음의 강도는 분산 σ_ζ^2 에 의하여 조절되고 평균 μ_ζ 는 식 6.2로부터 산정할 수가 있다. 잡음 강도의 상대적 크기를 알기 위해서 발생한 강우의 변동계수를 사용할 수가 있다. 잡음의 영향을 알아보기 위해 그림 5.2에서 보여준 잡음이 없는 동력학의 경우에 추계학적 변동 $\sigma_\zeta = 0.1$ 과 $\sigma_\zeta = 0.4$ 를 첨가하였고 결과가 그림 6.1의 위상공간에 나타나 있다. 약한 잡음강도($\sigma_\zeta = 0.1$)에 대해서 어트랙터의 구조가 파괴되지는 않았지만 작은 변동이 생

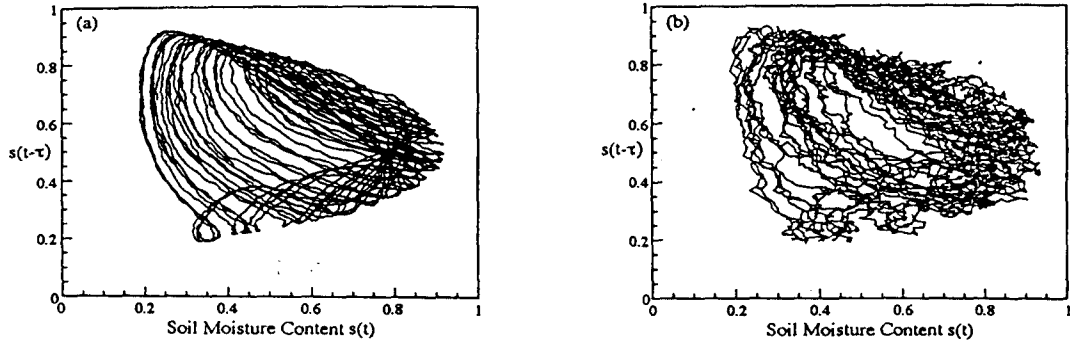


Figure 6.1 Effect of noise in the dynamics characterized by the phase plot of Figure 5.2 : (a) $\sigma_{\xi} = 0.1$ and (b) $\sigma_{\xi} = 0.4$

졌다. 강한 잡음강도($\sigma_{\xi} = 0.4$)에 대해서는 어트랙터의 구조가 위상공간에서 더 이상 알아볼 수 없을 때까지 흐려졌다. 비록 잡음의 존재에도 불구하고 어트랙터가 존재한다는 것은 시스템 전개에 예측에 매우 중요하다.

7. 결론 및 토의

대기의 상호 작용과 함께 물수지 방정식은 변수들을 조절하는 기후, 토양 그리고 식생 상태에 따라 고정점, 한계주기 그리고 카오스적인 행태와 같은 복잡한 동력학을 보여주고 있음을 알았다. 물수지 방정식에서의 상호작용과 재순환 특성의 결합에 의하여 변수값이 시간에 상관없이 일정할 때도 위와 같은 동력학을 보여주고 있다. 이러한 행태의 복잡함은 넓은 영역에 있어서의 수문 현상을 이해하는데 매우 중요하다고 볼 수 있다. 본 연구에서는 본인이 포함된 Rodriguez-Iturbe(1991b)의 연구를 바탕으로 프랙탈 이론의 소개 및 적용을 통하여 확정론적 시스템의 구조에 대한 이해나 장래 예측 가능성에 대하여 알아보았다. 본 연구로부터 상관차원의 포화는 카오스적인 영역이 추계학적인 시스템나 주기적인 시스템이 아니고, 이 시계열의 추계학적인 행태는 확정론적 카오스에 기인함을 알 수가 있다. 이 확정론적 카오스는 궤적이 초기 조

건에 매우 민감한 제한된 수의 방정식을 가지는 비선형 동력계로부터 발생한다고 볼 수가 있다. 또한 상관차원이 4보다 작기 때문에 낮은 차원의 어트랙터를 갖는 카오스적인 동력계를 의미한다. 강우로부터 발생하는 잡음은 어트랙터의 구조에 영향을 미치는데 작은 강도의 잡음은 어트랙터의 구조를 파괴시키지는 않지만 작은 파문을 발생시켰다. 그러나 큰 강도의 잡음은 어트랙터의 구조를 파괴시켜 위상공간에서 어트랙터의 구조를 인식하기가 어렵게 만든다는 것을 알았다. 비록 잡음이 존재하더라도 어트랙터의 존재는 계의 예측에 매우 중요하다고 할 수가 있다. 본 연구에서 고찰한 바와 같이 카오스의 기본 이론을 도입하여 복잡한 확정론적 구조의 연구를 통한 수문현상의 변동에 대한 더 나은 이해나 향상된 예측을 할 수 있는 길을 열 수가 있다 하겠다.

참 고 문 헌

1. Anthes, R.A. (1984), "Enhancement of Convective Precipitation by Mesoscale Variations in Vegetative Covering in Semiarid Regions", *J. of Climate and Appl. Meteo.*, 23, pp. 541-554.
2. Baker, G.L. and J. P. Gollub (1990), "Chaotic Dynamics: an Introduction", Cambridge

3. Berge, P., Y. Pomeau and C. Vidal (1984), "Order within Chaos: Toward a Deterministic Approach to Turbulence", John Wiley & Sons, New York, pp. 329.
4. Carson, D.J. and A.B. Sangster (1981), "The Influence of Land Surface Albedo and Soil Moisture on General Circulation Model Simulations", Numerical Experimentation Report, No. 2, 5.14-5.21.
5. Glass, L. and M.C. Mackey (1979), "Pathological Conditions Resulting from Instabilities in Physiological Control Systems", Ann. N.Y. Acad. Sci., 316, pp.214-235.
6. Grassberger, P. and I. Procaccia (1983), "Estimation of the Kolmogorov Entropy from a Chaotic Signal", Physical Review, Vol. 28, No. 4, pp. 2591-2593.
7. Lorenz, E.N. (1963), "Deterministic Nonperiodic Flow", Journal of the Atmospheric Sciences 20, pp. 130-141.
8. Rodriguez-Iturbe, I., D. Entekhabi, and R.L. Brass (1991a), "Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales, 1. Stochastic Analysis", Water Resources Research, Vol. 27, No. 8, pp. 1899-1906.
9. Rodriguez-Iturbe, I., D. Entekhabi, J.S. Lee, and R.L. Brass (1991b), "Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales, 2. Chaotic Analysis", Water Resources Research, Vol. 27, No. 8, pp. 1907-1915.
10. Rowntree, P.R. and J.A. Bolton (1983), "Simulation of the Atmospheric Response to Soil Moisture Anomalies Over Europe", Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 109, pp. 501-526.
11. Segal, M., R. Avissar, M.C. McCumber and R.A. Pielke (1988), "Evaluation of Vegetation Effects on the Generation and Modification of Mesoscale Circulations", J. of Atmospheric Sciences, Vol. 45, No. 16, pp. 2268-2292.
12. Sharifi, M.B., K.P. Georgakakos, and I. Rodriguez-Iturbe (1990), "Evidence of Deterministic Chaos on the Pulse of Storm Rainfall", J. of Atmos. Sci., 47, pp. 888-893.
13. Sharon, D. (1981), "The Distribution in Space of Local Rainfall in the Namib Desert", J. of Climatology, 1, pp. 69-75.
14. Shukla, J. and Y. Mintz (1982), "Influence of Land-Surface Evapotranspiration on the Earth's Climate", Science, Vol. 215, pp. 1498-1500.

〈접수 : 1/29〉