

# 거리측정척도에 의한 대안들의 전체적 유사순서 결정

김영겸\* · 이강인\* · 김진용\* · 이진규\*\*

## Complete Preordering of Alternatives by Metric Distance Measure

Young-Kyuem Kim\*, Kang-In Lee\* Jin-Yong Kim\* and Jin-Gyu Lee\*\*

### Abstract

Imprecision of evaluation or lack of prior information about preference can be an obstacle for decision maker in representing his strict preference.

Therefore, fuzziness of preference can take place, and in addition, intransitivity or incomparability of preference becomes the critical difficulty in making complete preorder of alternatives.

In order to get better solution and to improve practical usefulness, MCDM should be established as a pseudo-criterion model that include fuzzy preference.

In this paper, we suggest a pseudo-criterion model that can make complete preorder of alternatives by metric distance measure.

## 1. 서 론

복잡한 경영의사결정 문제나 공공의사결정 문제에 있어서 의사결정자는 일반적으로 여러 가지 기준에 입각하여 대안들에 대한 선호의 순서를 결정하거나 또는 하나의 최적 대안을 선택하게 된다. 이를 다기준 의사결정(Multi-

Criteria Decision Making ; MCDM)이라고 하는데, 그 연구방법으로는 다음과 같은 것들이 있다[12,16].

- ① 다목적 수리계획법(Multi-Objective Mathematical Programming ; MOMP)
- ② 다요소 효용이론(Multi-Attributes Utility Theory ; MAUT)

\* 동국대학교 대학원 산업공학과

\*\* 동국대학교 산업공학과 교수

### ③ Outranking 방법

전통적 의사결정 이론에 입각한 기존의 다기준 의사결정 모형은 명확하게 정의된 문제에 대해서 실함수로 표현된 사전의 선호정보에 의하여 모호함이 없이 확실한 선호를 판별하는 true-criterion 모형이다. 그러나 현실적인 의사결정 환경하에서 선호정보가 사전에 명확하게 하나의 실함수로 얻어지기는 매우 어렵다. 이는 곧 선호의 모호성(fuzziness)이나 선호판별을 할 수 없는 비교불가능성(incomparability)등이 있을 수 있음을 의미한다.

1980년대 이후의 다기준의사결정 이론에 대한 연구는 불명확한 문제의 정형화나 선호의 모호성을 인정하고, 이를 fuzzy 이론을 이용하여 모형의 설정에 반영하고 있다. 심지어는 선호관계의 비추이성(intransitivity)이나 비교불가능성까지도 인정하는 등 모형의 안정성(robustness)을 향상시키는 연구가 활발하게 이루어지고 있다[3,4,8,9,10,17]. 특히 유럽의 학계에서 Roy와 Vincke 등이 선호의 모호성을 수용하는 pseudo-criterion 모형 개발에 있어서 많은 연구의 성과를 내놓고 있다[5,6,7,11,13,14,15].

## 2. 전통적 다기준 의사결정 이론에 대한 비판적 고찰

전통적인 다기준 의사결정 이론의 개념은 다음과 같이 정리될 수 있다.

첫째, 의사결정자의 선호정보는 사전(a priori)에 형성됨으로, 각 의사결정 기준  $g_k$ 에 대한 의사결정자의 마음속의 선호를 정확히 반영하는 실함수를 대안의 집합  $A$ 에 대하여 정의

하고, 이를 기준의 집합  $F$ 에 대하여 합리적으로 결합하여 하나의 실함수를 형성한다.

$$A = \{a_i \mid i = 1, 2, \dots, m\}$$

$$F = \{g_k \mid k = 1, 2, \dots, n\}$$

$g_k(a_i)$  : 대안  $a_i$ 에 대한 단일기준  $g_k$ 의 평가치 함수 또는 효용함수

$g(a_i)$  : 대안  $a_i$ 에 대한 다기준 평가치 함수 또는 효용함수, 즉

$$g(a_i) = f\{g_1(a_i), g_2(a_i), \dots, g_n(a_i)\}$$

따라서, 의사결정자는 자신의 선호를 다음과 같은 2개의 이항관계로 모형화 할 수 있다.

$P$  : 확실히 선호함(strict preference)

$I$  : 무차별함(indifference)

$$a_i P a_j : \text{iff } g(a_i) > g(a_j), a_i, a_j \in A$$

$$a_i I a_j : \text{iff } g(a_i) = g(a_j)$$

따라서 임의의 두대안  $a_i, a_j$ 에 대하여  $a_i I a_j, a_i P a_j, a_j P a_i$  중 정확하게 어느 하나의 관계를 얻을 수 있다.

