

〈論 文〉

물수지 방정식의 안정상태간의 평균 천이시간 및 불확실성에 관한 연구  
 Analysis of Mean Transition Time and Its Uncertainty Between the  
 Stable Modes of Water Balance Model

이 재 수\*  
 LEE Jae-Soo

**Abstract**□ The surface hydrology of large land areas is susceptible to several preferred stable states with transitions between stable states induced by stochastic fluctuation. This comes about due to the close coupling of land surface and atmospheric interaction. An interesting and important issue is the duration of residence in each mode. Mean transition times between the stable modes are analyzed for different model parameters or climatic types. In an example situation of this differential equation exhibits a bimodal probability distribution of soil moisture states. Uncertainty analysis regarding the model parameters is performed using a Monte-Carlo simulation method. The method developed in this research may reveal some important characteristics of soil moisture or precipitation over a large area, in particular, those relating to abrupt changes in soil moisture or precipitation having extremely variable duration.

**요 지 :** 넓은 지역의 지표면 수문은 추계학적 변동에 의해 야기되는 안정된 상태간의 천이와 함께 몇개의 선호되는 안정된 상태의 영향을 받기가 쉬운데 그 이유는 지표면과 대기 상호관계의 밀접한 조합과도 관계가 있다. 흥미 있고 중요한 과제가 각 안정상태 에서의 체류기간 즉 가뭄기나 홍수기의 지속기간이라 할 수 있는데 안정상태의 평균 천이시간이 다른 모델 변수나 기후 형태에 대하여 분석하였다. 본 연구에서 보여준 기후 상황에 대해 미분 방정식의 해는 함수비 상태가 두 개의 최빈수를 갖는 확률 분포를 보여 주고 있다. 모델 변수와 관련하여 불확실성 분석을 Monte-Carlo 모의 방법을 사용하여 수행하였다. 본 연구에서 수행된 방법은 넓은 지역에 대한 토양 수분이나 강우 특히 매우 다양한 지속 시간을 보이는 토양 수분이나 강우에 있어서의 급격한 변화와 관련된 중요한 특성을 보여준다고 하겠다.

1. 서 론

가뭄기간의 지속은 수문 및 수문기상학 분야에 있어서 중요한 관심사이며 또한 인간의 생활에 상당한 영향을 미치고 있다고 할 수 있다. 강우 자료의 시계열은 보통 수 년에서 수십년의 지속성을 가지며 가뭄기와 홍수기 사이로 천이됨을 보여 주고 있다. 따라서 가뭄기의 지속기간을 예측한다는 것이 매우 중요하다고 할 수가 있겠다.

넓은 지역의 지표면 수문은 추계학적 변동에 의해 야기되는 안정된 상태간의 천이(transition)와 함께 몇 개의 선호하는 안정된 상태의 영향을 받기 쉬운데 그 이유는 대륙적 형태의 기후에서 지표면과 대기의 상호관계의 밀접한 조합과도 관계가 있다(Rodriguez Iturbe 등, 1991). 이러한 안정한 상태에 머무는 기간(residence time)의 분석이 가뭄기간의 지속성에 관한 연구에 흥미있고 중요한 결과를 보여준다고 할 수 있다.

본 연구에서는 통계학 분야에서 널리 알려진

\* 정회원, 고려대학교 생산기술연구소 선임연구원

\*\* '함수비' 밑에 줄친것은 무시하시기 바랍니다.

Fokker-Planck Equation(FPE)과 exit(transi-tion) problem에서 사용 되는 지배방정식을 유도 하는 과정에 물수지 방정식과 함수비의 경계조건 특성을 도입하여 본 연구의 목적인 가뭄기와 홍수 기 사이의 평균 천이시간(mean transition time), 즉 가뭄기의 지속기간에 관한 지배방정식을 구한 후 모델과 관련하여 여러 모델변수나 기후 형태에 대하여 안정한 상태간의 평균 천이시간을 분석하고 또한 Monte-Carlo 모의 방법을 사용하여 모델변 수에 관한 불확실성(uncertainty)을 분석한다.

### 2. 물수지 통계 동력학적 모델

Rodriguez-Iturbe 등(1991a,b)은 넓은 대륙지 역의 지표면 수문을 대표하기 위해 통계 동력학적 인 모델을 제시했는데 그 모델은 물리학적 기본 요 소를 가지고 있고 강우의 국부 재순환에 대한 매개 변수화 과정을 소개하고 있다. 지표면에 있어서 강 우는 외부로부터 이동된 대기 수분과 지표에서의 증발산된 수분에 의해 야기된다고 할 수가 있다. 물수지 방정식은 넓은 공간 규모에서의 토양 수분 (soil moisture)의 시간적 변화를 설명하고 시스템 에서의 연속적인 유입과 유출을 보여주고 있다.

