

유한요소법에 의한 이중 금속봉 압출 공정의 금형 형상 최적설계

변상민*, 황상무**

* 포항 공과 대학교 대학원

** 포항 공과 대학교

Die Shape Optimal Design in Bimetal Extrusion by The Finite Element Method

Sang Min Byon*, Sang Moo Hwang**

* Graduate School, POSTECH

** Pohang University of Science and Technology(POSTECH)

ABSTRACT

A new approach to die shape optimal design in bimetal extrusion of rods is presented. In this approach, the design problem is formulated as a constrained optimization problem incorporated with the finite element model, and optimization of the die shape is conducted on the basis of the design sensitivities. The approach is applied to the determination of the optimal die shapes for several combinations of the core and sleeve materials.

Key Words : Die Shape Optimal Design, Bimetal Extrusion, Constrained Optimization, Finite Element Model, Design Sensitivity, Core, Sleeve

기 호 설 명

c, m : 재료 상수, $\bar{\sigma} = c \bar{\epsilon}^{-m}$

f_i : 체적력

l^i : Ψ_i 의 설계민감도 벡터

m' : 일정 전단 마찰 계수

p : 정수압

d : 설계 변수 벡터

k : 전단 항복 응력

l^i_j : l^i 의 j 번째 성분

n_i : 공구 공작물 경계에서 단위 수직 벡터

r : 반경 방향의 좌표	s : 상태 변수 벡터
T : 온도	u_i : 속도 벡터
x : 위치 벡터	z : 축 방향의 좌표
δ_{ij} : 크로네킨 델타	$\bar{\epsilon}$: 유효 변형을
$\bar{\epsilon}$: 유효 변형률 속도	$\dot{\epsilon}_{ij}$: 변형률 속도 텐서
$\dot{\epsilon}_{ij}'$: 편차 변형률 속도 텐서	μ : 쿨롱 마찰 계수
σ_{ij} : 응력 텐서	σ_{ij}' : 편차 응력 텐서
Ψ_0 : 목적 함수	Ψ_i : 구속 함수

1. 서 론

이중 금속은 일반적으로 경계에서 밀접하게 접촉되어 있는 별개의 두 금속으로 구성되어 있는 금속이다. 이중 금속봉(rod), 선재(wire), 판재(plate), 혹은 박판(strip)의 유용성은 각각의 서로 다른 금속이 가지고 있는 특성을 조합할 수 있다는 가능성으로부터 유래한다. 하나의 예로 구리를 입힌 초전도체를 들 수 있다. 이 재료는 극저온 상태에서 초전도성을 보유하는 동시에 초전체의 부분적 전기저항이나 온도 상승시 초전도체의 파손을 방지할 수 있는 장점을 갖는다. 분명히, 실제적인 용도로 재료의 성질을 개선할 수 있는 금속조합의 수는 무한할 것이다. 그러나, 제조상의 어려움 때문에 원하는 이중 금속 제품을 얻는데 어떤 제한이 야기될 수도 있다.

과거에 이중금속봉의 생산에 관한 많은 실험적 그리고 해석적 연구가 있었다. 몇 가지 예들을 참고 문헌^[1-6]에서 찾을 수 있는데, 여기서는 주된 목표가 두 재료 중에서 강도가 더 강한 재료의 파괴없이 온전한 금속유동을 성취하는 것이었다. 이 연구들 중에서 주의 깊게 보아야 될 것은 Avitzur 등^[3,4]에 의해서 개발되어진 상계법에 근거한 심 파괴(core fracture)의 기준(criterion)에 관한 것이다. 이 기준에 따르면 심 파괴에 크게 영향을 끼치는 공정 변수는 금형 반 원추각, 심의 체적 점유율, 외벽(sleeve)의 유동 응력 대 심의 유동 응력의 비, 마찰계수, 그리고 단면 감소율등 이었다. 이 변수들 중에서 공정 설계자는 대부분의 경우에 금형 형상에 설계의 초점을 맞추리라고 예상된다. 그리고 만약 다단계 압출 공정이 고려되어 진다면 각 단계에서 단면적 감소율을 부가적으로 설계할 것으로 예상된다. 왜냐하면 변수들 중에서 나머지는 종종 고객 그리고 제조자의 필요에 의해서 부가되어지는 요구조건으로써 역할을 하기 때문일 것이다. 결과적으로, 금형 형상 최적화는 이중 금속 압출에서 공정 설계시 가장 중요한 측면중의 하나이다.

압출시에 나타나는 금속 유동의 유한 요소 시뮬레이션의 중요한 응용은 온전한 제품을 얻기 위해서 필요한 금형 형상을 예측하는 것이다. 일련의 유한 요소 시뮬레이션이 만족스러운 설계가 나올 때 까지 시행 착오적으로 행해질 수도 있다. 그러나, 금형 형상 설계에 관한 보다 나은 방법을 제공하기 위해서 현존하는 유한 요소 시뮬

레이션 기법을 과학적인 최적화 기법과 결합시킬 수 있다. 예는 참고 문헌^[7]에서 찾을 수 있다. 최근에 금속 성형에서 최적 공정 설계에 관한 새로운 접근 방법이 제시되었다^[8]. 이 접근 방법의 중요한 특성은 설계변수에 관한 목적 함수의 도함수와 같은 설계 민감도를 계산하는데 있어서 효율적으로 할 수 있다는 것이다. 벌칙 강-점소성 유한 요소법이 최적화에 필요한 기본 계산을 수행하기 위한 도구로써 채용되었다. 이 접근 방법은 봉의 압출^[9]에서 금형 형상 최적 설계에 적용되어졌고 타원형과 사각형 각재의 압출^[10]에서도 적용되어졌다.

본 논문에서는 압출시 금형 형상을 최적화하기 위한 유한 요소에 근거한 접근 방법이 이중 금속 재료들을 다룰 수 있게 하기 위해서 확장되어진다. 벌칙 강-점소성 유한 요소법을 살펴보자. 그 다음 이중 금속 압출에서 최적화 설계 문제의 수학적 공식화가 이 연구를 위해 선택되어진 설계 모델에 역점을 두어 기술되어진다. 설계 민감도의 계산에 관한 절차 뿐만 아니라 최적화 절차에 관해서도 기술된다. 이 접근 방법은 심과 외벽 재료의 몇 가지 조합들로 이루어진 예비성형체(preform)의 압출에 적용된다.

