⊙ 研究論文

3次元 自由曲面 加工用 CAM시스템의 開發에 關한 硏究(1)

- 高精度 曲面加工 情報 生成을 위한 理論的 考察 -

정 희 원* · 정 재 현**

A Study on CAM System for Machining of Sculptured Surface in Mold Cavity(1)

- Generation of High Precision Machining Data for Curved Surfaces -

H. W. Jeong · J. H. Jeong

Key words : ulptured surfaces(자유곡면), Bezier surface(베지에 곡면), CL data(공구위치 데이터), NC machining(NC가공), Tool path(공구경로), CAM(컴퓨터지원가공)

Abstract

For generating NC machining data automatically, it is important to hadle computer models such as geometric shape data including engineering specifications for the mechanical part to be manufactured.

We proposed unique CAM system for a personal computer that can define the geometric shape in an ease manner and machine the sculptured surfaces of a mold cavity.

In this paper, the theoretical basis of generation of high precision machining data for a mold cavity is obtained. The first is geometric modelling, and the second is high precision machining with an optimized tool path algorithm satisfying given tolerance limits. Esj ecially, the bicubic Bezier basis function is adopted for a geometric modelling.

1. 緖 論

자동차 외판, 항공기 胴體 및 가전제품 등의 외형은 디자이너의 審美的 觀點에 의해 설계되기 때문에 간단한 解析 函數로 표현할 수 없는 복잡한 3차원 곡면으로 되는 경우가 많다.

이때 사용되는 곡면을 自由曲面(sculptured surfaces or free - formed surfaces)이라 한다.[1]

이러한 3차원 자유곡면 형상의 절삭가공에는 모방 밀링머신과 NC밀링머신이 사용되고 있다. 모방 밀링 방식은 나무나 석고 등으로 실물 모형을 제작하고, 모방 밀링기계에서 트레이서(tracer)로

* 정회원, 한국해양대학교 대학원
** 정회원, 한국해양대학교 기계공학과

실물 모형을 스캐닝함으로써 절삭공구인 볼 엔드 밀의 움직임을 제어하여 複製品을 만들어 내는 것이다. 그러나 이러한 가공에는 실물 모형의 제작에 비용과 시간이 많이 소요되고 정밀도가 낮으며, 모방작업이 물리적 追從에 의하는 것이므로 절삭 속도와 精密度에 制約을 가진다.

반면에 NC가공에 있어서는 얻고자 하는 공작물의 형상을 수학적으로 모델링하여 이때의 데이타를 NC기계에 입력함으로써 공구를 제어하여 가공하기 때문에 상기와 같은 어려움을 해소할 수 있게 된다.[2]

현재 개발되어 있는 3차원 형상설계용 CAD 몇 가지를 살펴보면 다음과 같다. CADDS5, CVware는 미국 컴퓨터비젼사의 제품으로 파라매트릭 피쳐 베이스(parametric feature base) 및 강력한 솔리드 자유곡면 모델러(solid type free surface modeller)로 엔지니어링 전공정을 커버하는 통합 CAE/CAD/CAM 시스템이다. UNISURF 시스템은 프랑스의 Renault 자동차 회사에서 개발한 것으로 Bezier 곡면을 사용하고 있다.[3]

한편, 국내에서는 KAIST CAM Lab.에서 개발되어 (주)큐빅테크에서 보급되고 있는 SWEEP이라 불리워지는 CAM 시스템이 있으나 아직 미흡한 실정으로 우리나라 고유의 CAD/CAM 모델의 개발이 시급한 과제라 생각된다.

본 연구는 기존의 시스템들이 종합적인 가공기능을 중시함으로써 고가의 하드웨어를 필요로 하고 3차원 자유곡면의 가공과 같은 전문성이 부족한 점을 해결하기 위하여, PC상에서 간단한 방법으로 形狀을 정의하여 주기만 하면 가공작업은 컴퓨터가 자동적으로 수행해 주는 CAM 시스템의 개발에 최종 목적을 둔 것으로, 본보에서는 허용오차를 최대한 만족하는 高精度 곡면가공 정보생성을 위한 이론적 배경을 확립하고자 한 것이다. 이러한 목적을 달성하기 위하여, 가공할 곡면은 초보자라도 몇개의 형상정의점을 입력하는 것만으로 형상정의가 가능하고 형상정의점의 변경으로 간단히 전체 형상에 변화를 줄 수 있는 양3차 Bezier 곡면(bicubic Bezier surface) 단일 팻치를 사용하였다.