$$\frac{ds(t)}{dt} = a \left( 1 + \frac{s^c(t)}{\Omega} \right) (1 - \varepsilon s^c(t)) - bs^c(t) \quad (2.1)$$

$$a = \frac{P_a}{nZr} \quad \text{and} \quad b = \frac{E_p}{nZr} \quad (2.2)$$

여기서  $s(t)$ 는 시간의 함수인 토양의 상대적인 포 화,  $n$ 은 토양 공극률,  $Zr$ 은 토양의 수문학적 활동 깊이[L],  $P_a$ 는 이동 강우율[L/T],  $E_p$ 는 잠재 증 발산율[L/T],  $\Omega$ 는 재순환 계수, 그리고  $c$ ,  $r$ ,  $\varepsilon$  은 양의 수치 상수이다. Rodriguez-Iturbe 등 (1991)은 변수  $\alpha = 1/\Omega$ 를 사용하여 주위환경 변 동을 국부 강우항에 도입하였는데 이때  $\alpha$ 는 평균  $\bar{\alpha}$ 와 표준편차  $\sigma$ 를 갖는 비상관 가우시안 소음 과 정(uncorrelated Gaussian noise process)이다. 따라서 확정론적 물수지 방정식(2.1)으로부터 다 음과 같은 추계학적 미분 방정식을 얻을 수가 있 다.

$$ds(t) = [a(1 - \varepsilon s^c(t)) + \bar{\alpha} s^c(t)(1 - \varepsilon s^c(t)) - bs^c(t)]dt + \sigma s^c(t)(1 - \varepsilon s^c(t))dW_t \quad (2.3)$$

또는 간단히

$$ds(t) = G[s(t)]dt + \sigma g[s(t)]dW_t \quad (2.4)$$

여기서  $dW_t$ 는 백색 잡음과정(white noise proc-ess)이며 함수  $G[\cdot]$ 는 주위환경의 변동이 없는 시 스템의 확정론적 전개를 나타내고 함수  $g[\cdot]$ 는 주 위환경의 무작위 변동을 고려하고 있다.

### 3. 지배 방정식의 유도

물수지 모델에 주위환경 변동이 도입됨으로써 확 정론적 미분 방정식이 추계학적 미분 방정식으로 대체 되었으며 식 2.4로 표현된 함수비(soil mois-ture content)의 정상상태 확률분포가 이에 상용 하는 FPE에 의해 구해질 수 있다. Gardiner (1985), Arnold(1974), Matkowski(1977), Schuss(1979) 등의 추계과정(stochastic pro-cesses) 이론을 기본으로 하여 추계 미분 방정식 (2.4)로부터 이에 상용하는 다음과 같은 FPE을 얻을 수가 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(s,t)}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial s} [G(s,t)f(s,t)] \\ & + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2}{\partial s^2} [g^2(s,t)f(s,t)] \end{aligned} \quad (3.1)$$

윗 식에서  $f(s,t)$ 는 시간  $t$ 에 있어서의 함수비의 확률밀도 함수이다. 물수지 방정식에 있어서 토양 수분의 거동이 변동에 의해 야기되는 천이의 연속 으로 보아질 수 있다. 변동에 의해 야기된 함수비 의 거동이 잠재 장벽(potential barrier) 즉 다른 안정한 상태로 이동하는데 있어서의 경계(thresh-old)에 도달하지 않는 한 천이는 일어나지 않고 얼 마나 자주 이 잠재 장벽을 넘어 천이가 일어나는지 는 변동의 강도에 의해 결정된다고 할 수 있으며 추계과정 이론을 기본으로 하여 천이 시간의 통계 학적 모멘트를 유도할 수가 있다(Gardiner, 1985

와 Demaree, 1990)

### 3.1 시스템의 흡수 및 반사 경계조건

FPE에 의해 표시된 함수비의 값이 어떠한 영역 R에 얼마나 오랫동안 머무르는지를 아는 것은 건조한 기후 상황에서 습한 상황으로 천이하는데 걸리는 시간과 같은 의미이므로 매우 중요하다고 할 수 있는데 이러한 문제의 해결은 FPE를 적용함으로써 얻어질 수가 있다. 시간  $t=0$  일때 함수비의 초기값이  $s$ 라 하고 다음을 만족하는 구간  $(a,b)$ 에 얼마나 오랫동안 그 값이 머무르는지를 알아보기로 하자.

