

Petri Nets 모델 개발에 의한 FMS 출력을 분석에 관한 연구[†]

황규완* · 하정진**

A Study on the Analysis of FMS Throughput-Rate by Development of Pertri Nets Model[†]

Gyu-Wan Hwang* · Joung-Jin Ha**

Abstract

Petri Nets are a graphical and mathematical modeling and promising tool for describing and studying systems that are characterized as being concurrent, asynchronous, dynamic, distributed and parrallel. The purpose of this paper is to analyze FMS Throughput-Rate by development of Petri Nets. So, it applied to FMS composed of 7 machines and 4 different job types. The result of this paper shows the advantage of using Petri Nets.

1. 서 론

생산시스템의 분석에 따라 사용되는 기법에는 대기네트워크, 마코프연쇄, 시뮬레이션 등이 사용되고 있으나 각 기법마다 장단점이 있다. [4][5] 대기네트워크는 특수한 경로 정책들로부터 work-in-process, 기계이용률과 같은 수행도 측정들을 위한 도구이며, 마코프연쇄는 시간모수가 불연속적인 경우와 품질특성치의 값들이 불연속적인 경우의 마코프과정으로 구성

되며 과거와 현재의 상태가 주어졌을 때 현재의 상태에만 영향을 받는 미래의 상태에 대한 확률을 계산할 때 주로 이용하고, 시뮬레이션은 시스템의 모수변동들의 효과와 동적인 상호작용들의 연구를 수행할 수 있는 가장 실제적이고 효과적인 도구로서 주로 이용되고 있다. 페트리 넷(PN : Petri Nets)은 간결성과 엄청난 해석능력을 바탕으로 비동기적 동기발생시스템을 해결하는 중요한 수단으로 각광을 받게 되었으며, 동시발생시스템의 구조와 정보 해석의 기본개념에 대한 연구가 확대되어 페트

* 동아대학교 대학원 산업공학과 박사과정 수료

** 동아대학교 산업공학과 교수

리 넷 이론으로 불리는 시스템이론을 낳게 하였으며[1][6][7][8], 주로 통신 프로토콜의 설계나 컴퓨터공학에서 소프트웨어의 수행도를 평가하기 위하여 사용되어온 기법인데 최근에는 이 기법을 생산시스템의 평가에 널리 응용하고 있는 실정이다.

따라서, 페트리 넷 기법은 위에서 열거한 자동화 생산시스템의 모델링을 위한 다른 기법에 비해 몇가지 장점을 가지고 있는데, 동시성(concurrency), 비동기적 사건(asynchronous event), 구조적 상호관계등을 간단히 모델링 가능하고, 복잡한 시스템을 시각화할 수 있는 도식적 성질을 가지며[1][2][3], 모델의 확장시 토큰, place, 트랜지션(transition)등의 추가로 간단히 해결 가능하다. 그러므로, 본 연구에서는 페트리 넷 모델을 개발하여 제조공정의 가공시간을 바탕으로 FMS 출력율을 분석하고자 한다.

2. Petri Nets 모델 개발

2.1 모델의 가정

2.1.1 모델의 구조

3대의 수치제어 기계(M1, M2, M3)와 3가지의 부품(P1, P2, P3)을 생산하는 시스템에서 각 부품의 생산루트는 기계가공 순서에 의존하고, 각 작업의 가공시간은 결정되어 있으며, 각 부품의 생산은 반복적으로 이루어지고 M1 → M2 → M3의 순차적인 가공순서를 가진다.

2.1.2 생산비의 결정

각 부품의 생산비를 구하기 위해 최소부품집합의 개념을 도입한다. 전술한 바와 같이 각 부품이 동일한 비율로 생산된다고 가정하면 최소부품집합은 단순히 $S=\{P1, P2, P3\}$ 로 표시된다.