2. 벌칙 강-점소성 유한요소법

변형되고 있는 물체 Ω 를 고려하자. 물체 Ω 의 표면을 Γ 라고 하면 이것은 속도 $u_i = \bar{u}_i$ 로 결정되어진 Γ_u 와 표면력 h_i 로 결정되어진 Γ_h 와 Γ_u 와 Γ_h 이외의 나머지 부분 Γ_c 로 구성이 된다. Γ_c 는 공구와 공작물 사이의 경계면을 나타낸다고 가정하자. 금속성형 공정과 관련된 경계치 문제는 다음과 같이 주어질 수 있다.

다음을 만족하는 속도장 u_i 와 정수압 p 를 찾자.

평형 방정식 :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (2.1)$$

구성 방정식 :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma_{ij}' \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ij}' = \frac{2\bar{\sigma}}{3\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{ij}' \quad (2.3)$$

(여기서 고온에서 금속 변형의 유동 응력 $\bar{\sigma}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다. :

$$\bar{\sigma} = c(\bar{\varepsilon}, T) \bar{\varepsilon}^{m(\bar{\varepsilon}, T)} \quad (2.4)$$

비 압축성 조건 :

$$u_{i,i} = 0 \quad (2.5)$$

경계조건 :

$$\sigma_{ij}n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma_h \quad (2.6)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{on } \Gamma_{u_i} \quad (2.7)$$

$$\sigma_n = -\xi(u_n - \bar{u}_n) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.8)$$

쿨롱 마찰의 경우

$$\sigma_t = -\mu\sigma_n g(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.9)$$

일정 전단 마찰의 경우

$$\sigma_t = m' k g(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.10)$$

여기서 하첨자 t와 n은 각각 접선과 법선 성분을 나타낸다. 그것들은 외향 법선 방향을 양으로 생각한 우수 좌표계에 의해 정의되어진다. 방정식 (2.8)에서 \bar{u}_n 항은 공구 혹은 금형속도의 법선 방향 성분을 나타낸다. 그리고 ξ 는 벌칙 상수라고 불리우는 매우 큰 양의 상수이다.

방정식 (2.9)와 (2.10)에서 함수 g는 전단 응력이 정 마찰과 미끄럼 마찰 모두 다를 수 있는 것으로 선택되어야 할 것이다. Chen과 Kobayashi^[11]에 따라서, 우리는 다음을 사용할 것이다.

$$g(u_t) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{(u_t - \bar{u}_t)}{a} \quad (2.11)$$

여기서 u_t 는 공구 속도의 접선 방향 성분이고 a는 매우 작은 양의 상수이다.

위의 경계치 문제와 등가한 weak form은 다음과 같이 주어질 수 있다. 속도가 결정되어져 있는 경계조건 Γ_{u_i} 를 만족하는 모든 속도장 u_i 중에서 그리고 모든 압력장 p중에서 임의의 함수 w_i (단, Γ_{u_i} 상에서는 없어짐)와 임의의 함수 q에 관해서 만족하는 u_i 와 q는 다음 식에 의해서 찾아질 수 있다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij}' w_{ij}' d\Omega - \int_{\Omega} p w_{ii} d\Omega - \int_{\Omega} f_i w_i d\Omega - \int_{\Omega} u_{i,i} q d\Omega \quad (2.12)$$

$$- \sum_i \int_{\Gamma_n} h_i w_i d\Gamma - \int_{\Gamma_c} -\xi(u_n - \bar{u}_n) w_n d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \mu \xi (u_n - \bar{u}_n) g(u_t) w_t d\Gamma = 0$$

여기서 $w_{ij} = \frac{1}{2}(w_{i,j} + w_{j,i})$ 그리고 $w_{ij}' = w_{ij} - \frac{w_{kk}}{3} \delta_{ij}$. 유한 요소 이산화

절차에서, x_i, u_i, p, w_i, q 는 다음과 같이 근사화 된다.

$$x_i = N_{iL} X_L \quad (2.13)$$

$$u_i = N_{iL} V_L \quad (2.14)$$

$$p = H_M P_M \quad (2.15)$$

$$w_i = N_{iL} W_L \quad (2.16)$$

$$q = H_M Q_M \quad (2.17)$$

여기서 N_{iL} 과 H_M 은 적당한 유한 요소 기본 함수들이다. 그리고 X_L, V_L, P_M

W_L, Q_M 은 기본 함수들과 관련된 절점값 혹은 요소값들이다. 이렇게 해서 비-선형 대수 유한 요소 방정식들의 집합은 다음과 같이 얻어진다.

$$h(V, P, X, C) = 0 \quad (2.18)$$

여기서 벡터 V, P, X 의 성분은 각각 V_L, P_M, X_L 이다. 벡터 C 는 공구 속도, 마찰조건, 작동 온도와 같은 공정 조건들을 나타낸다.

유한 요소 해석에서 방정식 (2.18)은 직접 반복 기법 혹은 뉴턴-랩슨 방법에 의해서 주어진 기하학 X 와 공정 조건 C 하에서 V_L 과 P_M 에 관해서 풀려지게 된다.

3. 이중 금속 압출에서 금형 형상 최적 설계에 관한 기본 공식화

유한 요소 방정식 (2.18)에서 변수 V 와 P 는 이것들에 의해서 금속 유동의 상태가 나타내어지는 것을 고려해 보건데 상태변수 s 라고 부를 수 있다. 그 외의 변수들 X 와 C 는 설계변수 d 라고 부를 수 있다. 왜냐하면 이것들은 공정 기하학과 공정 조건들의 기술에 관한 것들로써 설계자에 의해서 선택되어야 하기 때문이다. 정상 상태 성형 공정의 거동 뿐만 아니라 공정 그 자체도 상태 변수와 설계변수들로 완전히 기술됨을 파악할 수 있으므로 최적 공정 설계의 문제는 다음과 같이 공식화 되어질 수 있다.

다음과 같은 구속조건을 만족시키고

$$\Psi_i = \Psi_i(s, d) = 0, \quad i=1, \dots, p \quad (3.1)$$

$$\Psi_i = \Psi_i(s, d) < 0, \quad i=p+1, \dots, q \quad (3.2)$$

다음과 같은 유한 요소 방정식을 만족시키는

$$h(s, d) = 0 \quad (3.3)$$

설계변수 d 의 집합중에서 목적함수 $\Psi_0(s, d)$ 를 최소화시키는

집합을 찾자.

