

〈論 文〉

전달 행렬을 이용한 진동 및 방사소음 해석 (I) : 무한 원통형 몰수체

The Forced Vibration and Sound Radiation Analysis using Transfer Matrix (I): Immersed Infinite Circular Cylindrical Shell

정우진* · 신구균* · 함일배* · 전재진* · 이현곤*

Woo-Jin Jung, Ku-Kyun Shin, Il-Bae Ham, Jae-Jin Jeon and Hun-gon Lee

〈1994년 6월 11일 접수 ; 1994년 10월 12일 심사완료〉

ABSTRACT

In the analysis of circular cylindrical shell's vibration and sound radiation, there are numerical and analytical methods. Numerical methods such as F.E.M and B.E.M, have the limit of frequency range. Analytical method can be applied to the circular cylindrical shell from low frequency to high frequency. In this paper, we use the analytical method for shell, and numerical method, F.D.M, for fluid. We also use the method using transfer matrix and eigenanalysis of transfer matrix which can therefore calculate the rotational d.o.f that is very important in synthesis with inner structure. Inner structure has much effect on the submerged circular cylindrical shell vibration and sound radiation. Results for the immersed circular cylindrical shell vibration and sound radiation are compared with the analytic solutions.

기 호 설 명

- u, v, w, θ : 셀에 작용하는 변위 및 회전각
- ρ, h, R, ν : 셀의 밀도, 두께, 반경, 포아손비
- ρ_0 : 셀에 작용하는 음압
- $[\varphi(n)]$: 원주방향 n 차 모우드의 전달 행렬의 고유벡터 행렬
- $-j\gamma(n)$: 전달 행렬의 고유치
- p : 유체 압력
- $[S]$: 셀의 Operator
- $N_x, N_{x\theta}, Q_x, M_x$: 셀에 작용하는 외력
- n : 원주 방향의 n 차 모우드
- V, ρ_0 : 유체의 속도 벡터, 밀도
- $[\varphi(n)]^{-1}$: 원주방향 n 차 모우드의 전달 행렬 고유벡터의 역 행렬
- k_0 : 유체의 파수 (Wave number)
- $[A]$: 원통형 몰수체의 Operator

1. 서 론

수중 구조물은 보강재(stiffener)와 내부 구조물(inner structure)-예를 들면, 받침대 등-을 포함하고 있다. 따라서 보강재 및 내부 구조물과 수중 구조물과의 결합이 필요하며 구조물간의 결합시에는 각 방향으로의 변위 자유도 이외에 회전 자유도(rotational degree of freedom)도 반드시 고려하여야 한다⁽¹⁾. 그런데 기존의 해석적인 방법들은 원통형 셀의 변위항과 Hankel 함수를 이용한 유체의 음압항에 대하여 해석하는 방법^(2~4)으로, 고주파수 영역에서도 계산이 가능하나 유체 효과를 고려해야 하기 때문에 구조물 결합시 중요한 역할을 하는 결합부에서의 회전 자유도를 계산하기는 매우 어려운 실정이다. 또한 FEM/BEM과 같은 방법은 복잡한 구조물을 해석할 수 있고, 회전 자유도의 계산이 가능하나 주파수 영역에 제한이 있다는 사실은 잘 알려져 있다.

*정회원, 국방과학연구소

따라서 고주파 영역에서의 해석 및 회전 자유도 계산을 위하여 해석적인 방법과 수치적인 방법을 혼합 사용하는 것이 하나의 유용한 방법이 될 수 있다. 한편 전달 행렬을 이용하면 보강재 및 내부 구조물을 원통형 셸과 용이하게 결합시킬 수 있다. 그런데 전달 행렬의 구성, 고주파 영역에서의 해석 및 결합부에서의 회전 자유도를 계산하기 위해서는 일차 미분 형태의 운동 방정식을 이용하는 것이 효율적이다. 이때 유체의 모델링에 많이 사용되는 Hankel 함수나 경계 요소법 등을 일차 미분 형태의 운동 방정식에 적용하기는 매우 어렵다. 일차 미분 운동 방정식을 이용한 해석은 Avallet와 Patrot⁽⁵⁾, Borgiotti⁽⁶⁾ 등이 수행하였는데 이들은 유체의 영향을 무시할 수 있는 공기중에서의 해석결과들이며, 유체의 효과를 고려한 경우는 C.Avallet^(7,8) 등이 전달 행렬법을 이용한 해석결과만 제시하고 있는 실정이다.

