한국소음진동공학회지 제 4 권 제 4 호, pp. 487~496, 1994.

〈論 文〉

# 다층 점탄성재료의 진동감쇠 특성에 관한 연구

## Vibration Damping Analysis of Multi-Layered Viscoelastic Material

윤 영 식*·황 동 환**·이 상 조***
Young-Sik Yoon, Dong-Hwan Hwang, and Sang-Jo Lee

〈1994년 10월 13일 접수 ; 1994년 12월 7일 심사완료〉

**ABSTRACT**

Recently, the application of viscoelastic material in the field of vibration isolation has gradually increased due to its achievement in structural damping capacity, and many of the theoretical and experimental study has been carried out. In this study, the dynamic characteristics of the visoelastically supported cantilever beam, of which govering equation is based on the Bernoulli-Euler equation, is analyzed theoretically and experimentally. Expression for stiffness of multi-layered viscoelastic materal has been developed using variables such as frequency and number of layers, and further, based on this expression, damping characteristic of the beam is investigated with experimental verification.

## 1. 서 론

점탄성재료는 내부 마찰에 의한 에너지 발산이 매우 크고 경제성, 성형성, 구하기 쉬운 점 등 감쇠재료로서의 많은 장점을 갖고 있으므로 오랜 기간동안 기계 및 건축구조물의 방진, 방충 및 공진제어의 수단으로 이용되어 왔다. 그러나 일반적으로 금속의 물성치가 대체로 일정한 값을 갖는 것에 반해 점탄성재료의 물성치는 주변환경과 경계조건 등에 의해 크게 변화하며, 점탄성재료가 큰 힘이 요구되는 기계구조의 연결부나 건축물의 연결부위 등에 사용될 경우엔 비교적 약한 강성으로 인해 지지자체에 문제를 일으킬 수 있다. 따라서 이러한 문제 등으로 인하여 점탄성재료가 큰 하중이 작용하는 조건하에서 사용될 경우엔 주변환경의 영향을 고려하는 것에 덧붙여 높은 강성과 큰 감쇠효과를 동시에 얻을 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다. 실제로 Kravchenko[1]등은 고무과 같은 점탄성재료와 얇은 강판을 여러겹 적층한 '고무-철 적층판'을 만들어 배관이나 리벳 이음부 등에 적용시킨 결과 감쇠성능을 유지하면선 강성의 향상을 가져올 수 있음을 보였다. 이와같이 감쇠 적층판은 적층시 접착의 조건 등 제작상의 문제에만 약간의 주의를 기울이면 손쉽게 구할 수 있는 고무등의 점탄성재료와 얇은 강판만으로 수월하게 제작할 수 있고 경제적으로 많은 잇점이 있으므로 방진분야에 널리 응용될 수 있을 것으로 보인다.

본 논문에서는 Fig. 1과 같이 점탄성재료와 얇은 강판을 여러겹 적층한 감쇠재료를 두께, 적층수, 면적등을 달리해 제작한 후 외팔보의 지지부에 삽입하여 감쇠재료들에 의한 보의 진동과 감쇠효과를 이론 및 실험적으로 살펴보고자 한다.

이를 위해선 점탄성재료와 탄성계수와 손실계수를 정확히 알아내는 것이 필요하므로 점탄성시편에 대한 적절한 모형을 도입한 후 임피던스법을 이용하여 복소탄성계수를 구한다. 여기서 얻은 물성치를 기초

*건양대학교 기계공학과
**연세대학교 공과대학 기계공학과 대학원
***정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

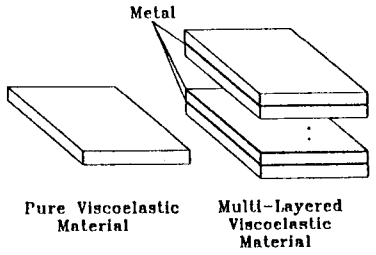


**Fig. 1** Multi-latered viscoelastic material

로 '고무-철 적층판'의 복소탄성계수를 적층수, 두께, 면적 등을 고려하여 표현하고 외팔보는 Bernoulli-Euler보로 가정하여 지지부의 감쇠효과가 보 전체에 미치는 영향을 해석하였다. 또한 적층판에 가하는 초기 정적하중을 변화시키며 이것이 재료의 감쇠성능에 어떠한 영향을 주는지 고찰하였다. 실험에 사용된 점탄성 재료는 우레탄이 적용되었다.

## 2. 이 론

### 2.1 점탄성 재료의 물성치 추출을 위한 모델

시편에 가한 힘과 변위를 측정하여 복소탄성계수를 추출하기 위해서는 시편을 적절한 모델로 표현하는 것이 중요하다. 본 논문에서는 시편을 가장 간단한 Kelvin-Voight모델로 묘사하였다.

Kelvin-Voight모델은 주파수가 증가할수록 다른 엄밀한 모델에 비해 오차가 증가하지만[2], 본 논문에서 설정한 외팔보의 가진 주파수 범위안에서의 오차가 미미하므로 모델의 선정에는 문제가 없다고 볼 수 있다. 여기서 시편의 단면은 일정하고 재질은 균일하며 등방성의물질로 가정한다. 또한 응력과 변형율의 관계는 선형적이며 시편에 가하는 힘은 구동부에서 측정하는 것으로 한다.

Kelvin-Voight모델은 Fig. 2에서 보듯이 강성과 감쇠가 병렬로 연결된 형태이며 구동부($x=0$)에서 변위$u(0,\ t)=U\exp(j\omega t)$를 작용시키면 임의의 거리 $x$에서의 변위는 식(1)과 같다.

$$u^*(x,\ t)=[1-x/L]\,U\exp(j\omega t) \tag{1}$$

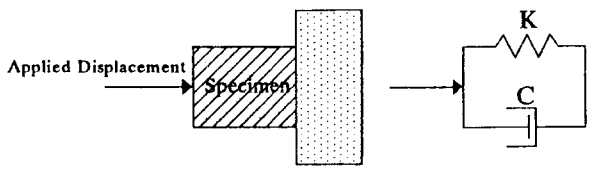


**Fig. 2** Kelvin-voight model

따라서 변형율은 거리 $x$에 관계없이 일정하며 식(2)와 같이 구해진다.

$$\frac{du^*(x,\ t)}{dx}=-\frac{U}{L}\exp(j\omega t) \tag{2}$$

또한 측정되는 힘은

$$F^*=-E_k^*A\frac{du^*(x,\ t)}{dx}=E_k^*A\frac{U}{L}\exp(j\omega t) \tag{3}$$

따라서 입력변위에 대한 힘의 비는 식(4)와 같다.

$$\frac{F^*_{x=0}}{u^*(0,\ t)}=\frac{E_k^*A}{L} \tag{4}$$

여기서 $A$와 $L$은 각각 시편의 단면적과 길이이다.