2. 曲面의 정의에 대한 理論的 考察

2.1 곡면의 정의

수학적으로 매개변수적 Bezier 곡선은 다음으로 정의된다.[4),5)]

$$P(t)=\sum_{i=0}^{n}B_iJ_{n,i}(t) \qquad 0\le t\le 1 \tag{1}$$

여기서, Bezier나 베른스타인(Bernstein) 原理函數는

$$J_{n,i}(t)=\binom{n}{i}t^i(1-t)^{n-1} \tag{2}$$

$$\binom{n}{i}=\frac{n!}{i!(n-i)!}$$

이며, $J_{n,i}(t)$는 i번째 n차 베른스타인 원리 함수이다. 또한, Bezier 곡선에 대한 식은 다음과 같이 매트릭스 형태로도 표현할 수 있다.

$$P(t)=[T][V][G]=[F][G] \tag{3}$$

여기서 $F=[J_{n,0}J_{n,1}\cdots J_{n,n}]$이고 $[G]T=[B_0B_1\cdots B_n]$이다. 본 논문에서는 실제의 형상정의에서 큰 문제점이 없는 점과 계산기 용량을 고려하여 3차식으로 한정하고자 한다. 따라서, 식(3)을 3차에 대하여 정리하면 다음과 같은 실용상 유용한 3차 Bezier 곡선식을 얻을 수 있다.

$$P(t)=[T][N][G]=[t^3\ t^2\ t\ 1]\begin{bmatrix}-1&3&-3&1\\3&-6&3&0\\-3&3&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B_0\\B_1\\B_2\\B_3\end{bmatrix} \tag{4}$$

한편, 형상정의점의 입력만으로 3차원 곡면의 정의가 비교적 쉬운 Bezier 곡면은 Bezier 곡선을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q(u,v)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}B_{I,J}J_{n,i}(u)K_{m,j}(v) \tag{5}$$

여기서, $J_{n,i}(u)$와 $K_{m,j}(v)$는 식(2)와 같이 u와 v내에서 베른스타인 원리함수이다.

Bezier 곡면의 경계곡선은 Bezier 곡선으로, 4

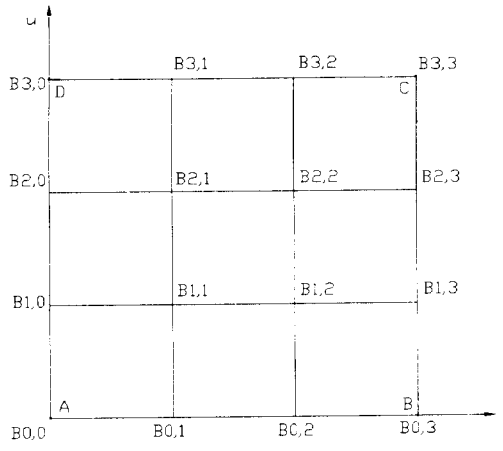

Fig. 1 Schematic Diagram of Bezier Surface with its Defining Control net

×4의 컨트롤 다각형을 갖는 양3차 Bezier 곡면을 도식적으로 나타낸 것이 Fig.1이다. 여기서, 팻치 코너부분에서의 접선벡터가 그물의 경계를 따라 인접한 점들에 의해 방향과 크기가 제어된다는 것을 쉽게 알 수 있다. 특히 A에서 u, v방향으로의 접선벡터는 다각형 그물망의 頂点 $B_{0,1}$과 $B_{1,0}$에 의해서 각각 제어된다. 이와 유사하게 다각형 그물망의 頂点 $B_{2,0}$, $B_{3,1}$, $B_{3,2}$, $B_{2,3}$와 $B_{1,3}$, $B_{0,2}$는 각각 *B, C, D* 코너에서 u, v방향의 접선벡터를 제어한다. 네개의 내부 다각형 頂点들, $B_{1,1}$, $B_{2,1}$, $B_{2,2}$, $B_{1,2}$는 각각 팻치코너 A, B, C, D에서의 꼬임벡터의 방향과 크기에 영향을 준다. 따라서, 사용자는 곡면 팻치의 형상을 형상정의점만으로 제어하기 때문에 정의형상의 내부적인 기하학적 정보를 자세히 알지 못하더라도 곡면의 형상을 쉽게 제어할 수 있다.

한편, 행렬형식의 데카르트곱 Bezier 곡면은 다음으로 주어진다.

$$Q(u,v) = [U][N][B][M]^T[V] \qquad (6)$$

단,

$$[U] = [u^n u^{n-1} \cdots\cdots 1]$$

$$[V] = [v^m v^{m-1} \cdots\cdots 1]^T$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{0,0} & \cdots & B_{0,m} \\ . & .. & . \\ . & .. & . \\ B_{n,0} & \cdots & B_{n,n} \end{bmatrix}$$

본 연구에서는 양3차 Bezier곡면을 이용하고자 하므로 3차에 대하여 정리하면 식(6)는 다음과 같이 되어 곡면 정의에 있어 실용상 유용한 기본식을 구할 수 있다.