본 연구에서는 보강재 및 내부 구조물이 포함된 원통형 물수체의 진동 및 방사소음 해석의 1단계로, 원통형 셸은 해석적인 방법을 이용하고, 주위의 유체는 유한한 영역 (finite region)의 해석시 효과적인 유한 요소법/경계 요소법 대신 일차 미분 방정식 형태로 사용가능한 유한 차분법을 이용하여, 무한 원통형 물수체에 대한 일차 미분 운동 방정식을 정형화하고, 전달 행렬을 구성하였으며, 전달 행렬의 고유치와 고유 벡터 행렬을 이용하여 무한 원통형 물수체의 진동 해석을 하였다. 또한 진동 해석결과 구한 음압을 이용하여 경계 요소법 등에서 발생하는 특이 적분 (singular integration) 현상을 고려하지 않고도 직접 원음장 방사소음 (far-field radiated noise) 수준을 계산할 수 있는 방법을 제시하였다. 제시된 방법은 비교적 높은 주파수 영역에서의 해석 및 결합부에서의 회전 자유도를 계산할 수 있으며, 검증 목적을 계산결과를 이론적인 해석해 (analytic solution)와 비교하였다.

2. 이 론

2.1 원통형 셸의 운동 방정식

x, θ, r 를 반지름 R 인 원통형 셸의 길이, 곡면, 반경방향의 좌표로 하고 이들 좌표축에 따른 변위를 u, v, w 라 하면, 셸의 미소 요소에 대한 변위와 각 단면에 작용하는 힘들과의 상관 관계는 Fig. 1과 같고 셸의 두께가 변경에 비해서 작다고 가정하면 Donnell-Mushitari에 의한 원통형 셸의 운동 방정식은 다음과 같다.

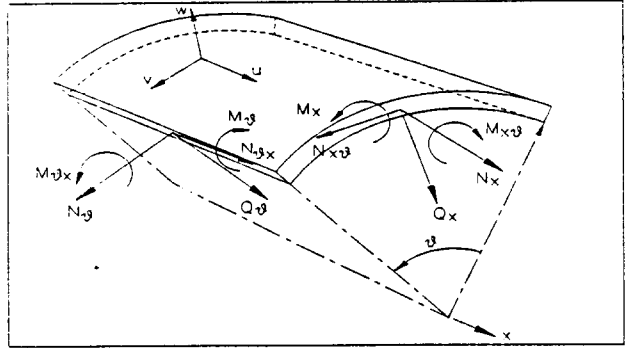


Fig. 1 Forces and moments acting on shell element

$$R \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial x} - R \rho_s h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + R q_x(x, \theta, t) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial x} - Q_\theta - R \rho_s h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + R q_\theta(x, \theta, t) = 0 \quad (2)$$

$$R \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + N_\theta + R \rho_s h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - R q_r(x, \theta, t) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + R \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial x} - R Q_\theta = 0 \quad (4)$$

$$R \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} - R Q_x = 0 \quad (5)$$

외력은 반경방향으로 음압 p_0 만 작용하고 원통형 셸의 거동을 조화운동이라 가정하고 원주 방향의 거동을 푸리에 급수전개를 이용하여 변수 분리하면 다음과 같은 일차 미분방정식 (first-order differential equation)으로 표시할 수 있다.

$$\frac{d\{Z_s\}}{dx} = [S]\{Z_s\} + \{p_0\} \quad (6)$$

단, $\{Z_s\}^t = \{u \ v \ w \ \theta \ N_x \ N_{\theta x} \ Q_x \ M_x\}$ 이다.