둘째, 잘 정형화된 수학적 모형에 의해서 최적 대안  $a_i^*$ 를 구한다.

$$g(a_i^*) \geq g(a_i) \quad \forall a_i \in A$$

이러한 전통적 이론은 그 기본 공리로서 모든 대안들은 전부 비교 가능하고, 전체적으로 선호의 추이성이 있음(complete transitive comparability)을 받아들이고, 이에 의해 대안들에 대한 선호의 전체적 유사순서(complete preorder)를 구할 수 있다고 본다(MOMP의 목적함수, MAUT의 효용함수, outranking 방법의 true-criterion 등이 이 범주에 속한다)[16].

<표 1> 두 대안의 쌍비교를 통하여 얻을 수 있는 기본적 선호상황

상 황	정 의	이항관계
무차별함 (indifference : I)	동치(equivalence)라고 판정할 분명하고 확실한 이유가 있을 때 두 대안은 무차별하다. 예 : $g_k(a_i) = g_k(a_j) \quad \forall k$ 이면 $a_i \sim a_j$ 이다. 이 등식의 일부는 근사적일 수도 있다.	대 칭 적 반 사 적
확실히 선호함 (strict preference : P)	두 대안 중 하나의 대안( $a_i$ )이 다른 대안( $a_j$ )에 대해 확실히 선호된다고 판정할 수 있는 분명하고 확실한 이유가 있다. 예 : $g_k(a_i) > g_k(a_j) \quad \forall k \neq 1$ 이고, $g_1(a_i) - g_1(a_j)$ 가 유의한 차이이면 $a_i \succ a_j$ 이다.	비 대 칭 적 비 반 사 적
다소간 선호함 (weak or large preference : Q)	두 대안중 하나의 대안( $a_i$ )이 다른 대안( $a_j$ )에 대해 확실히 선호된다고 말할 수는 없지만, 그렇다고 $a_j$ 가 $a_i$ 보다 확실히 선호된다거나 두 대안이 무차별하다고 말할 수도 없다. 다시 말해 $P \cup I$ 어느것도 지배적 관계가 아니다. 예 : $g_k(a_i) = g_k(a_j) \quad \forall k \neq 1$ 이고, $g_1(a_i) - g_1(a_j)$ 가 $a_i \succ a_j$ 라고 할 만큼 충분히 크지도, $a_i \sim a_j$ 라고 할 만큼 충분히 작지도 않으면 $a_i \sim Q a_j$ 이다.	비 대 칭 적 비 반 사 적
비교 불가능함 (incomparability : R)	$P, Q, I$ 중 어느 것도 지배적 관계가 아닌 때에는 두 대안은 비교 불가능하다. 예 : $g_k(a_i) > g_k(a_j) \quad k=1, \dots, p$ 이고, $k=p+1, \dots, n$ 에 대해서는 $g_k(a_i) > g_k(a_j)$ 으로서 $g_k(a_i) - g_k(a_j)$ 가 대부분 유의한 차이이면 $a_i \sim R a_j$ 일 수 있다.	대 칭 적 비 반 사 적

그러나 전통적 이론에 입각한 의사결정 모형들은 이론적으로는 잘 완성되어 있으나, 기본공리 체계가 너무 엄격하여 현실적으로는 인간의 의사결정 행위에 일치하지 못하는 면들이 있다. 즉, 전통적 이론에서는 의사결정자의 선호정보가 사전에 형성된다고 가정하고 있으나, 실사 가능하다 할 지라도 그것은 일반적으로 매우 어렵다. 따라서 의사결정 과정에서 의사결정자로부터 선호정보를 점진적으로 얻어내고

이를 표현할 수 있는 수리심리학적 방법들이 연구되어야 한다.

