

뼈대구조의 信賴性 解析

Reliability Analysis of Frame Structures

李 政 宰* · 高 在 君** · 金 漢 中***
Lee, Jeong Jae · Koh, Chae Koon · Kim, Han Jeong

Summary

A reliability analysis model for the frame structure which grafts the discretized ideal plastic method to the stochastic finite element method is introduced. The proposed method simulates realistically the sequential occurrence of plastic hinges and yields the probability of failure directly from the geometrical and material properties of a frame structure. The presented method can also take into account the uncertainties inherent in loads and resistences through the stochastic finite element technique. The analysis results are compared with those of the Monte Carlo Simulation, the Bound Theory, and the β -unzipping method, and show good agreement.

I. 緒 論

構造物을 設計하는 目的은 最小費用으로써 對象 構造物이 經濟壽命期間 동안 安全하고 편리하게 利用되도록 資源活用 및 利用計劃을 수립하고 調節하는데 있다. 모든 構造物은 근본적으로 不確實한 제한자료를 기초로 設計되고 設置되는데 構造物의 安全과 관련된 不確實성은

材料, 設計基準, 誤謬, 荷重의 豫測 및 未來의 變化 등으로 부터 불가피하게 발생된다. 信賴性 設計理論은 이와같은 不確實성을 좀더 잘 考察 하므로서 현실에 부합하는 構造物을 設計할 목적으로 근래에 발전된 분야로서 최근에는 System의 信賴性 解析에 연구가 집중되고 있다.

Terada²²⁾는 信賴性 解析 方法을 제자료의 平均과 分散을 이용한 근사해법이 주가되는 분

* 서울대학교 農業開發研究所(特別研究員)

** 서울대학교 生命科學大學

*** 서울대학교 大學院

析의 技法(Analytical Procedures)과 몬테칼로 模寫를 근본으로 하는 模寫技法(Simulation-based Approach)으로 대별하였는데 편리성과 정확성에 각각 장단점이 있어 두 방법의 接木에 관한 연구가 진행중에 있으며²⁷⁾ 기존 彈性設計法과 유사하게 간편화한 荷重係數法 등이 실용화되고 있다.

有限要素法은 計算量이 많은 短點을 컴퓨터의 發達로 解決하고 컴퓨터의 使用機會가 擴大되면서 構造物 解析의 中心的인 方法이 되었으며 그 領域을 계속 넓혀가고 있다. 最近 그 技法이 開發된 確率論의 有限要素解析 方法은 信賴性 解析에서 有限要素法의 利用可能性을 보여준 것으로 評價되고 있다.^{6,15,17)}

本 研究은 뼈대 構造를 對象으로 信賴性 解析의 方法을 現實的으로 利用할 수 있는 手段을 提供하고자 有限要素法과 제1계제2모멘트(FOSM) 技法을 利用하여 要素別 信賴性을 구하고 塑性 限지 要素를 導入하여 模寫하므로써 뼈대 構造 시스템의 信賴度를 얻을 수 있는 기법과 프로그램을 開發하고, 일반 解析의 方法과 몬테칼로 模寫 등과의 比較를 통하여 그 適用性을 檢討하여, 뼈대 構造의 信賴性을 評價하는 模型을 定立하는데 目的을 두었다.

II. 信賴性 解析

1. 信賴性 解析의 基本理論

실제 問題에 있어서 어떤 構造設計에 있어서도 不確實 狀態에서 벗어날 수 없으므로 最惡의 荷重 條件이나 最惡의 材料 能力을 아는 것도 쉬운 일이 아니다. 따라서 이런 不確實量을 總體的으로 描寫²⁾ 하기 위하여 確率變數의 概念을 導入한다.

만약, 材料의 能力을 X, 荷重 狀態를 Y라 하면 信賴性 解析問題는 (X>Y)인 狀態를 確認하는 것, 즉 P(X>Y)인 確率을 要求 水準에 맞도록 調整하는 것이라 할 수 있다. 여기서

確率變數 X, Y의 分布 f(x), f(y)와 그 累積 分布 F(x), F(y)를 알 수 있다면 構造物의 破壞 確率은

$$P_f = P(X < Y) = \sum P(X < Y | Y = y) P(Y = y) \dots \dots \dots (1)$$

로 나타낼 수 있고 X, Y가 서로 獨立의 이라면

$$P(X < Y | Y = y) = P(Y > y) \dots \dots \dots (2)$$

이므로, X, Y가 連續寫像이라면 식 (3)과 같게 된다.

$$P_f = \int_0^{\infty} F_x(y) dy \text{ 또는, } P_f = \int_0^{\infty} [1.0 - F_Y(x)] f_X(x) dx \dots \dots \dots (3)$$

2. 信賴性 解析 段階

Corotis에 의하면 信賴性 解析은 그 嚴密性에 따라 4段階로 分類되며 그 特徵은 다음과 같다.⁹⁾

一般的인 경우 設計壽命內의 構造物은 모든 要素가 各各 獨特한 應力과 變形에 관한 歷史를 가지게 되며, 그 要素 自體의 不確實性和 荷重의 不確實性으로 인하여 確定量이 아닌 確率過程이 된다. 荷重의 確率過程을 L(s, t), 抵抗의 確率過程을 R(s, t)라 하고, 任意의 要素에 대하여 考察하면 그 要素의 抵抗力은 그 自體로서 決定되나 荷重은 그 荷重의 影響(應力 등)으로 判斷하여야 하므로, 同一要素內에서 抵抗 벡터와 荷重 벡터의 組合을 利用하여야만 確率過程으로 表現할 수 있게 된다.