### 2.2 형상 계수(Shape Factor)에 대한 고려

점탄성재료가 계의 일부를 구성할 때 역학적 성질은 점탄성재료 자체의 성질 뿐만 아니라 그 기하학적 형상과 경계조건에 의해서도 영향을 받는다. 이러한 조건의 영향을 고려하기 위해서, 하중을 받지 않는 면적에 대한 하중을 받는 면적의 비인 형상계수를 도입할 수 있다. 일반적으로 점탄성재료의 겉보기 탄성계수 $E_a$는 형상계수 $S$의 함수로 식(6)과 같이 표현할 수 있다[3].

$$E_a^*(\omega)=(1+\beta S^2)E^*(\omega) \tag{6}$$

여기서 $\beta$는 점탄성재료의 기하학적형상과 화학적 구성성분에 관련된 상수로서 보통 1.5~2.0의 값을 가지며 경화제가 첨가되지 않은 원형 또는 사각형의 단면의 점탄성 재료의 경우 2.0의 값을 가진다.

따라서 실제 점탄성 재료의 탄성계수는 식 (7)과 같다.

$$E^*(\omega)=\frac{1}{(1+\beta S^2)}E^*{}_a(\omega) \tag{7}$$

### 2.3 점탄성재료 물성치의 주파수에 관한 표현

점탄성재료는 외부에서 힘이 가해질 경우 에너지의 일부를 복원 가능한 탄성에너지로 저장하고 나머지는 열에너지 등을 발산시켜 버리는 성질을 가진 재료로서 강성과 감쇠성을 동시에 지니고 있다. 일반적으로 점탄성재료의 성질은 비선형이나 변형률이 상대적으로 작다면 선형으로 간주하여 그 동특성을 탄성계수 $E$와 손실계수 $\eta$로 표현할 수 있다. 이 두 인자는 보통 식 (8)과 같이 복성탄성계수로 표현되어진다.

$$E^*(\omega)=E(\omega)(1+j\eta(\omega)) \tag{8}$$

점탄성재료는 환경조건에 따라 그 동특성이 크게 변한다. 그 중 중요한 것으로는 온도, 주파수, 정적 초기변형률, 동적변형률 등이 있으며 온도가 일정하다는 조건이라면 점탄성재료의 탄성계수와 손실계수를 주파수의 함수로 표현할 수 있다.

점탄성재료는 구성성분에 따라 주파수에 따른 동특성이 각각 다르며, 이들 동특성을 표현하는 많은 식들이 발표되었다. 그런데 점탄성 재료는 일반적으로 주파수가 높아짐에 따라 탄성계수가 증가하며 손실계수도 종탄성계수와 어느정도의 관련성을 갖고 변화함이 알려져 있으므로 다양한 점탄성재료에 대해 동적거동을 묘사할 수 있는 식을 구할 수 있다.

일반적인 점탄성재료의 거동을 묘사하는 여러식 가운데 식 (9)와 같은 것이 있다[4].

$$E^*(\omega)=\check{E}+(\hat{E}-\check{E})(1-\phi) \tag{9}$$

여기서 $\check{E}$와 $\hat{E}$는 주파수에 대한 재료의 최소 탄성계수, 최대 탄성계수를 나타내며 $\phi$는 주파수의 함수로 식 (10)을 같은 조건을 만족시킨다[4].

$$\lim_{\omega\to 0}=1,\quad \lim_{\omega\to\infty}=0 \tag{10}$$

식 (10)의 조건을 만족시키는 함수로 식 (11)과 같은 것이 있다[4].

$$\phi=\frac{1}{1+(\beta\omega)^n} \tag{11}$$

이때 상수 $\beta$, $n$은 재료상수로서 실험을 통해 구하는 값이며 손실계수는 탄성계수와 식 (12)의 관계가 있음이 알려져 있다.

$$\eta(\omega)=\frac{\pi}{2}\frac{d[\ln E(\omega)]}{d[\ln(\omega)]} \tag{12}$$

따라서 최종적인 탄성계수와 손실계수의 표현은 식 (13), (14)와 같다.

$$E^*(\omega)=\check{E}+(\hat{E}-\check{E})\left[1-\frac{1}{1+(\beta\omega)^n}\right] \tag{13}$$

$$\eta(\omega)=\frac{n\pi(\hat{E}-\check{E})(\beta\omega)^n}{2E(\omega)[1+(\beta\omega)^n]^2} \tag{14}$$

### 2.4 강판과 함께 적층된 점탄성 재료의 물성치 표현

점탄성재료와 강판이 적층된 복합재료에서 감쇠효과는 적층된 점탄성재료의 수가 증가할수록 커지며, 강성은 강판의 수가 늘어나면 증가하는 반면 점탄성재료의 적층수가 늘어나면 감소하게 된다. 따라서 강판의 강성에 대한 효과와 점탄성재료의 감쇠에 대한 효과는 각각의 층이 병렬스프링으로 구성되어 있는 것으로 표현하고, 점탄성재료가 적층됨에 따른 강성에 대한 효과는 점탄성재료가 직렬스프링으로 배열된 것으로 보아 각각을 합성하여 식 (15)와 같은 전체 계에 대한 복소탄성계수를 얻을 수 있다.

$$E^*(\omega)=\gamma\eta_s E_s+\frac{E_{ar}}{\eta_r}+jn_r E_{ar}\eta \tag{15}$$

$$=\frac{\gamma n_s n_r E_s+E_{ar}}{n_r}+jn_r E_{ar}\eta$$

여기서 $E_s$, $E_{ar}$은 각각 강판의 탄성계수와 점탄성재료의 겉보기 탄성계수이며 $n_s$, $n_r$은 각각 적층된 강판과 점탄성재료의 수를 나타낸다. 또한 $\gamma$는 강판이 복합재료 내에서 강성의 증가에 영향을 미치는 정도를 나타낸다.