동질 재료의 압출^[9,10]의 경우에 성형 하중의 최소화가 공정과 제품에 유리한 효과를 나타낸다는 사실을 고려해 보건데 우리는 본 연구에 관한 목적함수으로써 성형 하중을 시도해 볼 수 있다. 벌칙 강-점소성 유한 요소법을 이용했을 때 s 와 d 의 함수로써 성형하중의 표현은 다음으로 부터 유도되어질 수 있다.

$$\Psi_0 = \int_{\Gamma_c} \xi (u_n - \bar{u}_n) d\Gamma \quad (3.4)$$

Γ_c : punch area

때때로 설계자는 형상 결점 출현 혹은 파괴의 가능성을 감소하기 위해서 압출되어진 부분의 단면적상의 속도를 균일하게 분포시키는데 관심을 둘 수도 있다. 이 경우에 있어서 목적함수는 다음과 같이 정의되어질 수 있다.

$$\Psi_0 = \int_{\Gamma_c} (u_z - \bar{u}_z)^2 d\Gamma \quad (3.5)$$

여기서 Γ_c 는 압출되어진 재료의 단면적이고, u_z 는 축방향 속도이고, \bar{u}_z 는 그것

의 평균값이다.

이중 금속 압출에서, 두 다른 재료들 사이의 경계가 존재하고 그 경계를 통과하는 유동율은 영이어야만 한다. 봉의 압출의 경우 이것은 다음과 같이 수학적으로 나타낼 수 있다.

$$\int_{l_i} (u_r \frac{dz}{dl} - u_z \frac{dr}{dl}) r dl = 0, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.6)$$

여기서 l_i 는 경계의 일부분을 구성하는 i 번째 요소 변을 나타낸다. 방정식 (3.6)은 방정식 (3.1)에 의해서 주어진 등식 구속조건으로써 역할을 담당한다는 사실을 염두에 두어야 한다.

4. 설계 모델

최적 금형 형상을 결정하기 이전에, 우리는 수학적 모델에 의해서 임의의 금형 형상을 기술하고 그 모델로부터 독립적인 설계변수들을 유도해 낼 필요가 있다. 최적 금형 형상을 결과로써 얻기 위해서 설계 변수들이 최적화되어 질 것이다. 본 연구를 위해 선택된 모델은 5개의 내부 구간을 가지는 큐빅 스플라인(cubic spline)곡선이다. 이것은 구간이 $x_i < x < x_{i+1}$ 인 경우에 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$y(x) = \frac{g_i (x_{i+1}-x)^3}{6h_i} + \frac{g_{i+1} (x-x_i)^3}{6h_i} + \left[\frac{y_i}{h_i} - \frac{g_i h_i}{6} \right] (x_{i+1}-x) \quad (4.1)$$

$$+ \left[\frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{g_{i+1} h_i}{6} \right] (x-x_i)$$

여기서, $h_i = x_{i+1} - x_i$, $y_i = y(x_i)$, 그리고 $g_i = y''(x_i)$ 이다. g_i 의 값은 자료점 (x_i, y_i) , $i=1,2,\dots,6$ 에서 y 의 C^1 연속성 조건에 의해서 결정되어질 수 있다. 그러므로, x_i 와 y_i 의 값은 금형 형상을 정의하는 설계 변수로써 간주되어질 수 있다. 그것들은 그림 1-b에서 d_1-d_{12} 로써 나타난다.

현 최적화 문제의 공식화는 경계의 기술을 위한 수학적 모델을 또한 필요로 하고 설계변수들의 유도가 뒤 따라야 한다. 앞에서 언급한 바와 같이 경계는 두 재료들 사이에 위치한 요소 변들의 집합으로써 근사화되어질 수 있다. 그런 경우에 경계는 만약 두 재료들 사이에 위치한 요소 변들의 절점의 좌표들이 주어진다면 정의되어진다. 그리고 그런 좌표들을 설계변수로써 간주하는 것은 충분하다. 그림 1-a는 금속 유동의 시뮬레이션을 위해서 사용되어진 전형적인 유한 요소 형태를 예시하고 있다. 유한 요소 형태에 따라서 경계를 정의하는 설계변수는 그림 1-b에서 $d_{13}-d_{44}$ 로 나타내어진다.

5. 설계 민감도

최적 설계 문제를 풀기 위한 모든 반복 알고리즘은 목적함수와 구속함수의 설계 민감도(말하자면, 목적함수와 구속조건의 설계 변수에 관한 도함수)를 요구한다. 설계 민감도를 결정하기 위해서 설계 변수와 상태 변수에 있어서 작은 변화에 기인한 $\Psi_i(s, d)$, $i=0, 1, 2, \dots, \beta$ 의 변화에 대한 선형 근사 $\delta\Psi_i$ 를 고려하자. (s^0, d^0) 에서 선형 근사 $\delta\Psi_i$ 는 다음과 같다.

$$\delta\Psi_i[s^0, d^0] = \frac{\partial\Psi_i}{\partial s}[s^0, d^0]\delta s + \frac{\partial\Psi_i}{\partial d}[s^0, d^0]\delta d \quad (5.1)$$

여기서 d^0 는 설계 반복 동안의 현 설계이고 s^0 는 d^0 에 대응하는 상태변수를 나타낸다. 함수 값은 괄호 내의 변수에 의해서 정의된 점에서 계산되어 진다.

$h(s^0, d^0) = 0$ 와 δs 와 δd 는 방정식 $h(s^0 + \delta s, d^0 + \delta d) = 0$ 을 만족할 것이기 때문에 이 조건의 선형화된 식은 다음과 같이 될 것이다.

$$J\delta s + \frac{\partial h}{\partial d}\delta d = 0 \quad (5.2)$$

여기서 자코비언 행렬 $J = \partial h / \partial s [s^0, d^0]$ 는 뉴턴-랩슨 방법이 유한 요소 방정식을 풀기 위해 적용되어질 때 형성되어진 강성 행렬과 동일하다. 방정식 (5.2)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta s = -J^{-1} \frac{\partial h}{\partial d} \delta d \quad (5.3)$$

방정식 (5.3)을 방정식 (5.1)에 대입하면, 다음과 같이 δd 의 항으로 명시적으로 모든 항들을 쓸 수 있다.

$$\delta\Psi_i = \left[-\frac{\partial\Psi_i}{\partial s} J^{-1} \frac{\partial h}{\partial d} + \frac{\partial\Psi_i}{\partial d} \right] \delta d \quad (5.4)$$

J 의 직접적인 역변환을 피하기 위해서 다음과 같은 수반 방정식의 해인 수반 변수 벡터 λ^i , $i=0, 1, 2, \dots, \beta$ 를 정의하자.