가. Stochastic Format-Level IV

이 段階에서는 모든 假定을 排除하고 있는 그대로 模寫하여 生存(또는 破壞) 確率⁹⁾을 구한다. 즉 構造物의 壽命期間동안 모든 部材의 破壞可能性을 調査한다.

$$P_s = P[L(s, t) < R(s, t)] \dots \dots \dots (4)$$

단, s : 構造物 全體의 空間
t : 構造物의 經濟 壽命

나. Full Distribution Format-Level III

Stochastic Format은 計算量이 지나치게 大하여 實際的인 方法이 되지 못하므로 構造物의 性格上 꼭 必要한 경우에 한하여 施行한다. 만약 材料의 抵抗이 時間에 대해서는 무관하다고 할 수 있다면 材料의 時間的 變化에 의한 確率過程은 確率變數로 代置할 수 있으므로 計算量을 많이 줄일 수 있다. 이 경우 荷重의 確率의 表現으로서 Turkstra의 荷重組合 法則을 適用한다면²³⁾ 식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_s = P\left\{\max_{i=1}^n L(s)_i + \sum_{j=1}^n L(s)_j < R(s)\right\} \dots\dots\dots (5)$$

다. Second Moment Format-Level II

Full Distribution Format은 時間의 概念을 생략하여 確率過程을 確率變數로 變化시켰지만 荷重의 組合方法에 따라 풀이가 좌우되거나 數學的으로 困難한 問題를 안게 된다.

Conell등은 荷重과 抵抗을 각각 確率變數로 간주하여 確率代數로 전환하는 Second Moment 方法을 제시하였다.^{1,2)} 실제로 信賴性 解析에서는 極限 狀態의 確率을 대상으로 하므로 충분한 자료가 없는 경우 Level III, IV의 長點이 없게 되어 오히려 Level II의 적용성이 높다고 하였다.²³⁾

만약 荷重의 分布 L과 저항의 分布 R이 正 規分布라면 Safety Margin M은

$$M = R - L$$

$$\mu_M = \mu_R - \mu_L$$

$$\sigma_M^2 = \sigma_R^2 + \sigma_L^2 \dots\dots\dots (6)$$

μ : 평균, σ : 표준편차

로서 역시 正規分布가 되고, 이때의 安全確率은

$$P_s = P[M > 0] = 1 - F_M(0) \dots\dots\dots (7)$$

단, F_M : 累積分布

라. Load and Resistance factor format-Level I

Level II의 方法을 部材의 信賴性 解析에 적용할 경우 許容應力解析의 方法과 같이 荷重係數와 抵抗係數를 이용하여 단순화 할 수 있다.

$$L = \mu_L + \sigma_L$$

$$R = \mu_M + \sigma_R$$

$$\gamma = \frac{(\mu_L + \sigma_L)}{\mu_L} = 1 + K_L \dots\dots\dots (8)$$

$$\phi = \frac{(\mu_M + \sigma_R)}{\mu_L} = 1 - K_R$$

여기서 K : 分散係數
 γ : 荷重係數
 φ : 抵抗係數

3. 시스템의 信賴性 理論

시스템은 별도로 區分 可能한 要素들이 하나 의 合目的을 위해 複合的으로 結合된 組織이므로 시스템의 信賴性은 要素의 信賴性을 基礎로 얻어진다.⁹⁾ 이미 살펴본 바와 같이 信賴度는 荷重과 抵抗의 結合으로서, 要素를 構成하는 材料의 性質과 要素間의 關係 및 서로 다른 부재에 作用하는 荷重이 要素에 미치는 影響이 定立되어야만 시스템의 信賴度를 구할 수 있다.^{9,20)}

시스템의 破壞는 破壞의 潛在 破壞可能性의 組合으로부터 發生하므로 破壞確率을 計算하기 위해서는 이들 組合을 分離하여 相互 獨立으로 再定立한 후 구한다. Terada, Takahasi 등은 시스템의 信賴性 解析 方法을 다음과 같이 分類하였다.²²⁾

가. Net Work Method

Ang, Tang等에 의해 主導되고 있으며 P-Net Method, Cut Set Theory, Failure Tree等이 이 方法에 속한다.^{3,5,25)} 이 方法은 考察하는 對象이 破壞確率인가 生存確率인가에 따라 Failure Mode Approach, Survival Mode Approach로 나

누어지는데 Quek, Ang等에 의하면 Failure Mode Approach에서는 시스템이 複雜하여지면 모든 破壞過程의 檢索이 어려우므로 信賴度가 過大評價되기 쉽다고 하였다.²¹⁾

破壞에 이르는 事件들이 完全獨立 또는 完全從屬된 경우 좋은 結果를 얻을 수 있으나 일반적인 相關關係에서는 不適合하므로 相關關係의 變換을 통하여 調節할 必要가 있다고 하였다.