생산목표를 달성하기 위해 주어진 기계를 통과하고 이 기계에서 반복적으로 생산되는 최소부품집합내의 모든 부품의 순서를 만족해야 한다. 예를 들면, 기계 M1, M2, M3를 위해서는 다음의 순서를 선택할 수 있다.

$$S1=\{P1, P2, P3\} \quad S2=\{P1, P2, P3\}$$

$$S3=\{P1, P2, P3\}$$

이 순서들은 단지 하나의 대안만을 표현하였을뿐이고 다른 여러가지 대안도 가능하다. 이 순서는 기계 가공순서와 같다. 결국, 시스템은 생산 routing을 규정하는 동작부문(operative part)과 기계가공순서를 정하는 조정부문(control part)으로 나눌 수 있다.

2.2. Petri Nets 모델 설계

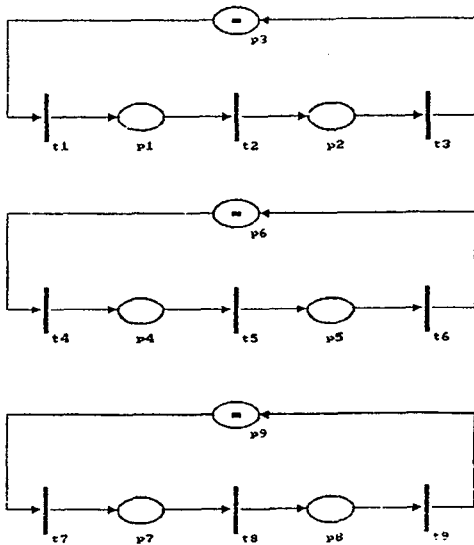
2.2.1 동작부문(operative part)

동작부문에서는 이벤트 그래프(event graph)에서 주어진 정의에 따라 공정순환(processing circuit)의 집합으로 모델링 된다. 여기서 각 순환들은 주어진 생산루팅에 따라 각 부품의 순환적인 제조공정을 표현한다.

[그림 1]에서 각 트랜지션은 각 기계에 의해 수행되는 작업들을 나타낸다. 각 트랜지션에 주어진 점화시간은 대응하는 기계가공시간으로 주어진다.

이 모델에서 각 부품을 파레트와 같은 수송 장비를 각 1대씩 가진다고 가정하면 공정순환 내의 토큰의 순환은 주어진 부품형태의 주기적 (cycle) 수행을 의미한다.

place는 각 작업간의 순서적인 제약을 나타낸다. 여기서 place내부에 토큰이 머무는 것은 작업의 대기 상태를 나타낸다. 이 place를 버퍼 place라 부르기도 한다.



[그림 1] 공정순환

2.2.2 조정부분(control part)

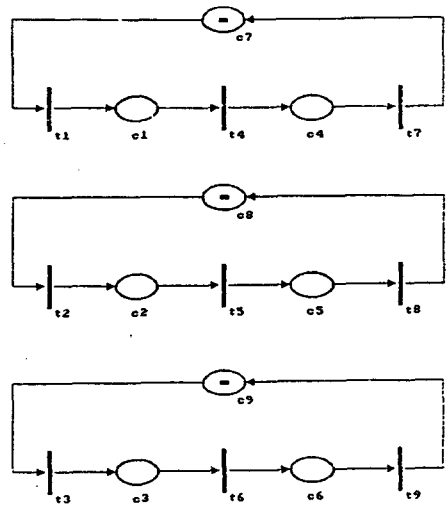
각 기계에서 수행하는 작업의 순서를 모델링 하기 위해서는 순환이 필요하다. 이 순환을 조정순환이라 하고, 주어진 기계가 수행하여야 할 작업의 연결을 나타낸다. 어떤 순환내의 트랜지션의 순서는 기계에서 수행되는 작업의 순서에 의해 결정된다. 이 모델에서는 다음과 같은 기계가공순서를 가진다고 가정하자.

- S1={P1, P2, P3} S2={P1, P2, P3}
- S3={P1, P2, P3}

[그림 2]는 조정순환을 나타내고 [그림 3]은 공정순환과 조정순환을 함께 나타내고 있다. 공정순환의 place를 구별하기 위해 조정순환의 place를 조정 place라 하고 c로 표기하자.