$$J^T \lambda^i = \frac{\partial\Psi_i^T}{\partial s} \quad (5.5)$$

방정식 (5.5)를 방정식 (5.4)에 대입하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\delta\Psi_i = l^i{}^T \delta d \quad (5.6)$$

여기서 l^i , $i=0, 1, 2, \dots, \beta$ 는 설계민감도 벡터이고 다음 식에 의해서 (s^0, d^0) 에서 계산되어 진다.

$$l^i = \frac{\partial \Psi_i^T}{\partial d} - \frac{\partial h^T}{\partial d} \lambda^i \quad (5.7)$$

일반적으로, 함수 Ψ_0, Ψ, h 는 매우 복잡해서 d 에 관한 도함수의 해석적 계산을 불가능하게 한다. 그러므로 유한 차분 기법이 사용되어진다. 다음은 d 에 관한 함수의 편도함수를 근사적으로 구하는 것을 보여준다.

$$\frac{\partial f_i}{\partial d_j} = \frac{f_i(s^0, d^0 + \Delta d_j e^j) - f_i(s^0, d^0)}{\Delta d_j} \quad (5.8)$$

여기서 단위 벡터 e^j 는 j 번째 위치에서 1을 가지고 그 외에는 0을 가진다. 그리고 Δd_j 는 스텝 크기 벡터 Δd 의 j 번째 성분인데 d_j 의 작은 변동량이다.

6. 최적화 절차

유한 요소 시뮬레이션을 수행하기 위한 능력과 위에서 언급한 것과 같은 적절한 방법에 의해서 설계민감도를 계산하기 위한 능력이 구비되면, 그림 2 에서 예시된 것과 같은 최적화에 관한 절차를 개발할 수 있다. 그 절차는 금형 형상 뿐만 아니라 경계를 기술하기 위한 설계 변수들의 초기 설계로부터 시작한다. 절차에 포함되어 있는 각 단계들의 세부사항은 아래와 같이 주어진다.

단계 1) 해가 경계의 형태에 관해서 수렴할 때 까지 방정식(3.6)에 의해 정의된 구속 조건을 만족시키기 위해서 각 반복 마다 경계의 형태를 변화시켜 가는 반복적인 방법으로 유한 요소 시뮬레이션이 수행된다.

단계 2) 목적함수 뿐만 아니라 목적함수와 구속조건들의 설계 민감도를 유한 요소 시뮬레이션의 결과에 근거해서 계산한다.

단계 3) 설계 변수들은 설계 민감도에 기초해서 개선이 되어진다. 구배 투영법과 같은 구속 조건의 존재하에서 극점을 결정할 수 있는 탐색 기법 (search scheme)이 이 목적에 사용되어진다.

단계 1-3은 목적함수의 최소값이 얻어질 때 까지 반복되어진다. 최소점에 도달했다는 결정은 설계 변수들의 놈(norm)의 수렴성을 검토함으로써 이루어질 수 있다.

7. 결과 및 논의

본 연구를 위해서 선택한 공정 조건들은 다음과 같이 주어진다. :

- 압출 금형의 입구측 직경 = 60 mm
- 압출 금형의 출구측 직경 = 40 mm
- 단면 감소비 = 55.6 %
- 금형 입구에서 심의 직경 = 40 mm
- 심의 체적 점유율 = 44.4%
- 펀치 속력 = 100 mm/sec
- 금형과 재료 사이의 경계 마찰 : $\mu = 0.1$ (쿨롱 마찰)

연구는 심과 외벽 재료들의 선택된 몇가지 조합에 대해서 수행되었다. 양 재료들은 $\bar{\sigma}/C = A \bar{\epsilon}^B$ 와 같이 정의되는 변형률 속도 의존 재료라고 가정했다. 재료의 조합들은 Table 1에서 경우 a-e에 의해서 기술되었다. 이 Table을 살펴보면, 심과 외벽 재료 사이에 B값 차이를 준 경우가 있고(경우 a와b), 또한 A값 차이를 준 경우가 있다(경우 c와 d), 모든 경우에서 외벽 재료의 유동응력은 $\bar{\sigma}/C = 1.0 \bar{\epsilon}^{0.1}$ 로 가정했다. 각 재료의 유동응력 특성들은 그림 3에서 보여진다.

그림 4는 경우 a-d에 대해서 성형 하중을 최소화시키는 금형 형상을 보여준다. 경우 a에 관해서 예측된 것과 같은 볼록-오목한 금형 형상이 동질의 변형률 속도 의존 재료의 압출^[9]에서 일반적으로 만나는 형상임을 고려해보면, 만약 심과 외벽 재료가 모두 변형률 속도에 의존한다면 금형 형상의 최적화는 비슷한 금형 윤곽으로 나타날 것으로 예상할 수 있다. 그러나 위의 논의의 타당성은 경우 b와 같이 심과 외벽 재료 사이의 차이가 단지 B값에 의해서만 현저할 경우들로 제한되어져야만 함이 명백하다. 경우 a와 경우 b를 비교해 보면, 심 재료의 B값이 증가되어짐에 따라 다이 길이가 증가되어짐을 알 수 있다. 심과 외벽 재료들이 A값에 의해서 현저하게 차이가 날 때, 경우 d의 결과에 의해 예시된 것 처럼 최적화는 오목한 금형 윤곽으로 귀결된다. 경우 c와 경우 d를 비교해 보면, 다이 길이는 심 재료의 A값이 증가되어짐에 따라 감소함을 알 수 있다.

그림 5는 경우 a-d에 대해서 변형 영역에서의 유효 변형률 속도 분포를 보여준다. 심 재료에서 최대 변형률 속도는 심 재료의 유동 응력이 증가되어짐에 따라 비교적 적게 영향을 받는 반면에 외벽 재료에서 최대 변형률 속도는 현저하게 증가한다. 이 사실은 성형 하중의 최소화가 주로 심 재료의 금속 유동을 제어함으로써 성취되어지는 것을 지적한다. 심 재료가 단단하면 단단할수록 변형 영역이 보다 더 커짐을 또한 파악할 수 있는데, 종종 금형 입구와 출구를 넘어서 까지 퍼지게 된다.

