

單純鋼板桁 斷面の 最適設計를 위한 效率的인 非線形計劃技法

Efficient NLP Techniques for the Optimum Design of Simple Steel Plate Girder Cross Section

金 鍾 玉*
Kim, Jong Ok

Summary

In this study, an algorithm which can be applied to the optimum design of simple steel plate girders was developed, and efficient optimization strategies for the solution of algorithm were found out.

The optimum design algorithm consists of 3-levels of optimization. In the first and second levels of optimization, the absolute maximum bending moment and shearing force are extracted and in the third level of optimization, the optimum cross section of steel plate girder is determined.

For the optimum design of cross section, the objective function is formulated as the total area of cross section and constraints are derived in consideration of the various stresses and the minimum dimension of flange and web based on the part of steel bridge in the Korea standard code of road bridge.

Sequential unconstrained minimization technique using the exterior penalty function method(SUMT-EP), sequential linear programming(SLP) and sequential quadratic programming (SQP) are proved to be efficient and robust strategies for the optimum design of simple plate girder cross section.

From the reliable point of view, SLP is the most efficient and robust strategy and SQP is the most efficient one from the viewpoint of convergency and computing time.

* 公州大學校 産業科學大學

키워드 : 最適設計, 非線形計劃法, 目的函數, 制約條件
式, 單純鋼板桁, 無制約 最適化 問題, 벌칙
函數, 逐次 線形計劃法, 設計變數

I. 緒 論

構造最適化에 관한 연구는 1869년 Maxwell이 발표한 트러스의最適 Layout에 관한論文과 1904년 Michell에 의하여 발표된 트러스構造의 연구로부터 출발되었으며 1960년 Schmit가 그의 획기적인 논문을 통하여 非線形計劃技法을 이용하고 컴퓨터를 통해서最適解를 구할 수 있는最適化의 概念을 體系의으로 제시함으로써 급진적으로 발전하기 시작하였다.

최근에 이르러서는 각종 非線形計劃技法을 이용하여最適設計를 遂行할 수 있는最適化 소프트웨어가 많이 開發되었는데 예를들면 ACCESS, ASOP, EAL, PARS, SAVES, SPAR, STARS, TSO, CONMIN, NEWSUMT, GRG2, OPT, OPDES, BYU, IDESIGN, ADS, DOT 등의 소프트웨어가 開發 普及되고 있다.¹⁰⁾

따라서最適設計를 수행하고자 할 때 그때마다最適化를 위한 전과정을 일일이 프로그램할 필요없이 위와 같은 既存의 소프트웨어를 이용하여 設計者의 意圖에 따라 多樣한 數學的 計劃技法을 適用해서最適設計를 遂行할 수 있게 되었다.

그러나 어떤 構造最適化 문제의 해를 구하는데 있어서 모든 線形 또는 非線形 計劃技法이 동일하게 效率的인 것도 아니고 어떤 線形 또는 非線形計劃技法이 모든 構造最適化 問題에 특별히 效率的인 것도 아니다. 설계하고자 하는 構造物의 제반 特性과 目的函數나 制約條件式의 형태와 갯수 등에 따라서 그 문제의 해에 가장 效率的인 計劃技法이 달라진다.

따라서 실제로 設計者가 각종 構造物의 設計에最適設計法을 쉽게 적용할 수 있도록 하기 위해서는 각종 構造物의 제반 特性을 고려하여最適設計 알고리즘을 開發하고 그最適設計 문제의 해를 구하는데 가장 效率的인 設計技法이 무엇인가를 찾아내어 이들에 관한 정보를 提供하는 것이 무엇보다도 필요하다.

이와같은 관점에서 수행된 연구로 B. L. Karahaloo²¹⁾는 각종 뼈대구조물의最適設計에 가장 效率的인 非線形計劃技法은 SCP(Sequential Convex Programming)와 SLP(Sequential Linear Programming)이었으며 그 중에서도 SCP가 보다 더 效率的이라고 발표한 바 있다.

또한 Karihaloo와 Kanagasundaram²²⁾은 多重荷重을 받는 평면 뼈대 構造物의最適設計에 效率的인 計劃技法으로서 SCP, SLP, SUMT를 비교 분석하였고 Colville, Eason, Afiniwala⁹⁾ 등은 각각 數學的 計劃技法의 概要와 NLP Code의 效率性에 대한 비교 연구결과를 발표하였다.²¹⁾

조⁹⁾ 등은 알고리즘의 효율성은 CPU시간, 函數나 導函數의 계산 횟수, 준비시간, 사용의 難易度 등으로 비교할 수 있지만 실제 설계 문제에서는 다음과 같은 두가지 기준이 프로그램의 효율성에 관한 진정한 尺度가 될 수 있다고 하였다.

첫째는 近接最適解를 구하는 信賴도가 높아야 하고 둘째는 주어진 설계과업을 수행하는데 몇 회 이내의 函數(및 導函數) 계산만으로도 충분해야 한다는 것이다.

그러나 무엇보다도最適化 및 解析 프로그램이最適設計를 創出하는데 어떤 방식으로 결합되어 있는지가 이들 構造最適化 技法의 窮極的 效率性을 결정하게 되고 특정最適設計 問題에다 효율적인 최적화 알고리즘을 결부시키는 개발자의 능력도 전반적인 결과에 매우 중요한 영향을 미친다고 하였다.