또한, 전통적 이론에서의  $\{I, P\}$  선호구조는 선호의 판별을 모호함이 없이 확실하게 할 수 있음을 의미한다. 그러나  $I$  또는  $P$ 의 판별이  $g(a_i) - g(a_j)$ 의 크기를 고려하지 않고 이루어지는 것은 현실적으로 타당하지 못하다[5]. 즉,  $g(a_i) - g(a_j)$ 의 크기가 유의한 차이가 아니면  $P$ 라고 단정할 수 없다. 이러한 경우에는

〈표 2〉 두 대안의 쌍 비교를 통하여 얻을 수 있는 복합적 선호상황

상 황	정 의	이항관계
선호하지 않음 (nonpreference : ~)	두 대안중 하나의 대안( $a_i$ )이 다른 대안( $a_j$ )에 대해 $a_i P a_j$ 또는 $a_i I a_j$ 이라고 판별할 분명하고, 확실한 이유가 없다. 즉 I와 R을 구별하지 않고 결합한 것이다.	$a_i I a_j$ 또는 $a_i R a_j$ 이면 $a_i \sim a_j$ 이다.
선호함 (preference : >)	두 대안중 하나의 대안( $a_i$ )이 다른 대안( $a_j$ )에 대해 $a_i P a_j$ 또는 $a_i Q a_j$ 이라고 판별할 분명하고 확실한 이유가 있다. 즉 P와 Q를 구별하지 않고 결합한 것이다.	$a_i Q a_j$ 또는 $a_i P a_j$ 이면 $a_i > a_j$ 이다.
의사선호 (presumed preference : J)	두 대안중 하나의 대안( $a_i$ )이 다른 대안( $a_j$ )에 대해 $a_i Q a_j$ 또는 $a_i I a_j$ 이라고 판별할 분명하고 확실한 이유가 있다. 즉 Q와 I를 구별하지 않고 결합한 것이다.	$a_i Q a_j$ 또는 $a_i I a_j$ 이면 $a_i J a_j$ 이다.

모호한(fuzzy) 선호가 있을 수 있다. 그럼에도 불구하고 단순히 I 또는 P로만 선호의 판별을 한다면 산출된 선호정보는 지나치게 빈약하거나 (수학적으로 지배관계(dominance)가 이에 해당한다), 그 반대로 과장될 수 밖에 없다. 비록 정도가 모호하지만 존재하는 선호관계라면서 이를 검출하여 의사결정 모형에 반영시켜야 보다 우수한 해를 구할 수 있고, 모형의 현실적 유용성도 높일 수 있을 것이다.

### 3. 새로운 선호구조

인간의 의사결정 행위에 보다 일치하고 현실적으로도 유용성이 더 큰 선호구조모형을 구축하기 위해서는 전통적 의사결정이론의 {I, P} 선호구조를 더 유연하게 확장시킬 필요가 있다. Roy 등은 새로운 선호구조로서 {I, P, Q,

R}을 〈표 1〉과 같이 제시하였다[9,13].

Q는 확실한 선호 여부를 판별해 줄 수 있는 결정적인 정보의 부족으로 P와 I사이에서 모호한 선호를 의미한다. 따라서 의사결정자에게 보다 추가적인 정보가 주어지면 P 또는 I로 대체될 가능성이 있는 상황을 말한다.

R은  $g_k(a_i)$ 와  $g_k(a_j)$ 의 값의 비교에 의한 선호관계의 판별을 할 수 없음을 의미한다. 그러나, 이것이  $a_i I a_j$ 임을 입증해 주는 것으로 간주될 수 없다.

I, P, Q에서 추이성이 성립하지 않을 수도 있는데, 이것은 인간의 선호판별의 행위가 불합리하기 때문이 아니라, 단지 선호에 대한 인식이 어렵기 때문이며, 따라서 인간의 선호는 상황에 따라서 일관성이 없다고 단정할 수 없다.

일반적으로 {I, P, Q, R}의 기본적 선호상황을 결합하여 복합적 선호상황으로 표현하는 것이 유용할 수도 있다. 〈표 2〉는 Roy와 Vincke

[13]가 제시한 복합적 선호관계 중 일부를 인용한 것이다.

### 4. 선호의 모형화

선호판별의 기준은

q : 무차별 구간의 역치(threshold), 즉

$$|g(a_i) - g(a_j)| \leq q \text{ 이면 } a_i \sim a_j \text{이다.}$$

p : 확실한 선호구간의 역치, 즉  $|g(a_i) - g(a_j)|$

$$\geq p \text{ 이면 } a_i \succ a_j \text{ 혹은 } a_j \succ a_i \text{이다.}$$

이라고 할 때 일반적으로 다음과 같은 유형으로 나눌 수 있다.