2.2 유체의 파동 방정식

원통형 셸이 몰수되어 있을 경우 셸의 동적 거동은 주변 유체에 의해 영향을 받게 된다. 따라서 셸의 동적 거동을 해석하기 위해서는 이들 유체의 효과를 고려한 운동 방정식이 필요하다. 이를 위하여 원통형 셸 내부는 진공으로, 외부는 유체로 둘러싸여 있다고 가정하면 외부 유체 입자의 거동은 식 (7)과 같은 Helmholtz 방정식을 만족하여야 한다.

$$\nabla^2 p + k_0^2 p = 0 \quad (7)$$

식 (7)은 푸리에 급수전개를 이용하여 원주 방향의 거동을 변수 분리하면 아래의 식 (8)과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \left(\frac{n^2}{R^2} - k_0^2 \right) P - \frac{\partial P}{R \partial r} - \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \quad (8)$$

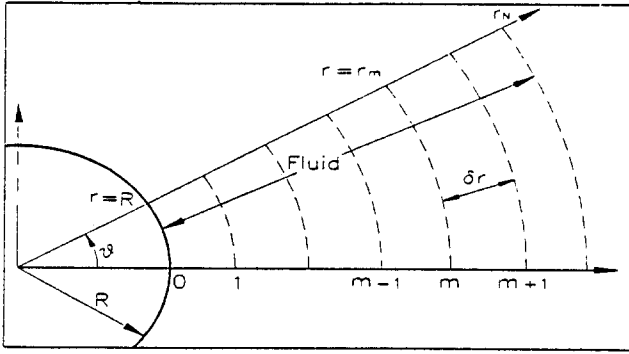


Fig. 2 Finite difference approximation for fluid surrounding the shell

이때 U 는 길이 방향으로의 유체 입자의 변위를 의미한다. 한편 식 (8)을 셀에서와 같이 길이 방향으로 일차 미분 방정식의 형태로 표현하기 위하여 유체의 연속 방정식을 이용하면 다음과 같은 유체 음압 P 와 유체 변위 U 와의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\rho_0 \omega^2 U = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (9)$$

식 (8)에서 반경 방향으로의 편도함수 $\partial/\partial r$ 와 $\partial^2/\partial r^2$ 에 대하여 Fig. 2에서와 같이 반경 방향으로 유체를 N 개의 요소로 나누어 유한 차분법을 이용하고 식 (9)를 한번 더 미분을 하여 $\partial U/\partial x$ 와 $\partial^2 P/\partial x^2$ 와의 관계식을 구할 수 있으며 이를 식 (8)에 대입하고 정리하면 셀의 중심으로부터 임의의 거리 r_m 에 위치한 유체에 대한 길이방향으로의 유체의 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dP_m}{dx} = \rho_0 \omega^2 U_m \quad (10)$$

$$\frac{\partial U_m}{\partial x} = \sigma_m P_{m-1} + \tau_m P_m + \nu_m P_{m+1} \quad (11)$$

이때 원통형 셀 주위의 유체 영역을 무한으로 하였을 때 이를 N 개의 유한 요소로 표현하기 위하여 마지막 N 번째 요소의 압력 P_N 은 원통형 셀의 저차의 길이 방향 파수 (low axial wave number) k 에 대한 무한 원통형 셀의 엄밀해의 근사식 ($k_0 r_N \gg 1$)을 이용하여 표시하면 다음과 같다⁽⁷⁾.

$$P_N = \left(\frac{r_{N-1}}{r_N} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-j(r_N - r_{N-1})k_0} P_{N-1} \quad (12)$$

2.3 무한 원통형 몰수체의 진동 및 방사소음

식 (6)의 원통형 셀의 운동 방정식과 식 (10), 식 (11)의 유체의 파동 방정식 및 원음장 (far-field)에서

의 음압을 나타내는 P_N 과 유체와 원통형 셀의 경계 조건을 이용하면 외력이 작용하는 경우의 무한 원통형 몰수체의 운동 방정식을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d\{Z\}}{dx} = [A]\{Z\} + \{F\} \delta(x - x_0) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\{R[\theta - (\theta_0 + 2\pi n)]\} \quad (13)$$