$$a \leq s \leq b \quad (3.2)$$

함수비와 관련하여 다음과 같은 두 개의 경계조건을 생각해 볼 수가 있다. 첫째로 흡수 장벽( absorbing barrier)이라고 할 수 있는데 함수비 값이 경계에 도달하였을 때 영역 R로부터 그 값이 제거된다고 가정하는 것이다. 따라서 그 경계를 흡수 장벽이라고 부를 수가 있는데 결과적으로 경계에 존재할 확률은 0이고 경계로부터 함수비 값이 영역 R로 다시 들어올 확률도 0이다. 함수비 값이 잠재 장벽에 도달하게 되면 장벽의 다른 쪽으로 이동하게 되고 이전의 영역으로 되돌아 오지 않는다( 함수비 값이 장벽의 왼쪽에서 오른쪽으로만 이동한다고 가정하자). 따라서 흡수 장벽은 잠재 장벽에 적용되어질 수가 있다. 두번째로 반사 장벽( reflecting barrier)인데 함수비의 값이 영역 R을 떠나지 않는 것이다. 이 경우 함수비 값이 경계에서 반사되고 따라서 경계를 통한 확률의 흐름이 0이 된다. 함수비 값이 0인 경계를 생각할 때 함수비 값이 경계에 도달하게 되면 경계의 왼쪽(음의 함수비)으로는 이동하지 않고 오른쪽으로 다시 이동하게 된다. 따라서 반사 장벽은 함수비 값이 0인 경계에 적용되어질 수가 있다.

### 3.2 정상(stationary) 과정에서의 첫번째 천이 시간

Gardiner(1985)의 exit problem 연구에서 볼

수 있는 지배방정식의 유도과정에 위와 같은 함수비의 경계조건을 적용하기 위하여 경계  $a$ 와  $b$ 에 흡수 장벽이 있어 함수비 값이 경계  $a$ 와  $b$ 에 도달하면 영역 R로 부터 제거된다고 가정 할 수가 있다. 만일 아직 구간  $(a,b)$ 에 함수비 값이 존재한다면 그 구간을 지금까지 벗어나지 못했음을 의미한다. 이러한 조건하의 시간  $t$ 에서 함수비가 아직 구간  $(a,b)$ 에 있을 확률  $Z(s,t)$ 는 다음과 같다.

$$\int_a^b f(s', t|s, 0) ds' = Z(s,t) \quad (3.3)$$

함수비 값이 구간  $(a,b)$ 를 떠날 때의 시간을  $T$ 라 하면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{Prob}(T \geq t) = \int_a^b f(s,t|s,0) ds' \quad (3.4)$$

즉  $Z(s,t)$ 와  $\text{Prob}(T \geq t)$ 가 같음을 의미한다. 시스템이 정상 상태이므로 함수  $G(s)$ 는 시간에 무관하며  $Z(s,t)$ 는 다음 식을 따른다.

$$\frac{\partial}{\partial t} Z(s,t) = G(s) \frac{\partial}{\partial s} Z(s,t) + \frac{1}{2} \sigma^2 g^2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} Z(s,t) \quad (3.5)$$

이때의 경계조건은 다음과 같다.

$$Z(s,0) \begin{cases} = 1 & a \leq s \leq b \\ = 0 & \text{다른 경우} \end{cases} \quad (3.6)$$

$Z(s,t)$ 는  $T \geq t$ 일 확률이므로 평균 첫번째 이동 시간  $T(s)$ 와  $n$ 차 모멘트  $T_n(s)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$T(s) = \int_0^\infty Z(s,t) dt \quad (3.7)$$

$$T(s) = \int_0^\infty t^{n-1} Z(s,t) dt \quad (3.8)$$

식 3.7을 이용하고 식 3.5를  $(0, \infty)$ 에 대하여 적

분하면 다음과 같은  $T(s)$ 에 대한 간단한 상미분 방정식을 구할 수 있다.

$$G(s) \frac{\partial}{\partial s} T(s) + \frac{1}{2} \sigma^2 g^2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} T(s) = -1 \quad (3.9)$$

같은 방법으로  $n$ 차 모멘트를 구할 수가 있는데 첫 번째 이동시간의 모든 모멘트는 반복적인 적분에 의해 구할 수 있음을 나타낸다.

$$G(s) \frac{\partial}{\partial s} T_n(s) + \frac{1}{2} \sigma^2 g^2(s) \frac{\partial^2}{\partial s^2} T_n(s) = -n T_{n-1}(s) \quad (3.10)$$

이번에는 함수비값이 아직 구간  $(a,b)$ 에 있고  $a$ 에서의 장벽이 반사 장벽이라고 가정하기로 한다. 함수비의 변화가 음의 영역에 대하여 정의되지 않으므로 이러한 가정은 토양 함수비에 관한 모델에 대해 적용할 수가 있다. 따라서  $a=0$ 에서 반사 장벽이 있다고 가정할 수가 있으며 이때의 경계 조건들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial s} Z(a,t) = 0, \quad Z(b,t) = 0 \quad (3.11)$$

#### 4. 건조상태와 습한상태 사이의 평균 천이시간의 계산

##### 4.1 평균 천이시간의 수치해

천이시간의  $n$ 차 모멘트  $T_n$ 은 지배 방정식 3.10과 이에 대한 경계값 문제를 풀어서 구할 수가 있다. 잠재 장벽  $b$ 를 통한 건조(a)상태로부터 습한(c)상태로의 천이에 대한 경계조건은

$$T_n(s=b) = 0, \quad \frac{T_n}{\partial s} \Big|_{s=0} = 0 \quad (4.1)$$

이고 잠재 장벽  $b$ 를 통한 습한(c)상태로부터 건조(a)상태로의 천이에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$T_n(s=b) = 0, \quad \frac{T_n}{\partial s} \Big|_{s=1} = 0 \quad (4.2)$$