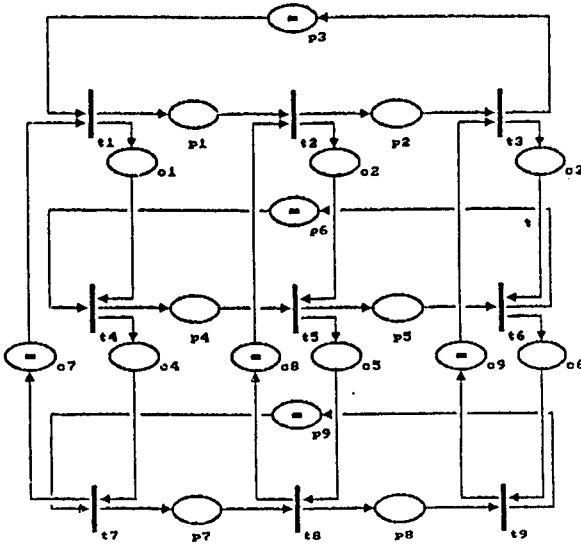
작업부분의 상태를 나타내는 버퍼 place와 마찬가지로 조정 place는 기계의 상태를 표시한다. 공정순환에는 여러개의 토큰이 존재할 수 있으나 조정순환내에는 오직 하나의 토큰만이 존재할 수 있다.

이것은 한 대의 기계가 어느 한 순간에는 오직 한가지 작업만 수행할 수 있기 때문이다. 조정순환에서의 토큰의 위치는 기계의 상태를 명확히 나타낸다. 즉, 토큰이 트랜지션에 위치하면 그 트랜지션이 점화중이며, 그 트랜지션에 해당하는 기계가 작동중임을 나타내고, 토큰이 place의 내부에 위치하는 경우는 기계가 유휴상태(idle)인 경우 즉, 기계가 다음 작업을 대기하는 상태를 나타낸다.



[그림 2] 조정순환

조정 place의 초기마킹은 첫번째 작업에 의해 결정된다. 이 모델에서는 시스템을 공정순환과 조정순환으로 분리하여 묘사하였는데, 공정순환에서는 부품의 반복생산을 나타내고, 조정순환에서는 기계에서의 작업의 순서를 나타낸다.



[그림 3] 공정 및 조정순환

2.3 사이클 타임

사이클 타임을 계산하기 위해서는 우선 페트리 넷 내부의 모든 기초순환을 정의하여야 한다. 앞 절에서 이미 공정순환과 조정순환을 정의하였고, 이것과는 별도로 버퍼 place와 조정 place를 모두 포함하는 추가적인 순환이 존재한다. 이 순환을 혼합순환(mixed circuit)이라 한다. 앞의 모델은 <표 1>과 같은 기초순환으로 구성한다.

모든 순환을 나열한 후 사이클 타임을 구하기 위해 다음과 같은 특성을 가진다.

특성 1. 기본 순환내의 토큰의 수는 어떤 트랜지션 점화에도 변하지 않는다.

<표 1> 기초순환

		기 초 순 환	요 소
공정순환	γ_1	p3 t1 p1 t2 p2 t3	part 1
	γ_2	p6 t4 p4 t5 p5 t6	part 2
	γ_3	p9 t7 p7 t8 p8 t9	part 3
조정순환	γ_4	c7 t1 c1 t4 c4 t7	machine 1
	γ_5	c8 t2 c2 t5 c5 t8	machine 2
	γ_6	c9 t3 c3 t6 c6 t9	machine 3
혼합순환	γ_7	p3 t1 c1 t4 p4 t5 c5 t8 p8 t9 c9 t3	
	γ_8	p6 t4 c4 t7 p7 t8 c8 t2 p2 t3 c3 t6	
	γ_9	c7 t1 p1 t2 c2 t5 p5 t6 p6 t9 c9 t7	

특성 2. 모든 기본 순환에 최소한 한개 이상의 토큰이 존재하면 이 이벤트 그래프는 활성적이다.