$$Q(u,v) = [u^3, u^2 u 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} B_{0,0} & B_{0,1} & B_{0,2} & B_{0,3} \\ B_{1,0} & B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} \\ B_{2,0} & B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,0} & B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^3 \\ v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

2.2 曲面의 曲率과 공구반경 계산

2.2.1 곡면의 法線벡터

일반적인 볼 엔드밀에 의한 형상가공에서, 공구는 절삭곡면과 한점에서 항상 접촉하게 된다. 이때 공구에 접촉하는 위치는 곡면상에서 올린 법선방향과 일치하게 된다. 따라서 이 법선과 공구의 반경을 알면 공구를 용이하게 공간상에서 움직일 수 있어 목적하는 가공물을 절삭할 수 있게 된다. Fig.2 에서 곡면 상의 한 점에 반경 R인 구(반경 R인 볼 엔드밀 하단의 반구)를 접하도록 위치시키면 접점 rc에서 구의 중심점을 향하는 선분을 정의할 수 있다. 이 선분의 길이를 1로 잡으면 점 r_u에

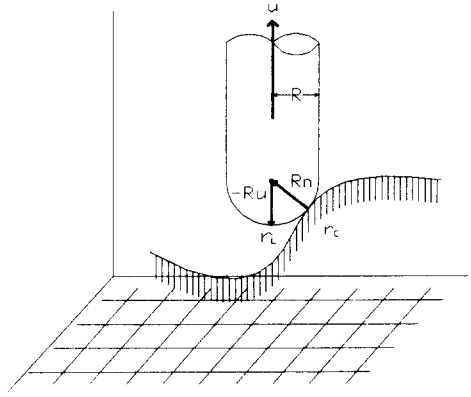

Fig. 2 The Schematic Diagram of Cutter Location

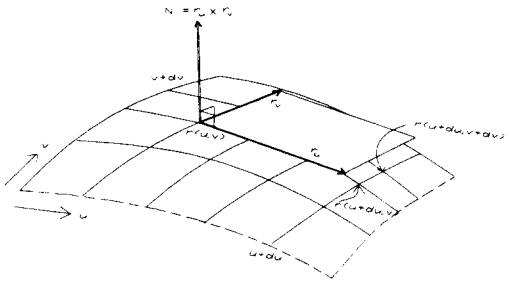

Fig. 3 The Tangent and the Normal Vector of Sculptured Surface

서의 곡면의 단위법선벡터 n이 얻어진다. 실제의 가공에 있어서는 이 단위법선벡터의 열을 따라 공구를 움직이면 되므로 여기에 대한 좌표값을 구하면 된다.

곡면이 매개변수 r(u,v)로 정의되면 u방향의 미분 ru는 Fig.3 에 보인 바와 같이 다음으로 정의된다.[6]

$$r_u = \lim_{du\to 0} \frac{r(u+du,v)-r(u,v)}{du} = \frac{\partial r(u,v)}{\partial u} \qquad (8)$$

이 때 r_u를 u방향의 접선벡터라고 부르고, v방향에 대하여도 동일한 방법으로 접선벡터 r_v가 정의된다.

그림에 표시된 바와 같이 점 r(u,v)에서의 곡면의 법선벡터는 r_u와 r_v에 수직이다. 따라서 곡면의 단위법선벡터는 식9와 같이 구할 수 있으며, 곡면의 NC 가공을 위하여는 정의된 곡면상의 모든 점에서 곡면의 단위법선벡터를 계산해야 된다.

$$n = (r_u \times r_v)/|r_u \times r_v| \qquad (9)$$

2.2.2 曲面의 曲率

NC가공에서 직선보간의 길이 등을 계산하기 위해서는 곡면의 곡률반경을 구해야 하는데, 곡면의 곡률은 곡면상에 놓인 곡선의 곡률을 의미한다. 매개변수 정의역(parameter domain)상에 t를 매개변수로 갖는 2차원 곡선

$$U(t) = (u(t),v(t)) \qquad (10)$$

를 정의하면, 이 곡선의 이미지는 곡면 r(u,v)상에 놓인 3차원 곡선

$$r(t) = r(u(t),v(t)) \qquad (11)$$

를 의미한다. 식(11)을 t에 대해서 미분하면

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{\partial r}{\partial u}\frac{du}{dt} + \frac{\partial r}{\partial v}\frac{dv}{dt} = r_u\dot{u} + r_v\dot{v}$$

로 표시되는데, 이 식을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix}\dot{u} + \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{bmatrix}\dot{v} = \begin{bmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \\ z_u & z_v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = A\dot{U} \qquad (12)$$

식(12)의 절대값을 구하면 곡선의 이송속도가 얻어진다. 즉,

$$\dot{s}^2 = |\dot{r}|^2 = (\dot{r}^T \cdot \dot{r}) = (A\dot{U})^T(A\dot{U}) = \dot{U}^T A^T A\dot{U}$$