따라서 어떤 構造物의 진정한最適設計값을 구하기 위해서는 총체적인 構造解析 및 設計過程을 合理的으로 수행할 수 있는最適設計 問題를 形成하고 이 문제의 해를 구하는데 가장 效率的인 數學的 計劃技法을 結合시켜 최적설계를 수행하여야만 진정한 의미의 최적설계값을 구할 수 있는 것이다.

본 연구에서 설계의 대상으로 삼은 單純 鋼板桁은 橋梁의 主桁 部材로 사용되는 경우로 보

아 구조해석 및 설계의 문제를 형성하였다. 橋梁의 경우 作用荷重은 死荷重과 活荷重이 있으며 活荷重의 경우 표준트럭하중을 고려하게 되는데 표준 트럭하중은 荷重의 作用點이 移動하기 때문에 이로 인하여 발생하는 最大 斷面力을 구하는 것도 간단한 문제가 아니다.

따라서 본 연구에서는 最適化의 過程을 3段階로 나누어 첫째, 둘째 段階에서는 橋梁에 발생하는 最大 斷面力을 구하고 셋째 段階에서는 앞단계에서 구해진 最大 斷面力에 전달 수 있는 最適의 單純鋼板桁 主桁 斷面을 구할 수 있도록 最適設計 問題를 形成하였으며 이와같이 형성된 最適設計 問題의 解를 구하는데 가장 效率의인 數學的 計劃技法을 찾아내므로서 각종 규모의 單純 鋼板桁 橋梁의 設計者들이 이를 이용하여 편리하게 最適設計를 遂行할 수 있도록 하는데 本 研究의 目的이 있다.

II. 鋼板桁 道路橋의 構造 解析^{1,5)}

1. 桁의 配置 및 荷重의 作用狀態

설계하고자 하는 橋梁의 桁間隔과 支榻(支覆), 欄간에 의한 死荷重 및 活荷重인 표준트럭하중의 作用狀態는 Fig. 1과 같이 작용하는 것으로 보았으며 본 연구에서는 外側 主桁을 設計하는 것으로 보았다.

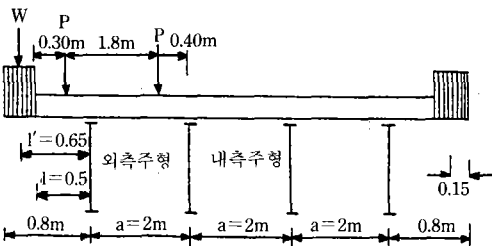


Fig. 1. Outline of dead load and live load acted on bridge

2. 作用荷重

設計斷面力을 계산하는데 고려된 荷重은 活荷重과 死荷重을 고려하였으며 活荷重은 표준트럭하중(DB-18)이 작용하는 것으로 보아 도로표준시방서 제 규정을 고려하여 계산하였고 死荷重은 鋪裝, 철근콘크리트 Slab, 支覆, 欄간, 鋼重量을 고려하여 계산하였다.

3. 設計剪斷力 및 設計모멘트의 計算

표준트럭하중의 作用位置가 變化하면 그에 따라 絶對 最大 剪斷力 및 휨모멘트의 발생 위치와 크기가 變化하게 되므로 荷重의 位置가 變化하는 상태에서 絶對 最大 剪斷力과 휨모멘트를 찾아내기란 쉬운 일이 아니다.

따라서 本 研究에서는 30m 支間위에 표준트럭이 9m의 間隔으로 달린다는 가정하에 표준트럭하중의 위치를 設計變數로 하고 휨모멘트 및 剪斷力을 目的函數로 해서 最適化 問題를 형성해 가지고 絶對 最大 휨모멘트와 剪斷力을 自動적으로 찾는 컴퓨터 프로그램을 開發하였고 이 프로그램에 의하여 계산된 絶對 最大 휨모멘트와 剪斷力이 設計 모멘트와 剪斷力으로 사용되도록 最適設計 프로그램을 작성하였다.

III. 最適化 알고리즘

1. 最適化 問題의 形成

가. 設計變數

설계하고자하는 主桁은 Fig. 2와 같은 일반 I형 斷面을 갖는 鋼桁으로서 設計變數는 상부 Flange의 폭(b_c), 하부 Flange의 폭(b_t), 상부 Flange의 두께(t_c), 하부 Flange의 두께(t_t), 腹部의 높이(h), 腹部의 두께(t_w)로 하였다.

나. 目的函數

目的函數는 Fig. 2와 같은 일반 I형 斷面 鋼桁의 斷面積으로 잡았다. 따라서 이는 식(1)과 같은 식으로 표현된다.