이 이벤트 그래프를 고려해보면 다음과 같은 초기 마킹을 가진다.

$$M_0(p_1)=1, M_0(p_2)=0, M_0(p_3)=1, M_0(p_4)=1$$

특성 1은 어떤 도달가능 마킹 M에 대하여 순환 γ_1 과 γ_2 내의 토큰의 총수가 $M(\gamma_1)=M(p_1)+M(p_4)$ 와 $M(\gamma_2)=M(p_1)+M(p_2)+M(p_3)$ 로 불변이고 초기 마킹과 같다. 특성 1에 의해 각각의 place는 최소한 한개의 기본순환에 포함되어야 하고, 그 place내의 토큰의 수는 순환내의 토큰의 수를 결코 초과할 수 없다. 시간을 부여하는 이벤트 그래프는 트랜지션 t에 $\tau(t)$ 로 표기되는 결정적 점화시간을 부여한다. 기본순환을 $\gamma=(p_1, t_1, \dots, p_n, t_n)$ 로 표기하면 순환의 트랜지션의 점화시간의 합은 $\tau(\gamma)$ 로 나타낼 수 있다.

$$\tau(\gamma) = \sum_{i=1}^n \tau(t_i) \tag{1}$$

순환 γ 내의 토큰 수는 $M(\gamma)$ 로 나타낸다.

$$M(\gamma) = \sum_{i=1}^n M_0(p_i) \quad (2)$$

순환 γ 의 사이클 타임은 다음과 같이 정의된다.

$$C(\gamma) = \frac{\tau(\gamma)}{M(\gamma)} \quad (3)$$

앞에서 언급했듯이 이벤트 그래프에서의 토큰의 변화는 완전히 결정적인 문제이므로 다음의 2가지 특성이 이벤트 그래프와 밀접하게 관련된다.

특성 3. 시스템은 일정시간 경과후 부터 주기체계를 가진다.

특성 4. 안정상태에서의 사이클 타임은 모든 기초순환에서 최대로 큰 사이클 타임으로 주어진다.

즉,

$$C = \text{Max}_{\gamma} (C(\gamma)) \quad (4)$$

또한, 안정상태에서의 트랜지션의 점화율은 다음과 같다.

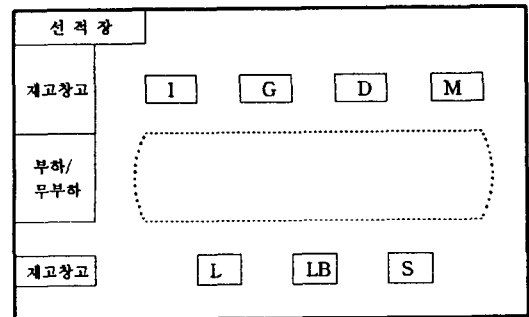
$$\lambda = \frac{I}{C} = \text{Max}_{\gamma} \left(\frac{I}{C(\gamma)} \right) \quad (5)$$

사이클 타임이 가장 큰 순환 γ^* 를 임계순환(critical circuit)이라 부른다. 식(3)과 식(4)는 초기마킹에서 각 순환내의 토큰의 수를 결정하기 때문에 수행도가 초기상태에 의존한다는 것과 트랜지션의 점화시간에 의존한다는 것을 보여준다.

3. 수치예

3.1 모델의 적용 및 가정

수치예에 사용된 모델은 순환형 컨베이어 주위에 7대의 기계가 설치된 제조형태로서 [그림 4]와 같다.



[그림 4] 제조시스템의 배치도

본 연구에서는 다음과 같은 가정을 한다.