식 (13)~(14)를 대입하여 정리하면 식 (16)과 같다.

$$E^*(\omega)=\frac{\gamma n_s n_r E_s+(1+\beta S^2)\left(\check{E}+\hat{E}\left[1-\frac{1}{1+(\beta\omega)^n}\right]\right)}{n_r}$$

$$+j\eta_r\left(\frac{n\pi\hat{E}(\beta\omega)^n}{2[1+(\beta\omega)^n]^2}\right) \tag{16}$$

### 2.5 점탄성재료를 지지부에 삽입한 외팔보의 거동해석

지지부에 삽입한 '점탄성재료-철 적층판'의 감쇠효과를 포함한 외팔보의 지배방정식을 확장된 해밀턴의 방정식을 이요하여 유도한다. Fig. 3과 같이 방진재로 길이 $l_1$만큼 지지된 전장 $l$, 두께 $b$, 두께 $h$인 외팔보를 지지부에 조화가진변위 $u$를 주어 가진시킨다. 보의 지지부분을 영역 I, 자유단 부분을 영역 II라 하고 각 영역의 좌단을 원점으로 잡아 각각 $O_1$, $O_2$라 하면 보에 평행한 $x_i$축, 이에 수직한 $y_i$축 및 축 방향 보의 변위 $w_i$를 정의할 수 있다. 방진재의 감쇠가 포함된 지지부의 강성은 구조감쇠를 고려하여 $x_i$방향의 단위길이당 복소 스프링 계수$k^*$로 표현한다.

만일 보의 폭과 두께가 길이에 비하여 충분히 작으면 전단과 회전관성 영향을 무시할 수 있으므로, 임의의 $x$에서의 변위 $w(x,t)$가 오로지 굽힘에 의하여 일어난다고 가정하면 굽힘에 의한 회전각 $\phi$는

$$\phi_i=\frac{\partial w_i}{\partial x_i}\quad (i=1,\ 2) \tag{17}$$

가 되며 굽힘모멘트 $M_i$는 식 (18)과 같다.

$$M_i=EI\frac{\partial\phi_i}{\partial x_i} \tag{18}$$

여기서, $E$는 보의 탄성계수이며 $I$는 보의 단면 2

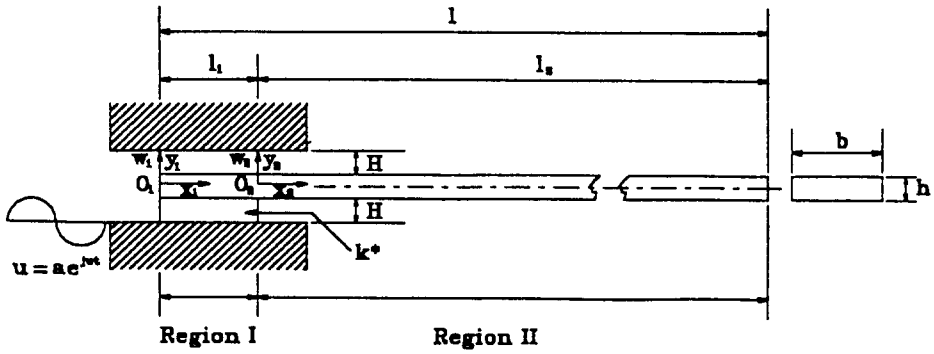


**Fig. 3** Modelling of cantilever beam with viscoelastic inserts

차 관성모멘트이다.

한편 보의 운동에너지는 식 (19)와 같다.

$$T=\frac{1}{2}\int_0^l m[\dot{w}]^2dx=\frac{1}{2}\int_0^l m\left[\frac{\partial w}{\partial t}\right]^2dx \qquad (19)$$

여기서, $m$은 단위길이당 질량이다.

이를 이용하면 영역 Ⅰ과 영역Ⅱ에 대한 운동에너지 $T_1$과 $T_2$는 각각

$$T_1=\frac{1}{2}\int_0^{l_1} m\left[\frac{\partial w}{\partial t}\right]^2dx_1 \qquad (20)$$

$$T_2=\frac{1}{2}\int_0^{l_2} m\left[\frac{\partial w_2}{\partial t}\right]^2dx_2 \qquad (21)$$

가 되며 운동에너지의 변분 $\delta T_i$는

$$\delta T_i=\int_0^{l_i} m\left[\frac{\partial w_i}{\partial t}\right]\delta\left[\frac{\partial w_i}{\partial t}\right]dx_i \quad (i=1,\ 2) \qquad (22)$$

가 된다.

일반적으로 보에 대한 가상일은 보존일과 외력에 의한 비보존일로 정의된다.

$$\begin{aligned}\delta W&=\delta W_c+\delta W_{nc}\\&=-\delta V+\delta W_{nc}\end{aligned} \qquad (23)$$

여기서, $V$는 포텐셜 에너지를 의미하며 식 (24)와 같이 표현된다.

$$V=\frac{1}{2}\int_0^l M\frac{\partial\phi}{\partial x}dx=\frac{1}{2}\int_0^l EI\left[\frac{\partial\phi}{\partial x}\right]^2dx \qquad (24)$$

베이스부분이 가진될 때 보에 전달되는 에너지의 소산을 가진변위와 보변위의 차로 표현하고 이러한 에너지 소산은 점탄성 재료에 의해 오직 지지부에서만 일어난다고 가정하면 영역 $I$에서의 가상일은

$$\delta W_1=-\delta V_1+\delta W_{nc1} \qquad (25)$$

여기서, $\delta V_1$은

$$\delta V_1=\int_0^{l_1} EI\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}dx_1 \qquad (26)$$

이 되며 비보존일항 $\delta W_{nc1}$은 가진변위, 보변위 및 지지부의 복소 스프링 계수와의 관계를 이용하여 식 (27)과 같이 표현한다 (단위길이 당복소 스프링 계수 $k^*=2\frac{E^*b}{H}$, 여기서 $E^*$는 점탄성 재료의 복소탄성계수, $b$와 $H$는 각각 점탄성 재료의 폭과 두께)

$$\delta W_{nc1}=\int_0^{l_1} k^*(u-w_1)\,\delta w_1dx_1 \qquad (27)$$

영역Ⅱ에서는 외력에 의한 에너지 소산이 존재하지 않으므로 $\delta w_2$는 $-\delta V_2$와 같다.