제품에서 유효 변형률 분포의 균일화가 관심의 대상이 되는 경우, 경우 a와 b는 우수한 결과를 나타내지만, 보다 단단한 심 재료를 포함하는 경우들에 관해서는 얼마간의 개선이 필요할 수 있다. 그림 6에서 보는 바와 같이 특히 외벽 재료에서 변형률 분포에 개선이 필요할 것이다. 외벽 재료의 금속 유동 특성을 변경시키고자는 시도에서 목적 함수를 단지 외벽과 펀치 사이의 경계에 작용하는 힘에 의해서 정의된 외벽 성형 하중(sleeve forming load)을 나타내기 위해서 수정한다. 그런 목적 함수의 수정은 심 재료에서 변형률 분포에 매우 큰 영향을 끼치지 않는다. 그러나, 이 목적 함수를 사용할 경우에는 그림 7에서 볼 수 있는 바와 같이 외벽 재료에서 변형률 분포가 훨씬 나은 것으로 나타난다.

경우 e에 의해 정의된 재료 조합을 가진 예비 성형체의 원추형 금형 압출의 유한 요소 시뮬레이션은 압출된 재료에서 축 방향의 속도 구배가 존재함을 나타내고 있는데, 이것은 그림 8에서 보여 주는 유효 변형률 속도 분포로부터 유추할 수도 있다. 그런 변형 양상은 제품의 파이핑과 같은 형상 결점을 유발할 수 있기 때문에 바람직하지 못하다. 성형하중 혹은 외벽 재료의 성형하중으로써 금형 형상을 최적화한 것은 압출된 재료에서 축 방향 속도 구배의 완전한 제거를 성취할 수 없음을 고려해

보건데, 최적화는 방정식 (3.5)에 의해서 정의된 압출된 재료의 끝단에서 단면적 상의 축 방향 속도 분포를 균일하게 하는 것으로 해서 이루어졌다.

현 최적화를 위한 설계 반복 동안에 목적 함수의 값은 금형 길이가 증가함에 따라 연속적으로 감소해 가는데, 이것은 금형이 무한히 길 때에 목적 함수의 최소값을 얻을 수 있음을 의미한다. 물론 그런 금형은 분명히 비 현실적이지만, 목적 함수의 값이 설계 반복 동안에 빨리 감소되어지고 금형 길이가 어떤 값을 초과했을 때는 충분히 영에 근접하게 되므로 우리는 유한한 금형 길이를 가진 최적 금형을 예측할 수 있게 된다. 얻어진 최적 금형의 금형 길이는 40.7936 mm 이었는데, 이것은 고려된 원추형 금형(30 mm)의 길이 보다 더 긴 것이다. 최적 금형 형상과 결과로 나온 유효 변형을 속도와 유효 변형율의 분포가 그림 9에서 보여진다. 명백히 외벽 재료의 변형에 관해서 개선이 이루어졌다. 그림 10으로 부터 압출되어진 재료에서 축 방향 속도 분포의 균일화가 성취되었음을 알 수 있다.

8. 결 론

유한 요소에 기초한 접근 방법이 변형을 속도 의존 재료의 이중 금속 압출에 관한 금형 형상을 최적화하기 위해서 제시되었다. 현 접근 방법의 주된 장점은 마찰, 편치 속도, 심의 체적 점유율, 그리고 외벽과 심 재료들의 유동 응력 특성과 같은 다양한 공정 변수들의 효과가 가장 엄밀한 방법으로 설계에 반영되어 진다는데 있고, 또한 예측된 최적해는 유한 요소법과 사용한 설계 모델의 범주 내에서 정확하다는데 있다.

본 연구에서, 심과 외벽 재료의 다양한 조합에 관해서 금형 형상을 결정하는데 현 접근 방법이 적용되었다. 재료 조합에 따른 최적 금형 형상의 변동이 예시되었다. 목적 함수로서 전체 성형 하중 대신에 성형 하중의 일 부분을 선택하는 것이 압출되어진 재료에서 유효 변형을 분포의 균일화를 향상시키는데 도움을 줄 수 있음을 알았다. 이 결과는 목적함수로서 적당한 것을 선택하는 것이 중요하다는 것을 지적하고 있다. 그러므로, 설계자는 그가 사용하게 될 금형 형상에 관한 최종적인 결정을 하기 이전에 여러가지 목적 함수들을 시험해 보는 것이 때때로 필요하다.

결론적으로, 현 접근 방법은 이중 금속 압출에 있어서 설계와 제어를 위한 효과적인 방법론을 제공해 준다.

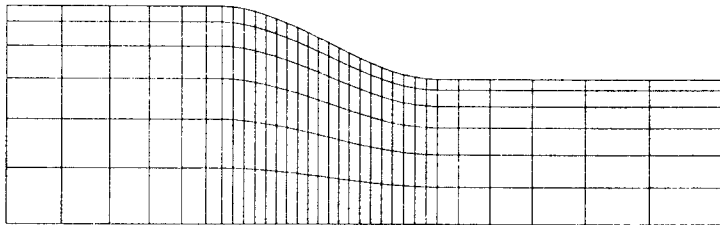
9. 참고문헌

1. K.Osakada, M.Limb and P.B.Mellor, "Hydrostatic Extrusion of Composite Rods with Hard Cores", Int. J. Mech. Sci., Vol. 15, pp. 291-307 (1973)
2. J.M.Story, B.Avitzur and W.C.Hahn,Jr., "The Effect of the Receiver Pressure on the Observed Flow Pattern in the Hydrostatic Extrusion of Bimetal Rods", J. Eng. for Ind., Trans. ASME, Vol.98, pp.909-913

