

2모드 색소레이저 출력의 Switching과 First-Passage-Time(FPT) 분포

박구동 · 신종태 · 김태수

울산대학교 자연과학대 물리학과

(1994년 3월 4일 받음)

고리형 공진기의 색소레이저에서 시계방향 모드와 반시계 방향 모드 사이에 나타나는 switching 현상을 펌프 매개변수 a , 펌프요동의 세기 Q 및 진동수폭 등을 변화시켜 Monte Carlo 방법으로 수치 계산하여 고찰하였다. 덧셈형 noise만 고려할 때와 이 noise에다 여기요동을 나타내는 곱셈형 색 noise를 포함시켰을 때 FPT 분포에 미치는 영향을 조사하였다. 두 경우에 있어서 FPT의 분포는 짧은 시간영역에서는 0에서 상승하여 최대값에 도달하고, 긴 시간영역에서는 지수함수적으로 감소하는 경향은 같았으나 덧셈의 noise만 존재할 때에 비하여 곱셈의 색 noise가 포함될 때는 FPT가 감소하였다. 한편, 평균 FPT는 펌프 매개변수 a 의 증가와 더불어 증대하였으며, 곱셈형 noise의 세기 Q 및 진동수폭 Γ 가 증가할 때는 감소함을 알 수 있었다.

I. 서 론

가변 파장성 때문에 이용도가 높은 색소레이저는 다른 레이저와는 달리 여기요동(pump fluctuation)의 존재로 출력에 있어서 여러가지 특이한 점들이 있다. 높은 여기상태에서는 진행파형 공진기의 단일 종모드 색소레이저 출력은 여타의 레이저와 마찬가지로 정상 동작되지만, 문턱여기 이하로 낮아지면 마치 펄스 동작하는 레이저와 같은 출력요동이 나타난다.^[1,3] 이와같은 색소레이저의 출력요동은 주위의 각종 진동, 음파, 전압의 요동 등의 외적인 요인과 함께 색소 jet에서 발생하는 난류, 색소의 불균질성과 펌핑광인 아르곤 레이저의 불안정성 등 장치 자체의 내적요인으로 말미암아 발생하기도 한다. 이 요동은 2모드(two-mode) 색소레이저 출력의 switching 현상에 있어서도 큰 영향을 미친다.^[4]

고리형 공진기의 색소레이저는 문턱여기 부근에서 고리의 시계방향(clockwise)과 반시계 방향(counterclockwise)인 양방향의 2 모드가 교대로 발진하는 switching 현상이 나타난다. Switching이란 고리형 공진기에서 시계방향의 모드가 발진할때 다른 모드인 반시계 방향 모드는 동작하지 않는 상태에 있게 되나 시간이 경과하면 시계방향은 꺼지고(off), 반시계 방향만 발진(on)되는 출력의 교대 발진이 반복해서 일어나는 것을 말한다. 색소레이저와 같은 균질확대 레이저는 두 모드 사이의 강한

결합(strong coupling)으로 양방향으로의 동시 발진은 일어나지 않는다.^[4,5] 그러나 이러한 것은 문턱여기 부근에서 보이는 것으로 여기 정도가 대단히 큰 경우는 양모드가 동시에 발진하며 switching 현상이 나타나지 않는다.

두 모드 중 어느 한 모드의 출력이 off-on-off-on-off...을 반복할 때 on 또는 off 되는 시간을 측정해 보면 그 시간간격이 일정하지 않고 대단히 짧은 것에서부터 긴 지속시간에 이르기까지 다양한 값을 갖는다. 어떤 모드의 출력세기가 미리 설정된 일정한 범위의 세기영역을 벗어날 때까지의 소요시간을 FPT(first-passage time)라 하며, 이것은 레이저가 발진되거나 발진이 되지 않은 상태가 얼마나 오래 지속되느냐를 뜻한다. 한 모드의 발진상태의 지속시간을 무수히 반복 측정하여 앙상블 평균한 평균 FPT와 분포는 발진조건에 따라서 변한다.^[6,7]

본 논문에서는 일반적인 레이저에 적용될 수 있는 자연발출에 의한 덧셈형 noise만 있는 경우와 이 noise에다 색소레이저와 같이 여기요동이 존재하는 레이저에 대하여 적용 가능한 곱셈형 색 noise를 포함시킨 경우, FPT에 미치는 영향 즉 색 noise의 상대세기 Q , 진동수폭 Γ 등의 변화에 대한 FPT의 분포 또는 앙상블 평균을 Langevin 방정식의 수치해로서 분석하였다. 또한 레이저의 여기 정도를 나타내는 펌프 매개변수인 a 의 값에 대해서도 동일한 방법으로 살펴보았다.