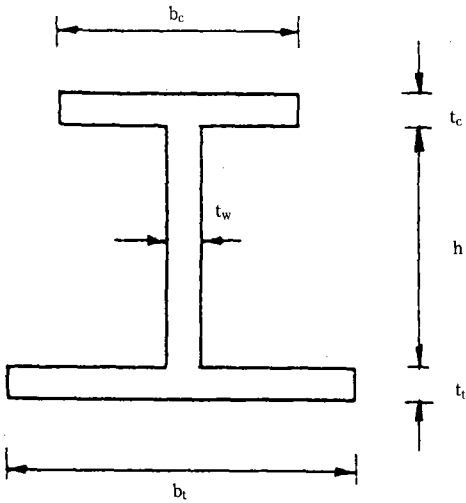


Fig. 2. Cross section of simple steel plate girder

$$F = b_c t_c + h t_w + b_t t_t \quad \dots \dots \dots (1)$$

다. 制約條件式

制約條件式은 主桁 上下 Flange에 발생하는 軸方向 引張應力과 壓縮應力 및 剪斷應力을 고려하고 道路橋 표준시방서 강교편 3.1.4, 3.2.2, 8.3.1 및 8.4의 규정을 참고로하여 세웠다.^{1,5)}

1) 軸方向 引張應力에 관한 制約條件式

$$\frac{M_{max}}{I} (t_c + h + t_t - y) - \sigma_{ta} \leq 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

여기서, M_{max} : 설계모멘트
 I : 단면 2차 모멘트
 y : 상단에서 중립축까지 거리
 σ_{ta} : 강재의 허용 휨인장응력

2) 軸方向 壓縮應力에 관한 制約條件式

$$\frac{M_{max} \cdot y}{I} - \sigma_{ca} \leq 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

여기서, σ_{ca} : 강재의 허용 휨압축응력

3) 剪斷應力에 관한 制約條件式

$$S \left(b_c \cdot t_c \left(y - \frac{t_c}{2} \right) + \frac{t_w (y - t_c)^2}{2} \right) / I t_w - \tau_a \leq 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

여기서, S : 설계전단력
 τ_a : 강재의 허용 전단응력

4) 鋼材의 最小 두께에 관한 制約條件式

$$t_{min} - t_c \leq 0$$

$$t_{min} - t_w \leq 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$t_{min} - t_t \leq 0$$

여기서, t_{min} : 도로교 표준시방서에 규정된 最小 두께 (8mm)

5) 플랜지의 最小 두께에 관한 制約條件式

가) 壓縮力을 받는 플랜지의 자유 돌출부 판두께

$$(b_c - t_w) / 32 - t_c \leq 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

나) 引張力을 받는 플랜지의 자유 돌출부 판두께

$$(b_t - t_w) / 32 - t_t \leq 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

6) 腹部板의 最小 두께에 관한 制約條件式

$$\frac{h}{152} - t_w \leq 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

2. 最適化 過程

本 研究에서 시도된 道路橋 主桁 斷面 最適 設計의 경우 모두 3段階의 最適化 過程을 거쳐 수행된다. 제1단계에서는 支間에 발생하는 絕對 最大 휨모멘트를 구하고 제2단계에서는 絕對 最大 剪斷力을 구하며 제3단계에서는 제1단계와 제2단계에서 구해진 絕對 最大 斷面力을 設計 斷面力으로 사용하여 道路橋 最適 主桁 斷面을 구한다. 전체적인 최적화 과정에 대한 흐름도는 Fig. 3과 같다.

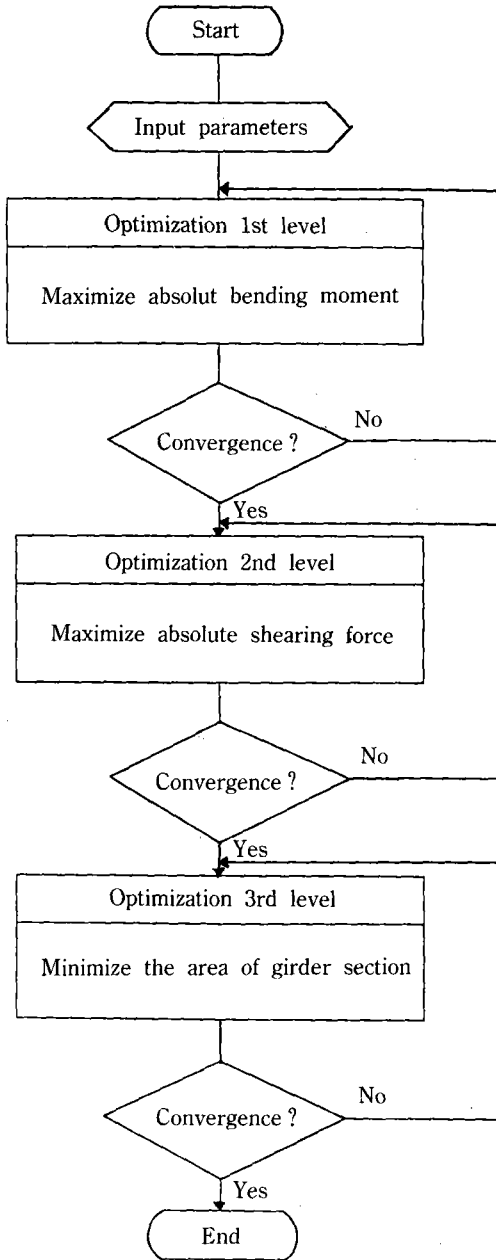


Fig. 3. Flowchart of optimization algorithm

IV. 最適化 技法 및 方法^{9, 25, 26)}

1. 最適化 技法

본 연구에서 形成된 單純鋼板桁 道路橋 主桁

斷面의 最適設計 問題는 制約條件을 갖는 非線形 計劃問題가 된다. 이러한 문제를 푸는데 效率的인 技法일 것으로 판단되어 비교 연구의 대상으로 선정된 最適化技法은 6가지 技法이었고 이들 6가지 기법에 의하여 無制約 最適化 問題, 線形計劃問題 등의 副問題로 轉換된 最適化 問題를 푸는데 사용된 最適化 方法, 最適點 探索 方法 등은 Table-1과 같다.