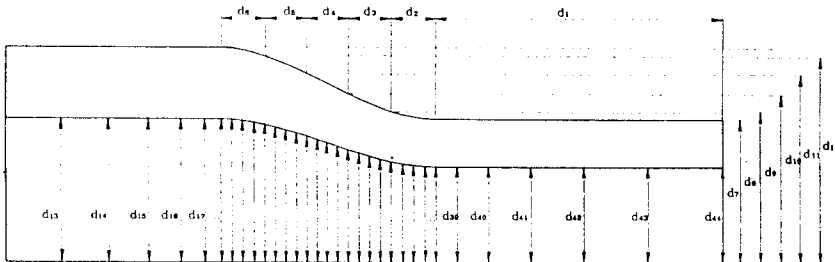
- (1976).
3. B.Avitzur, R.Wu, S.Talbert and Y.T.Chou, "Criterion for the Prevention of Core Fracture During Extrusion of Bimetal Rods", J. Eng. for Ind., Trans. ASME, Vol. 104, pp.293-303 (1982)
 4. B.Avitzur, R.Wu, S.Talbert and Y.T. Chou, "An Analytical Approach to the Problem of Core Fracture During Extrusion of Bimetal Rods", J. Eng. for Ind., Trans. ASME, Vol. 107, pp.247-253 (1985).
 5. D.Y.Yang, Y.G.Kim and C.M.Lee, "An Upper Bound Solution for Axisymmetric Extrusion of Composite Rods Through Curved Dies", Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 31, pp.565-575(1991)
 6. L.A.Pacheco and J.M.Alexander, "On the Hydrostatic Extrusion of Copper-Covered Aluminium Rods", Int. Conf. on Numer. Methods in Ind. Forming Processes, pp.205-216, Pineridge Press, Swansea (1982)
 7. J.Kusak and E.G.Thompson, "Optimization Techniques for Extrusion Die Shape Design", Int. Conf. on Numer. Methods in Ind. Forming Processes, pp.569-574, Balkema Publishers, Fort Collins, Colorado (1989)
 8. M.S.Joun and S.M.Hwang, "Optimal Process Design in Steady-State Metal Forming by Finite Element Method-I. Theoretical Considerations", Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 33, pp.51-61 (1993)
 9. M.S.Joun and S.M.Hwang, "Optimal Process Design in Steady-State Metal Forming by Finite Element Method-II. Application to Die Profile Design in Extrusion", Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 33, pp.63-70 (1993)
 10. M.S.Joun and S.M.Hwang, "Die Shape Optimal Design in Extrusion of Elliptical and Rectangular Cross-Sections From Round Bars by the Finite Element Method", Trans. NAMRI/SME, Vol. XXI, pp.59-63 (1993)
 11. C.C.Chen and S.Kobayashi, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression, in Applications of Numerical Methods to Forming Processes", Vol. 28, pp.163. ASME publication, AMD (1978)

Table 1 Combinations of the core and sleeve material selected for the investigation. ($\bar{\sigma}/C = A \bar{\epsilon}^{-B}$)

CASE		A	B
CASE a	Sleeve	1.0	0.1
	Core	1.0	0.1
CASE b	Sleeve	1.0	0.1
	Core	1.0	0.3
CASE c	Sleeve	1.0	0.1
	Core	3.0	0.1
CASE d	Sleeve	1.0	0.1
	Core	5.0	0.1
CASE e	Sleeve	1.0	0.1
	Core	8.0	0.15



(a)



(b)

Fig.1 A typical finite element mesh used (a), and the design variables (b)

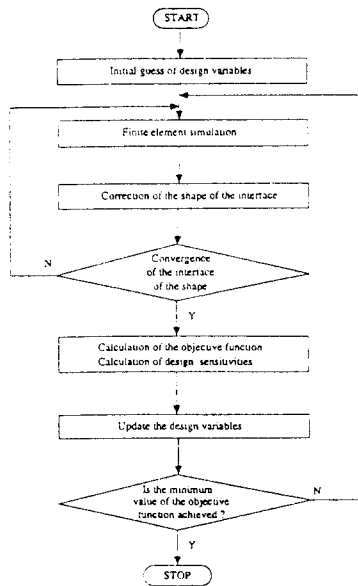


Fig. 2 Optimization procedure

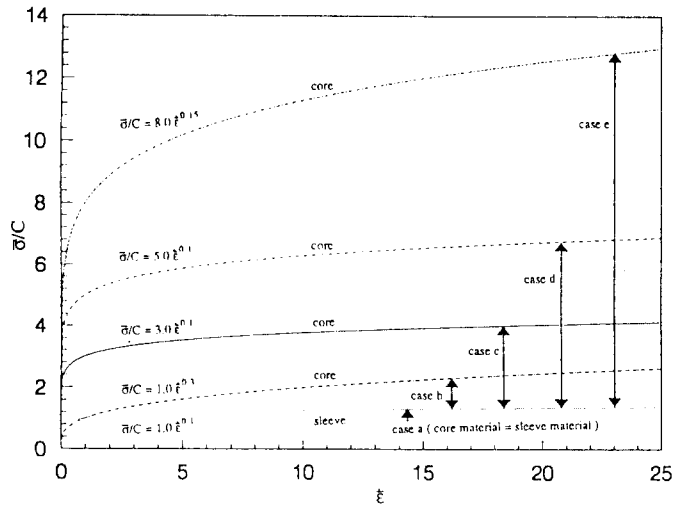


Fig. 3 The flow stress characteristics of the core and sleeve materials

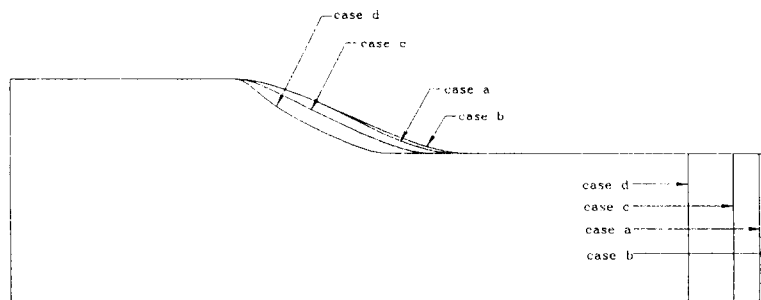
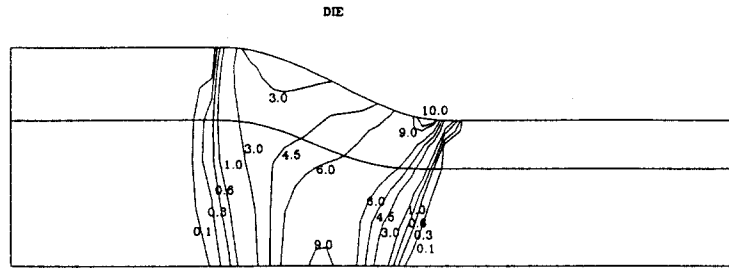
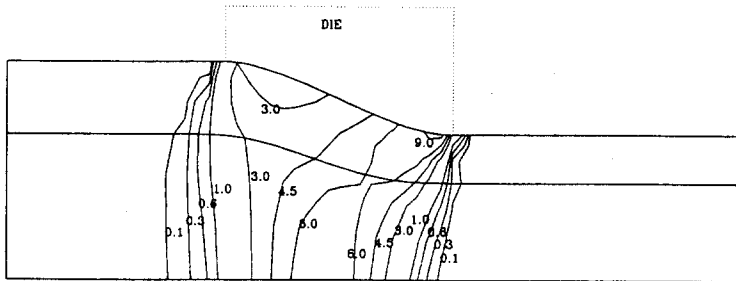