나. 近似 解法

Ditlevsen等이 주로 研究하고 있으며 破壞確率의 上限値와 下限値(Bound)를 判斷하여 시스템의 信賴度를 表示한다. 破壞確率が 10^{-4} 以下이면 破壞確率의 上限値와 下限値가 近接하므로 正解에 가깝다고 한다.²²⁾

主要한 理論으로는 Simple Bound Theory, Ditlevsen Bound Theory, Dunnett & Sobel's Theory, Grigorius Theory, 吳 等の Global Reliability Index 等이 있다.^{13,14,26)}

다. 數值積分

Combined 시스템의 信賴度는 大部分 Convolution을 包含한 多重積分式이 되는데 Chou, Corotis등은 이들 多重積分式을 單純化하는 方法에 대해 研究하고 있다.^{7,10,24)}

라. 몬테칼로 模寫

몬테칼로 模寫는 確率統計에 廣範圍하게 쓰이고 있는 方法으로서, Ditlevsen, Bjerager等에 의하면 大量의 計算量이 必要하기는 하지만 First Order 또는 Second Order와 같이 正解를 얻을 수 있다고 한다.^{4,11)} 이 方法은 주로 그 計算量을 줄이기 위한 努力이 進行되고 있는데 Melchers, Shinozuka等에 의해 研究되고 있는 Important Sampling 技法은 그 重要한 업적이다.^{11,16,18)}

本 研究에서는 시스템의 信賴性解析에 Net Work Method중 Failure Mode Approach와 Crude 몬테칼로 模寫를 應用하였다.

4. 뼈대構造物의 主要 信賴性 解析方法

가. Bound 理論

시스템은 크게 직렬, 병렬 및 혼합구조 세 가지로 구분되는데 각각의 경우의 시스템의 생존확률은 아래와 같다. 즉 직렬시스템의 생존확률이 가장 작고 병렬구조의 생존확률이 가장 크게 된다. 따라서 실제 구조물은 이들 두 생존확률 사이에 있게 되므로 이들 상하한치의 간격을 좁힐수록 정해에 가깝게 된다.

- Series Structure 시스템의 生存確率
 $P_s = \min(X_1 \cdots X_n)$, $X_i =$ 성분 i 의 生存確률 (9)
- Parallel structure 시스템의 生存確率
 $P_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - X_i)$ (10)
- Coherent structure 시스템의 生存確率
 $\min(X_i) \leq P_s \leq (1 - \prod_{i=1}^n (1 - X_i))$ (11)
 $X_i =$ 성분 i 의 生存確률

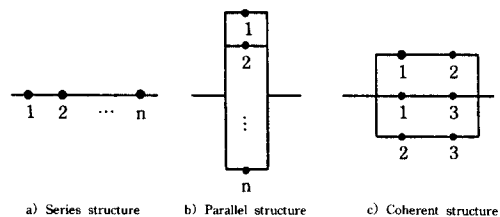


Fig. 1. System and Components

나. β -Unzipping 方法

Christensen과 Murotsu는 構造物의 信賴性解析 方法의 하나로 β -Unzipping 方法을 제시하였다. 이 方法은 Christensen에 의해서 提案되고 Sorensen 등에 의해서 發展되었는데, 構造物을 여러 段階로 區分하여 信賴度를 計算함으로써 要求되는 程度에 附合하는 信賴度를 얻는데 그 主要 目的이 있다.⁸⁾

β -Unzipping 方法은 특히 二次元 및 三次元의 뼈대 構造의 信賴性 解析에 有用하다고 하며 脆性(Brittle) 또는 完全 塑性(Ductile) 재질을

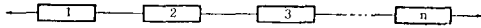


Fig. 2. System Modeling at Level 0 & Level 1 of β -Unzipping Method

描寫할 수 있다고 한다. 만약 어느 시스템이 N개의 要素로 構成되어 있는 경우 Level 0의 시스템 信賴度 β_s 는 直列시스템의 경우 Fig. 2와 같이

$$\beta_s = \min \beta_i, \beta_i = \text{시스템 신뢰도} \dots \dots (12)$$

로 나타내고 Level 1에서는 Level 0에서의 各要素 間의 相關度를 考慮한다. Level 2에서는 가장 脆弱한 要素 結合(Critical Pairs of Failure Elements)를 구하여 이 한 雙을 한 竝列 시스템으로 하는 混合 시스템을 假想하여 相關度를 考慮하며 Level 3에서는 세개 要素로 構成된 脆弱 要素 結合을 구하는 順序로 計算을 進行한다. 특히 뼈대 構造에서는 部材要素의 破壞 모드를 脆弱要素 結合으로 하는 Failure Mechanism Level(Fig. 3)을 最終的인 水準으로 한다.

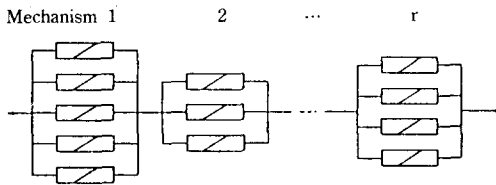


Fig. 3. System Modeling at Failure Mechanism Level of β -Unzipping Method

III. 뼈대 構造物의 信賴性 解析 모델의 開發

1. 모델의 概要

뼈대 構造物의 信賴性 解析을 위해서는 먼저 要素의 信賴性을 알 수 있어야 한다. 要素의 信賴性이 구해지면 시스템의 信賴性을 구하기 위해 Convolution을 통한 積分이나 模寫를 통

하여 條件附 確率을 구할 수 있다.

본 研究에서는 模寫方法을 利用하므로, 시스템의 不靜定力이 解消되어 靜定 構造物이 된 후 破壞될 때까지 荷重을 증가시키며 塑性 힌지를 插入한다. 이때 시스템의 破壞確率은 塑性 힌지가 插入되는 確率의 累積 값과 같게 된다. 塑性 힌지의 發生은 주어진 材料의 能力과 꼭 같은 應力을 주는 荷重이 作用하는 경우에 일어나므로, 逆으로 目標하는 荷重을 試算에 의해 찾는 方法을 택하였으므로 이 과정을 Fig. 4에 흐름도로 표시하였다.