본 연구에서 사용된 6가지 最適化 技法의 理論을 간단히 要約하면 다음과 같다.

가. 逐次 無制約 最適化 技法

非線形의 制約條件과 目的函數를 갖는 最適化 問題의 一般的인 形式은 다음과 같다.

$$\text{Minimize : } F(\bar{X}) \dots\dots\dots (9)$$

Subject to

$$g_j(\bar{X}) < 0 \quad j=1, m \dots\dots\dots (10)$$

$$h_k(\bar{X}) = 0 \quad k=1, l \dots\dots\dots (11)$$

$$X_i^l < X_i < X_i^u \quad i=1, n \dots\dots\dots (12)$$

여기서, \bar{X} : 설계변수벡터

SUMT法은 制約條件을 갖는 식(9)~(12)와 같은 非線形計劃問題의 最適化를 직접 풀려고 하지 않고 制約條件式을 고려해서 만든 벌칙함수(penalty function)를 원래의 目的函數에 追加하여 擬似 目的函數를 만들고 이 擬似 目的函數를 最小化하는 無制約 最適化 問題의 副問題로 轉換하여 最適解를 구하는 방법이다.

이때 擬似 目的函數의 形式은 다음과 같다.

$$\phi(\bar{X}, r_p) = F(\bar{X}) + r_p P(\bar{X}) \dots\dots\dots (13)$$

여기서, $F(\bar{X})$: 원래의 目的函數

$P(\bar{X})$: 벌칙함수

r_p : 벌칙(Penalty)의 크기를 결정하는 乘數

SUMT법은 벌칙함수의 형식에 따라 외부벌칙함수법, 1차전개 내부벌칙함수법, 2차전개 내부벌칙함수법, 3차전개 내부벌칙함수법 등

Table-1. Combination of optimization strategies, optimizers and search method

記 號	最 適 化 技 法	最適化方法	最適點 探索方法
SUMT-EP	외부 벌칙함수(Exterior Penalty Function)를 사용한 축차 무제약 최적화 기법(Sequential Unconstrained Minimization Technique SUMT)	무제약 최적화를 위한 변측도법(Variable Metric Method)	Golden Section Method
SUMT-LP	1차 전개 내부벌칙함수(Linear Extended Interior Penalty Function)를 사용한 SUMT	〃	〃
SUMT-QP	2차 전개 내부벌칙함수(Quadratic Extended Interior Penalty Function)를 사용한 SUMT	〃	〃
SUMT-CP	3차 전개 내부벌칙함수(Cubic Extended Interior Penalty Function)를 사용한 SUMT	〃	〃
SLP	축차 선형계획법(Sequential Linear Programming)	제약조건을 갖는 최적화 문제를 위한 Modified Method of Feasible Derection	〃
SQP	축차 2차 계획법(Sequential Quadratic Programming)	〃	〃

로 구분되는데 각 방법에서 취하는 벌칙함수에 관한 理論은 文獻^{9,26)}에 자세히 나타나 있다.

나. 逐次 線形計劃法^{9,26)}

構造設計의 문제가 設計變數에 대한 非線形計劃問題일지라도 그것을 線形化할 수 있고 線形化된 最適化 문제는 線形計劃技法을 사용하여 쉽게 풀 수 있다.

식(9)~(12)와 같은 非線形計劃問題의 最適設計問題를 Taylor 級數展開를 하여 1차항까지만 고려해서 線形計劃問題로 轉換하면 식(14)~(17)과 같다. 이와같은 방법에 의하여 非線形計劃問題를 線形計劃 副問題로 逐次的으로 代置하여 精確한 해에 도달할 때까지 반복하므로서 해를 구하는 방법을 SLP라 한다.

Minimize :

$$F(\bar{X}) \approx F(\bar{X}^0) + \nabla F(\bar{X}^0) \cdot \delta \bar{X} \dots \dots \dots (14)$$

Subject to :

$$g_j(\bar{X}) \approx g_j(\bar{X}^0) + \nabla g_j(\bar{X}^0) \cdot \delta \bar{X} \leq 0 \quad j=1,m \dots \dots \dots (15)$$

$$h_k(\bar{X}) \approx h_k(\bar{X}^0) + \nabla h_k(\bar{X}^0) \cdot \delta \bar{X} = 0 \quad k=1,l \dots \dots \dots (16)$$

$$X'_i \leq X_i + \delta X_i \leq X''_i \quad i=1,n \dots \dots \dots (17)$$

여기서, $\delta \bar{X} = \bar{X} - \bar{X}^0$

다. 逐次 2次 計劃法^{9,26)}

이 방법에서 探索方向은 2차식의 目的函數와 線形 制約條件으로 된 副問題를 풀어서 찾는다. 이때 副問題의 目的函數는 원래의 目的函數에 Lagrange 乘數와 Exterior Penalty 항을 더하여 증가된 목적함수로 만들어 One-Dimensional Search가 無制約이 되도록 한다. 즉 Lagrangian 函數를 2차형 函數로 近似化시키고 制約條件式을 線形函數로 近似化 시키되 1차 敏感度 情報만을 이용하는 방법이다. 따라서 非線形計劃問

題를 식(18)~(20)과 같은 逐次的인 2차항의 副問題로 代置하여 해를 구하는 방법이다.