여기에서 $\{F\}$ 는 외력을, $\{Z\} = \{Z_s, U_0, P_0, \dots, U_{N-1}, P_{N-1}\}$ 이며, x_0 와 θ_0 는 각각 길이 방향 및 원주 방향으로 외력이 작용하는 점을 나타낸다. 위의 식을 해석하는데는 Pestel-Leckie⁽⁹⁾가 제안한 방법과 모우드 해석법이 있는데, Pestel-Leckie의 방법은 간단한 구조물에 대해서는 유용하게 적용될 수 있으나 복잡한 구조물에는 적용이 어렵다. 따라서 본 연구에서는 고유치와 고유 벡터 행렬을 이용하는 모우드 해석법을 사용하였다. 이때 원통형 몰수체의 Operator $[A]$ 와 전달 행렬 $[M_s]$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[A] = [\varphi(n)] \text{diag}[-j\gamma(n)] [\varphi(n)]^{-1} \quad (14)$$

$$[M_s] = [\varphi(n)] \text{diag}[e^{-j\gamma(n)L}] [\varphi(n)]^{-1} \quad (15)$$

식 (14)의 $[A]$ 와 전달 행렬 $[M_s]$ 를 비교하여 보면 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

1) 전달 행렬 $[M_s]$ 의 고유벡터와 $[A]$ 의 고유벡터는 동일하다.

2) 전달 행렬 $[M_s]$ 의 고유치를 $\alpha(n, i)$ 라고 하면 상태 벡터 $\{Z\}$ 의 응답 해석시 사용되는 고유치 $\gamma(n, i)$ 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\gamma(n, i) = j \log_e(\alpha(n, i)) / L \quad (16)$$

$$\gamma(n, i + (2N+8)/2) = -\gamma(n, i) \quad (i = 1, (2N+8)/2) \quad (17)$$

원통형 셀의 Operator인 $[A]$ 는 용이하게 구할 수 있으나, 보강 원통형 셀의 Operator인 $[A]$ 는 수학적 관계식을 얻기가 매우 어렵다. 따라서 보강재의 전달 행렬을 구하고 이를 이용하여 보강 원통형 셀의 전달 행렬을 구하면 손쉽게 보강 원통형 셀의 고유치와 고유벡터 행렬을 구할 수 있음을 알려주는 중요한 관계식이 된다. 이로 부터 이들 고유치와 고유 벡터 행렬 및 의사 변환(similarity transform)과 역 푸리에 변환을 이용하면 동응답을 구할 수 있다. 한편 원음장에서의 방사소음 해석은 일반적으로 많이 사용되는 식 (18)로 표현되는 helmholtz 적분 방정식을 이용하였다.

$$p(\vec{R}) = \int_{s_0} \left(p \frac{\partial g}{\partial n} + g \rho \dot{w}_r \right) dS(R_0) \quad (18)$$

이때 $p(\vec{R})$ =거리 R 에서의 구하고자 하는 방사소음 수준, g =Green 함수, p =음원(Source)의 음압, w_f =반경방향으로의 유체의 변위, R_0 =원통형 셀의 중심으로 부터 음원까지의 거리이다. 이 경우 음원(Source)의 음압 p 와 유체 변위 w_f 는 원통형 방사체에서는 다음의 식 (19)과 식 (20)으로 표시할 수 있다.

$$p = \sum_n P_n \cos n\phi_0 \tag{19}$$

$$w_f = \sum_n W_n \cos n\phi_0 \tag{20}$$

여기서 P_n , W_n =원주 방향 n 차 모드에서의 음압 및 유체 변위의 크기이다. 이때 식 (19)와 식 (20)에서 나타난 P_n , W_n 등은 동응답 해석시 모두 구할 수 있는 값들로, 이 값들을 음원(source)으로 하여 식 (18)에 직접 대입하여 수치 적분을 이용하여 원음장 방사소음 수준을 계산할 수 있다. 그러므로 경계 요소법 등에서 발생하는 특이 적분(singular integration)을 처리할 필요가 없다. 따라서 식 (19)와 식 (20)을 이용하여 helmholtz 적분방정식을 정리하고, 원주 방향으로는 Gauss quadrature를 이용한 수치 적분을, 길이 방향으로의 적분은 Simpson의 법칙을 적용하여 계산을 수행하면 원음장에서의 방사소음 수준을 계산할 수 있다. 한편 굽힘파(Flexural wave)는 음방사에 기여하지 못하므로 굽힘파에 의한 영향을 배제하기 위해서는 방사면(Radiation surface)의 거리가 파장의 1/4이상 되도록 해야 한다.