이 되므로 구하는 이송속도는 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{s} = (\dot{U}^T G\dot{U})^{1/2} \qquad (13)$$

단,

$$G = A^T A = \begin{bmatrix} r_u \cdot r_u & r_u \cdot r_v \\ r_v \cdot r_u & r_v \cdot r_v \end{bmatrix}$$

$$\dot{U}\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix}$$

식(11)을 t에 대 두번 미분하면

$$\ddot{r} = \dot{u}(\dot{u}^2 r_{uu} + \dot{v}r_{uv}) + \ddot{u}r_u + \dot{v}(\dot{u}r_{vu} + \dot{v}r_{vv}) + \ddot{v}r_v$$

이 얻어지는데, 이 식의 양변에 곡면의 단위법선벡터 n을 곱하여 다음식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{r}\cdot n &= \dot{u}^2 r_{uu}\cdot n + 2\dot{u}\dot{v}r_{uv}\cdot n + \dot{v}^2 r_{vv}\cdot n \\ &= (uuu\dot{u}\dot{v})\begin{bmatrix} r_{uu}\cdot n & r_{uv}\cdot n \\ r_{uv}\cdot n & r_{vv}\cdot n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} \\ &= \dot{U}^T D\dot{U} \end{aligned} \qquad (14)$$

식(2.13)에서 행렬 G를 第1基本行列, 식 (2.14)의 행렬 D를 第2基本行列이라 한다.

앞의 식(13)에 보인 바와 같이 곡선기하학의 결과에 따라 r=sT의 관계가 성립하며, 단위접선벡

터 T를 미분하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\dot{T} = dT/dt = \dot{s}xN \qquad (15)$$

식(15)에서 x는 곡률을 나타내며, N은 주법선벡터이다.

이상의 식들을 사용하여 법선곡률을 구하면 다음과 같다.

$$n_x = xN \cdot n = \ddot{r} \cdot n / \dot{s}^2 = (\dot{u}^T D\dot{u}) / (\dot{u}^T G\dot{u}) \qquad (16)$$

단, x_n = 곡면(r(u,v))의 법선곡률

N = 곡선(r(t))의 주법선벡터

식(16)가 의미하는 것은 곡면상의 곡선에 대한 곡률을 곡면의 법선방향으로 투영시킨 결과를 나타낸다.

법선곡률 x_n을 U에 대하여 미분하면 xn의 최대값과 최소값을 구할 수 있다.

$$x_{n1} = (b + \sqrt{b^2 - ac})/a \qquad (17-a)$$

$$x_{n2} = (b + \sqrt{b^2 - ac})/a \qquad (17-b)$$

단,

$$a = |G| = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}$$

$$c = |D| = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}$$

$$b = (g_{11}g_{22} + g_{22}g_{11})/2 - g_{12}d_{12}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$$

자유곡면의 가공시 오버컷과 언더컷을 동시에 방지하려면 사용하는 공구의 반경이 곡면상의 최소 곡률반경보다 작아야 하므로, 식(17)의 결과를 이용하여 자유 곡면상의 모든 점에서의 곡률반경을 구하고 이들 값 중 최소값을 취하여 이를 기준하여 공구를 선정해야 한다.

3. 曲面 加工條件의 決定

3.1 공구경로 생성을 위한 가공조건

3.1.1 荒削計劃 및 허용공차 指定

절삭을 위한 예비 단계로 황삭 가공에 관한 계획이 先行되어야 한다. 예를 들어 금형의 캐비티나 코어를 가공하려면 육면체형의 소재로부터 상당량의 재료의 제거가 이루어져야 한다. 황삭과정에는 일반 엔드밀이나 커다란 드릴을 사용하기도 하는데 원래의 자유곡면 정보로 부터 이들 황삭가공을 위한 NC 테이프도 작성되어야 한다. 그래서 본 연구에서는 공구의 破損을 줄이고 정삭여유를 지정할 수 있는 두가지의 황삭가공 방법을 제시하였다.

Fig.4는 볼 엔드밀로 황삭 가공을 하는 경우의 예를 보여주고 있다. (a)는 적정 절삭깊이로 여러 차례에 걸쳐 황삭을 하는 경우의 가공 경로를 보여주고 있는데 곡면의 정삭 가공용 CL(cutter location) 데이터를 xy평면에 평행한 평면으로 절삭깊이 H만큼 절단한 다음 그 교점을 황삭가공용 CL 데이터로 사용하는 방법이다. 이 방법은 한꺼번에 많은 양의 모재를 제거하는데서 발생하는 공구의 파손이나 과도한 마모를 방지하기 위해 본 연구에서 제안한 것으로 CL 카아티젼(Cartesian) 공구경로 방법의 변형이다. 그림에서 실선은 가공중의 이송을 나타내고 점선은 급속이동을 나타낸다. (b)는 소재가 예비성형되어 한 차례의 황삭만 요구되는 경우를 보여주고 있다. 이때 황삭 가공을 위한 CL 데이터는 실제 사용할 공구보다 큰 공구반경 값을 이용하여 원래 곡면에 대한 CL 데이터를 구하여 얻는다. 여기서 공구반경의 차이가 정삭 가공을 위한 가공여유가 된다.