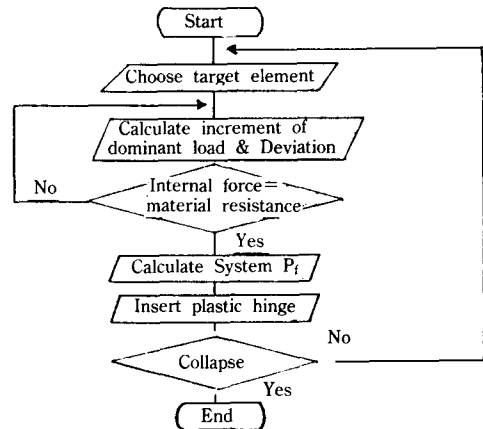


Fig. 4. Flow Chart of Reliability Analysis Model

본 연구의 수행을 위하여 뼈대구조물의 신뢰성 해석을 위한 프로그램(the FOSM, the Stochastic Finite Element Method, and the Discretized Ideal Plastic Method for a Frame Structure : FOSDIF)을 개발하였다.

2. 確率論的 有限要素解析

確率論的 有限要素解析 方法은 有限要素 方程式으로 부터 誘導되는데, 一般 有限要素 方程式으로 부터 確率 有限要素 方程式으로의 展開過程은 다음과 같다.

構造物에서의 有限要素 方程式^{17,28)}

$$[K] \{U\} = \{R\} \dots\dots\dots (13)$$

로 標示되는데, 強度行列 [K]나 荷重 {R}이 確率變數 $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 과 關聯이 되어 있다면 確率變數 X_i 는

$$X_i = X_i^0 + \delta_{xi} \dots\dots\dots (14)$$

로 Deterministic Part X_i^0 와 Stochastic Part δ_{xi} 로 區分¹⁷⁾ 할 수 있다. 식 (13)의 未知數 {U}를 Taylor 級數로 展開하면,

$$\{U\} = \{U^0\} + \sum_i \frac{\partial U}{\partial X_i} \delta_{xi} + \frac{2}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 U}{\partial X_i \partial X_j} \delta_{xi} \delta_{xj} \dots\dots\dots (15)$$

로 나타낼 수 있으며, 一次項까지를 취하면,

$$\{U\} = \{U^0\} + \sum_i \frac{\partial U}{\partial X_i} \delta_{xi} \dots\dots\dots (16)$$

이고, 平均과 分散을 구하면,

$$\{\mu U\} = E\{U\} = \{U^0\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} [CU] &= E[(\{U\} + \{\mu U\})(\{U\}^T - \{\mu U\}^T)] \\ &= E[(\{U^0\} + \sum_i \frac{\partial U}{\partial X_i} \delta_{xi} - \{U^0\})(\{U\}^T \\ &\quad + \sum_i \frac{\partial U}{\partial X_i} \delta_{xi}^T - \{U\}^T)] \\ &= [[\frac{\partial U}{\partial X}][CX][\frac{\partial U}{\partial X}]^T] \end{aligned}$$

가 되어 분산은 $[\frac{\partial U}{\partial X}]$ 를 구하는 問題로 歸結된다.

$[\frac{\partial U}{\partial X}]$ 를 구하기 위하여 식 (13)을 X로 微分하면,

$$\frac{\partial}{\partial X} [[K] \{U\}] = \left\{ \frac{\partial R}{\partial X} \right\} \text{ 또는}$$

$$[\frac{\partial K}{\partial X}] \{U\} + [K] \left\{ \frac{\partial U}{\partial X} \right\} = \left\{ \frac{\partial R}{\partial X} \right\}$$

가 되는데, 이를 移項하여 整理하면,

$$[K] \left\{ \frac{\partial U}{\partial X} \right\} = \left\{ \frac{\partial R}{\partial X} \right\} - \left[\frac{\partial K}{\partial X} \right] \{U\} \dots (18)$$

로 된다. 식 (18)에서 有限要素解析을 통하여 [K]와 {U}가 組立 되었거나 구해졌다면, $[\frac{\partial K}{\partial X}]$ 와 $\left\{ \frac{\partial R}{\partial X} \right\}$ 을 구하여 먼저 組立된 [K]를 이용하여 풀 수 있다.

3. FOSM의 應用

본 研究에서는 FOSM을 利用하여 要素의 信賴度(또는 破壞確率)을 구하는데 FOSM을 利用하기 위해서는 限界狀態 方程式 $g(x)$ 를 樹立해야 한다. 一般的으로 $g(x)$ 를 設定하기 위해서는 荷重과 抵抗의 特性을 糾明해야 하며 荷重組合에 따라 $g(x)$ 를 再設定하여야 한다. 시스템의 信賴性은 복잡한 構造가 對象이므로 여러가지의 限界狀態式이 必要하게 되나 部材의 應力(또는 모멘트)를 알고 있는 경우, 이 限界狀態式은 唯一하게 된다.

$$g(x) = R - P \dots\dots\dots (19)$$

이때, R은 材料의 塑性應力(모멘트)이고 P는 荷重에 의한 應力(모멘트)

確率論的 有限要素法을 利用하여 모든 要素의 平均應力(혹은 모멘트)과 그 分散을 얻을 수 있으므로 각 要素의 信賴指數와 그때의 破壞確率은

$$\beta = \frac{\mu R - \mu P}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_P^2}} \dots\dots\dots (20)$$

μR : 要素의 平均抵抗, μP : 要素의 平均作用應力, 抵抗 R과 作用應力 P는 正規分布로 假定 함.

$$P_i = 1.0 - \Phi(\beta) \dots\dots\dots (21)$$

로서 항상 같은 方法을 통해 얻을 수 있다.