3. 수치 계산 결과 및 토의

본 해석방법의 타당성을 살펴보기 위하여 무한 원통형 물수체의 반경방향의 변위 및 방사소음에 대해서 Burroughs⁽⁶⁾가 제시한 이론적인 해석해(Analytic solution)를 이용한 해석 결과와 비교하였다. 이때 방사소음 계산시 유체는 물이며 물의 밀도는

Table 1 Shell geometry and properties

반	경	0.62(m)
두	께	0.02(m)
Young의	계수	2.0×10^{11} (N/m ²)
밀	도	7,800 (kg/m ³)
Poisson	비	0.28
구조	감쇠 계수	0.1

1000(kg/m³), 물의 음속은 1460(m/s)로 하였으며, 계산결과는 dB(ref.: 1μPa)를 이용하여 1(m)거리의 방사소음 수준값으로 환산하였다. 한편 원통형 셀의 감쇠는 구조 감쇠 계수 η 를 이용하여 $E(1+j\eta)$ 로 나타내었다. 수치계산의 예로 택한 원통형 물수체의 제원은 Table 1과 같다. 수치계산시 사용한 외력은 크기가 1N이며, 가진점은 $x_0=0$, $\theta_0=0$ 으로 선택하였다. 또한 가진주파수 650.0(Hz)와 3000.0(Hz)에 대하여, 원주방향으로 16차 모드까지 고려하여 진동과 방사소음수준을 각각 구하였다. Fig. 3에는 원

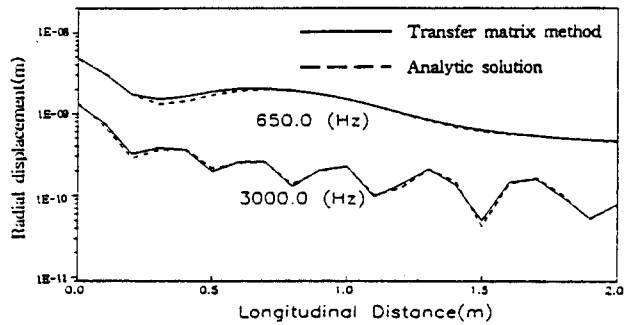


Fig. 3 Comparison of results in radial displacement

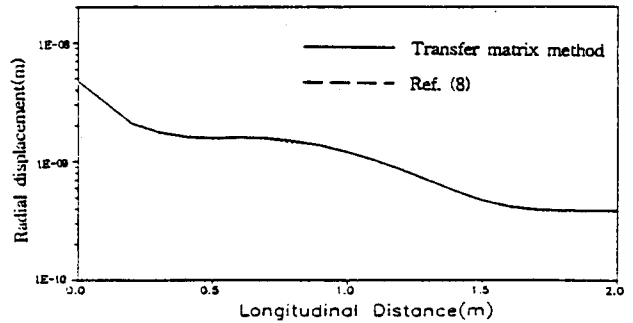


Fig. 4 Comparison of results between two analysis methods about the immersed shell

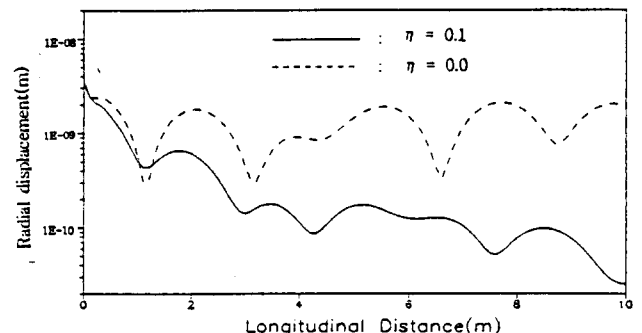


Fig. 5 The structural damping effects in the immersed shell

통형 물수체에 대하여 원주 방향 $\theta=0$ 인 지점에서 본 연구에서 제시한 방법을 이용한 해석결과와 Burroughs가 제시한 이론적인 해석결과와 비교하여 나타내었다. 이 결과 경향이 대체로 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 4에 원통형 물수체의 강제 진동 해석결과를 원주 방향 $\theta=0$ 인 지점에서 C.Aallet⁽⁶⁾ 등이 Love-Timoshenko 셸 이론을 이용하여 해석한 결과와 비교하여 나타내었다. 이 결과 경향이 비교적 잘 일치하고 있다. 따라서 본 연구에서 사용한