Fig.5는 공구의 진행 방향으로의 직선 보간에 따른 가공 오차를 보여주고 있다. 원하는 곡면형상을 해치는 가공은 바람직하지 못하므로 내부허용공차(d1)은 아주 작은 값을 주거나 아예 없는 것

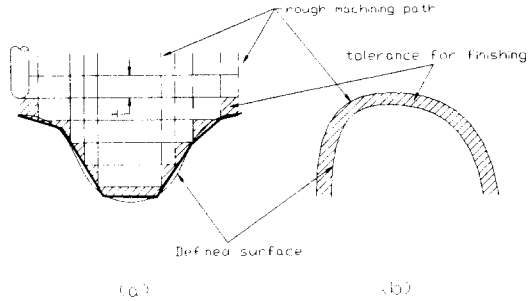

Fig. 4 Rough Machining by Ball - Endmill

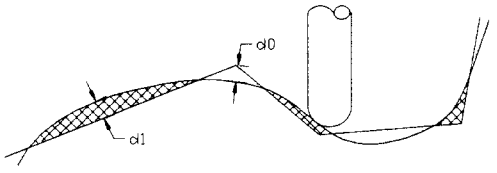

Fig. 5 The Tolerance for Line Compensation

이 일반적이다. 외부허용공차(d0)는 곡면 가공의 목적에 맞도록 적정한 값을 주어야 한다. 가능한 한 다듬질가공이 적어지도록 작은 값을 주어야 하나, 이 경우 직선보간의 길이가 짧아지면 NC테이프의 길이가 길어지게 되고 실제로 가공 시간도 더 걸리게 되므로 한계가 있다.

3.1.2 가공경로계획

가공경로계획이란 자유곡면을 절삭가공할 때 공구의 경로를 어떤 방식으로 정할 것인가를 말하는데, 크게 나누어 패러매트릭(parametric)방식과 카아티젼방식이 있다. 패러매트릭방식은 정의된 곡면이 매개변수형인 경우 등매개변수곡선(isoparametric curve)을 따라 공구접촉점들을 정의하여 곡면을 가공하는 것이며, 카아티젼방식은 곡면을 xy평면상의 직선을 따라 절단하여 절단된 곡선상에 공구접촉점을 두는 것으로, 정의된 곡면이 위상학적으로 불규칙하게 나타난 경우에 쓰인다. 이 방식은 수치적 계산이 복잡하다는 단점이 있지만 패러매트릭 가공경로가 실제 가공의 목적에 비추어 바람직하지 못한 경우에는 불가피하다.

가공경로계획은 Fig.6에 보인 바와 같이 세가지 방법중 하나를 선택하도록 하였다. Fig.6(a), Fig.6(b)는 지그재그방식이고 Fig.6(c)는 one way방식이다. 일반적으로, 공 작물의 표면거칠기가 양호한 하향 밀링이 지속적으로 유지될 수 있는 one way 방식의 공구경로 연결방법을 선택하는 것이 좋다.

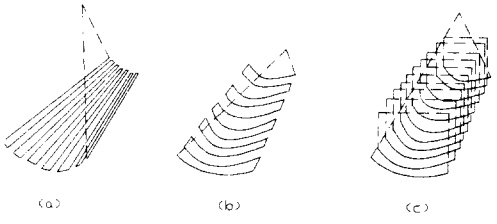

Fig. 6 The Choice of Direction for Machining and the Connection of Tool Path

또, 본 연구에서 사용하는 가공경로는 2.5축 NC를 사용하므로 CL 카아티젼방식을 사용해도되나 현재 대부분의 현장에서 3축 이상의 기계를 사용하고 있으므로 상대적으로 계산이 쉽고 시간이 적게 걸리는 패러매트릭방식을 사용하였다. 그러나, 생성된 CL 데이터를 xy평면으로 절단한 후 그 교점을 황삭가공용 CL 데이터로 취하는 CL 카아티젼방식의 변형법을 도입하여 2.5축 NC에서도 자유곡면의 황삭가공이 가능하도록 하였다.