- ① pseudo-criterion : q와 p에 의해 P, Q, I를 판별한다. 가장 일반적인 형태이다.
- ② semi-criterion : q에 의해 P와 I를 판별한다. q=p인 ①의 특수한 형태이다.
- ③ pre-criterion : p에 의해 P와 J를 판별한다. q는 0 이거나 정의할 수 없는 ①의 특수한 형태이다.
- ④ true-criterion : P만을 판별한다. q=p=0인 ①의 특수한 형태이다.

Brans 와 Vincke 등은 이러한 기준들의 개념을 보다 일반화하여 선호함수로서 모형화하였다[5,6].

대안들의 모든 가능한 순서쌍들의 집합

$$D = \{(a_i, a_j) | a_i, a_j \in A, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, m\}$$

에 대해서,

각 기준  $g_k, k=1, 2, \dots, n$ 별로 D의 각 원소에 대해 선호지표  $P_k(a_i, a_j)$ 는

$$P_k(a_i, a_j) = \begin{cases} 0 & , g_k(a_i) \leq g_k(a_j) \\ p_k[g_k(a_i), g_k(a_j)], & g_k(a_i) > g_k(a_j) \end{cases}$$

이라고 정의할 수 있다.

선호지표  $P_k(a_i, a_j)$ 는 어느 하나의 기준  $g_k$ 에 있어서  $a_j$ 에 대한  $a_i$ 의 선호의 정도를 나타낸다. 여기서 이차원 함수  $p_k[g_k(a_i), g_k(a_j)] = p_k[g_k(a_i) - g_k(a_j)]$ 와 같이 차이  $g_k(a_i) - g_k(a_j)$ 의 일차원 함수로 표현된다고 가정하고,

$x = g_k(a_i) - g_k(a_j)$ 라고 하면, 선호함수  $p_k(x)$ 는 0부터 1사이의 값을 갖는 함수로 정의할 수 있을 것이다. 다시말해,  $p_k(x)$ 의 각 값에 대해

$p_k(x) = 0$  : 기준  $k$ 에 있어서  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 선호되지 않음.

즉  $g_k(a_i) - g_k(a_j) \leq q_k$ , 단  $q_k$ 는 기준  $g_k$ 에서의 무차별 구간의 역치

$p_k(x) = 1$  : 기준  $k$ 에 있어서  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 확실히 선호됨.

즉  $g_k(a_i) - g_k(a_j) \geq p_k$ , 단  $p_k$ 는 기준  $g_k$ 에서의 확실한 선호구간의 역치

$0 < p_k(x) < 1$  : 기준  $k$ 에 있어서  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 다소간 선호됨.

즉  $q_k < g_k(a_i) - g_k(a_j) < p_k$

을 나타낸다고 볼 수 있다.

Brans 와 Vincke 등은 선호함수의 형태를 다음과 같이 6개의 유형으로 제시하였다.

$$\text{유형 I : } p_k(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{유형 II : } p_k(x) = \begin{cases} 0, & x \leq q \\ 1, & x > q \end{cases}$$

$$\text{유형 III : } p_k(x) = \begin{cases} x/p, & x \leq p \\ 1, & x > p \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{유형 IV : } p_k(x) &= \begin{cases} 0 & , x \leq q \\ 1/2, q < x \leq p \\ 1 & , x > p \end{cases} \\ \text{유형 V : } p_k(x) &= \begin{cases} 0 & , x \leq q \\ (x-q)/(p-q), q < x \leq p \\ 1 & , x > p \end{cases} \\ \text{유형 VI : } p_k(x) &= \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 1 - \exp(-x^2/2\sigma^2), x > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

모든 기준에 대해  $a_i$ 의  $a_j$ 에 대한 종합적 선호를 나타내는 지표로서 다기준 선호지표  $\pi(a_i, a_j)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$W_k$  : 각 기준의 상대적 중요도를 나타내는 가중치

$$\pi(a_i, a_j) = \frac{\sum_{k=1}^n W_k P_k(a_i, a_j)}{\sum_{k=1}^n W_k}$$

$$0 \leq \pi(a_i, a_j) \leq 1, \sum_{k=1}^n W_k = 1$$

$\pi(a_i, a_j)$ 는 여러가지 함수의 형태가 가능하겠으나, 본 모형에서는  $P_k(a_i, a_j)$ 들의 가중평균으로 하였다.  $\pi(a_i, a_j)$ 의 각 값들에 대해 다음과 같은 해석이 가능하다.