II. 2 모드 레이저의 Switching

고리형 공진기를 가진 레이저에서 양방향으로 발전되는 2 모드의 전기장을 준고전적으로 취급하였을 때, 각 모드의 진폭 E_1 과 E_2 에 대한 Langevin 방정식은 다음과 같이 표현된다.^[8,9]

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} &= (a_1 - |E_1|^2 - \xi|E_2|^2)E_1 + q_1(t) \\ \frac{dE_2}{dt} &= (a_2 - |E_2|^2 - \xi|E_1|^2)E_2 + q_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

위 식에서 a_1 과 a_2 는 두 모드들의 펌프 매개변수(pump parameter)로 문턱여기 아래에서는 음의 값, 문턱여기 위에서는 양의 값을 가지며, 이득매질과 원자의 밀도반전과 관련된 두 모드의 결합상수 ξ 는 균질확대 레이저의 경우 2로 주어진다. 한편, 자연방출에 의한 양자요동(quantum fluctuation)을 나타내는 덧셈형의 noise $q_1(t)$ 와 $q_2(t)$ 는 확률변수로서 상호 독립적이며, 이들의 앙상블 평균은 0이다. 그리고 자연방출의 수명은 공진기내 전기장의 감쇄율에 비하여 매우 짧기 때문에 다음과 같이 함수형의 상관으로 주어진다.

$$\langle q_i^*(t) q_j(t') \rangle = 4\delta_{ij} \delta(t-t'), \quad ij=1,2 \quad (2)$$

덧셈형 noise에 대한 식 (1)에서 각 모드의 세기 $I_1(=|E_1|^2)$, $I_2(=|E_2|^2)$ 에 대한 세기의 확률분포는 다음과 같다.^[10,11]

$$P(\mathbf{x}) = N e^{-U(\mathbf{x})} = N e^{-U(I_1, I_2)} \quad (3)$$

여기에서 N 은 규격화 상수이며, 유효 포텐셜 $U(\mathbf{x})$ 는 모드들의 순간세기 I_1 과 I_2 , 그리고 펌프 매개변수로 표현하면 아래와 같이 주어진다.

$$U(\mathbf{x}) = U(I_1, I_2) = -\frac{1}{2}(a_1 I_1 + a_2 I_2) + \frac{1}{4}(I_1^2 + I_2^2) + \frac{1}{2}\xi I_1 I_2 \quad (4)$$

식 (4)를 식 (3)에 대입한 후 I_2 에 대하여 적분하면 다음과 같이 I_1 에 대한 확률밀도를 얻을 수 있다.

$$P(I_1) = N\sqrt{\pi} \exp\left[\frac{1}{4}\left(a - \frac{1}{2}\Delta a\right)^2\right] \exp[-U(I_1)] \quad (5)$$

여기에서 I_1 에 대한 포텐셜

$$U(I_1) = -\frac{1}{4}(\xi^2 - 1)I_1^2 + \frac{1}{2}I_1 \left[a(\xi - 1) - \frac{1}{2}(\xi + 1)\Delta a \right]$$

$$- \ln\left\{1 - \operatorname{erf}\left[\frac{1}{2}\left(\xi I_1 - a + \frac{1}{2}\Delta a\right)\right]\right\} \quad (6)$$

이다. 시계 방향과 반시계 방향으로 진행되는 양방향 진행파에 있어서, 각 모드의 이득과 손실이 동일한 대칭형 공진기(symmetry cavity)의 경우는 2 모드의 펌프 매개변수 a_1 과 a_2 를 동일하게 a 로 놓을 수 있으므로 이들의 차 a 는 0이 된다. 이때 결합상수 ξ 를 2로 하였을 때, 문턱여기 위 영역인 a 의 값에 대하여 포텐셜 $U(I_1)$ 는 모드 1의 순간세기 I_1 이 0과 a 의 두 지점에 있을 때 극소가 되며, I_1 이 $a/3$ 의 값 부근에서는 최대값을 가지게 된다. 따라서 0과 a 의 두 안정상태, 즉 0인 off 상태와 a 의 on 상태가 존재하므로 해서 모드 사이에 switching이 가능하다.