3.1.3 직선보간길이의 계산

3차원 NC가공에서는 CL 카아티젼방식의 경우를 제외하고는 항상 직선보간(G01 - 코우드)에 의하여 곡면을 가공하므로 직선보간 오차가 생기게 마련이다.[7], Fig.7에서 보인 바와 같이 실제 곡면을 너무 많이 깍는 양을 내부공차 d1(inside tolerance), 덜깍고 남기는 양을 외부공차 d0(outside tolerance)로 지정한다. 그림에서 보인 바와 같이 공구가 따라가야 할 곡선상에 일련의 공구접촉점들이 표시되어 있는데, 공구접촉점간의 거리를 직선보간 길이 L, 접촉점을 잇는 직선과 곡선간의 최대거리를 보간오차(혹은 허용오차) d로 표시하고 있다. 허용오차 d가 주어지면 이에 상응하는 보간길이 L을 구할 수 있다.

이론적으로는 각 단계에서 직선보간의 길이를 매우 작게 하면 곡선 윤곽의 실제 형상에 근사적으로 일치시킬 수 있다. 그러나, 현실적으로는 직선보간 길이를 너무 짧게 잡으면 공구 접촉점의 갯수가 많아져서 NC 테이프의 길이가 길어질 뿐만 아니라 NC 컨트롤러의 계산 처리 능력의 한계 때문에 가공시간이 많이 걸리게 되는 문제가 발생한다.

Fig.7은 공구의 크기를 고려하지 않은 경우의 보간오차와 보간길이와의 관계를 나타낸 것이고, 실제로는 공구의 크기를 감안하여 Fig.8과 Fig.9와

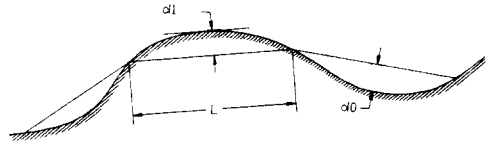

Fig. 7 The Tolerance and the Length of Line Compensation

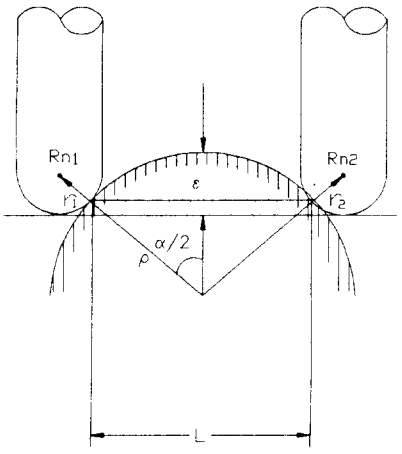

Fig. 8 The Tolerance in Machining of a Convex Surface

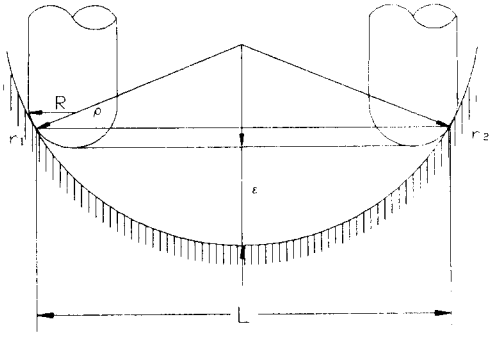

Fig. 9 The Tolerance in Machining of a Voncave Durface

같이 보간오차와 보간길이의 관계를 구해야 한다. 가공경로곡선을 부분적으로 반경이 ε인 원호로 가정하면 주어진 허용오차 (이 경우에는 내부 허용오차)에 대한 보간길이 L은 다음식을 이용하여 구할 수 있다.(α는 두 접촉점 r_1, r_2와 원호의 중심을 잇는 직선의 사이각).

$$\alpha = s\cos^{-1}\left(\frac{\rho + R - \varepsilon}{\rho + R}\right) \tag{18}$$

$$L = 2\rho\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{19}$$

한편 오목한 가공면에서의 허용오차(이 경우에는 외부 허용오차)와 보간길이와의 관계는 Fig.9를 이용하여 구하면 되는데, 이 경우에는 식(18)에서 공구반경 R을 음수로 취하면 된다.

r(u,v)로 정의된 곡면을 매개변수 u방향으로 공구경로를 정의한다고 가정하면 공구경로 곡선은 u만을 매개변수로 갖는 곡선으로 간주할 수 있다. 이 때 현재의 공구접촉점(r_1)이 u=u1에 해당된다면 다음 접촉점(r_2)에 해당되는 u의 값은 식(20)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$u_2 = u_1 + \Delta u \tag{20}$$
$$\Delta u = \rho\alpha / \dot{s}$$

단, ρ : $u_1 + \Delta u$에서의 곡선의 곡률반경

α : 접촉점간의 사이각

$\dot{s} = |r_u|$ (flow rate)

식(20)을 이용하여 다음 접촉점을 구할 때 곡선의 곡률반경은 식 $r = s^3/|r_u \times r_{uu}|$를 이용하여 구하는데, 곡선의 변곡점 부분에서는 ρ가 무한대가 되므로 Δu의 상한선을 두어 적절히 조정할 필요가 있다. 아울러 곡면이 공구진행 방향에 대하여 볼록한 경우에는 ε=d1으로 놓고 식(18)을 이용하여 α를 계산하며, 가공면이 오목할 경우에는 ε=d0, R`은 −R로 놓고 계산하면 된다.