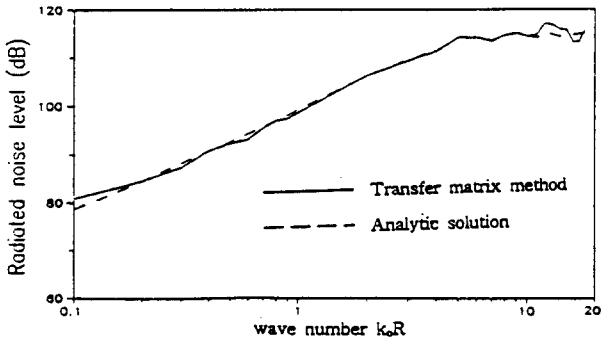


Fig. 6 Comparison of far-field radiated noises vs. wave number k_0R in dB (ref.: $1 \mu\text{Pa}$) corrected to a distance 1(m)

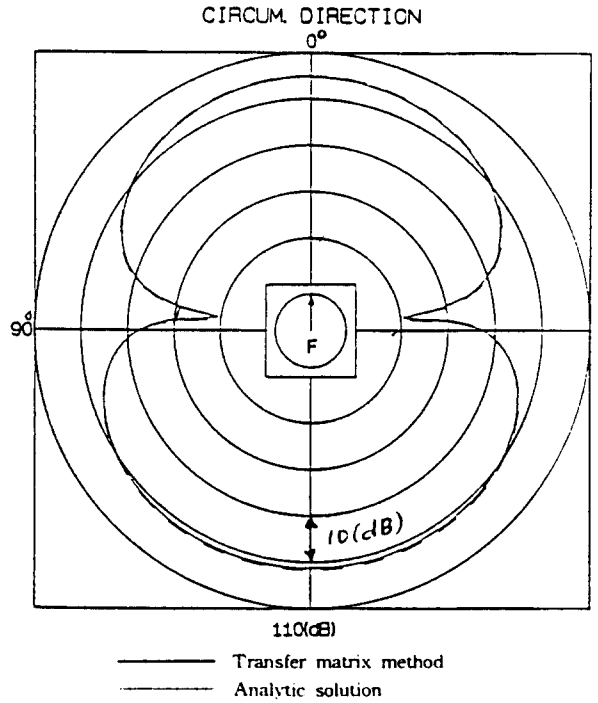


Fig. 8 Comparison of far-field radiated noises along circumferential direction in dB(ref.: $1 \mu\text{Pa}$) corrected to a distance 1(m) at $k_0R=1.73$

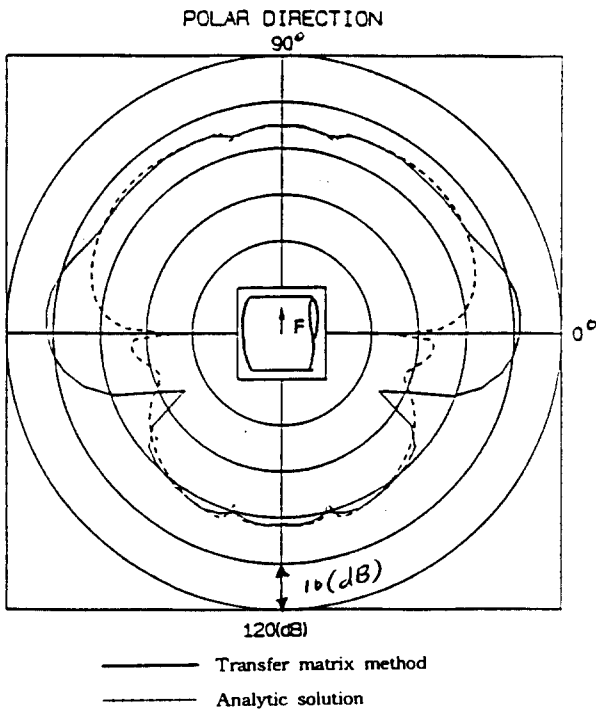


Fig. 7 Comparison of far-field radiated noises along polar direction in dB (ref.: $1 \mu\text{Pa}$) corrected to a distance 1(m) at $k_0R=1.73$