III. 색소레이저의 Switching과 FPT 계산

균질 확대 레이저의 하나인 색소레이저는 양자요동 외에도 여기요동의 존재 때문에 문턱여기 영역에서 심한 출력요동을 일으킨다. 이런 특성 때문에 연속동작 2모드 색소레이저의 출력요동을 기술하기 위해서는 식 (1)에 여기요동을 나타내는 곱셈형 색 noise를 포함시켜야 하며, 이 경우 Langevin 방정식은 아래와 같이 표현된다.^[4,12]

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} &= (a_1 - |E_1|^2 - \xi|E_2|^2)E_1 + \eta(t)E_1 + q_1(t) \\ \frac{dE_2}{dt} &= (a_2 - |E_2|^2 - \xi|E_1|^2)E_2 + \eta(t)E_2 + q_2(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서 곱셈형 색 noise는 확률변수로서 Ornstein-Uhlenbeck 과정으로 생각하면 이들의 상관은 시간간격에 대하여 지수함수의 형태를 가진다.^[7]

$$\langle \eta^*(t)\eta(t') \rangle = \frac{Q}{T_c} \exp(-|t-t'|/T_c) \quad (8)$$

여기에서 Q 는 곱셈형 noise의 세기이고, T_c 는 noise의 상관시간으로서 선폭 Γ 의 역수이다. 식 (8)의 성질을 가지는 noise들의 상관시간 T_c 는 매우 짧기 때문에 넓은 선폭의 이득요동을 제외하고는 식 (7)에 대응하는 해는 단일모드 색소레이저와 마찬가지로 해석적으로 구할 수 없다. 그러므로 2모드 색소레이저 출력세기의 시간적 변화와 FPT의 분포, 평균 FPT 등의 연구는 식 (7)을 Monte-Carlo 방법에 의한 컴퓨터 시뮬레이션으로 수치해를 구함으로써 가능하다. 이를 위하여 복소 전기장의

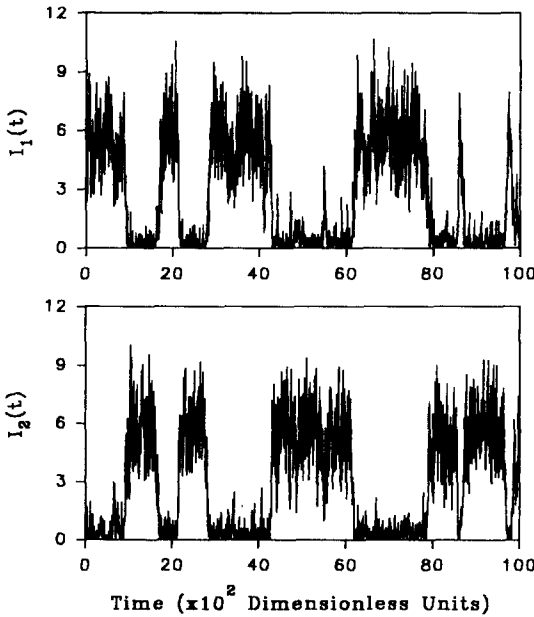


그림 1. 덧셈형 noise 모델인 식 (1)에서 펌프 매개변수 a 를 6으로 하였을 때 두 모드 세기의 시간적 변화.