Minimize :

$$Q(\bar{S}) = F(\bar{X}) + \nabla F(\bar{X}) \cdot \bar{S} + \frac{1}{2} \bar{S}^T \bar{B} \bar{S} \quad \dots (18)$$

Subject to :

$$\nabla g_j(\bar{X}) \cdot \bar{S} + \delta_j g_j(\bar{X}) \leq 0 \quad j=1, m \quad \dots (19)$$

$$\nabla h_k(\bar{X}) \cdot \bar{S} + \delta_k h_k(\bar{X}) = 0 \quad k=1, l \quad \dots (20)$$

여기서, S는 設計變數로 構成된 行列이다.

2. 最適化 方法

SUMT법에 의하여 無制約 最適化 問題로 轉換된 多變數 函數의 最適化 方法으로는 變측도 법(Variable Metric Method)을 사용하였고 SLP나 SQP에서의 最適化 方法으로는 Modified Method of Feasible Directions를 사용하였다. 또한 일변수 함수의 最適化 方法으로는 Golden Section Method를 사용하였는데 이들에 관한 상세한 理論은 文獻^{9, 25, 26)}에 정리되어 있다.

V. 最適設計 結果分析 및 考察

1. 適用된 初期값 및 限界制約條件

본 연구의 目的은 IV장 1절에서 제시한 最適化 技法중 單純鋼板桁 道路橋 主桁 斷面の 最適設

計에 어떤 技法이 가장 效率的이고 強力한 技法인가를 알아내기 위한 것이므로 設計變數의 初期值를 4가지 경우, 限界制約條件을 2가지 경우로 해서 모두 8가지의 경우에 대해 각각 6가지 最適化 技法을 適用하여 총 48가지 경우의 最適設計를 遂行하여 比較하였다. 適用된 초기치와 한계제약조건에 따른 8가지의 경우를 요약하면 Table-2와 같다.

2. 最適設計技法간의 效率性 比較

最適設計技法의 效率性을 判斷할 수 있는 尺度는 最適解의 信賴度, 收斂性, 適用可能性, CPU time 등을 들 수 있다. 따라서 각 最適設計技法간에 이들 특성에 대하여 比較 分析해보면 다음과 같다.

가. 最適解의 信賴度

最適化 技法의 最終目標은 全體 最適點(Global Optimum Point)을 正確히 그리고 效率的으로 구하는 것이다. 많은 局部 最適點(Local Optimum Point)이 존재하는 경우 全體 最適點을 구하기 위해서는 初期點을 달리하여 여러번 계산을 수행해서 그중 가장 좋은 결과를 취하는 방법을 사용한다.⁶⁾

이렇게 구한 결과의 信賴度를 높이기 위해서는 多數의 初期點에 대한 反復 計算을 통해 設計可能領域 全區間에 대한 檢討가 요구되나 設計變數가 많고 制約條件이 복잡한 경우 設計

Table-2. Initial values and side constraints for each case

Cases	Initial values (m)						Side constraints (m)
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
A-I	0.650	0.010	0.008	3.300	0.750	0.009	0.008 < X < 4.0
A-II	0.650	0.010	0.008	3.300	0.750	0.009	0.008 < X < 5.0
B-I	0.700	0.025	0.012	1.850	0.750	0.022	0.008 < X < 4.0
B-II	0.700	0.025	0.012	1.850	0.750	0.022	0.008 < X < 5.0
C-I	0.500	0.020	0.015	1.000	0.600	0.020	0.008 < X < 4.0
C-II	0.500	0.020	0.015	1.000	0.600	0.020	0.008 < X < 5.0
D-I	1.000	0.040	0.040	2.000	1.200	0.040	0.008 < X < 4.0
D-II	1.000	0.040	0.040	2.000	1.200	0.040	0.008 < X < 5.0

可能領域에 대한 인식이 매우 어려워 초기점 결정에 어려움이 따른다.⁶⁾

또한 실제로最適設計 수행시 발생하는 문제점으로는設計變數의 초기치와 限界制約條件(Side Constraint)에 따라收斂을 하지 않고發散하는 경우도 있고 아예 최적화 과정이 수행되지 않고 초기 설계점에서 멈추고 마는 경우도 있다.

이와같은 문제점들이 설계자들에게는 심각한 문제점이 되기 때문에 조⁹⁾ 등도 近接最適解(near-optimum)를 구하는信賴도가 알고리즘의效率性を 판단하는 진정한尺度가 된다고 하였다. 따라서 본 연구에서는設計變數와 限界制約條件을 다르게 한 8가지 경우에 대하여 6가지 최적화기법을 적용하여 目的函數와 設計變數의最適設計 結果에 대한 信賴도를 비교해 보았다.