건조상태와 습한상태 사이의 평균 천이시간은  $n=1$ 을 사용하여 구할 수가 있다.

$$G(s) \frac{d}{ds} T(s) + \frac{1}{2} \sigma^2 g^2(s) \frac{d^2}{ds^2} T(s) = -1 \quad (4.3)$$

위의 이차 상미분 방정식은 서로 다른 경계조건들을 가지고 있는 두 개의 일차 상미분 방정식으로 표현할 수가 있다. 이 경계조건 문제는 shooting method와 Runge Kutta method를 사용하여 풀 수가 있는데 이 문제를 풀기 위하여 IMSL(International Mathematical and Statistical Libraries)의 IVP RK(fifth-to sixth-order Runge-Kutta integration technique)를 사용하였다.

##### 4.2 서로 다른 두가지의 환경조건에 대한 평균 천이시간의 계산

잡음에 의해 야기된 변동이 확정론적 식에 의한 평형해(equilibrium solution)와는 달리 두개의 선회하는 함수비값을 초래함을 보여주는데 앞에서 이 두 안정상태 사이의 평균 천이시간을 구하기 위한 방법에 대해 고찰했다. 이제부터 가상의 건조와 습윤한 기후조건에 대한 평균 천이시간을 구해 보기로 한다. 습윤한 기후에 대하여 평균 천이시간의 계산을 위해 사용된 모델 변수의 값이 다음과 같다:  $c=0.5$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $r=6.0$ ,  $\Omega=2.7$ , 그리고  $\sigma=1.0$  year (이 값들은 아마존강 유역에 해당하는 기후조건을 나타냄, Entekhabi, 1990). 이동강우(advective precipitation)  $P_a$ 와 잠재 증발산량  $E_s$ 는  $1.0$  m/year와  $1.5$  m/year를 사용하였고 토양의 유효깊이  $nZr$ 은  $1.2$  m로 가정하였다. 따라서 구해진 계수  $a$ 와  $b$ 의 값은 각각  $0.833$ /year와  $1.25$ /year이고 계수  $c=0.5$ 는 Pierce(1958)에 의해 제안된 상당히 식물이 있는 경우와 상응하는 값이다. 발생된 함수비 시계열의 평균치는  $0.54$ 이며 계산된  $\bar{s}/\Omega$  항은  $0.2$ 인데 이것은 재순환된 강우가 전체 강우의 약 17%임을 의미한다.

위의 값들을 사용한 함수비의 시간적인 변화가 그림 4.1에 나타나 있고, 그림 4.2에서 함수비의 확률분포함수가 있는데 습윤한 기후에 대해 확률분포함수는 두 개의 극대( $s_a=0.27$ 과  $s_c=0.94$ 에서)와 한 개의 극소( $s_b=0.66$ 에서)를 가지고 있다. 확률분포함수로부터 시스템이 낮은 함수비보다 높은 함수비에 자주 존재함을 알 수가 있는데 이것은 잠재 장벽( $s_b=0.66$ )을 극복하기가 별로 어렵지 않기 때문에 건조상태로 부터 습윤상태로의 천이가 비교적 짧은 시간에 일어남을 의미한다. 낮은 함수비(잠재 장벽의 왼쪽)로부터 높은 함수비(잠재 장벽의 오른쪽)로의 평균 천이시간이 그림 4.3에 나타나 있는데 함수비  $s_a=0.27$ (건조 상태)에서의 평균 천이시간이 약 2.2년임을 알 수가 있다. 이것은 잠재 장벽까지 이르는 시간이 약 1.1년이고 잠재 장벽에서 건조상태나 습윤상태로 이동할 확률이 같으므로 이 잠재 장벽을 극복하고 습윤한 상태로 천이되는 시간이 약 2.2년임을 의미한다.