모드 진폭 E_1 과 E_2 그리고 각 noise들을 실수와 허수 부분으로 나누어 표현하면 아래와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} E_1(t) &= x_1(t) + ix_2(t), \quad E_2(t) = x_3(t) + ix_4(t) \\ q_1 &= \gamma_1 + i\gamma_2, \quad q_2 = \gamma_3 + i\gamma_4 \\ \eta &= \eta_1 + i\eta_2 \end{aligned} \quad (9)$$

위 식을 식 (7)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\dot{x}_1 = [a_1 - (x_1^2 + x_2^2) - \zeta(x_3^2 + x_4^2)]x_1 + \eta_1 x_1 - \eta_2 x_2 + \gamma_1 \quad (10)$$

$$\dot{x}_2 = [a_1 - (x_1^2 + x_2^2) - \zeta(x_3^2 + x_4^2)]x_2 + \eta_1 x_2 + \eta_2 x_1 + \gamma_2 \quad (11)$$

$$\dot{x}_3 = [a_2 - (x_3^2 + x_4^2) - \zeta(x_1^2 + x_2^2)]x_3 + \eta_1 x_3 - \eta_2 x_4 + \gamma_3 \quad (12)$$

$$\dot{x}_4 = [a_2 - (x_3^2 + x_4^2) - \zeta(x_1^2 + x_2^2)]x_4 + \eta_1 x_4 - \eta_2 x_3 + \gamma_4 \quad (13)$$

한편, 곱셈형 noise η 의 시간 전개에 대한 식은 다음과 같다.

$$\dot{\eta}_j = -\Gamma^j \eta_j(t) + \zeta_j(t), \quad j = 1, 2 \quad (14)$$

여기에서 평균값 0과 단위변량을 갖는 백색의 가우시안 noise $\zeta_j(t)$ 의 상관은 아래와 같이 주어진다.

$$\langle \zeta_j(t) \zeta_j(t') \rangle = 2\delta_j \delta(t-t') \quad (15)$$

컴퓨터 시뮬레이션 수행 과정에서 시간간격(time inte-

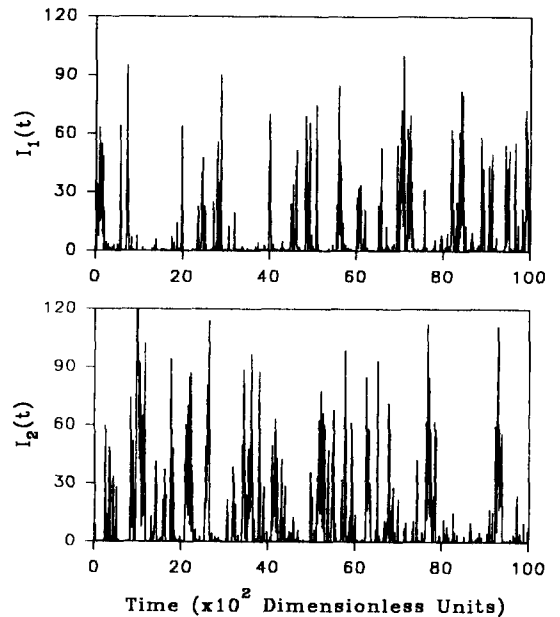


그림 2. 곱셈형 색 noise가 포함된 식 (3)에서 펌프 매개변수 $a=6$, noise의 세기 $Q=500$ 및 진동수폭 $\Gamma=5$ 인 경우 두 모드 세기의 시간적 변화.

rval step)을 곱셈형 noise의 상관시간 $1/\Gamma$ 보다 작게 하였다. 다음에 noise의 상대세기 Q , 선폭 Γ , 펌프 매개변수 a 의 값들을 변화시켜 2모드 색소레이저의 switching 현상을 조사하고 평균 FPT를 계산하였다.

IV. 결과와 분석

식 (1)로 표현된 덧셈형 noise 모델을 이용하여 한 모드가 off 상태에서 on 상태로 이동되는 시간으로 표현되는 FPT의 분포에 대한 결과는 여기요동이 존재하는 색소레이저의 경우와 비교하였을 때 현저한 차이를 보였다.

그림 1은 자연방출 효과인 양자요동만 고려한 식 (1)에서 펌프 매개변수 a 를 문턱여기 위 영역인 6으로 하였을 때, 두 모드의 출력세기를 컴퓨터 시뮬레이션으로 얻은 결과이다. 이 그림으로부터 고리형 공진기에서 두 모드의 출력이 교대로 발진하는, 즉 switching 현상이 존재함을 알 수 있다. 또한, 한 모드가 강한 세기로 발진할 때 다른 모드의 세기는 상대적으로 매우 미약하며, 이러한 양상은 무질서함을 알 수 있다.