이제 에너지항들을 해밀턴원리에 대입하여 식 (28)과 같이 각 영역에 대한 지배방정식을 유도한다.

$$m\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2}+EI\frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4}+F_ik^*(W_i-u)=0 \qquad (28)$$

여기서 $F_i$는 지지부와 자유단을 구분하기 위한 상수로 첨가 $i$가 1일때는 지지부를, 2일때는 자유단부를 말한다. 따라서 $F_1=1$, $F_2=0$일이다.

보에 대한 가진 변위를 $u=ae^{j\omega t}$, 이에 대한 응답을 $w_i=W_ie^{j\omega t}$라 하고 이를 식 (28)에 대입하면 최종적으로 식 (29)와 같은 지배방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial^4 W_i}{\partial x_i^4}-(\zeta^4-F_ik^*)\,W_i-F_iK^*a=0 \qquad (29)$$

식 (29)에서 $\zeta^4=\frac{m\omega^2}{EI}$, $K^*=\frac{k^*}{EI}$이다.

이제 베이스 가진에 대한 지지부의 감쇠를 고려한 식 (29)의 일반해는 식 (30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}W_i(x_i)=&\frac{-F_iK^*a}{\zeta^4-F_iK^*}+A_i\sin\alpha_ix_i\\&+B_i\cos\alpha_ix_i+C_i\sinh\alpha_ix_i+D_i\cosh\alpha_ix_i\end{aligned} \qquad (30)$$

여기서 $\alpha_i=\zeta^4-F_ik^*$이다.

일반해의 계수를 결정하기 위한 경계 및 접속 조건은 식 (31)과 같다.

$x_1=0$일때

$$\frac{\partial^2 W_1(0)}{\partial x_1^2}=0,\quad \frac{\partial^3 W_1(0)}{\partial x_1^3}=0 \tag{31}$$

$x_1=l_1$, $x_2=0$일 때

$$W_1(l_1)=W_2(0),\quad \frac{\partial W_1(l_1)}{\partial x_1}=\frac{\partial W_2(0)}{\partial x_2}$$
$$\frac{\partial^2 W_1(l_1)}{\partial x_1^2}=\frac{\partial^2 W_2(0)}{\partial x_2^2} \tag{32}$$
$$\frac{\partial^3 W_1(l_1)}{\partial x_1^3}=\frac{\partial^3 W_2(0)}{\partial x_2^3}$$

$x_2=l_2$에 대해서

$$\frac{\partial^2 W_2(l_2)}{\partial x_2^2}=0,\quad \frac{\partial^3 W_2(l_2)}{\partial x_2^3}=0 \tag{33}$$

따라서 식 (30)을 경계 및 접속 조건 (31)~(33)에 대입하여 다음의 8개의 방정식을 얻은 후 이로부터 상수 $A_i-D_i$의 값을 구하여 계의 각종 상수가 결정되었을 경우 보의 응답 $W_i$를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
&-\alpha_1^2 B_1+\alpha_1^2 D_1=0\\
&-\alpha_1^3 A_1+\alpha_1^3 C_1=0\\
&\frac{-K^* a}{\zeta^4-K^*}+A_1\sin\alpha_1 l_1+B_1\cos\alpha_1 l_1\\
&\quad+C_1\sinh\alpha_1 l_1+D_1\cosh\alpha_1 l_1-B_2-D_2=0\\
&\alpha_1 A_1\cos\alpha_1 l_1-\alpha_1 B_1\sin\alpha_1 l_1+\alpha_1 C_1\cosh\alpha_1 l_1\\
&\quad+\alpha_1 D_1\sinh\alpha_1 l_1-\alpha_2 A_2-\alpha_2 C_2=0\\
&-\alpha_1^2 A_1\sin\alpha_1 l_1-\alpha_1^2 B_1\cos\alpha_1 l_1+\alpha_1^2 C_1\sinh\alpha_1 l_1\\
&\quad+\alpha_1^2 D_1\cosh\alpha_1 l_1+\alpha_2^2 B_2-\alpha_2^2 D_2=0\\
&-\alpha_1^3 A_1\cos\alpha_1 l_1+\alpha_1^3 B_1\sin\alpha_1 l_1+\alpha_1^3 C_1\cosh\alpha_1 l_1\\
&\quad+\alpha_1^3 D_1\sinh\alpha_1 l_1+\alpha_2^3-\alpha_2^3 C_2=0\\
&-\alpha_2^2 A_2\sin\alpha_2 l_2-\alpha_2^2 B_2\cos\alpha_2 l_2\\
&\quad+\alpha_2^2 C_2\sinh\alpha_2 l_2+\alpha_2^2 D_2\cosh\alpha_2 l_2=0\\
&-\alpha_2^3 A_2\cos\alpha_2 l_2+\alpha_2^3 B_2\cos\alpha_2 l_2\\
&\quad+\alpha_2^3 C_2\cosh\alpha_2 l_2+\alpha_2^3 D_2\sinh\alpha_2 l_2=0
\end{aligned} \tag{34}$$

## 3. 실 험

### 3.1 점탄성재료의 물성치 추출

점탄성재료는 강성과 감쇠를 동시에 갖고 있는 재료로서 그 물성치는 식 (8)에 나타낸 것과 같은 복소탄성계수로 주로 표현된다. 점탄성재료의 동적물성치인 탄성계수 $E(\omega)$와 손실계수 $\eta(\omega)$를 실험적으로 구하는 방법으로는 크게 공진법과 비공진법이 있으며, 본 논문에서는 전체 가진 주파수 범위에서

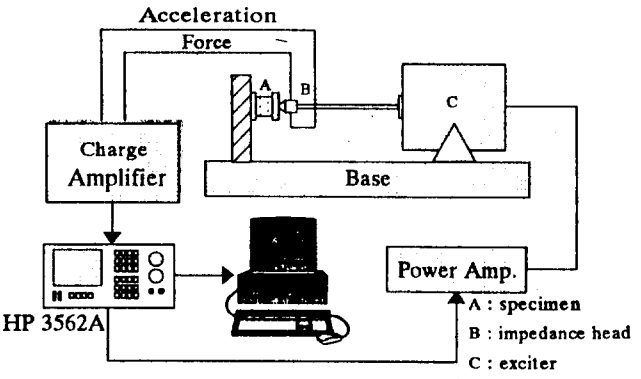


**Fig. 4** Experimental set-up of impedance measurement

물성치를 추출하는 방법으로서 물성치의 주파수에 따른 변화가 심한 경우에 유용한 방법인 비공진법중에서 주파수를 연속적으로 변화시키면서 시편에 가하는 힘과 변위와의 관계로서 물성치를 추출하는 임피던스법을 이용하였다.