$\pi(a_i, a_j) = 0$  : 모든 기준에 있어서 종합적으로  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 선호되지 않음. ( $a_i \sim a_j$ )

$\pi(a_i, a_j) = 1$  : 모든 기준에 있어서 종합적으로  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 확실히 선호됨. ( $a_i P a_j$ )

$0 < \pi(a_i, a_j) < 1$  : 모든 기준에 있어서 종합적으로  $a_i$ 는  $a_j$ 에 대하여 다소간 선호됨. ( $a_i Q a_j$ )

### 5. 본 모형의 설정

두개의 fuzzy집합이 정의하는 내용의 차이를 나타내기 위한 개념으로 거리(distance)가 있다. 어떤 보통집합  $X = \{x_j | j = 1, 2, \dots, m\}$ 에 대해 정의된 임의의 두개의 fuzzy집합을 B, C라고 할 때, B와 C는 각 각의 소속정도함수(membership function)를  $\mu_B(x_j), \mu_C(x_j)$ 라고 하면 일반적으로

$$B = \{(x_j / \mu_B(x_j)) | j = 1, 2, \dots, m\}$$

$$C = \{(x_j / \mu_C(x_j)) | j = 1, 2, \dots, m\}$$

와 같이 표현할 수 있다.

두 fuzzy집합 B와 C의 내용상의 근접도(closeness) 즉 유사정도(similarity)를 나타내어 주는 유클리드 거리는 다음과 같이 정의된다[1].

$$e(B, C) = \left[ \sum_{j=1}^m \{ \mu_B(x_j) - \mu_C(x_j) \}^2 \right]^{1/2}$$

이와같은 fuzzy집합의 일반적 정의에 의해서 대안들의 모든 가능한 순서쌍의 집합 D에 대해 fuzzy집합 R을 다음과 같이 정의한다.

$$R = \{((a_i, a_j) / \mu_R(a_i, a_j)) | (a_i, a_j) \in D\}$$

여기서 집합 R의 소속정도함수  $\mu_R(a_i, a_j) = \pi(a_i, a_j)$ 으로 놓으면 집합 R은 두 대안간의 선호관계를 나타내는 fuzzy집합이다.

대안들간의 선호관계가 fuzzy집합으로 표현되었을 때 이상적 대안(ideal alternative)  $a^+$ 와 반-이상적 대안(anti-ideal alternative)  $a^-$ 를 가상적으로 설정하여 선호의 유사정도를 측정하기 위한 기준으로 삼는다. 여기서  $a^+$ 를

모든 대안에 대해서 확실히 선호되는, 즉  $\pi(a^+, a_j)=1, j=1,2,\dots,m$  인 대안으로 정의하고,  $a^-$ 를 모든 대안에 대해서 확실히 선호되지 않는, 즉  $\pi(a^-, a_j)=0, j=1,2,\dots,m$ 인 대안으로 정의한다.

가상의 대안  $a^+$ 와  $a^-$ 를 포함할 수 있도록 집합  $A, D, R$ 을 확장하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A' &= \{a_j | j=1,2,\dots,m+2, a_{m+1} = a^-, \\ &\quad a_{m+2} = a^+\} \\ D' &= \{(a_i, a_j) | a_i, a_j \in A', i \neq j\} \\ R' &= \{((a_i, a_j) / \pi(a_i, a_j)) | (a_i, a_j) \in D'\} \end{aligned}$$

또한  $R'$ 의 부분집합으로서  $C_h, C^+, C^-$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} C_h &= \{((a_i, a_j) / \pi(a_i, a_j)) | (a_i, a_j) \in D', \\ &\quad h \neq j, h=1,2,\dots,m\} \\ C^+ &= \{((a_{m+1}, a_j) / \pi(a_{m+1}, a_j)) | (a_{m+1}, a_j) \in D', \\ &\quad j \neq m+1\} \end{aligned}$$

여기서  $a_{m+1} = a^-$ 이므로,  $\pi(a_{m+1}, a_j)$ 는  $\pi(a^-, a_j)$ 로써 1이다.

$$\begin{aligned} C^- &= \{((a_{m+2}, a_j) / \pi(a_{m+2}, a_j)) | (a_{m+2}, a_j) \in D', \\ &\quad j \neq m+2\} \end{aligned}$$

여기서  $a_{m+2} = a^+$ 이므로,  $\pi(a_{m+2}, a_j)$ 는  $\pi(a^+, a_j)$ 로써 0이다.