4. 塑性 限지의 描寫

Ditlevsen은 構造模型의 破壞를 模寫하는 경

우 塑性 힌지 技法이 有用하다고 하였다.¹²⁾ 만약 어느 시스템에 g 라는 潛在 破壞點이 있다면 全體 시스템의 破壞는 g 의 集合이며, 서로 다른 潛在 破壞點이 順列로 組合되는 것이므로, 初期 模型중 임의의 要素를 塑性要素로 代치하여 部分的으로 降伏한 模型으로 變化시켜 시스템이 破壞되도록 調整하므로써 이들 順列, 組合중의 한가지 荷重經路를 얻는다.

確率論的 有限要素法의 관련 式을 정리하면 強度行列 $[K]$ 가 組合되고 그 微分行列 $[K]'$ 가 구해진 후에 다음 각 식,

$$\{P\} = [K] \{U\} + \{R\} \dots\dots\dots (22)$$

$$[K]\{U\}' = \{R\}' - [K]'\{U\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\{P\}' = [K]'\{U\} + \{R\}' + [K]\{U\}, \dots\dots\dots (24)$$

의 미지수 $\{P\}$, $\{U\}'$, $\{P\}'$ 를 알 수 있게 되면, 그에 相應하는 $\{R\}$ 및 $\{U\}'$ 중의 $\{R\}$ 과 關聯된 값을 逆으로 試算을 통하여 구할 수 있다. 最小 破壞荷重의 組合를 判斷하기 위하여 Fig. 5와 같이 각각의 荷重에 대한 荷重-破壞確率 空間을 構成하여 이를 利用하였다.

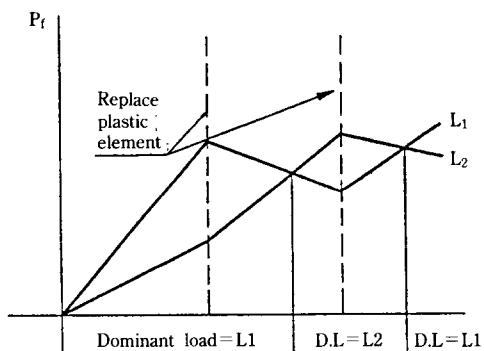


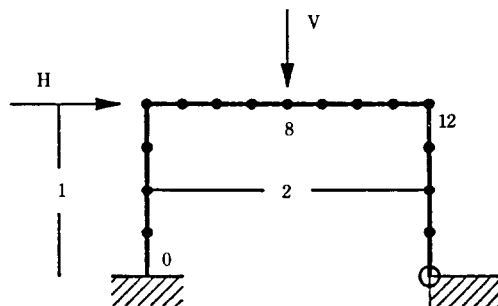
Fig. 5. Illustration for Searching Algorithm of Dominant Load in Load-Failure Probability Space

IV. 解析 例 및 結果分析

本 研究의 FOSDIF의 適應性을 檢討하기 위해 例題를 利用하여 Bound理論, β -Unzipping 方法 및 몬테칼로 模寫 方法과 比較하였다.

1. 解析 例 1

Fig. 6과 같은 뼈대 構造를 對象으로 Bound 理論과 本 研究의 FOSDIF를 利用한 方法 및 몬테칼로 模寫를 比較하였다.



	Mean	S. D.
H	1.5	0.17
V	1.5	0.5
M	1.0	0.15

Fig. 6. Geometrical & Structural Data of Numerical Example 1

Table-1. Summary of Probability of Failure Calculated by FOSDIF, Monte Carlo Simulation and SOSB for Numerical Example 1

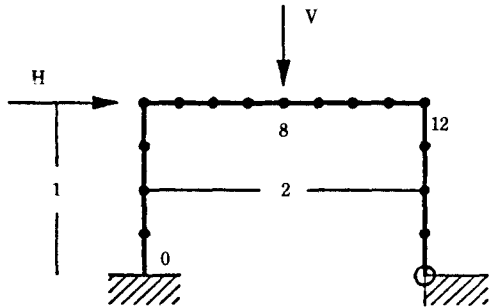
Cut Set	Probability of Failure		
	FOSDIF	Monte Carlo Sim	SOSB*
0-8-12	0.29900×10^{-2}		
0-4-12	0.00175×10^{-2}	0.335×10^{-2}	0.200×10^{-2}
4-8-12	0.00048×10^{-2}		
Others	0.02333×10^{-2}		
Total	0.32456×10^{-2}	0.335×10^{-2}	0.200×10^{-2}

*SOSB : Second Order Series Bound.

2. 解析 例 2

Fig. 6과 같은 構造物에서 垂直, 水平 荷重의 平均을 각각 1.0 이라고 假定한 경우 Fig. 7에 對하여 檢討하였다. 이 경우 몬테칼로 模寫는 적어도 10^7 회 以上이 必要한 것으로 判斷되어 Bound 理論과 FOSDIF만을 比較하였다.