1) 最適 目的函數의 信賴度

각 경우별 局部 最適 目的函數의 結果는 Table-3과 같다.

Table-3에서 보면 局部 最適 目的函數의 最大 差異의 最適目的函數에 대한 百分率이 SUMT-EP, SLP, SQP의 경우 각각 33.53, 0.32, 60.73%로서 대체로 一貫性있는 收斂特性을 보이고 있어 最適解의 信賴도가 높은 것으로 나타났다.

특히 SLP기법의 경우는 0.32%로서 초기치와 한계제약조건에 상관없이 거의 정확하게 한점에 收斂하므로 해의 一貫性에 대한 信賴도가 가장 높은 強力한 最適化 技法인 것으로 判斷되었다.

그러나 SUMT-LP, SUMT-QP, SUMT-CP기법의 경우 해의 一貫性이 없고 경우에 따라서는 최적화과정이 수행되지 않는 등 最適化의 信賴도가 낮은 것으로 나타났다.

또한 SUMT-EP, SLP, SQP 기법에 의하여 얻은 局部 最適 目的函數의 平均值는 각각 0.058188, 0.051917, 0.059096로서 거의 비슷한 目的函數를 얻었으므로 이들 3기법에 의한 結果는 기법간에도 信賴도가 높은 것으로 나타났다.

그러나 SUMT-LP, SUMT-QP, SUMT-CP 등의 技法은 技法간에도 類似性이 없어 信賴도가 낮고 目的函數의 값이 비정상적으로 크게 나오는 등 合理的인 最適設計값을 얻기가 어려웠다.

2) 最適 設計變數의 信賴度

각 경우별 局部 最適 設計變數의 最大 差異의 最適 設計變數값에 대한 百分率은 Table-4와 같다.

Table-4에서 보는 바와 같이 局部 最適設計 變數의 最大 差異의 全體 最適 設計變數값에 대한 百分率의 平均치는 SUMT-EP, SLP,

Table-3. The results of local optimum objective function for each optimization strategy

Cases	Optimum objective function (m)					
	SUMT-EP	SUMT-LP	SUMT-QP	SUMT-CP	SLP	SQP
A-I	0.056182	0.41507	0.17508	0.20634	0.051848	0.043028
A-II	0.056182	0.36406	0.17860	0.20467	0.051834	0.043028
B-I	0.051068	0.18074	0.18946	0.17596	0.051837	0.056500
B-II	0.051068	0.17816	0.18316	0.18844	0.051837	0.056500
C-I	0.057128	0.22907	0.00000	0.00000	0.051999	0.067700
C-II	0.057128	0.19370	0.00000	0.00000	0.051999	0.067700
D-I	0.068374	0.17088	0.16911	0.18861	0.051992	0.069157
D-II	0.068374	0.17088	0.12210	0.14504	0.051992	0.069157
Mean	0.058188	0.23781	0.12718	0.13863	0.051917	0.059096
Max. difference(D _{max})	0.017306	0.24419	0.18946	0.20634	0.000165	0.026129
$\frac{D_{max}}{\text{Global opt. value}} \times 100(\%)$	33.53	142.90	-	-	0.32	60.73

Table-4. The reliability of optimum design variable for each optimization strategy

Classification	Design variables	SUMT-EP	SUMT-LP	SUMT-QP	SUMT-CP	SLP	SQP
Max. difference $X_{i,max} - X_{i,min}$	X_1	0.2027	0.6923	0.4349	0.4207	0.0314	0.2167
	X_2	0.0120	0.5134	0.6519	0.8126	0.0016	0.0188
	X_3	0.0154	0.5918	0.2578	0.5464	0.0001	0.0155
	X_4	0.7662	0.7872	0.9920	0.9920	0.0312	1.5511
	X_5	0.1924	0.6888	0.5290	0.5101	0.0335	0.2212
	X_6	0.0082	0.8654	1.0050	0.8507	0.0008	0.0170
$\frac{X_{i,max} - X_{i,min}}{X_{i,min}}$ × 100 (%)	X_1	38.38	79.17	668.05	530.52	5.29	39.59
	X_2	68.18	1052.05	3259.50	4063.00	7.69	151.61
	X_3	158.76	386.29	1718.67	3642.67	0.01	156.57
	X_4	53.39	203.99	12400.00	12400.00	1.59	122.28
	X_5	31.61	4920.00	745.07	567.41	5.38	35.83
	X_6	43.62	1056.65	5025.00	4253.50	4.02	147.83
	Mean	65.66	1279.69	3969.38	4242.85	3.99	108.95

SQP기법의 경우 각각 65.66, 3.99, 108.95%로서 비교적 全體 最適設計값에 一貫性있게 收斂함을 알 수 있었다. 특히 SLP技法의 경우 3.99%로서 最適設計값의 信賴度가 가장 높은 것으로 나타났다.

그러나 SUMT-LP, SUMT-QP, SUMT-CP의 경우에는 각각 1279.69, 3969.38, 4242.85%로서 해의 一貫性에 대한 信賴度가 극히 낮은 것으로 나타났다. 이러한 傾向은 目的函數의 경우와 일치한다.