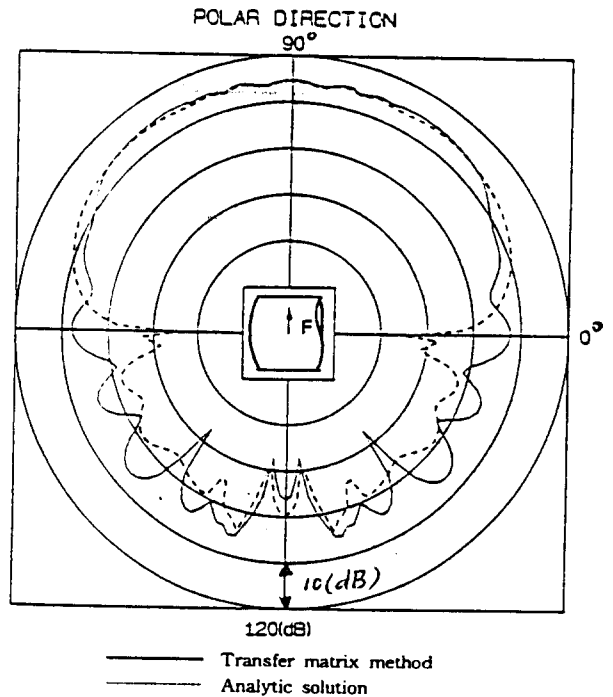


Fig. 9 Comparison of far-field radiated noises along polar direction in dB (ref.: $1 \mu\text{Pa}$) corrected to a distance 1(m) at $k_0R=8.0$

Donnell-Mushitari 셀 이론도 원통형 물수체의 진동 해석에 유용하게 이용될 수 있음을 알 수 있다. Fig. 5에는 구조물의 감쇠효과에 대한 계산결과를 수록하였다. Fig. 5의 점선은 $\eta=0.0$ 인 원통형 구조물이 유체에 잠겨 있는 경우를, Fig. 5의 실선은 구조감쇠 계수 $\eta=0.1$ 인 원통형 구조물이 유체에 잠겨 있는 경우에 대한 계산결과를 나타내었다. 이 결과 외력이 작용하는 부근에서는 구조물이나 유체에 의한 감쇠효과가 나타나지 않고 힘이 작용하는 점으로부터 멀어질수록 감쇠효과가 나타나기 시작함을 알 수 있다.

Fig. 6은 외력이 작용하는 방향으로 무차원수 k_0R (k_0 =파수, R =원통형 셀의 반경)의 변화에 따른 원음장의 음압수준을 1(m)거리의 값으로 환산하여 Burroughs가 제시한 이론적인 해석결과와 비교한 결과이다. 이 결과 전체적인 수준과 경향이 잘 일치하고 있다. Fig. 7~10에는 $k_0R=1.73$ 과 $k_0R=8.0$ 에 대해서 길이 방향의 방사패턴과 원주 방향의 방사패턴 해석결과를 Burroughs가 제시한 이론적인 해석결과와 비교하여 수록하였다. 이 결과 원주 방향 방사패턴은 잘 일치하고 있으며, 길이 방향 방사패턴

도 0도와 180도 부근을 제외하고는 전체적인 경향이 일치하고 있음을 알 수 있다. 이것은 Burroughs가 제시한 엄밀해는 Hankel 함수를 이용한 것으로 길이 방향 방사패턴 계산시 0도와 180도에서 이론적으로 방사소음 수준이 0이 되므로 0도와 180도 부근에서 차이가 발생한 것으로 생각된다. 또한 고주파 영역으로 갈수록 모델링 기법의 차이의 영향이 크게 되므로 $k_0R=8.0$ 에서 길이 방향의 방사패턴에서의 차이가 $k_0R=1.73$ 보다 크게 나타난 것으로 생각된다.