이 경우 Bound 이론은 소성이론에 기초를 두었으므로 부재의 軸방향 變위가 무시되나 FOSDIF는 그 影響이 나타나게 된다. 즉 기둥과 보의 단면비에 따라 파괴확률이 크게 變함을 알 수 있다.



	Mean	S. D.
H	1.0	0.17
V	1.0	0.50
M	1.0	0.15

Fig. 7. Geometrical & Structural Data of Numerical Example 2

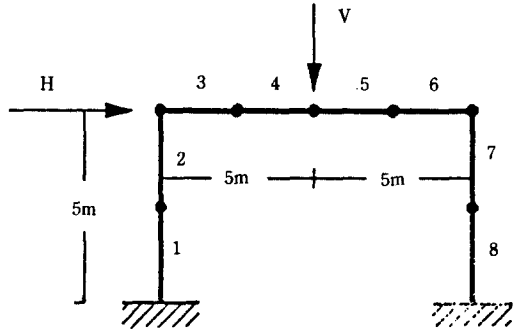
Table-2. Summary of Failure Probability Calculated by Bound Theory & FOSDIF for Numerical Example 2

Bound Theory		FOSDIF	
First Order Bound	Second Order Bound	Ac* : Ab*	P _f
$0.77 \times 10^{-5} \leq P_f \leq 0.84 \times 10^{-5}$	$0.79 + 10^{-5} \leq P_f \leq 0.81 \times 10^{-5}$	1 : 1	0.46×10^{-5}
		1 : 10	1.016×10^{-5}
		1 : 100	2.00×10^{-5}
		1 : 1000	2.01×10^{-5}
		1 : 10	1.78×10^{-5}

*) Ac : Section Area of Column, Ab : Section Area of Beam

3. 解析 例 3

Morotsu는 Fig. 8과 같은 構造物에 對하여 Level 1, 2, 3 및 Failure Mechanism Level의 시스템 信賴性을 구하였다.



	Mean	S. D.
H	55 KN	5.5KN
V	45 KN	4.5KN
M	135KN·m	13.5KN·m

Fig. 8. Structural & Geometrical Data of Numerical Example 3

Table-3. Summary of System Failure Probability(P_f) & System Reliability Index(β_s)

	β-Unzipping Method				FOSDIF
	Level I	Level II	Level III	Level IV ¹⁾	
P _f	5.262×10^{-2}	7.143×10^{-3}	9.676×10^{-4}	1.396×10^{-5}	1.003×10^{-4}
β _s	1.62	2.45	3.10	4.19	3.68

¹⁾ Failure Mechanism Level

4. 結果 分析

가. 結果 分析

1) 解析 例 1

解析 例 1의 경우, 몬테칼로 模寫와 FOSDIF에 의한 信賴性 分析 結果는 상당히 近接한 값을 얻을 수 있으나, 塑性解析에 의한 경우와는 1.0×10^{-3} (35%에 해당)의 차이가 있었다. 이 結果는 一般의 信賴性 解析의 觀點에서 세 경우가 매우 近接한 率을 提示하는 것으로

判斷되며, 이 차이가 발생한 이유는 FOSDIF가 Frame 요소의 모든 자유도를考慮한 彈性解析에 根據를 두므로, 應力の 轉換이 塑性解析의 경우와 같이 一致할 수 없기 때문인 것으로 생각된다.

이 效果를 判斷하기 위하여 解析 例 1의 경우에 보의 斷面積을 기둥과 比較하여 각각 1, 5, 10,000으로 變更한 結果(Table-4), 기둥과 보의 斷面積의 비가 5:5인 경우 보의 軸方向力 作用에 따라 12번 節點의 경우 應力傳達이 적어지고, 0번, 8번, 4번 節點에서 集中되어 均等 配分되므로 기둥과 보의 斷面積의 비가 1:10,000인 경우보다도 오히려 시스템 全體의 安全度가 改善됨을 알 수 있었고, 또 그 비가 1:1인 경우 荷重經路 8-0-2가 主要 經路로서 破壞確率は 全體의 70.8%에 달하였다.

Table-4. Failure Probability of Different Beam Column Cross-section Ratio

Cut Set	1:1	5:5	1:10,000
0-8-12	0.0445×10^{-2}	0.149×10^{-2}	0.299×10^{-2}
0-8 & all	0.1772×10^{-2}	0.176×10^{-2}	0.325×10^{-2}

또 解析 例 1의 경우에서 橫力を 除去한 경우 SOSB에 의한 破壞確率は 약 0.26×10^{-4} 이고, FOSDIF의 경우 기둥과 보의 斷面積을 10:1로 調整하여 軸方向 效果를 없애면 0.226×10^{-4} 로서 거의 같게되고 주요 荷重經路도 beam모드로 같았으나, 逆으로 1:10으로 調整하면 7.3×10^{-4} 으로 破壞確률이 높아지고 주요 荷重經路도 Combine 모드로 변하였다.

2) 解析 例 2

解析 例 1과 같이 FOSDIF를 利用하여 軸方向力의 影響에 따라 0.6-2.5배의 값을 나타내지만 Bound 理論의 값과 類似한 값을 얻을 수 있다.