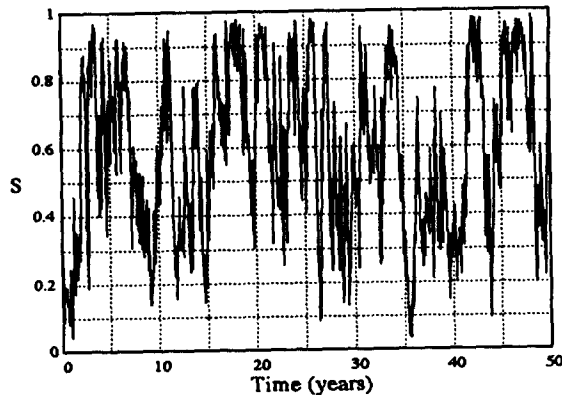


Figure 4.1 Time evolution of soil moisture content for the humid case

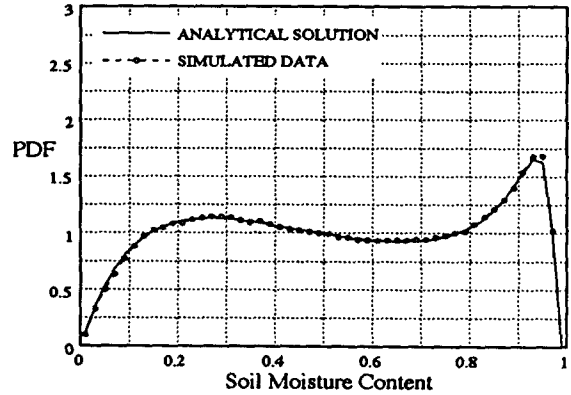


Figure 4.2 Probability distribution for the humid case

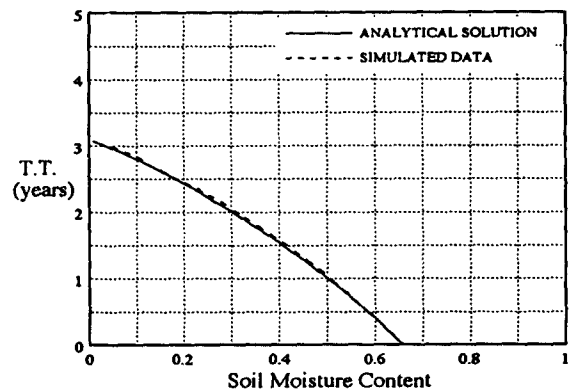


Figure 4.3 Predicted mean transition time for the humid case

이론적 결과를 확인하기 위해 5000년간의 자료를 발생시켜 발생된 함수비의 시계열로부터 평균 천이 시간을 계산하였다. 발생된 자료로부터 구한 평균 천이시간이 그림 4.3에 나타나 있는데 두 결과가 잘 일치하고 있음을 알 수가 있다. Demaree 등 (1990)의 연구로부터 표준편차와 왜곡도 계수를

구할 수가 있는데 표준편차가 평균과 같은 차수를 가지고 있으므로 시스템이 상당히 변화성이 많음을 알 수 있고 양의 왜곡도 계수값은 천이시간의 확률분포가 비대칭적이고 평균에 비해 작은 천이시간쪽으로 편중되어 있음을 의미하고 있다.

건조한 기후조건에 대하여서는 평균 천이시간 계산을 위해 다음과 같은 값을 사용하였다:  $c=1.0$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $r=6.0$ ,  $\Omega=0.5$ , 그리고  $\sigma=1.25\text{year}$  (Entekhabi, 1990). 이동강우  $P_a$ 와 잠재 증발산량  $E_p$ 은  $0.4\text{m/year}$ 와  $2.2\text{m/year}$ 를 사용하였고 토양의 유효깊이  $nZr$ 은  $0.5\text{m}$ 로 가정하였다. 따라서 계수  $a$ 와  $b$ 는 각각  $0.8/\text{year}$ 와  $4.4/\text{year}$ 로 계산되었으며 계수  $c=0.5$ 는 Thornthwaite 등(1955)과 Budyko(1956)에 의해 제안된 선형모델 경우와 상응하는 값이다. 발생된 함수비 계열의 평균치는  $0.26$ 이고 계산된  $\bar{s}/\Omega$ 항은  $0.52$ 인데 이것은 재순환된 강우가 전체 강우의 약 34%임을 의미하고 있다. 위의 값을 사용한 함수비의 시간적인 변화가 그림 4.4에 나타나 있고 그림 4.5에서 함수비의 확률분포 함수를 볼 수가 있는데 확률분포함수는 두 개의 극대( $s_a=0.12$ 와  $s_c=0.96$ 에서)와 한 개의 극소( $s_b=0.80$ 에서)를 가지고 있음을 알 수가 있다. 낮은 함수비로부터 높은 함수비로의 평균 천이시간이 그림 4.6에 나타나 있으며 함수비  $s_a=0.12$ 에서의 평균 천이시간이 약 5.7년임을 알 수가 있다.