실험장치의 개략적인 모습은 Fig. 4와 같다. 본 논문에 사용된 재료는 우레탄이며 시편은 원기둥모양의 블록형 시편으로 우레탄의 경우 단면의 직경과 높이가 25mm의 것이 사용되었다. 가진은 HP3562A 신호 분석기를 이용하여 정현파 신호를 발생시킨 후 이 신호를 가진기 구동앰프를 통해 증폭시켜 가진기에 입력시켰고 시편을 가진시켰을 때 나타나는 힘과 가속도를 시편의 구동부에 부착한 임피던스 헤드를 통해 측정하였다.

식 (4)를 이용하여 Kelvin-Voight모델에 대한 시편의 탄성계수와 손실계수를 나타내면 다음과 같다. 여기서 $B$와 $\phi$는 각각, 시편에 대해 측정한 가속도와 힘 사이의 비 $\frac{F}{a}(\omega)$의 진폭과 위상이다.

$$E_k(\omega)=\omega^2\frac{A}{L}[B(\omega)\cos\phi(\omega)] \tag{35}$$

$$\eta_k(\omega)=\tan\phi(\omega) \tag{36}$$

Fig. 5는 우레판 시편에 대해 임피던스법으로 측정한 $\frac{F}{a}(\omega)$의 진폭과 위상으로부터 점탄성 재료의 탄성계수와 손실계수를 Kelvin-Voight모델을 통해 구한 것으로, 실험을 통해 얻은 data를 식(35), (36)에 대입하여 구한 값이다. 그림에서 알 수 있듯이 탄성계수및 손실계수는 주파수에 대하여 증가하는 경향을 보이고 있으며, 손실계수의 경우 100 Hz이하의 영역에서 보이는 피크는 구성계의 공진점 부근이다. 이 공진점 부근에서 손실계수가 최대치를 나타낸다는 것에 주목할 필요가 있다.

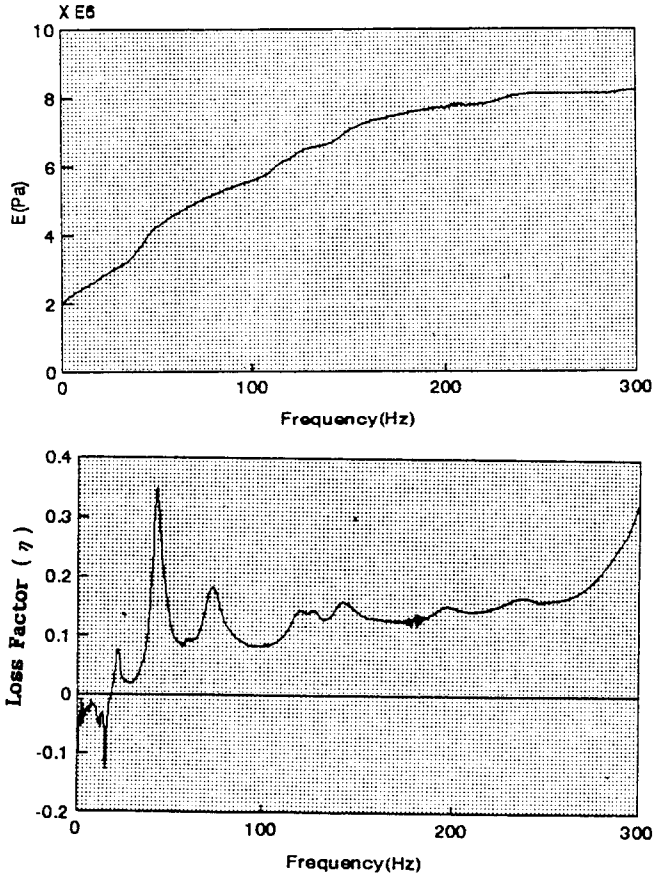


Fig. 5 Complex modulus of a urethance estimated by the inpedance method

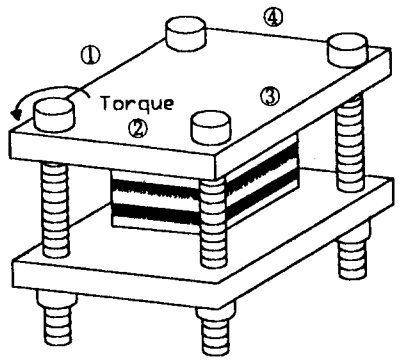


Fig. 6 Measurement of static elasic modulus

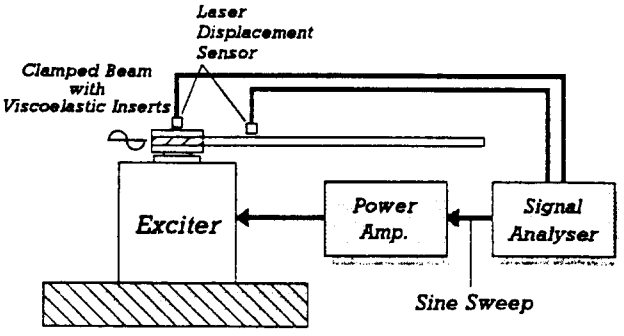


Fig. 7 Schematic diagram of experimental set-up

### 3.2 점탄성재료 물성치에 대한 정적 초기하중과 형상의 영향

식(16)의 $\gamma$는 정적 상태에서 우렌탄-적층판에 하중 p를 가한 후 이로 인한 변형량 $\delta$를 측정하여 탄성계수를 구하고 이를 식(16)에서 $\omega$가 0인 식(37)을 이용하여 구한다.

$$E(0)=\frac{\gamma n_s n_r E_s+\tilde{E}}{n_r} \tag{37}$$

여기서 하중 P는 토오크 렌치를 이용하여 Fig. 6에서 볼 수 있는 4개의 M4볼트를 일정한 세기로 조임에 의해서 얻고, 이 때 압축되는 변형량을 ①-④의 4개 지점에서 측정해 평균을 취하여 변형량 $\delta$를 얻었다.