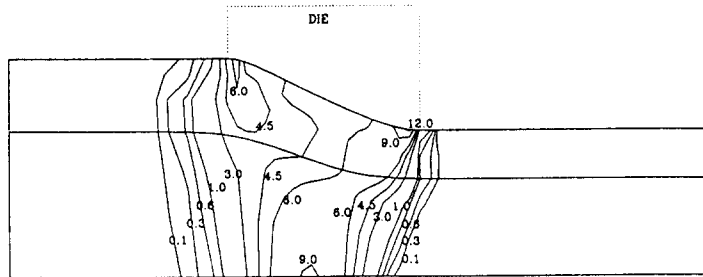
Fig. 4 Optimal die shapes minimizing the forming load



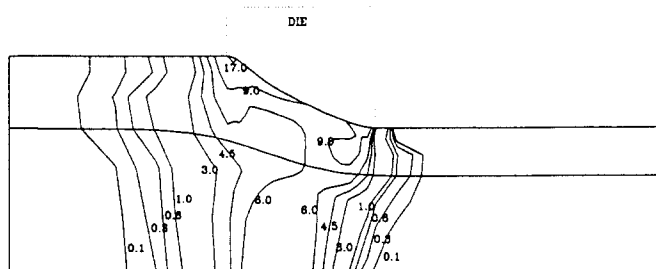
case a



case b



case c



case d

Fig. 5 Optimal die shapes minimizing the forming load and the resulting effective strain rate distributions

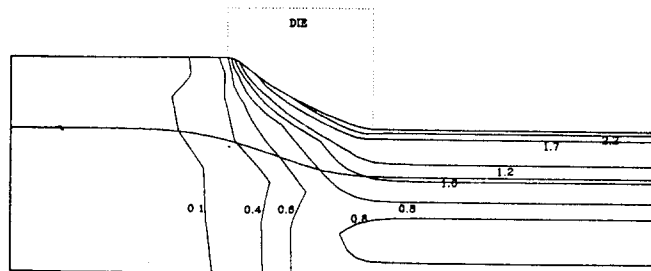
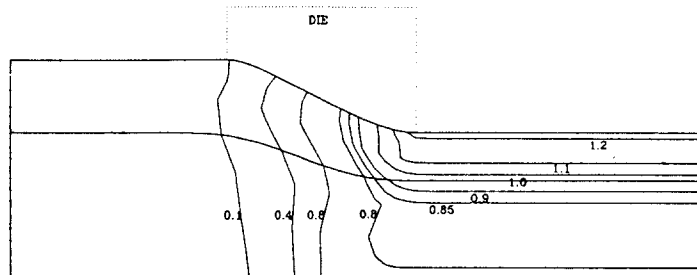
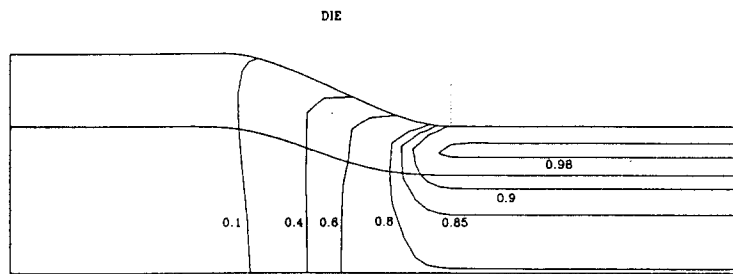
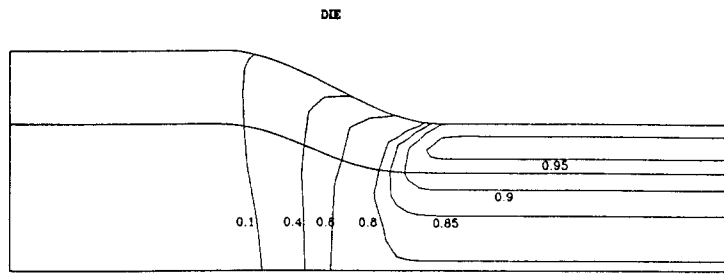
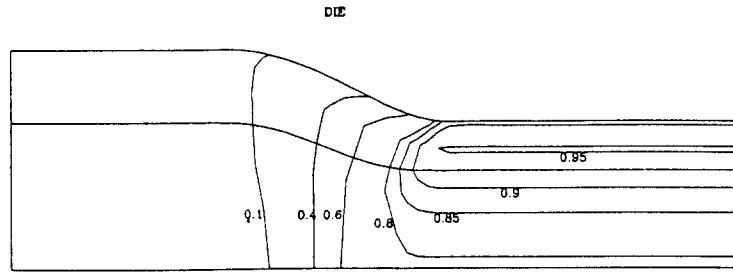
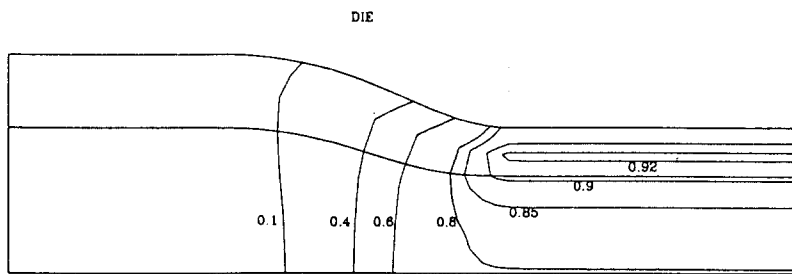


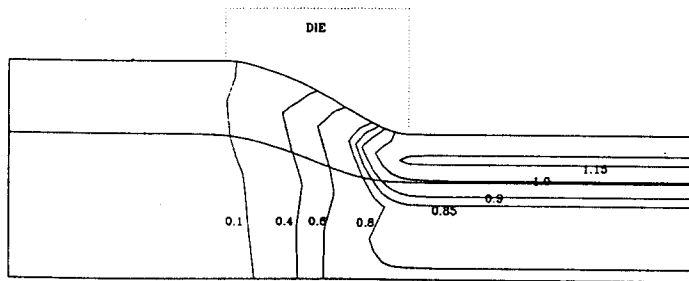
Fig. 6 Optimal die shapes minimizing the forming load and the resulting effective strain distributions