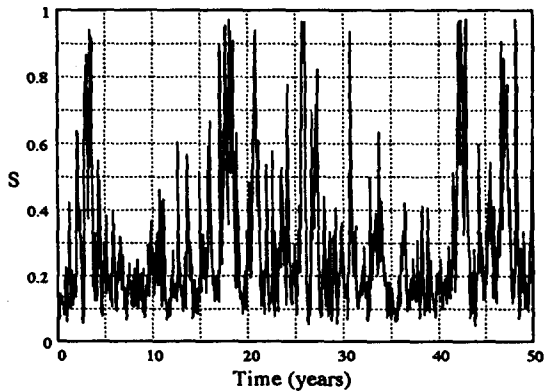


Figure 4.4 Time evolution of soil moisture content for the humid case

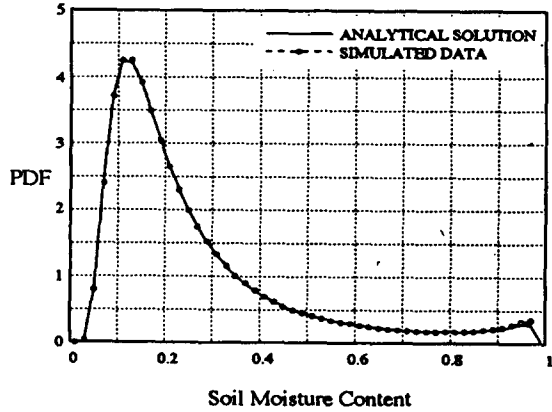


Figure 4.5 Probability distribution for the humid case

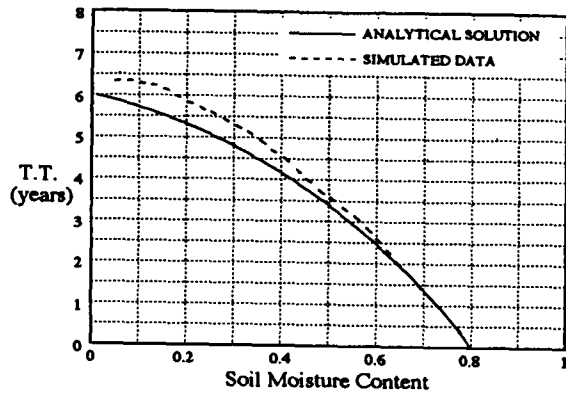


Figure 4.6 Predicted mean transition time for the humid case

### 5. 평균 천이 시간에 대한 불확실성 분석

물수지 모델을 사용하여 가상의 두 기후조건에 대한 평균 천이시간에 대한 분석을 하였다. 일반적으로 모델 변수들에 대한 정확한 값을 모르기 때문에 모델에는 불확실성이 존재하며 공간적 비균질성이 또한 모델 변수들의 정확한 결정에 어려움을 주고 있다. 모델에서의 무작위성이 토양수분의 함수로서 증발산량과 잠재 증발산량 사이의 관계를 나타내는 변수  $c$ 에 의해 기인한다고 가정하자. 변수  $c$ (다른 변수들도 마찬가지로)에 대한 우리의 지식에서 불확실성의 효과는 Monte-Carlo 모의 방법

에 의해 연구되어질 수가 있다(Rubinstein, 1981). Monte-Carlo 모의 과정에서 함수비의 확률분포함수가 서로 다른 변수값에 대하여 변화되어지기 때문에 각각의 실현(realization)에 대하여 잠재 장벽이 다르게 나타남에 유의하여야 한다. 따라서 전체의 실현에 대하여 가장 작은 잠재 장벽을 택하였고 나머지의 실현에 대한 평균 천이시간들을 가장 작은 잠재 장벽에 일치하도록 조정하였다.

습윤한 기후에 대하여 변수  $c$ 가 최소치 0.45와 최대치 0.9를 가지는 균등 분포를 하고 있다고 가정하고 Monte-Carlo 모의를 한 결과가 그림 5.1에 나타나 있다. 변수  $c$ 가 낮은 값( $<0.5$ )일 경우에 평균 천이시간이  $c=0.5$ 일 때와 비교하여 짧은 것을 알 수가 있는데 변수  $c$ 가 0.5보다 적다는 것은 식물이 잘 성장된 토양이고 습윤한 기후를 의미하며 변수  $c$ 가 0.5보다 큰 경우 시스템은 덜 습한 기후를 가지고 있고  $c=0.5$ 일 때와 비교하여 긴 평균 천이시간을 보여주고 있다. 다른 변수들에 대하여 생각하여 보자. 그림 5.2로부터 균등 분포  $U(0,1)$ 를 갖는 변수  $\epsilon$ 에 대하여 평균 천이시간이 변화하지 않음을 알 수가 있는데 이는 변수  $\epsilon$ 이 평균 천이시간에 영향을 미치지 못함을 의미한다. 변수  $r$ 에 대해서는 3부터 7까지 변화시켜 보았다. 습윤한 기후조건에 대하여 사용된 재순환 인자(feedback factor)  $\Omega$ 는 2.7이고 발생된 함수비값의 평균치는 0.54이다. 만일 전체 강우량에 있어서 재순환의 효과가 15%와 35%사이라면 재순환 인자  $\Omega$ 의 범위는 1.0과 3.0사이가 되는데 균등 분포  $U(1.0,3.0)$ 를 갖는 재순환 인자에 대하여 천이시간에 대한 영향을 알아 보았다.