식(20)에서 ρα는 두 접촉점을 잇는 圓弧의 길이에 해당되고 s는 이송속도이므로 Δu=ρα/s의 관계가 성립한다. 그러나, 직선보간 길이를 구하는 일은 상기의 식만으로는 오차가 커 실제에 적용하기는 곤란하며, 균일하게 볼록하거나 오목한 경우에는 문제가 발생하지 않았으나 곡면이 거의 평탄한 경우 또는 변곡점을 가지고 있는 경우에는 실제허용치보다 더 크게 직선보간길이를 계산해 내는 문제점이 있었다.

따라서 본 연구에서는 다음과 같은 알고리즘으로 상기의 문제점을 해결하였다.

i) 우선 다음과 같은 변수를 설정한다.

* 현재 위치의 매개변수 u상의 한점 : u_0
* 최소 직선보간길이 : default_u
* 식(20)에의한 직선보간길이 : Δu
* Δu와 비교를위해 구한 반대방향 Δu : ur

ii) 곡면상의 최대곡률 부분에서 허용오차를 만족하는 최소 직선보간길이 default_u를 구한다.

iii) 식(20)을 사용하여 u_0에서의 직선보간길이 Δu를 구한다.

iv) 구해진 Δu가 default_u보다 크면 u_0에서 $u_0+\Delta u$까지 default_u만큼 씩 증가시키면서 식(20)을 사용하여 ur을 구한다.

v) 구해진 ur을 현재점에서 u_0를 뺀 값과 비교하여 같을 때 그 값을 새로운 Δu로 정한다.

본 연구에서 사용한 방법은 旣存의 데이터 계산 방법에 의해 구해진 범위 내에서 다시 二進檢索法으로 정확한 데이터를 찾는 방법으로 주어진 허용공차 이외의 오차를 최대한으로 줄일 수 있으며, 컴퓨터 내부에서 모든 처리가 행하여지기 때문에 사용자에게는 번거로움을 주지 않토록 되어 있다.

3.1.4 경로간 간격의 계산

볼 엔드밀로 곡면을 가공하면 가공경로 사이에 공구의 흔적이 남게 되는데 이를 cusp이라 부른다. 가공하고자 하는 곡면을 곡률반경 ρ인 원이라 하고, 그 위를 반경 R인 공구가 지나간다고 가정했을 때, 그 사이에서 발생하는 cusp의 높이(h)와 경로간 간격(l)과의 관계를 나타낸 것이 Fig.10이며, 각각의 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}=\rho\sin\alpha,\quad P=\frac{1}{2}\tan\alpha\,\rho\sin\alpha\tan\alpha$$

$$q=m\cos\alpha=(H-P)\cos\alpha=H\cos\alpha-\rho\sin^2\alpha$$

$$S=(\rho+q)\tan\alpha=(H+\rho\cos\alpha)\sin\alpha \qquad (21)$$

여기서, S를 R과 θ로 나타내면

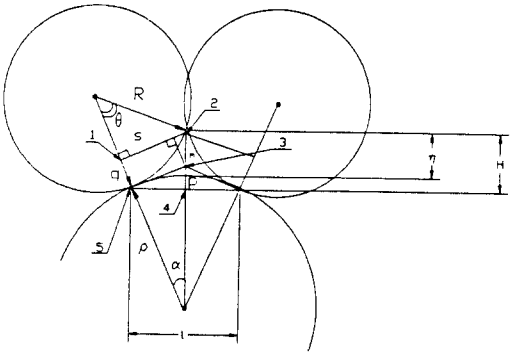

Fig. 10 The Calculation of the Height of a Cusp and the Interval of Tool Path

$$S=R\sin\theta,\quad \cos\theta=(R-q)/R,$$

$$\sin\theta=\sqrt{2q/R-q^2/R^2}$$

$$\therefore S=\sqrt{2Rq-q^2}$$

$$=\sqrt{2R(H\cos\alpha-\rho\sin^2\alpha)-(H\cos\alpha-\rho\sin^2\alpha)^2} \qquad (22)$$

이 되므로, 식(21)와 식(22)를 이용하여 정리하면 식(23)이 얻어진다.

$$l=\frac{|\rho|(4R+\rho)^2(h+\rho)^2(\rho^2+2R\rho+(h+\rho)^2)^{1/2}}{(R+\rho)(h+\rho)} \qquad (23)$$