또한 각 방법간의 局部 最適設計값을 比較해 보면 SUMT-EP, SLP, SQP기법간에는 서로 비슷한 最適設計값에 收斂하므로 信賴度가 높은 것으로 나타났다.

나. 收斂性

各 技法別 收斂性 比較는 이미 해의 信賴度가 낮은 것으로 판명된 SUMT-LP, SUMT-QP, SUMT-CP는 제외하고 信賴度가 높은 것으로 판명된 SMUT-EP, SLP, SQP의 技法끼리만 比較하였다.

3가지 技法에서 모두 合理的인 最適設計값이 구해진 것으로 판단되는 B-II의 경우에 대하여 設計變數 및 目的函數의 最適値와 반복횟수 그

리고 함수 계산횟수를 요약하면 Table-5와 같다.

또한 반복 횟수에 따른 目的函數의 收斂特性은 Fig. 4와 같다.

Table-5에서 보는 바와 같이 最終 最適解에 도달하기까지 반복 횟수는 SUMT-EP, SLP, SQP의 경우 각각 4, 8, 2회로서 SQP법이 가장 빠르게 收斂하는 것으로 나타났고 SUMT-EP나 SLP도 10회 이내에 收斂될 뿐 아니라 Fig. 4에 보는 바와 같이 振動(Oscillation)없이 잘 收斂하는 것으로 나타났다.

다. 函數 計算 횟수

조⁹⁾ 등은 알고리즘의 效率性을 판단하는 尺度로 주어진 설계과업을 수행하는데 몇회 이내의 函數(및 導函數) 계산만으로도 충분해야 한다고 하였다.

또한 Karihaloo, B. L.²¹⁾ 등은 最適設計 수행시 CPU time은 函數 計算 횟수에 직접적으로 比例한다고 하였다. 따라서 函數 計算횟수가 最適化 技法의 效率性을 판단하는 尺度의 하나가 되는 것이다.

Table-5에서 보면 函數 計算횟수는 SUMT-EP, SLP, SQP기법의 경우 각각 414, 56, 42회로서 CPU time의 측면에서는 SQP, SLP법이

Table-5. Convergency of optimum point for each strategy

Classification	Initial values	Optimum design			
		SUMT-EP	SLP	SQP	
Design variables	X ₁	0.700	0.6562	0.6253	0.6999
	X ₂	0.025	0.0233	0.0208	0.0250
	X ₃	0.012	0.0111	0.0130	0.0122
	X ₄	1.850	1.8393	1.9912	1.8444
	X ₅	0.750	0.7182	0.6518	0.7257
	X ₆	0.022	0.0212	0.0199	0.0227
Objective function(m ²)	0.056200	0.051068	0.051837	0.056500	
Number of iteration	-	4	8	2	
Number of function evaluation	-	414	56	32	

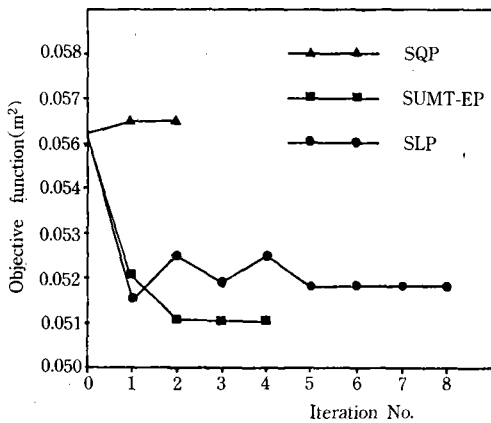


Fig. 4. Objective function vs. iteration

특히 效率的인 것으로 나타났다.

라. 適用可能性

본 연구에서 수행된 最適設計의 結果值에 대하여 構造解析을 수행해 본 결과 構造工學的으로 安全하였고 또한 道路橋 표준 시방서의 設計基準을 모두 滿足하였으며 文獻^{5,13)}의 橋梁 設計例와 비교해 보아도 문제가 없는 것으로 판명되었다. 따라서 본 연구에서 開發된 道路橋 單純鋼板桁 斷面의 最適設計 알고리즘은 實際 設計에 適用可能한 것으로 判斷된다.

IV. 結 論

本 研究에서는 道路橋 單純鋼板桁 斷面의 最

適設計을 수행할 수 있는 最適化 問題의 알고리즘이 개발되었으며 개발된 알고리즘에 의해 最適化를 수행하는데 있어서 效率的인 最適化 技法이 규명되었다. 개발된 單純 鋼板桁 斷面의 最適設計 알고리즘은 3段階 最適化의 過程을 거쳐 最適設計가 수행되도록 되었으며 1,2단계의 最適化 過程에서는 最大 휨모멘트 및 剪斷力이 自動的으로 구해지도록 되었고 여기서 구해진 斷面力을 사용하여 제3단계에서 斷面의 最適設計가 수행되도록 構成되었다.

따라서 이 最適化 問題의 알고리즘을 사용하면 기본적인 常數값만 入力하면 自動的으로 最大 斷面力이 구해지고 이에 대응하는 最適 斷面이 구해지도록 되었기 때문에 實際 設計에 適用하여 效率的으로 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

또한 單純鋼板桁 斷面의 最適設計에는 외부 變칙함수를 사용한 逐次 無制約 最適化 技法, 逐次 線形計劃法, 逐次 2次 計劃法이 效率的인 最適化 技法인 것으로 判斷된다. 最適解의 信賴度면에서는 逐次 線形計劃法이 가장 效率的인 이고 強力한 方法이며 收斂性과 CPU time의 측면에서는 逐次 2次 計劃法이 가장 效率的이었다.