계수  $a$ 에 대하여 이동강우  $P_s=1.0\text{m/year}$ 를 사용하였고 토양의 유효깊이  $nZr$ 을 0.8m부터 1.5m까지 변화시켰다. 따라서 계수  $a$ 의 범위는 0.6/year부터 1.25/year가 되지만 모델이 변수  $a$ 에 매우 민감하기 때문에 Monte-Carlo분석에서는 0.7/year부터 1.0/year사이의 값을 사용하였다. 비슷하게 계수  $b$ 에 대하여 잠재 증발산량  $E_p=1.5\text{m/year}$ 와 유효깊이  $nZr=0.8\text{m}-1.5\text{m}$ 의 값을 사용하여 계수  $b$ 의 범위 1.0/year-1.88/year를 구하였으며 Monte-Carlo모의에서는 변수  $b$ 의 범위를 1.0/year부터 1.8/year까지 사용하였다. 평균 천

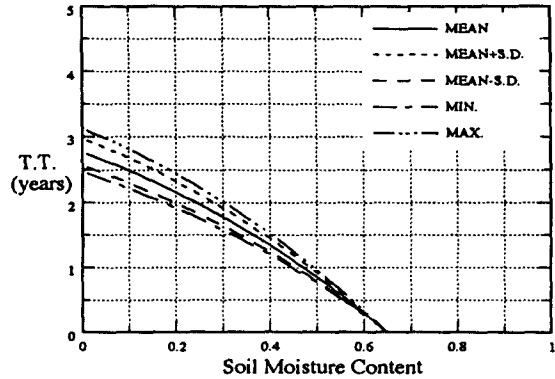


Figure 5.1 The results of uncertainty analysis of parameter  $c$  for the humid case

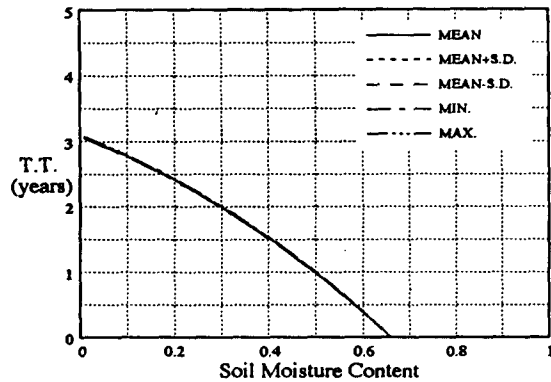


Figure 5.2 The results of uncertainty analysis of parameter  $\epsilon$  for the humid case

이 시간이 변수  $r$ ,  $\Omega$ ,  $a$  그리고  $b$ 에 민감함을 알 수가 있다.

변동의 강도  $\sigma$ 에 대해서도 불확실성 분석이 수행되었고 그 결과가 그림 5.3에 나타나 있다. 서로 다른 변동 강도는 모델의 안정상태의 수뿐만 아니라 분포의 모양과 위치를 변화시키며 변동의 강도가 커질수록 잠재 장벽을 통한 안정상태 사이의 평균 천이시간이 짧아지는데 그림 5.3으로부터 이 사실을 확인할 수가 있다. 마지막으로 모든 변수들에 대한 조합 불확실성 분석을 수행하였는데 이때  $c(0.45-0.9)$ ,  $\epsilon(0.0-1.0)$ ,  $r(3-7)$ ,  $\Omega(1-3)$ ,  $a$

(0.7/year-1.0/year),  $b(1.0/year-1.8/year)$ , 그리고  $\sigma=1.0year$ 를 사용하였고 결과가 그림 5.4에 나타나 있다. 위와 같은 방법으로 건조한 기후에 대해서도 불확실성 분석을 실시하였는데 각 변수들에 대하여 습한 기후조건과 비슷한 양상을 보여주고 있다.

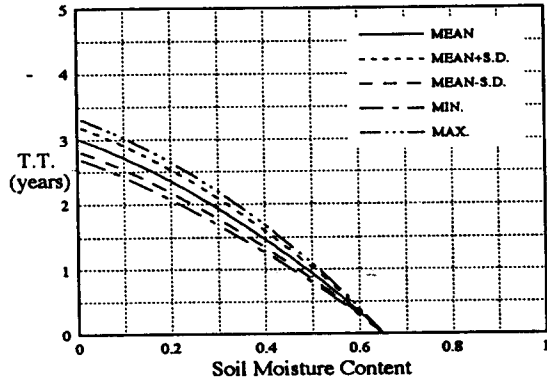


Figure 5.3 The results of uncertainty analysis of parameter  $\sigma$  for the humid case

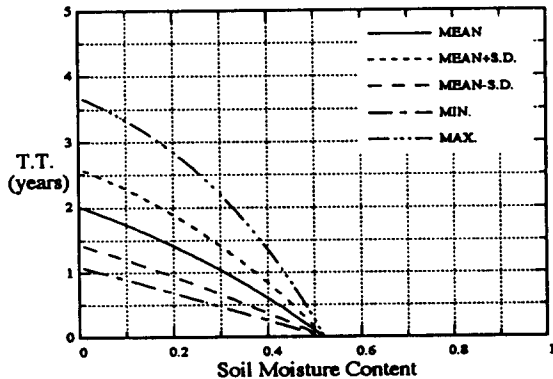


Figure 5.4 The results of uncertainty analysis of all parameter for the humid case