3) 解析 例 3

β-Unzipping 方法은 信賴性 解析의 方向과

要求 程度에 따른 信賴度 水準을 잘 나타낸다. 실제로 Level 0, Level 1은 部材單位의 信賴性 解析으로 信賴性 解析段階 I(荷重 및 抵抗計數 解析)에 해당하며 現實世界에서 자주 나타나는 不靜定力을 解析하지 않으므로서 충분한 安全率을 확보하게 되는 것을 볼 수 있다. FOSDIF는 Failure Mechanism Level과 같은 정도의 正確度를 얻을 수 있으며 β-Unzipping 方法이 매 段階에서 相關도와 限界狀態式을 다시 구하는 節次를 거치는데 비하여 FOSDIF는 確率論的 有限要素 解析을 利用하므로써 相關關係에 대한 考慮가 필요없고 限界狀態式의 再構成이 필요없으므로 利用에 顯著히 유리함을 알 수 있다.

나. 荷重經路에 대한 檢討

荷重經路에 따라 破壞確률이 달라지고, 각 단계에서의 最大 破壞確률의 組合이 항상 最大 破壞確률이 되지 않음은 앞 장에서 說明한 바 있다.

荷重經路에 따른 破壞確률을 조사하기 위하여 解析 例 1에 대한 몬테칼로 模寫의 結果를 荷重經路別로 정리한 結果는 Table-5와 같았고,

Table-5. Summary of Load Paths of Monte Carlo Simulation

Load-Path	Case(Trial times)			
	20,000	10,000	10,000	10,000
0-8-12	18	7	19	11
0-12-8	18	8	8	12
8-0-12	14	10	5	5
8-12-0	10	2	8	-
12-0-8	1	2	1	1
12-8-0	1	4	2	1
2-0-12	2	1	-	-
8-12-2	1	1	-	-
Total Collapse Times	67	35	35	30
	18	7	19	11

FOSDIF의 荷重 經路別 破壞確률은 Table-6과 같았다.

段階別 最大 破壞確率을 나타내는 질점의 組合은 양측 결과 모두 그 외의 荷重經路가 더 크거나 같을 수 있음을 보여주고 있다.

構造物의 信賴度를 向上시키기 위하여 構造物의 모든 部分의 安全率을 높이는 것은 非經濟的이 되므로 構造物의 最適化가 필요한데, 이 경우 본 研究에서 開發한 모델의 荷重經路에 대한 破壞確率이 有用하게 利用될 수 있을 것으로 보인다. 전 항 解析 例 1에서 檢討한 對象 構造物의 좌측 기둥에 대한 항복강도를 50% 높여주면 全體 構造物의 破壞確率은 0.32456×10^{-2} 로부터 0.0217×10^{-2} 로 작아져서 信賴도가

크게 向上된다. 이에 비하여 보를 50% 보강하는 경우, 보 部材가 기둥에 비하여 材料의 增加가 2배임에 反하여 破壞確率이 0.0471×10^{-2} 로서 信賴도가 덜 向上되는 것으로 나타났다. Table-7에 각 荷重經路에 대하여 이를 對比하여 要約하였다.

V. 結 論

構造物의 安全度를 正確히 把握하기 위해서는 信賴性 解析이 必要한데 一般的으로 構造物은 構成要素가 直列 및 竝列로 混合되어 있으므로 信賴度의 評價가 困難하거나 많은 努力이 所要된다.

본 研究에서는 뺨대 構造의 信賴性을 確率論의 有限要素 解析方法과 FOSM을 導入하여 직접 要素의 信賴性을 구한 뒤, 確率은 높은 豫想 破壞點을 塑性要素로 變換하고, 荷重經路에 대한 構造物의 信賴性을 구하는 프로그램 FOS-DIF를 開發하여 그 應用性을 檢討하였던 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. FOSDIF를 利用하여 뺨대 構造의 信賴性을 分析한 바 良好한 結果를 얻었으며, 특히 荷重經路를 다양하게 分析할 수 있고 많은 變量의 表現이 가능하므로 뺨대 構造의 信賴性 評價와 最適設計에 有用하다고 판단된다.

2. 確率論의 有限要素 解析을 利用하면 限界狀態式을 唯一하게 定意할 수 있으므로, 다양한 要素의 確率論의 處理方法이 開發되고 限界狀態가 定意된다면, 대규모 問題解決에 適正할 것으로 判斷되었다.

3. 가상일의 原理에 의한 限界狀態式을 利用하여 뺨대 構造의 信賴性을 解析하는 경우 部材의 軸方向 變形을 別途로 考慮할 必要가 있다.

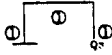
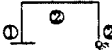
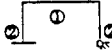
4. 段階別 最大 破壞確率을 가진 要素의 集合이 반드시 最大 破壞確率에 되지 않는 것으로 나타났다.

5. 荷重-破壞確率 空間을 活用하여 能率的

Table-6. Summary of Load Paths of FOS-DIF

Cut Set	System Failure Probability	
	Major Cut Set Only	Major Cut Set + All
0- 8-12	0.6351×10^{-3}	0.7189×10^{-3}
0-12- 8	0.0135×10^{-3}	0.0341×10^{-3}
8- 0-12	0.8173×10^{-3}	0.8859×10^{-3}
8-12- 0	0.6618×10^{-3}	0.7092×10^{-3}
12- 0- 8	0.5680×10^{-3}	0.5981×10^{-3}
12- 8- 0	0.2911×10^{-3}	0.2994×10^{-3}
Total	0.29868×10^{-2}	0.32456×10^{-2}