- 가정 1. 원재료의 품질은 발생하지 않는 것으로 한다.
- 가정 2. 각 부품의 가공순서는 <표 2>와 같다.
- 가정 3. 각 부품의 생산을 위한 각 공정의 작업시간과 버퍼, 조정 place의 토큰 분포는 <표 3>과 같다.
- 가정 4. 부품의 대기공간과 컨베이어는 부품 처리에 충분한 용량을 가지는 것으로 한다.
- 가정 5. 적재된 부품은 사전에 결정된 작업 계획에 따라 첫 작업장으로 컨베이어에 의해 이동하고, 만약 작업장이

유휴상태에 있다면 부품은 즉시 가공되고, 그렇지 않으면 대기한다.

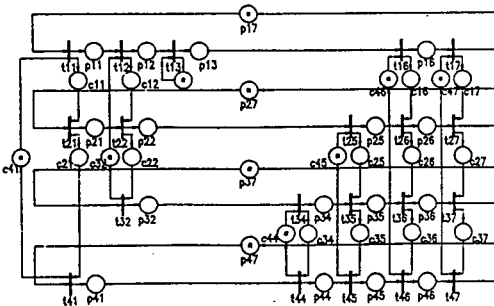
<표 2> 부품의 조업순서

부 품	조 업 순 서
I	L - S - LB - G - I
II	L - S - D - G - I
III	S - M - D - G - I
IV	L - M - D - G - I

<표 3> 각 공정의 가공시간(①), 버퍼 place의 토큰 분포(②), 조정 place의 토큰 분포(③)

기 계 부 품		기 계						
		1 (L)	2 (S)	3 (LB)	4 (M)	5 (D)	6 (G)	7 (I)
I	①	3	3	3	0	0	6	4
	②	0	0	0	0	0	0	1
	③	0	0	1	0	0	0	0
II	①	4	1	0	0	6	5	2
	②	0	0	0	0	0	0	1
	③	0	0	0	0	0	0	0
III	①	0	3	0	4	4	3	2
	②	0	0	0	0	0	0	1
	③	0	1	0	0	0	0	0
IV	①	2	0	0	4	2	6	4
	②	0	0	0	0	0	0	1
	③	1	0	0	1	1	1	1

전술한 수치예의 페트리 넷트는 [그림 5]와 같다.



[그림 5] 예제 시스템의 페트리 넷트

3.2 적용결과 분석

앞의 가정과 자료들을 이용하여 컴퓨터 프로그램을 실행하면 <표 4>와 같은 결과를 얻는다.

<표 4> 페트리 넷트(A) : ①과 페트리 넷트(B) : ②의 컴퓨터 시뮬레이션 결과

	4 파레트						5 파레트					
	$r(\gamma)$		$M(\gamma)$		$C(\gamma)$		$r(\gamma)$		$M(\gamma)$		$C(\gamma)$	
공정순환	①	②	①	②	①	②	①	②	①	②	①	②
	19	19	1	1	19	19	19	19	1	1	19	19
	18	18	1	1	18	18	18	18	1	1	18	18
	16	16	1	1	16	16	16	16	1	1	16	16
조정순환	9	9	1	1	9	9	9	9	1	1	9	9
	7	7	1	1	7	7	7	7	1	1	7	7
	3	3	1	1	3	3	3	3	1	1	3	3
	8	8	1	1	8	8	8	8	1	1	8	8
	12	12	1	1	12	12	12	12	1	1	12	12
	20	20	1	1	20	20	20	20	2	1	10	20
	12	12	1	1	12	12	12	12	1	1	12	12
	혼합순환	43	43	3	2	10.75	21.5	43	43	3	2	10.75
38		38	3	3	12.7	9.5	38	38	3	4	12.7	9.5

<표 4>에서 시스템내에 4개의 파레트가 존재하는 경우에는 그 중 여섯번째 조정순환의 사이클 타임이 20으로 가장 크며 5개의 파레트가 존재하는 경우에는 첫번째 공정순환의 사이클 타임이 19로서 가장 크다.