그림 2는 펌프요동이 포함된 식 (3)에서 곱셈형 색 noise의 세기를 500, 진동수폭을 5, 펌프 매개변수를 그림 1에서와 동일하게 6으로 하였을 때의 수치결과이다. 펌프

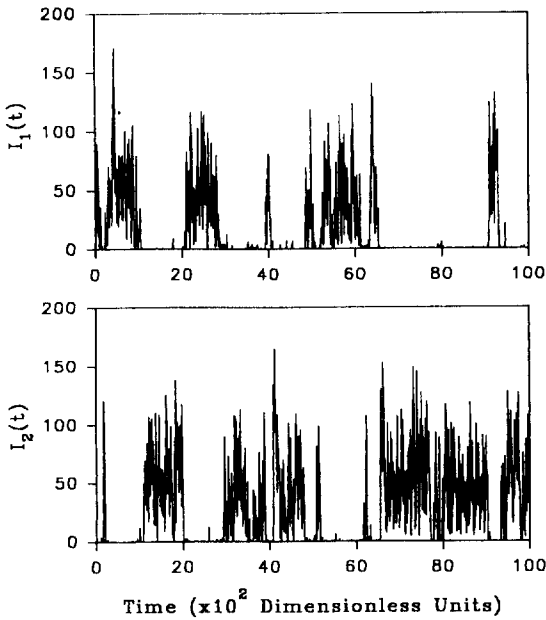


그림 3. 그림 2의 조건에서 펌프 매개변수 a 를 40으로 증가시켰을 때 두 모드 세기의 시간적 변화.

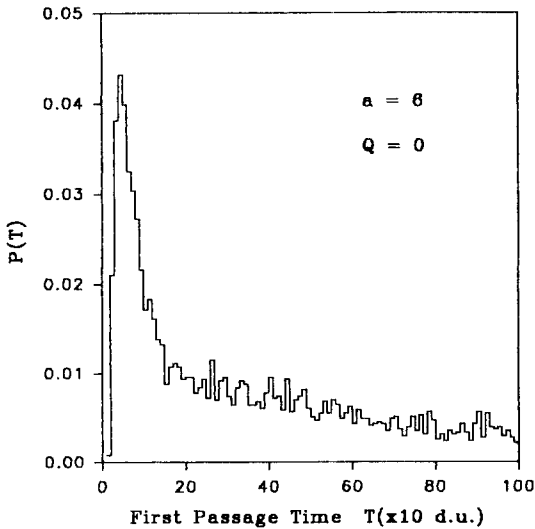


그림 4. 덧셈형 noise 모델에서 펌프 매개변수 a 가 6일 때 FPT 분포.

매개변수가 앞서와 동일함에도 불구하고 switching의 정도가 더욱 빈번함을 알 수 있다. 따라서 한 모드가 on 상태에서 off 상태로 혹은 off 상태에서 on 상태로 진행되는 시간인 FPT가 매우 짧다. 그림 3은 앞서와 동일한 조건에서 펌프 매개변수를 40으로 증가시킨 경우에

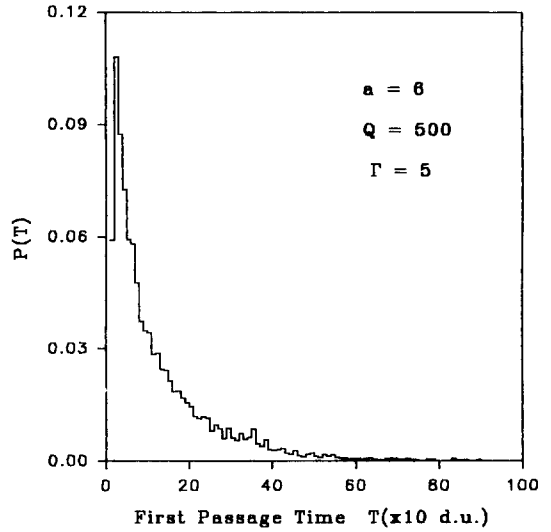


그림 5. 곱셈형 색 noise가 포함된 식 (3)에서 펌프 매개변수 $a=6$, noise의 세기 $Q=500$ 및 진동수폭 $\Gamma=5$ 일 때 FPT 분포.