Table-7. Comparative Listing of Component Reinforcing Effect

Material	Original	Reinforced Case 1	Reinforce Case 2
	 ①N(1.0,0.15)	 ①N(1.5,0.15) ②N(1.0,0.15)	 ①N(1.5,0.15) ②N(1.0,0.15)
0 -8 & all	0.7189×10^{-3}	0.000165×10^{-3}	0.001324×10^{-3}
0 -12 & all	0.0341×10^{-3}	0.000147×10^{-3}	0.001290×10^{-3}
8 -0 & all	0.8859×10^{-3}	0.000000×10^{-3}	0.001048×10^{-3}
8 -12 & all	0.7092×10^{-3}	0.071540×10^{-3}	0.001029×10^{-3}
12-0 & all	0.5981×10^{-3}	0.000020×10^{-3}	0.224080×10^{-3}
12-0 & all	0.2994×10^{-3}	0.145020×10^{-3}	0.242640×10^{-3}
Total	0.32456×10^{-2}	0.0216874×10^{-2}	0.0471411×10^{-2}
β	2.6873	3.4656	3.2592

으로 最少 荷重組合을 얻을 수 있었다.

앞으로 汎用화된 構造物의 信賴性 評價 方法을 開發하기 위해서는, 다양한 要素의 開發과 連續體에서의 破壞概念의 確立 및 效率의인 計算 方法등의 研究가 必要하다고 判斷된다.

參 考 文 獻

1. Ang. A.M & C.A. Cornell, 1974, Reliability Bases of Structural Safety and Design. ASCE, Vol. 100, No. ST9, P 1755-1769.
2. Ang. A. H & W. H. Tang, 1984, Probability Concepts In Engineering Planning and Designer, John Wiley & Sons, Vol. 2.
3. Bathe. K. J, 1982, Finite Element Procedure in Engineering Analysis. Prentice-Hall.
4. Bennett, R. M. & A. M—S. Ang, 1984, An Alternate Method for Structural System Reliability. Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, p 41-44.
5. Bjerager, P., 1988, Probability Integration by Directional Simulation. p 1285-1302.
6. Bogdacoff, J. L & F. Kozin, 1985, Probabilistic Models of Cumulative Damage, John Wiley & Sons, Inc.
7. Cambou, B., 1975, Applications of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Elements Method In Linear Elastic. p 68-87.
8. Casciati, F. & L. Faravelli, 1988, Stochastic Equivalent Linearization. EM, Vol. 11J4, NO. 10. p 1760-1771.
9. Christensen, P. T. & Y. Murotsu, 1986, Application of Structural Systems Reliability Theory. Springer-Verlag.
10. Corotis, R. B, 1985, Probability Based Design Codes of Concrete. A International Apr. p 42-49.
11. Corotis, R. B. & A. M. Nafday, 1989, Structural System Reliability Using Linear Programming and Simulation. SE, Vol. 11J5, NO. 10. p 2435-624.
12. Ditlevsen, O. & P. Bjerager, 1989, Plastic Reliability Analysis by Directional Simulation. EM, Vol. 11J5, NO. 6. p 1347-1362.
13. Ditlevsen, O., 1988, Probabilistic Statistics of Discretized Ideal Plastic Frames. EM. Vol. 114, NO. 12. p 2093-2114.
14. Ditlevsen, O., 1982, System Reliability Bounding by Conditioning. ASCE, Vol. 108, NO. EM5. p 708-718.
15. Grigoriu, M. & C. Turkstra, 1978, Structural Safety Indices for Repeated Loads. ASCE, Vol. 104. NO. EM4. p 829-844.
16. Hart, G. C. & J. D. Collins, 1970, The Treatment of Randomness in Finite Element Modeling. Society of Automative Engineeier Inc., 700842.
17. Karamchandani, A & P. Bjetager & A. Cornell, 1989, Adaptive Important Sample. Structural Safety & Reliability, Vol. 2, p 855-862.
18. Lee, J. Y., 1984, A Preliminary Study on Stochastic Finite Element Method. Cornell Univ., CEE 773.
19. Melchers, R. E., 1987, Structural Reliability. John Wiley & Sons.
20. Moses, F., 1976, Structural System Reliability and Optimization. Computer & Structure, Vol. 7, p 28J3-290.
21. Moses, F., 1974, Reliability of Structural System. ASCE, Vol. 100, NO. ST9. p 1813-1820.
22. Quek, S-T & A. H. Ang, 1990, Reliability Analysis of Structural System by Stable Configurations, SE, Vol. 116, NO. 10. p 2658-2670.

23. Terada, S. & T. Takahashi, Fracture-Conditioned Reliability Index. SE, Vol. 114, NO. 4. p 942-952.
24. Tukstra, C. J & H. O Madsen, 1980, Load Combinations in Codified Structural Design. ASCE, Vol. J106, No. ST1J2. p 2527-2543.
25. Tvedt, L., 1990, Distribution of Quadratic Forms in Normal Space-Application to Structural Reliability. EM, Vol. 116, NO. 6. p 1183-1197.
26. Yao, J. T. P., 1988, Approximate Reasoning In Engineering Decision Analysis. Probabilistic Methods in Civil Engineering. p 452-455.
27. Oh, B. H. & S. W. Chang & J. J. Lee, 1989, A New Formulation For Structural Reliability of Parallel Systems. Structural Safety & Reliability, Vol. 2, p 991-998.
28. Thore Egeland, 1991, Two Trends in reliability, Structural Safety, Vol, 9. p 261-268.