토오크 $T$와 체결력 $P$와는 다음의 관계가 있다.

$$T=Pr\tan(\beta+\rho) \tag{38}$$

여기서 $r$는 M4볼트의 유효반지름인 3.545mm이며 ß는 리이드각으로 3.596°, $\rho$는 마찰각으로 13°이다.

($\beta=\tan^{-1}\left(\frac{l}{\pi d_2}\right)$ $d_2$ : 유효반지름 $l$(리이드)$=ip$, $i$는 줄수, $p$는 피치)

한편 적층판의 물성치는 구성재료의 폭, 두께 등의 기하학적 형상에 의해서도 영향을 받으므로 형상계수를 통하여 이들의 영향을 살펴볼 필요가 있다. 예를 들어 폭 $B$, 길이 $L$, 높이 $H$의 다층점탄성재료가 $N$개의 점탄성재료 층과 두께가 $D$인 $N$-1개의 강판으로 구성되어 있다면 이 때의 형상계수는 점탄성재료가 하중을 받지 않는 면적 $2(B+L)[H-(N-1)D]$대 하중을 받는 면적 $2BL$의 비 $(BL)/[(B+L)\{H-(N-1)D\}]$로 표시된다.

Table 1은 외팔보 지지부에 삽입되는 여러가지 감쇠재료에 각각 10, 15, 20kgf·cm의 토오크를 주어 체결력을 변화 시킬 때 나타나는 변형률, 탄성계수, $\gamma$를 보이고 있다. $\delta_0$ 하중이 작용되기 전의 감쇠재료 두께를 말하며 $\delta$는 체결력 작용시 압축된 재료의 두께를 나타낸다.

### 3.3 외팔보의 가진실험

실험장치의 전반적인 개요는 Fig. 7과 같다. 다층

**Table 1** Effect of static load and shape factor to elastic modulus of multi-layered viscoelastic material

| | 토오크 | 형상계수 | $\delta_o$ | $\delta$ | $\gamma$ | $E(0)\times10^7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 우레탄2층 | 10kgf · cm | 4.69 | 3.0cm | 2.875cm | 0.001755 | 3.82 |
| 두께1.15m | 15kgf · cm | | | 2.825cm | 0.001885 | 4.09 |
| (1.9×2.5cm²) | 20kgf · cm | | | 2.8cm | 0.0021 | 4.78 |
| 우레탄 2층 | 10kgf · cm | 5.93 | 2.6cm | 2.525cm | 0.0016 | 3.49 |
| 두께 1.15mm | 15kgf · cm | | | 2.495cm | 0.001751 | 3.82 |
| (2.5×3.0cm²) | 20kgf · cm | | | 2.48cm | 0.002.76 | 4.49 |
| 우레탄 3층 | 10kgf · cm | 3.95 | 4.8cm | 4.675cm | 0.001435 | 6.12 |
| 두께 1.15mm | 15kgf · cm | | | 4.625cm | 0.001539 | 6.55 |
| (1.9×2.5cm²) | 20kgf · cm | | | 4.61cm | 0.001921 | 8.16 |
| 우레탄 3층 | 10kgf · cm | 3.13 | 4.55cm | 4.43cm | 0.000893 | 3.84 |
| 두께 1.15mm | 15kgf · cm | | | 4.38cm | 0.00960 | 4.12 |
| (2.5cm3.0cm²c) | 20kgf · cm | | | 4.375cm | 0.001244 | 5.32 |
| 우레탄3층 | 10kgf · cm | 2.07 | 8.05cm | 7.69cm | 0.000512 | 2.24 |
| 두께 2.2m | 15kgf · cm | | | 7.575cm | 0.000575 | 2.51 |
| (2.5×3.0cm²) | 20kgf · cm | | | 7.55cm | 0.000762 | 3.29 |
| 우레탄 4층 | 10kgf · cm | 3.13 | 6.2cm | 6.04cm | 0.00166 | 7.36 |
| 두께 1.15mm | 15kgf · cm | | | 5.97cm | 0.00178 | 7.61 |
| (1.9×2.5cm²) | 20kgf · cm | | | 5.945cm | 0.002241 | 9.07 |

의 우레탄-철 적층판을 보의 일단의 상하에 삽입, 체결시켜 만든 외팔보의 베이스 부분을 가진기 위해 설치하고 베이스 가진시킨다. 이 때 가진기의 가진 주파수 신호는 HP 3526A신호 분석기를 이용하여 사인 스윕신호를 얻어 이 신호를 가진기 구동앰프에 입력시켰으며 베이스 가진에 대한 보의 진동전달률을 측정하기 위하여 두개의 레이저 변위 측정기를 베이스 부분과 보 위에 각각 설치하였다. 두 개의 측정기에서 얻은 신호를 신호 분석기의 두 채널에 입력하여 베이스 부분 대 보의 자유단 부분에 대한 변위 진폭비를 얻는다.

지지부의 구성은 치수 70×60×10인 두개의 알루미늄 판을 M4볼트 4개로 체결하여 구성하였으며 두 판 사이에 보와 점탄성재료를 삽입하고 지지부 전체를 가진기 위에 설치하였다.

실험에 사용된 감쇠재료는 점탄성재료와 강판을 함께 적층한 다층 점탄성 재료로 점탄성 재료를 Cyanoacrylate접착제를 이용하여 강판과 함께 2kgf 정도의 압력으로 접착시켰다. (강판과 점탄성재료의 두께, 크기 및 정적 탄성계수 등은 Table 1에 표시되어있다.)가진 주파수는 3~303 Hz이며 3차 고유진동수까지를 해석대상으로 하였다. 보 위에 설치한 변위 측정기의 위치는 2,3차 모드의 노드점을 피하고 레이저 변위 측정기의 측정한계를 벗어나지 않도록 하기 위하여 비교적 지지부에 가까운 곳을 측정위치로 정하였다. 본 실험에서 설정한 변위 측정위치는 지지부로부터 60mm떨어진 곳이다.