대한 결과이다. 각 모드의 평균세기가 증가하여 출력요동이 그림 2에 비하여 상대적으로 감소했을 뿐만 아니라 두 모드 사이의 모드 경합에 의한 교대 발진현상인 switching이 보다 확연함을 알 수 있다. 또한, 한 모드가 발진할때 다른 모드는 거의 발진되지 않는 점과 FPT가 현저하게 증가한 점 등은 그림 2와는 다름을 알 수 있다. 그러나 이 FPT는 무질서하게 분포되어 있으므로 FPT의 확률분포를 컴퓨터 시뮬레이션으로 구하였다. 이 과정에서 FPT는 한 모드가 $a/3$ 보다 낮은 영역의 세기값에서 평균세기에 대응되는 펌프 매개변수를 넘어설 때의 시간으로 정하였다. 여기서 FPT는 무차원의 시간으로서 컴퓨터 시뮬레이션 과정에서 1회 반복의 시간간격을 0.001로 하여 취하였다. 그림 4는 양자요동을 나타내는 덧셈형 noise가 포함된 식 (1)에서 펌프 매개변수 a 를 6으로 했을 때 FPT의 분포를 그린 것이다. FPT가 0인 경우는 적은 값에서 출발하여 점차 빈도가 증가하다가 최대 빈도 이상에서는 지수함수적으로 감소하는 경향을 보였다. 그림 5는 곱셈형 색 noise가 추가된 식 (3)에 대한 것으로 noise의 세기 Q 를 500, 선폭 Γ 를 5, 펌프 매개변수 a 를 6으로 했을 때 FPT의 분포이다. 그림 4에 비하여 switching이 빈번하게 발생함을 알 수 있다. 이는 여기요동이 안정적 발진을 저해하는 경향을 가지기 때문으로 추정된다. 그림 6은 그림 5의 조건에서 펌프 매개변수를 40으로 증가시켰을 때의 결과로 그림 4보다는

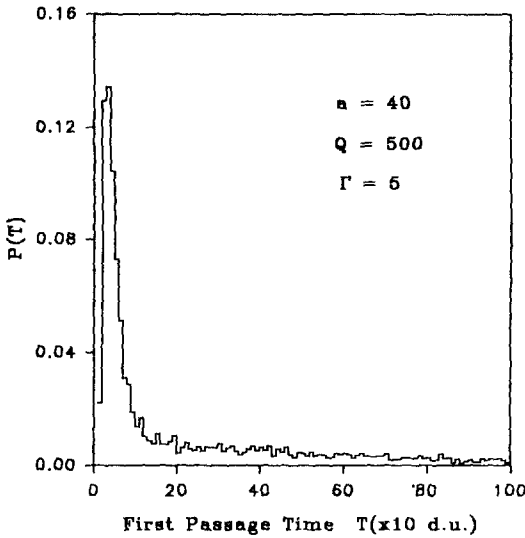


그림 6. 그림 5의 조건에서 펌프 매개변수 $a=40$ 으로 증가시켰을 때 FPT 분포.

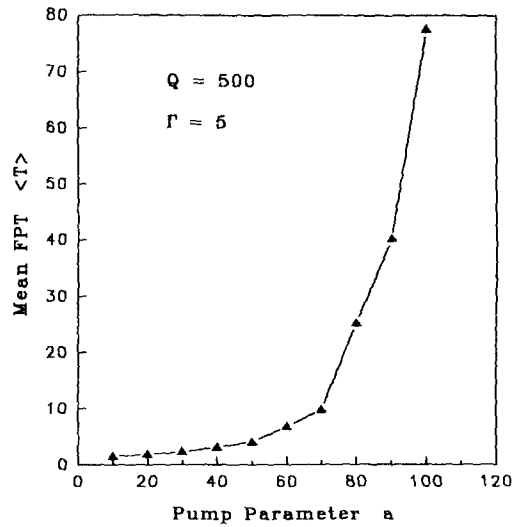


그림 8. Noise의 세기 $Q=500$ 및 진동수폭 $\Gamma=5$ 일 때, 펌프 매개변수 a 에 대한 평균 FPT의 변화.