綜合的인 結論은 本 研究에서 開發된 單純鋼板桁 斷面의 最適設計 알고리즘은 實際 道路橋

設計에 適用可能하며 이 알고리즘의 解를 구하는데는 逐次 線形計劃法, 逐次 2次計劃法, 외 부벌칙함수를 사용한 逐次 無制約 最適化 技法을 사용하면 效率的으로 解를 구할 수 있다고 判斷된다.

參 考 文 獻

1. 건설부(1992), 도로교 표준시방서, 기문당
2. 방명석·김일근·조현준(1991), P. C 박스 거더 교량의 최적설계, 전산구조공학 제4권 제4호, PP. 91-96.
3. 변근주·최홍식(1989), 설계민감도를 이용한 철근콘크리트 뼈대구조의 최적화, 대한토목학회논문집 제9권 제1호, PP. 33-40.
4. 서경민·유연선(1992), 구조최적설계를 위한 2차계획문제의 효율적인 해법, 대한토목학회논문집 제12권 제1호, PP. 59-70.
5. 宋基範(1991), 鋼構造工學, 螢雪出版社, 서울, PP. 120-142.
6. 양영순·김기화(1992), 전체최적화를 위한 확률론적 탐색기법, 전산구조공학 제5권 제2호 PP. 93-104.
7. 李奎遠·盧旻來(1993), 部材力 近似解法을 利用한 아치構造物의 形狀最適化에 관한 研究, 大韓土木工學會 論文集, 第13卷 第2號, PP. 95-109.
8. 鄭榮采(1992), SUMT法에 依한 2滑節 I形 鋼材 아치의 最適設計, 大韓土木學會論文集, 第12卷, 第3號, PP. 65-79.
9. 조효남·박문호·유연선(1991), 구조물의 최적설계, 한국전산구조공학회, 서울, PP. I-64~I-114.
10. 한상훈(1992), 구조설계에서 수치최적화기법 및 연구방향, 전산구조공학 제5권 제3호, PP. 44-47.
11. 한상훈·이웅중(1993), 여러단면형상을 갖는 뼈대구조물의 최적설계, 대한토목학회논문집, 제13권, 제1호, PP. 39-46.
12. 한상훈·이웅중(1993), 여러단면형상을 갖는 뼈대구조물의 최적설계, 대한토목학회논문집, 제13권, 제4호, PP. 27-37.
13. 黃鶴周(1984), 橋梁工學, 東明社, 서울, PP. 163-198.
14. Adali S. & K. J. Duffy(1992), Minimum Cost Design of Vibrating Laminates by Hybridization, Engineering Optimization, Vol. 19, No. 4, pp. 255-267.
15. Bloebaum C. L., P. Hajela & Sobieszczanski-Sobieski(1992), Non-Hierarchic System Decomposition in Structural Optimization, Engineering Optimization, Vol. 19, No. 3, pp. 171-186.
16. Clermont J. R., M. E. De La Lande, T. Pham Dinh & A. Yassine(1992), Numerical Simulation of Axisymmetric Converging Flow Using the Stream Tube Method and a Trust Region Optimization Algorithm, Engineering Optimization, Vol. 19, No. 3, pp. 171-186.
17. Eugene J. O'Brien & Andrew S. Dixon (1993), Algebraic Linear Programming Applied to Optimal Plastic Design of Steel Portal Frames, Engineering Optimization, Vol. 21, No. 3, pp. 175-195.
18. Gengdong Cheng & Zheng Jiang(1992), Study on Topology Optimization with Stress Constraints, Engineering Optimization, Vol. 20, No. 2, pp. 129-148.
19. Guang-Yuan W. & T. Dong-Yao(1992), Global Optimization of Large Scale Engineering Systems, Engineering Optimization, Vol. 18, No. 4, pp. 303-315.
20. Joh C. -Y., B. Grossman & R. T. Haftkk (1993), Design Optimization of Transonic Airfoils, Engineering Optimization, Vol. 21, No. 1, pp. 1-20.

21. Karihaloo, B. L.(1993), Most Efficient NLP Techniques in Optimum Structural Frame Design, *Engineering Optimization*, Vol. 20, No. 4, pp. 261-272.
22. Karihaloo, B. L. & S. Kanagasundaram (1988), Comparative Study of NLP Techniques in Optimal Structural Frame Design, In Rozvany, G. I. N. and Karihaloo, B. L. (eds) *Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 143-150.
23. Lin C.-Y. & P. Hajela(1992), Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables, *Engineering Optimization*, Vol. 19, No. 4, pp. 329-331.
24. B. Pourbabai B.(1992), Optimal Strategies for Design and Operation of a Flexible Manufacturing System, *Engineering Optimization*, Vol. 20, No. 2, pp. 149-162.
25. Templeman, A. B.(1982), *Civil Engineering Systems*, The Macmillan Press Ltd., London.
26. Vanderplaats G. N.(1984), *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill, New York, PP. 71-202.