## 4. 실험 결과

앞서의 실험을 통해 구한 점탄성재료의 복소탄성계수를 식(28)에 대입하여 지지부의 강성 및 감쇠특성을 고려한 외팔보의 거동을 예측해 볼수 있다. 이를 위한 모의 실험에서는 진폭을 측정하고자하는 보의 위치를 보의 지지로부터 60mm떨어진 곳으로 설정하였고 가진변위는 0.0002mm로 설정하여 가진변위가 적은 미진동에 대한 보의 상대변위를 계산하였다. 시뮬레이션 및 실험에 사용된 보는 두께가 2.

5mm, 길이 304mm, 폭19mm의 강으로 만들어진 보이다. 지지부에 삽입된 다층 감쇠재료의 형상계수와 감쇠재료에 가한 초기정적하중의 영향은 3.2절에서 구한 $\gamma$를 통해 고려하였다.

Fig. 8과 Fig. 9는 지지부의 감쇠효과를 감쇠재료 없이 가진 실험을 한 경우와 비교한 것이다. 각각 공진점에서 진동감쇠효과를 알 수 있으며 다층으로 적층된 점탄성재료의 경우에도 향상된 강성과 함께 감쇠효과도 순수 점탄성 재료와 비교하여 전혀 손색이 없음을 알 수 있다.

Fig. 10~Fig. 13은 각각 지지부에 감쇠재료로 단층의 우레탄, 3층의 우레탄-철 적층판, 5층의 우레탄-철 적층판, 7층의 우레탄-철 적층판을 삽입하고 외팔보를 가진시킨 경우에 대하여 시뮬레이션과 실험결과를 비교한 것이다. 이 때 사용한 우레탄의 크기는 가로 19mm, 세로 25mm, 두께 1.15mm이며 강판의 크기는 우레탄의 것과 같고 두께는 0.4mm이다. 한편 외팔보의 지지부에 감쇠재료를 삽입, 체결시킬 때 볼트에 가한 토오크는 10kgf · cm로 감쇠재로엔 약 190kgf의 초기 정적하중이 작용한다.

Table 2는 Fig. 10~Fig. 13에서 나타낸 외팔보의

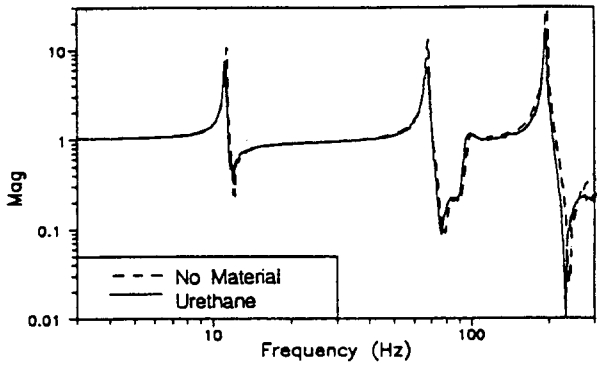


**Fig. 8** Experimental result of support damping with urethance(urathance size 19×25 : ×1.15mm³)

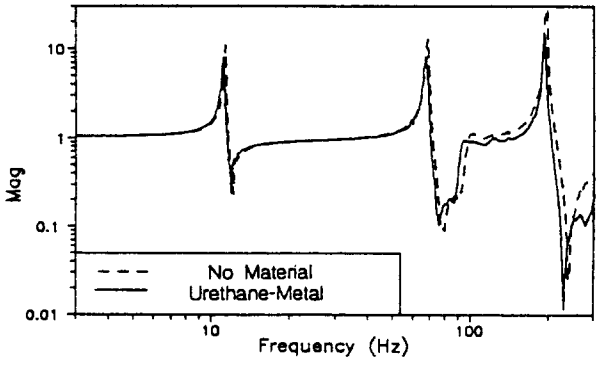


**Fig. 9** Experimental result of support damping with urethane-metal 3 layer(urathance size 19×25×1.15mm³, metal size 19×25×0.4mm³)