MCDM문제에서 선호의 유사정도에 의해서 대안들의 전체적 선호의 유사순서를 결정하기 위하여 거리 측정 척도를 사용할 수 있다. 두개의 fuzzy집합간의 유클리드 거리에 대한 일반적 정의에 의해서  $a_h, h=1,2,\dots,m$ 와  $a^+$  사이의 거리  $e(C_h, C^+)$ 는 다음과 같다.

$$e(C_h, C^+) = \left[ \sum_{j=1}^{m+2} \{\pi(a_h, a_j) - \pi(a^+, a_j)\}^2 \right]^{1/2},$$

$$\pi(a^+, a_j) = 1$$

동일한 방법으로,  $a_h$ 와  $a^-$  사이의 거리  $e(C_h, C^-)$ 는 다음과 같다.

$$e(C_h, C^-) = \left[ \sum_{j=1}^{m+2} \{\pi(a_h, a_j) - \pi(a^-, a_j)\}^2 \right]^{1/2},$$

$$\pi(a^-, a_j) = 0$$

여기서  $e(C_h, C^+)$ 가 작을수록  $a_h$ 는  $a^+$ 에 선호의 유사정도가 근접하다는 것을 의미하며 또한  $e(C_h, C^-)$ 가 작을수록  $a_h$ 는  $a^-$ 에 선호의 유사정도가 근접하다는 것을 의미한다. 따라서 우리는 측정된 거리의 크기에 의해 대안들의 선호의 전체적 유사순서를 결정할 수 있다. 그러나, 거리의 크기로써  $a_h$ 가  $a^+$ 에 가장 가깝다 할지라도 동시에  $a^-$ 에도 가장 가까울 수 있다. 그러므로 이러한 문제점을 해결하기 위해서는  $a^+$ 와  $a^-$  사이에서  $a_h$ 의 상대적 근접도를 구하여야 한다. 본 논문에서는 이러한 점을 고려하여 대안들의 선호의 전체적 유사순서를 결정하는 모형을 제시하고자 한다. 이 모형의 구체적 절차를 정리하면 다음과 같다.

【단계 1】 각 기준별로 대안들의 평가치  $g_k(a_i), i=1,2,\dots,m, k=1,2,\dots,n$ 을 구한다.

【단계 2】 이상적 대안  $a^+$ 와 반-이상적 대안  $a^-$ 를 설정하여  $a^+$ 는  $a_{m+1}$ 으로,  $a^-$ 는  $a_{m+2}$ 번째 대안으로 간주한다.

모든  $k$ 에 대해서  $g_k$ 가 최대화 기준이라고 할 때  $a^+$ 와  $a^-$ 의 가상적 평가치는 다음과 같다.

$$g_k(a^-) = \max \{g_k(a_1), \dots, g_k(a_m)\}$$

$$g_k(a^+) = \min \{g_k(a_1), \dots, g_k(a_m)\}$$

【단계 3】 각 기준별 선호지표  $P_k(a_i, a_j)$ ,  $h=1,2,\dots,m$ ,  $j=1,2,\dots,m+2$ 를 구한다. 의사결정자의 각 기준에 대한 선호의 태도를 파악하여 선호함수의 유형을 결정한 다음, 대안의 쌍비교를 통하여 두 대안의 평가치의 차이에 대한 각 기준별 선호지표  $P_k(a_i, a_j)$ 를 구한다.

【단계 4】 다기준 선호지표  $\pi(a_i, a_j)$ 를 구한다.

【단계 5】  $a^+$ 와  $a^-$ 로 부터 각 대안  $a_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$  사이의 유클리드 거리  $e(C_i, C^+)$ ,  $e(C_i, C^-)$ 를 구한다.

【단계 6】 각 대안  $a_i$ 의  $a^+$ 와  $a^-$ 사이에서의 상대적 근접도  $S_i$ 를 구한다.

$$S_i = \frac{e(C_i, C^-)}{e(C_i, C^+) + e(C_i, C^-)}, 0 \leq S_i \leq 1$$

【단계 7】 대안들의 전체적 유사순서를 결정한다.  $S_i$ 의 크기에 따라 오름차순으로  $a_i$ 의 전체적 유사순서를 결정한다.