4. 결론 및 발전방향

본 연구에서는 보강재 및 내부 구조물이 포함된 원통형 물수체의 진동 및 방사소음해석의 1단계로, 고주파 영역 및 결합부에서의 회전 자유도를 계산할 수 있는 방법으로 전달 행렬을 이용한 해석기법을 정립하고, 진동 및 방사소음 계산결과를 잘 알려진 이론적인 해석해와 비교한 결과 매우 잘 일치하고 있음을 확인하였다. 또한 진동 해석결과 구한 유체 영역에서의 음압을 음원(Source)으로 이용함으로써 특히 적분현상을 고려하지 않고도 직접 원음장 방사소음수준의 계산이 가능함을 확인하였다. 제시된 방법은 비교적 높은 주파수 영역에서의 해석이 가능하며, 결합부에서의 회전 자유도도 고려할 수 있어 부분 구조 합성법(Substructural synthesis method)에도 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 생각된다. 본 연구는 추후 다음과 같은 분야로 발전, 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

- 1) 보강 원통형 물수체의 진동 및 방사소음해석
- 2) 원통형/보강 원통형 물수체에 내부 구조물이 있는 경우의 진동 및 방사소음해석
- 3) 유한한 길이(Finite length)의 원통형/보강 원통형 물수체의 진동 및 방사소음해석

참고 문헌

- (1) 정우진, 이현곤, 1993, "특성행렬을 이용한 부분 구조 합성법에 관한 연구" 한국 소음진동 공학회지, 제 3 권 제 2 호, pp. 145~153
- (2) Lyons, William C., and Russell, James E., and Herrman, George., 1968, "Dynamics of Submerged Reinforced Cylindrical Shells", Proceedings of the ASCE, pp. 397~420
- (3) Harari, A., and Sandman, B.E., 1990, "Radia-

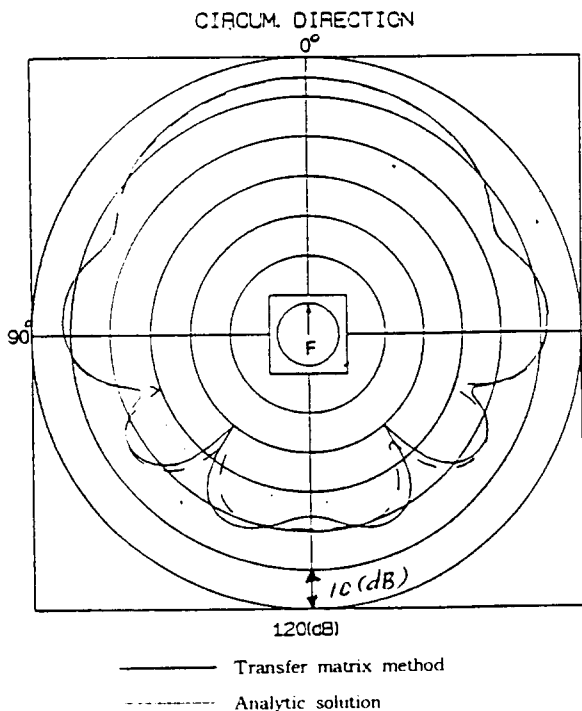


Fig. 10 Comparison of far-field radiated noises along circumferential direction in dB(ref.: $1\mu\text{Pa}$) corrected to a distance 1(m) at $k_0P=8.0$

tion and Vibrational Properties of Submerged Stiffened Cylindrical Shells", J. of Acoust. Soc. Am. Vol. 88, No.4, pp. 1817~1830

(4) Burroughs, Courtney. B., 1984, "Acoustic Radiation from Fluid-Loaded Infinite Circular Cylinders with Doubly Periodic Ring Supports", J. of Acoust. Soc. Am. Vol. 75, No.3, pp. 715~722

(5) Avallet, C., and Parot, J.M., 1982, "Recherche d'ondes Naturels de Coque Cylindriques Radies Periodiquement", Revue de Cethedec 19, pp. 159~173

(6) Borgiotti, Giorgio. V., and Rosen, Erik M., 1992, "The State Vector Approach to the Wave and Power Flow Analysis of the Forced Vibrations of a

Cylindrical Shell. Part 1 : Infinite Cylinders in Vacuum", J. of Acoust. Soc. Am. Vol. 91, No. 2, pp. 911~925

(7) Avallet, C., 1986, "Vibration and Sound Radiation of Immersed Stiffened Shell", Proceedings of the 12th International Congress on Acoustics, Toronto, Canada

(8) Dorey, P., and Avallet, C., 1988, "Combination of Stiffened Immersed Shells and Complex Structures", 6th International Modal Analysis Conference

(9) Pestel, Eduard C., and Leckie, Frederick A., 1963, Matrix Methods in Elasto-mechanics, McGRAW-HILL Book Company, Inc, pp. 82~89.