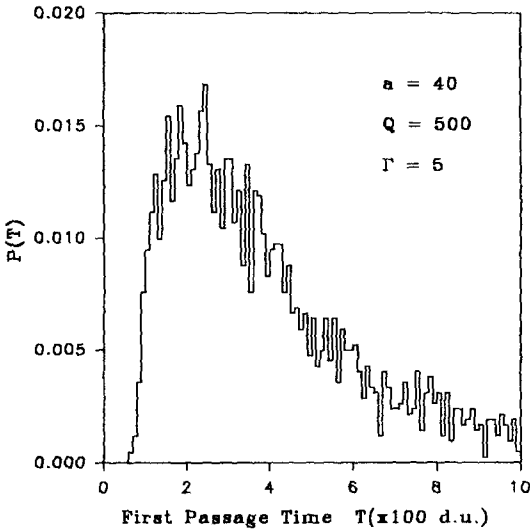


그림 7. 그림 6에서 짧은 시간 영역에 대한 FPT 분포.

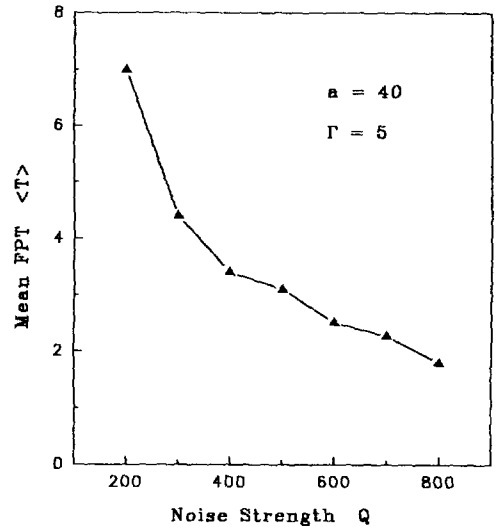


그림 9. 펌프 매개변수 $a=40$, noise의 진동수폭 $\Gamma=5$ 일 때, noise의 세기 Q 에 대한 평균 FPT의 변화.

한 모드의 발진 지속 시간이 증가하였음을 나타내고 있다. 이것은 여기요동은 동일하지만 평균 여기가 증가하여 여기요동의 효과를 상대적으로 감소시켰기 때문이다. 그림 7은 그림 6에서 짧은 시간 영역에서의 FPT 분포를 조사한 것으로 0에서 출발하여 점차 빈도가 증가하여 최대치에 도달하면 그 이상에서는 여전히 지수 함수 형태로 감소함을 알 수 있다. 그림 8에서 그림 10까지는 여러 동작조건에 대한 FPT의 양상들 평균인 평균

FPT를 계산한 것이다. 먼저 그림 8은 noise의 세기를 500, 진동수폭을 5로 유지시킨 후 펌프 매개변수 a 를 증가시키면서 평균 FPT를 조사한 것으로 a 의 증가와 함께 FPT의 평균값 또한 서서히 증가하나 a 가 80을 넘어서면서부터 급속히 증가함을 보이고 있다. 그림 9는 펌프 매개변수 a 가 문턱여기를 조금 넘어선 값 40으로, noise의 진동수폭을 5로 고정시킨 다음 FPT의 평균값을 noise의 세기 Q 에 대하여 그린 것이다. Q 의 증가와 함께

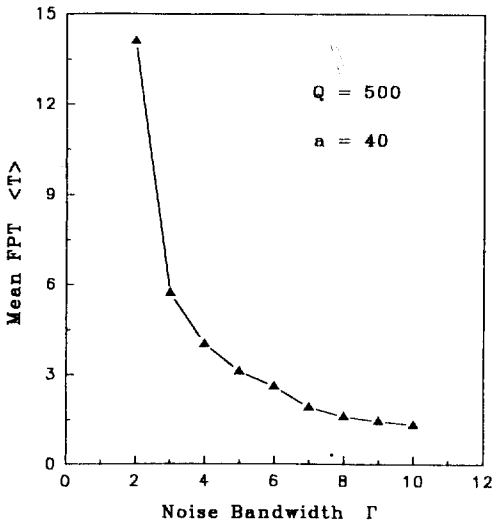


그림 10. Noise의 세기 $Q=500$, 펌프 매개변수 $a=40$ 인 경우, noise의 진동수폭 Γ 에 대한 평균 FPT의 변화.