## 6. 수치예제

Brans, Vincke와 Mareschal 등의 논문[6]에서 Outranking 방법중의 하나인 PROMETHEE I과 II모형의 사례 분석으로 다루었던 수력 발전소의 입지 선정을 위한 프로젝트에 본 모형을 적용하였다. 본 모형에 의해서 구해진 결과와 PROMETHEE I과 II모형에 의해서 구해진 결과들을 비교함으로써, 본 모형의 타당성을 확인해 보고자 한다.

6개의 발전소 입지후보지들에 대하여 조사를 실시하였는데, 평가기준  $g_k$ ,  $k=1,2,\dots,6$ 와 평가치  $g_k(a_i)$ ,  $i=1,2,\dots,6$ 는 <표 3>과 같다.

- $g_1$ : 투입되는 노동력의 수
- $g_2$ : 1일 생산가능 전력(MW)
- $g_3$ : 건설비용( $10^7$  \$)
- $g_4$ : 설비 보전비용( $10^6$  \$)
- $g_5$ : 철거될 마을의 수
- $g_6$ : 안전 수준(10점제로 평가함)

<표 3> 수력 발전소 입지 선정을 위한 평가기준 및 평가치

기 준		대 안						선호함수의 유 형	역 지
		$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$		
$g_1$	min	80	65	83	40	52	94	II	q=10 p=30 q=0.5, p=5 q=1, p=6 — $\sigma=5$
$g_2$	max	90	58	60	80	72	96	III	
$g_3$	min	6	2	4	10	6	7	V	
$g_4$	min	5.4	9.7	7.2	7.5	2.0	3.6	IV	
$g_5$	min	8	1	4	7	3	5	I	
$g_6$	max	5	1	7	10	8	6	VI	



〈표 4〉 다기준 선호지표

$a_h \backslash a_j$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7(a^+)$	$a_8(a^-)$
$a_1$	—	0.296	0.250	0.168	0.100	0.185	0	1
$a_2$	0.462	—	0.389	0.133	0.296	0.500	0	1
$a_3$	0.236	0.180	—	0.133	0.056	0.429	0	1
$a_4$	0.399	0.505	0.305	—	0.223	0.212	0	1
$a_5$	0.444	0.515	0.487	0.180	—	0.448	0	1
$a_6$	0.286	0.399	0.250	0.132	0.133	—	0	1
$a_7(a^+)$	1	1	1	1	1	1	—	1
$a_8(a^-)$	0	0	0	0	0	0	0	—

각 기준별 선호함수를 수식적으로 표현하면 다음과 같다.

$$p_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \\ 1, & x > 10 \end{cases}$$

$$p_2(x) = \begin{cases} (1/30)x, & x \leq 30 \\ 1, & x > 30 \end{cases}$$

$$p_3(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0.5 \\ (x-0.5)/4.5, & 0.5 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$p_4(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 1/2, & 1 < x \leq 6 \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$

$$p_5(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$p_6(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \exp(-x^2/50), & x > 0 \end{cases}$$

본 예제에서는 기준별 중요도에 따른 가중치를 동일한 값으로 놓고 다기준 선호 지표를 산술평균으로 구하였다. 그 결과는 〈표 4〉와 같다.

$$\pi(a_h, a_j) = \frac{\sum_{k=1}^n P_k(a_h, a_j)}{n},$$

$$h = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m+2$$

$a^+$  또는  $a^-$ 로 부터 각 대안  $a_h$  사이의 거리와 상대적 근접도를 구하면 〈표 5〉와 같다.

〈표 5〉 상대적 근접도

h	$e(C_h, C^+)$	$e(C_h, C^-)$	$S_h$
1	2.251259	1.125240	0.666744
2	1.962975	1.346577	0.593124
3	2.216661	1.177959	0.652992
4	2.076999	1.265671	0.621359
5	1.869929	1.429907	0.566673
6	2.123160	1.227929	0.633573

〈표 6〉 각 모형의 결과 비교

PROMETHEE I	
PROMETHEE II	$a_5 \longrightarrow a_2 \longrightarrow a_4 \longrightarrow a_6 \longrightarrow a_3 \longrightarrow a_1$
본 모형	$a_5 \longrightarrow a_2 \longrightarrow a_4 \longrightarrow a_6 \longrightarrow a_3 \longrightarrow a_1$

PROMETHEE I, II 모형과 본 모형의 결과를 비교하여 보았을 때 본 모형에서 구한 전체적 유사순서는 PROMETHEE I 모형에서 구한 부분적 유사순서(partial preorder)를 완전히 포함하며, 또한 PROMETHEE II 모형에서 구한 전체적 유사순서와 완전히 일치한다.