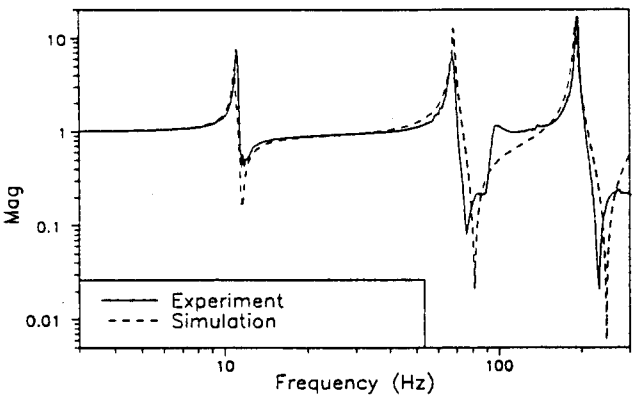


**Fig. 10** Transmissibility of experiment and simulation in case of urethance

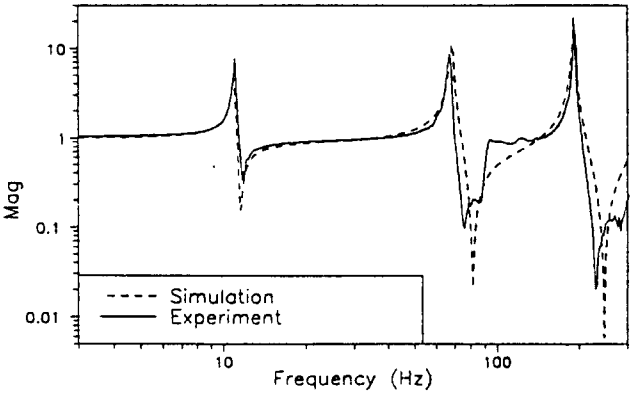


**Fig. 11** Transmissibility of experiment and simulation in case of urethance-metal 3 layer

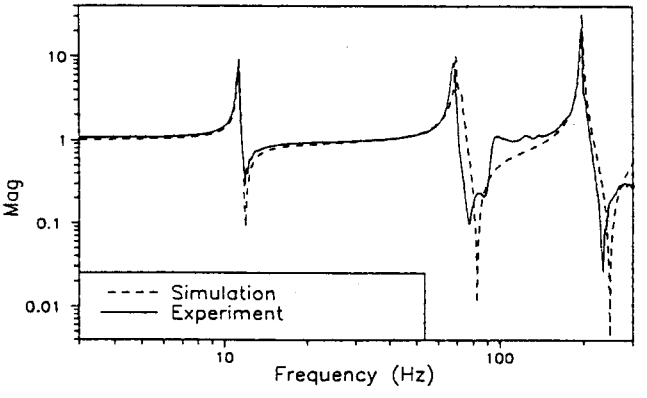


**Fig. 12** Transmissibility of experiment and simulation in case of urethance-metal 5 layer

진동전달률의 1, 2, 3차 고유진동수에 대한 피크값을 지지부에 삽입한 감쇠재료의 물성치를 주파수의 함수로 표현한 경우와 점탄성재료의 탄성계수, 손실계수를 상수로 대입하여 거동을 해석한 경우를 비교한 것이다. 이 때 사용한 점탄성재료의 탄성계수는 $2\times10^6$, 손실계수는 0.1이다. 결과로부터 점탄성재료의 물성치를 상수로 표현할 경우 오차가 커짐을 알 수 있다.

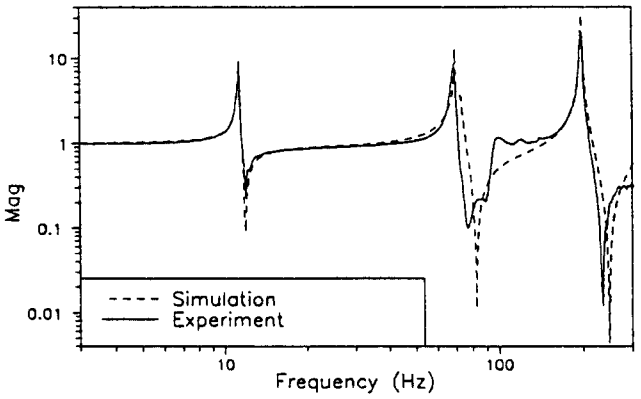


**Fig. 13** Transmissibility of experiment and simulation in case of urethance-metal 7 layer

**Table 2** Comparison of peak values of transmissibility
Simulation1:지지부에 삽입한 감쇠재료의 물성치를 식 (16)으로 표시한 경우
Simulation2 : 점탄성재료의 탄성계수가 $2\times10^6$, 손실계수 0.1인 경우

| | | 1st peak | 2nd peak | 3rd peak |
|---|---|---|---|---|
| 우레탄 단층 | Experiment | 9.3 | 9.1 | 17.3 |
| | Simulation1 | 9.2 | 12.5 | 17.6 |
| | Simulation2 | 10.8 | 21.6 | 22.7 |
| 우레탄-철 3층 | Experiment | 10.4 | 10.8 | 19.1 |
| | Simulation1 | 10.2 | 13.9 | 22.6 |
| | Simulation2 | 11.4 | 22.8 | 25.0 |
| 우레탄-철 5층 | Experiment | 10.7 | 11.2 | 23.7 |
| | Simulation1 | 11.1 | 14.1 | 29.4 |
| | Simulation2 | 11.7 | 27.3 | 32.6 |
| 우레탄-철 7층 | Experiment | 11.1 | 11.9 | 25.6 |
| | Simulation1 | 11.2 | 15.6 | 30.1 |
| | Simulation2 | 13.2 | 29.7 | 34.2 |

## 5. 결 론

점탄성재료와 강판을 적층한 감쇠재료의 물성치를 형상과 초기 하중을 고려해 주파수의 함수로 표현하고 점탄성재료-철 적층판을 지지부에 삽입한 외팔보의 거동을 이론과 실험을 통해 살펴보았으며, 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 연구에서 제시한 점탄성재료-철 적층판인 복소탄성계수는 적층판을 구성 하는 점탄성재료와 강의 물성치 및 그 적층수를 이용하여 간단히 표현할 수 있으며, 이를 이용하여 적층판이 지지부에 삽입된 외팔보의 거동을 해석한 결과 실험결과와 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

(2) 점탄성재료-철 적층 감쇠재료는 강판의 보강으로 인해 강성이 향상되었음을 실험을 통해 알 수 있었으며 그형상과 구성재료의 적층수를 조절함으로서 계의 알맞은 강성과 감쇠특성을 얻을 수 있다.

## 참 고 문 헌

(1) S. V. Kravchenk and V. M. Ryaboy, "New Application of Rubber-Metal Laminates to Noise and Vibration Control Problems," Report TRITA 9201, Stockholm : Royal Institute of Technology, 1992

(2) 강 기호, "임피던스법에 의한 점탄성재료의 복소탄성계수 규명에 있어서 시편 형상의 영향," 한국과학기술원 생산공학과 석사학위논문, 1991년 2월

(3) J. C. Snowdon, Vibration and Shock in Damped Mechanical System, John Wiley & Sons. Inc., 1968.

(4) A. D. Nashif, Vibration Damping, John Wiley & Sons. Inc.,1985

(5) H.Saito and Yaguchi, "Natural Vibration of a Cantilever beam with Support Damping," Journal of Sound and Vibration, pp.511~515, Vol.120,1988

(6) D. K. Rao, "Vibration of short Sandwich Beams,"Journal of Sound and Vibration , pp. 253~263, Vol.52,1997

(7) J. F. He and B. A, Ma, "Analysis of Sound and Vibration, pp. 37~47, Vol.126,1988

(8) C, M. Harris, Shock and Vibration Hand book, McGraw-Hill, 1988

(9) J. C. MacBain and J. Genin, "Energy

Dissipation of Vibrating Timoshenko Beam Considering Support and Material Domping", Int. J. Mech. Sci. pp. 255~265, Vol.17,1975

(10) L. Meirovitch : , "Analytical Methodes in Vibration", The MacMillan Company, 1967

(11) 황 동환, "다층 점탄성 재료로 지지된 보의 진동 감쇠특성 해석"연세대학교 기계공학과 석사학위논문, 1993년 2월

(12) 이 상윤, "점탄성재료와 강으로 적층된 감쇠재료의 동특성 규명", 연세대학교 기계공학과 석사학위논문, 1994년 8월