단, 볼록한 곡면에 대해서는 $\rho>0$,

오목한 곡면에 대해서는 $\rho<0$

곡면의 곡률반경(ρ)이 공구의 반경(R)에 비하여 상대적으로 크면($\rho=\infty$) 위의 식은 다음과 같이 비교적 간단한 형태를 갖는다.

$$\lim_{\rho\to\infty} l=\sqrt{8Rh-4h^2}=2\sqrt{2Rh-h^2} \qquad (24)$$

패러매트릭가공 경로의 경우 공구경로가 u방향의 등패러매트릭곡선을 따라간다면, v방향의 패러미터증가(Δv)에 의해 다음 공구경로가 정해진다. Fig.11에서 공구경로간의 간격(최단거리)을 l이라 하면 v방향 등패러매트릭곡선의 길이는 $d=l/\sin\theta$로 주어진다. 한편, v방향 패러미터의 증분 Δv는 근사적으로 $\Delta v=d/|r_v|$로 주어지며, 등패러매트릭곡선 r(u,v1), r(u1, v)가 이루는 각 는 다음과 같이 구한다.

$$\sin\theta=\frac{|r_u^{\cdot}r_v|}{|r_u||r_v|} \qquad (25)$$

지금까지의 결과를 종합하면 Δv는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta v=l|r_u|/|r_u^{\cdot}r_v| \qquad (26)$$

따라서, 패러매트릭방식에서 경로간의 간격은 현재의 공구경로상의 모든 접촉점에 대하여 식(26)으로 부터 Δv를 구하고 이중 최소값을 취하여 다음의 공구경로(즉 $v_2=v_1+\Delta v$)를 구하면 된다.

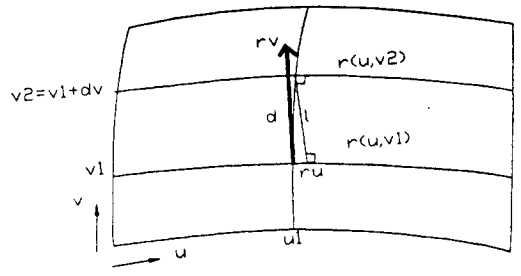

Fig. 11. The Calculation of the Interval of Tool Path

3.1.5 CL 데이터의 계산

NC 가공에서 공구의 위치를 나타내는 좌표값을 CL 데이터라고 부르는데 볼 엔드밀에서는 공구의 바닥 끝점을 기준으로 삼는다. 볼 엔드밀의 반경을 R이라 하고 공구의 회전축 방향을 단위벡터 u로 표시하면, CL 데이터 rL은 곡면상의 접촉점 rc로부터 다음과 같이 구해진다.(Fig.2)

$$r_L = rc + R(n - u) \tag{27}$$

4. 結 論

본 연구의 최종 목표는 소형 계산기 시스템에서 형상정의가 힘든 3차원 자유곡면의 형상정의를 쉽게 할수 있으며, 정의한 형상을 쉽게 수정할수 있는 시스템 구축에 있다. 또한 주어진 허용오차를 최대한 만족하는 CL데이터를 계산하여 고정도 곡면가공을 실현시키는데 있다.

이러한 목적을 달성하기 위하여 본보에서는 Bezier곡면 이론을 응용한 소형 계산기용 형상정의 방법을 제시하였으며, 형상정의점과 공구반경 등의 간단한 가공정보를 주면 컴퓨터가 자동적으로 가공에 필요한 정보를 계산해 낼수 있는 알고리즘을 확립하였다.

따라서 본 연구에서 NC밀링에 의한 3차원 자유곡면의 가공을 위한 형상정의 방법과 최적 가공조건 산출을 위한 가공정보생성이론을 확립함하여 이를 바탕으로한 소형 컴퓨터를 위한 곡면 가공용 시스템 구축에(제2보) 이용하고자 한다.

參考文獻

1) Gerald Farin, Curves ands Surfaces for CAGD, Academic Press, 1992
2) 최병규, 「CAM 시스템과 CNC 절삭가공」, 청문각, 1992.
3) "今使える機械設計用の3次元CAD一覽", PIXEL, 도형처리 정보센타, No. 120, 1993,
4) C-H Lin, "Generalized Bernstein-Bezier curves and surfaces", Computer Aided Design, Vol. 20, No. 5, 1988, p. 259-262
5) 山口富士夫, 「形狀處理工學」, 日刊工業新聞社, 1984
6) I. D. FAUX, B. Sc., Ph. D., and M. J. PRATT, M. A., M. Sc., 「Computational Geometry for Design and Manufacture」, Ellis Horwood Ltd., 1981.
7) Greogory C Loney and Tulga M Ozsoy, "NC machining of free form surfaces", CAD, Vol.19, No.2, 1987, p. 85-90