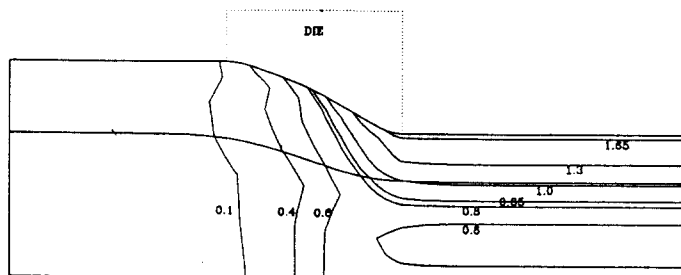
case a



case b



case c



case d

Fig.7 Optimal die shapes minimizing the sleeve forming load and the resulting effective strain distributions

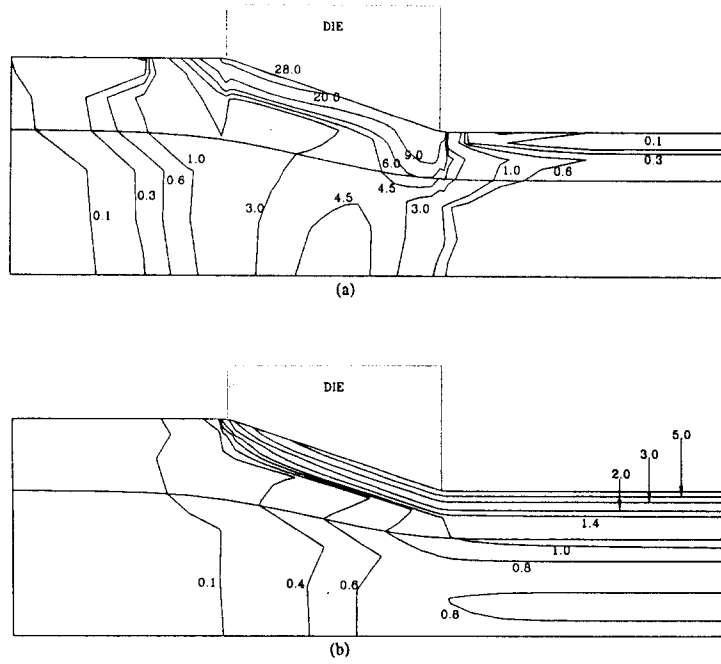


Fig. 8 A conical die and the resulting effective strain rate (a) and effective strain (b) distributions predicted for case e

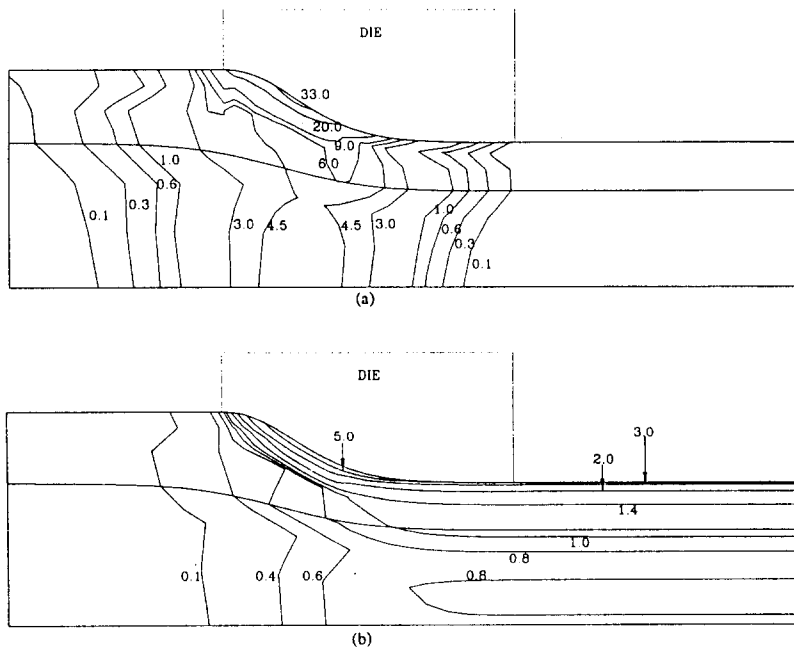


Fig. 9 A die shape optimized so as to produce uniform velocity distributions in the extruded material for case e and the resulting effective strain rate (a) and effective strain (b) distributions

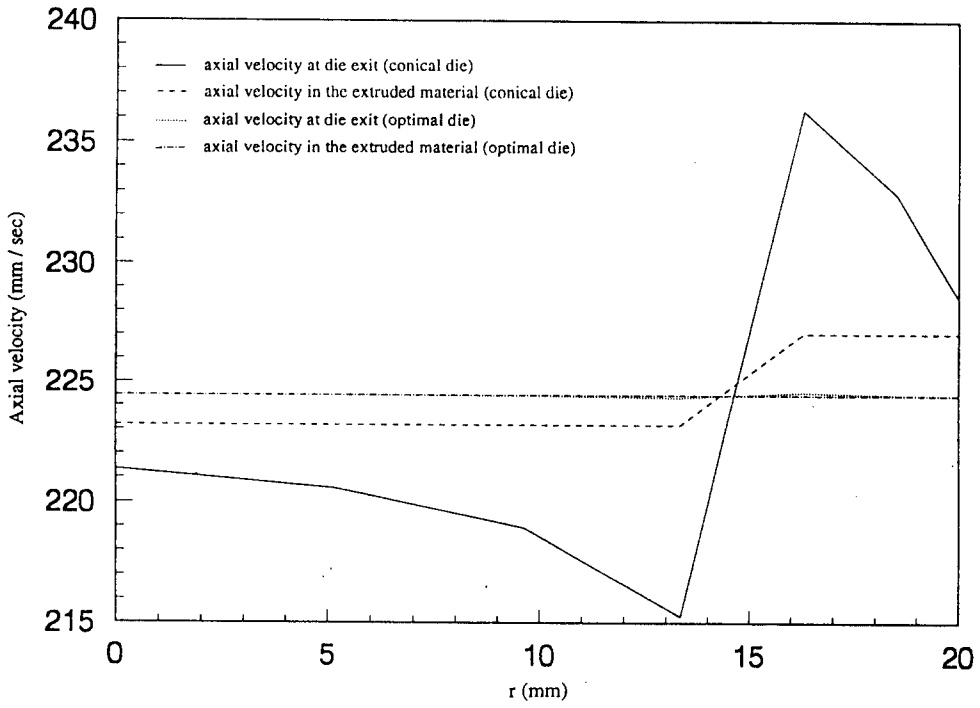


Fig.10 Axial velocity distributions at the die exit and in the extruded material, predicted for case e