FPT의 평균값이 지속적으로 감소하였다. 그림 10은 noise의 세기를 500으로 펌프 매개변수를 40으로 했을 때 noise 진동수폭의 변화에 따른 평균 FPT의 분포를 나타낸 것이다. 이로부터 noise의 세기나 진동수폭의 증가는 색소레이저에 심한 출력요동을 일으켜 2모드 색소레이저의 교대 발진을 빈번하게 발생시켜 한 모드가 안정되게 on 상태로 지속되는 것을 저해하는 요인으로 작용함을 알 수 있다.

V. 결 론

고리형 공진기의 색소레이저에서 고리의 시계방향 모드와 반시계 방향 모드 사이에서 발생하는 출력의 switching 현상을 덧셈형 noise와 곱셈형 색 noise가 포함된 Langevin 방정식을 사용하여 확인하였다. 매개변수인 출력요동의 세기 Q , 진동수폭 Γ , 펌프 매개변수 a 등을

변화시켜 이들의 효과를 살펴 보았으며, 발진 모드의 FPT를 Monte Carlo 방법으로 고찰해 보았을 때 다음과 같은 결론을 얻었다. 첫째, 짧은 시간영역에서 FPT의 분포는 0에서 최대값까지는 빠르게 상승하여 긴 시간영역에 도달하면서부터 지수함수형의 감소를 보였다. 둘째, 펌프요동을 나타내는 곱셈형 noise가 포함된 경우는 덧셈형 noise만 존재할 때에 비하여 심한 출력요동을 일으켜 평균 FPT를 감소시켰다. 셋째, 펌프 매개변수 a 를 크게하여 출력요동의 효과를 상대적으로 감소시키면 FPT의 평균값이 증가하였다. 넷째, 곱셈형 noise의 세기 Q 및 선폭 Γ 가 증가할 때는 평균 FPT는 감소함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] P. Lett, R. Short and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **52**, 341(1984).
- [2] 박구동, 김태수, 홍순철, 나상균, 김갑진, 새물리 **32**, 37(1992).
- [3] 박구동, 김태수, 김갑진, 새물리 **32**, 768(1992).
- [4] P. Lett and L. Mandel, JOSA **B2**, 1615(1985).
- [5] M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr., Laser Physics (Addison-Wesley, 1974).
- [6] R. Roy, R. Short, J. Durnin and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **45**, 1486(1980).
- [7] H. Risken, *The Fokker-Planck Equation* (Springer, New York, 1984).
- [8] M. M-Tehrani and L. Mandel, Phys. Rev. **17**, 694 (1978).
- [9] S. Singh and L. Mandel, Phys. Rev. **20**, 459(1979).
- [10] D. Lenstra and S. Singh, Phys. Rev. **28**, 2318 (1983).
- [11] X. W. Wang and D. L. Lin, Phys. Rev. **A28**, 1251 (1986).
- [12] W. R. Christian and L. Mandel, Phys. Rev. **A34**, 3932(1986).

Switching and First-Passage-Time Distributions in a Two-Mode Ring Dye Laser

Goodong Park, Jongtae Shin and Taesoo Kim
Department of Physics, University of Ulsan, Ulsan 680-749, Korea

(Received: March 4, 1994)

The characteristics of switching between two modes in a ring dye laser has been analyzed by the Monte-Carlo computer simulation. The effect of including pump fluctuations in the first-passage-time (FPT) distributions was compared with the distribution with the quantum fluctuation.

The results show the same tendency in both cases, such as steep increases from 0 to peak and an exponential decrease in long time range. However the introduction of pumping fluctuation is turned out to shorten the mean FPT. The variation of the mean FPT is examined for the various fluctuation-related parameters. The mean FPT is lengthened when pump parameter a is increased while it is shortened when Q , Γ are decreased.