### 7. 결 론

{I, P, Q, R} 선호구조에 입각한 pseudo-criterion 모형의 설정은 다기준의사결정 모형의 현실적 유용성을 높일 뿐만 아니라, 모호한 선호정보도 검출하여 모형에 반영시킴으로써 우수한 결과를 산출할 수 있다. 본 모형은 Brans

와 Vincke 등에 의해 개발된 선호함수에 의하여 두 대안의 순서쌍  $(a_i, a_j)$  으로부터 이항적 fuzzy 선호정보를 모두 구하여 이를 모형의 입력정보로 사용하고, 거리측정 척도에 의해 대안들의 선호의 전체적 유사순서를 출력정보로 산출하는 pseudo-criterion 모형이다. 우리는 수치예제를 통하여 본 모형의 타당성을 검증함으로써 거리측정 척도가 대안들의 전체적 유사순서결정을 위한 우수한 척도가 됨을 보였다.

본 연구에서 사용된 선호지표는 쌍비교를 통해 두 대안간의 이항적 선호정보만을 상대적으로 얻을 수 있을 뿐이다. 따라서 서수적 순서결정(ordinal ranking)만을 할 수 있다. 그러므로 단일의 척도하에서 전체적 선호정보(global preference)를 구하여 기수적 순서결정(cardinal ranking)을 할 수 있는 모형의 개발에 대

한 연구가 필요하다. 이는 앞으로의 연구 과제로 두기로 한다.

## 참 고 문 헌

1. 이 광형, 「퍼지이론 및 응용(1)」, 홍릉과학출판사, 1991.
2. Hwang, C.L. and K.S. Yoon, *Multiple Attribute Decision Making*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag, N. Y., 1981.
3. Zimmermann, H. J., *Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1987.
4. Bouyssou, D., "Building Criteria : A Pre-requisite for Multiple Criteria Decision Aid," in C.A. Bana e Costa (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, N. Y., 1990. pp.58-80.
5. Brans, J. P. and Ph. Vincke, "A Preference Ranking organisation method," *Management Science*, Vol.31, No.6 (1985), pp.647-656.
6. Brans, J. P., Ph. Vincke, and B. Mareschal, "How to select and how to rank projects : The PROMETHEE method," *European J. of Operational Research*, Vol.24 (1986), pp.228-238.
7. Diakoulaki, D. and N. Koumoutsos, "Cardinal ranking of alternative actions : extension of the PROMETHEE method," *European J. of Operational Research*, Vol. 53(1991), pp.337-347.
8. Dyer, J. S., P. C. Fishburn, R. L. Steuer, J. Wallenius and S. Zionts, "MCDM, MAUT : The next ten years," *Management Science*, Vol.38, No.5 (1992), pp.645-654.
9. Roy, B., "Partial Preference analysis and decision aid : The fuzzy outranking relation concept," in D. E. Bell, R. L. Keeney and H. Raiffa (eds.), *Conflicting Objectives in Decisions*, John Wiley and sons, 1977. pp.40-75.
10. Roy, B., "Decision-Aid and Decision Making," in C. A. Bana e Costa (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, N. Y., 1990, pp. 17-35.
11. Roy, B., "The outranking approach and foundations of ELECTRE methods," in C. A. Bana e Costa(ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, N. Y., 1990, pp.155-183.
12. Roy, B. and Ph. Vincke, "Multicriteria Analysis : Survey and new directions," *European J. of Operational Research*, Vol.8 (1981), pp. 207-218.
13. Roy, B. and Ph. Vincke, "Relational Systems of Preference with one or more pseudo-criteria : Some new concepts and results," *Management Science*, Vol.30, No.11 (1984), pp.1323-1335.
14. Tsoukias, A., "Preference modeling as a reasoning process : A new way to face uncertainty in Multiple Criteria Decision Support Systems," *European J. of*

- Operational Research*, Vol.25 (1991), pp.309-318.
15. Vanderpooten, D., "The Construction of prescriptions in outranking methods," in C. A. Bana e Costa, *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, N. Y., 1990, pp.184-215.
  16. Vincke, Ph., "Analysis of Multicriteria Decision Aid in Europe," *European J. of Operational Research*, Vol.25 (1986), pp.160-168.
  17. Vincke, Ph., "Basic concepts of preference modelling," in C. A. Bana e Costa (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer-Verlag, N. Y., 1990, pp.101-118.