각 순환내의 토큰의 수는 초기 마킹에서 결정되므로 사이클 타임이 초기상태와 트랜지션의 점화시간에 의존한다. 그러므로 초기 마킹의 토큰의 수를 변화시키면 시스템의 임계순환과 사이클 타임이 달라진다. <표 4>는 초기 마

킹의 토큰의 수를 변화시켰을 때의 임계순환과 사이클 타임이 변화하는 것을 나타낸다. 여기서 새로운 토큰의 추가는 파레트의 추가로 해석할 수 있다. 임계순환에 새로운 토큰을 추가함으로써 출력율을 감소시킬 수 있다. 파레트의 수가 4개일 때 이 시스템의 출력율을 구하려면 임계순환이 여섯번째 조정순환이므로 점화율은 식(5)에 의해 $\lambda = 1/C = 1/20$ 이며, 출력율은 $TH = 4 \times 1/20 = 0.200$ 이다.

마찬가지로 파레트의 수가 5개일 때 시스템의 출력율은 다음과 같다. $TH = 4 \times 1/19 = 0.210$ 로 된다. 각 기계의 작업수행순서의 변화는 조정순환의 토큰분포의 변화로 나타낼 수 있다. 페트리 넷(A)에서 작업순서를 {P2, P3, P4}에서 {P3, P4, P2}로 변화시키면 페트리 넷(B)와 같은 결과를 얻는다. 즉, 임계순환이 첫번째 혼합순환이므로 이 시스템의 사이클 타임은 21.5이며 점화율 $\lambda = 1/21.5$ 이다. 또한 출력율은 $TH = 4 \times (1/21.5) = 0.186$, 파레트의 수가 5개일때도 마찬가지로 결과를 얻는다.

〈표 5〉 페트리 넷(A)와 페트리 넷 (B)의 출력율 비교

모 델 \ 파 레 트	PN(A)	PN(B)
4	0.200	0.108
5	0.210	0.108

〈표 5〉는 페트리 넷 모델을 이용하여 구한 출력율을 비교한 것이다. 페트리 넷(A)와 페트리 넷(B)를 비교하여 보면 작업수행순서에 따라 출력율이 크게 변화하는 것을 알 수 있다.

페트리 넷 모델에서는 FMS에서 기대되는 다양한 파레트 조합과 스케줄링 정책에 의한

분석이 가능하다는 것을 알 수 있다. 즉, 페트리 넷 모델의 출력율은 작업수행순서와 파레트의 분포에 의존하므로 시스템을 적절히 조정하여 최대의 출력율을 얻을 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 가상적인 수치예를 페트리 넷 모델로 분석한 결과 예측되어지는 출력율은 작업수행순서에 따라 크게 변화함을 알 수 있다. 페트리 넷 모델에서는 파레트의 분포 및 작업수행순서에 의존하여 다양한 분석을 얻을 수 있으므로 각 기계의 작업수행 순서를 변화시켜서 출력율이 높은 방법을 선정할수 있다. 따라서 본 연구의 결과는 페트리 넷 모델을 이용한 FMS 출력율 분석 방법을 제시한 점에서 의의가 있다고 할 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] T. Murata, "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications", Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4(1989), pp. 514-580,
- [2] J. M. Proth and H. P. Hilion, Mathematical tools in Production Management, Plenum Press, 1990.
- [3] C. Ghezzi, M. Jazayeri and D Mandrioli, Fundamentals of Software Engineerings, Prentice-Hall, 1991.
- [4] S. Somasundaram, "Performance Evalu-

- ation of Flexible Manufacturing System Using Generalized Stochastic Petri Nets", Lamar Univ-Beaumont, 1991.
- [5] R. Ravichandran and A. K. Chakravarty, "Decision Support in Flexible Manufacturing System Using Generalized Stochastic Petri Nets", IEEE Transactions on Robotics & Automation, Vol. 6, No. 6(1990), pp. 621-639,
- [6] 이기철, "페트리 네트의 확장과 응용에 관한 연구", 한양대, 1983.
- [7] 유강모, "효율적인 성능 분석을 위한 확장된 Stochastic Petri Nets 모델", 숭실대, 1990.
- [8] 오화준, "Stochastic Petri Nets를 이용한 Master/Worker형 다중프로세스의 성능에 관한 연구", 연세대, 1989.