### 6. 결 론

넓은 지역에 대한 물의 재순환 과정이 조합되어 질 때 토양 수분에 대한 물수지 모델은 가끔 서로 다른 기후 변수에 대해 어떤 통계학적 구조를 보여 준다. 안정상태 주위에 머무르던 함수비의 값이 충분히 강한 변동에 의하여 또다른 안정상태로 이동하게 되며 강한 주위환경 변동이 이전의 안정상태로 이동시키기 전까지는 그 새로운 안정상태에 머

무르게 된다. 본 연구에서는 통계학에서 사용되어 지는 기존의 exit problem과 관련한 지배방정식에 물수지 방정식과 함수비의 경계조건들을 적용함으로써 수문 및 수문기상분야에서 관심있는 가뭄기와 홍수기사이의 천이시간을 구할 수 있는 방법을 제시하였다. 거주시간의 평균값과 고차 모멘트로부터 알 수 있는 두개의 안정상태의 상대적 안정성을 통한 교체되는 기간의 통계학적 예측을 하기 위하여 서로 다른 기후조건에 따른 모델의 안정상태사이의 평균 천이시간을 구하였다.

아마존 유역과 관련된 두 가지의 기후 형태에 대하여 습윤한 기후조건에서는 건조상태( $s_0=0.27$ )로부터 잠재 장벽( $s_0=0.66$ )을 통하여 습한상태로 이동하는데 약 2.2년이 소요되었고 건조한 기후 조건에서는  $s_0=0.12$ 로부터  $s_0=0.8$ 을 통과 하는데 5.7년이 소요되었다. 건조한 기후조건에서의 평균 천이시간이 습윤한 기후조건보다 약 2.5배 크게 나왔는데 건조한 조건에서는 낮은 함수비로부터 높은 함수비로의 천이가 어렵지만 습윤한 조건에서는 상대적으로 쉽기 때문이다.

모델의 불확실성 분석은 평균 천이시간이 변수를 제외하고는 모든 변수에 매우 민감하게 반응함을 보여주고 있다. 주위 환경변동에 대해서도 불확실성 분석을 하였는데 변동 강도의 변화에 의하여 함수비의 장기 확률밀도함수의 안정상태의 수뿐만 아니라 위치 및 분포의 모양이 변한 것을 보았다. 변동의 강도가 클수록 잠재 장벽을 통한 안정상태사이의 평균 천이시간이 짧아짐을 알았다.

본 연구에서 수행된 방법으로부터 넓은 지역에 있어서의 기후 상태와 변화에 소요되는 시간 즉 가뭄기와 홍수기 사이의 천이시간을 구할 수가 있으며 특히 매우 다양한 지속 기간을 보이는 함수비 및 강우에서의 급격한 변화와 관련된 중요한 특성을 얻을 수가 있겠다.

### 참 고 문 헌

1. Arnold, L., "Stochastic Differential Equation: Theory and Applications", Wiley, New York, 1974.
2. Budyko, M.I., "Climate and Life", Academic



- Press, New York, pp. 508, 1974.
3. Demaree, G.R. and C. Nicolis, "Onset of Sahelian Drought Viewed as a Fluctuation-induced Transition", *Quart. J. of Roy. Meteor. Soc.*, 116, pp. 221-238, 1990.
  4. Entekhabi, D., Personal Communication, 1990.
  5. Gardiner, C.W., "Handbook of Stochastic Method for Physics, Chemistry and the Natural Sciences", Springer Verlag, Berlin, pp. 560, 1983.
  6. Matkowsky, B.J. and Z. Schuss, "The Exit Problem for Randomly Perturbed Dynamical Systems", *SISM J. Appl. Math.* Vol. 33, No. 2 September, pp. 365-382, 1977.
  7. Pierce, L.T., "Estimating Seasonal and Short Term Fluctuations in Evapotranspiration from Meadow Crops", *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 39, pp. 73-78, 1958.
  8. Rodriguez-Iturbe, I., D. Entekhabi, and R.L. Brass, "Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales, 1. Stochastic Analysis", *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 8, pp. 1899-1906, 1991a.
  9. Rodriguez-Iturbe, I., D. Entekhabi, J.S. Lee, and R.L. Brass, "Nonlinear Dynamics of Soil Moisture at Climate Scales, 2. Chaotic Analysis", *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 8, pp. 1907-1915, 1991b.
  10. Rubinstein, R.T., "Simulation and the Monte-Carlo Method, John Wiley & Sons, New York, 1981.
  11. Schuss, Z. and B.J. Matkowsky, "The Exit Problem: A New Approach to Diffusion Across Potential Barriers", *SISM J. Appl. Math.*, Vol. 35, No. 3, June, pp. 604-623, 1979.
  12. Thornthwaite, C.W. and J.R. Mather, "The Water Budget and Its Use in Irrigation", *The Yearbook of Agriculture*, U.S. Dep. of Agriculture, Washington, D.C., pp. 346-358, 1955.

(접수 : 1월 29일)