

지연시간을 갖는 프로세스를 위한 슬라이딩모드 가변구조 제어기

論文
43~7~15

Sliding Mode Controller for Process with Time Delay

金石鎭*·朴貴泰**·李起常***·宋明現[§]·金星鎬^{§§}
(Seok-Jin Kim·Gwi-Tae Park·Kee-Sang Lee·Myung-Hyun Song·Sung-Ho Kim)

Abstract—A variable structure control scheme(VSCS) with sliding mode that can be applied to the process with input/output(I/O) delay is proposed and its control performances is evaluated. The proposed VSCS with an output feedback scheme comprises a variable structure controller, a servo dynamic for tracking the set-point, and a Smith predictor for compensating the effects of time delay. The robustness against the parameter variations and external disturbances can be achieved by the proposed VSCS even when the controlled process includes I/O delay. And the desired transient response is obtained by simple adjustment of the coefficients of the switching surface equation.

Key Words : Sliding Mode(슬라이딩 모드), Variable Structure(가변구조), Time Delay(지연시간), Robust(강인성), Stability(안정도)

1. 서론

슬라이딩 모드를 갖는 가변구조제어(VSC)는 상태제적이 미리 지정된 스위칭 평면을 따라 이동하도록 고속 스위칭 입력을 인가하는 제어 방식이다. VSC는 계통 파라미터 변동과 외란에 대해서 강한 특성을 가지며 타제어 기법에 비해 속응성이 뛰어나고 제어기 설계 및 실현이 간단하기 때문에 서보 제어계통에 광범위하게 응용되고 있다.

이러한 VSC는 이미 1950년대초 소련에서 Emelyanov 등에 의하여 제안되었으나 본격적인 연구개발은 새로운 제어법칙 설계방법 및 추가적인 VSC 특성이 보고된 1970년대 후반부터 이

루어졌다. 위상변수 표준형태로 모델링된 선형 2차 계통에 국한된 초창기 연구는 그 후 비선형 계통, 다변수(MIMO) 계통, 이산치 모델, 대단위 무한차수계통 그리고 확률계통을 포함한 거의 전 분야로 확장되었다. 그럼에도 불구하고 지연 프로세스에 대한 VSC 연구는 현재까지도 거의 없는 실정이다. 지연시간이 포함된 프로세스에 대한 이제까지 연구로는 Itkis [1], K,K,Shyu [2], Young & Rao [3] 등을 꼽을수 있는 정도이다.

Itkis의 연구는 FOPDT(First Order Plus Dead Time) 프로세스에 대한 한가지 가변구조 제어기 법으로 분류될 수도 있으나 고속스위칭 입력 대신 온-오프방식의 제어입력을 채택하고 있다. 따라서 이 기법은 가변구조 제어기법의 가장 큰 특징인 슬라이딩 모드의 달성 및 이와 관련된 강인성 확보를 기대할 수 없었다. 이러한 이유로 Itkis 이후 이 유형의 가변구조 제어에 대한 연구결과는 보고되지 않고 있다. 최근 K.K.Shyu 등은 불확실한 지연시간계 안정조건을 제시하고 VSC개념을 이용한 안정화기법을 제안하였다. 이 제안은 일단 VSC에 의한 지연시간계통의 안정

*正會員: 産業技術情報院 電子電氣部 部長

**正會員: 高麗大 工大 電氣工學科 教授·工博

***正會員: 檀國大 工大 電氣工學科 教授·工博

[§]正會員: 順天大 工大 電氣工學科 副教授·工博

^{§§}正會員: 群山大 工大 制御計測工學科 助教授·工博

接受日字: 1993年 12月 6日

1次修正: 1994年 4月 20日

2次修正: 1994年 6月 16日

화기법을 제안하였다는 관점에서 의의를 갖는다. 그러나 이 연구에서는 단지 안정화 문제만을 위주로 다루었을 뿐 제어계의 성능고찰은 전혀 없이 상태변수의 지연만을 다루었고 일반적으로 문제시되는 입출력 지연에 대한 대책도 제시하지 않았다. 또한 Young과 Rao의 연구는 기존 VSC기법을 수정없이 화학공업 프로세스에 응용한 적용사례로 판단된다.

위에 언급한 기존연구결과의 문제점은 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 실질적인 측면에서 대단히 많은 프로세스가 지연시간을 갖는 1차(FOPDT) 및 2차(SOPDT:Second Order Plus Dead Time) 모델로 표현된다는 점에서 이들 모델에 근거한 VSCS의 개발이 요구되고 있으나 Itkis 이외에 이러한 모델에 근거한 설계기법은 아직 개발되지 못하였다. 둘째, 지연시간이 포함된 계통에 대한 현재까지의 VSC관련 연구에서는 실제 프로세스와 모델간의 파라미터 불일치 문제가 고려되지 않았으며 따라서 안정도 및 성능면에서 모두 강인함을 보장해주는 가변구조 제어기법의 개발이 시도되지 못하였다. 그러나 이 문제는 VSCS의 안정도 확보와 성능개선의 입장에서 반드시 고려되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 FOPDT 및 SOPDT 프로세스에 대한 한가지 형태의 출력제한 가변구조 제어계를 제안하고 그 성능을 검토함에 목적을 두었다. 제안된 가변구조 제어계는 시간지연 보상을 위한 스미스 예측자(Smith Predictor), 기준입력을 추적하기 위해 도입된 서보 다이나믹과 가변구조 제어기로 구성된다.

본 논문의 내용은 다음과 같다. 먼저 2절에서는 본고에서 다루고자 하는 문제를 설정하고 3절에서 FOPDT 및 SOPDT 프로세스에 적합한 가변구조 제어기 구성의 제안 및 FOPDT 및 SOPDT 프로세스에 대해 제안된 제어기의 스윙칭평면 설계, 스윙칭 제어입력 설계를 다룬다. 4절에서는 수치예를 통하여 제안된 제어기의 추적성능과 강인성을 확인하고 5절에서는 본 연구의 결론을 기술하였다.

2. 문제의 설정

계통의 수학적 모델은 두가지 방법으로 구해진다. 그 중 하나는 물리법칙을 직접 적용하여 상태공간모델을 구하는 Physical 모델링이며 다른 하나는 입출력 데이터에 근거한 주파수 영역에서의 입출력관계를 나타내는 전달함수 식별기

법이다.

이중 상태공간모델은 일단 정확한 파라미터가 얻어지는 경우 계통해석 설계에 유용하지만 다변수 고차계통 및 대규모계통 등에 대한 정확한 상태공간 모델 수립은 매우 곤란하다. 따라서 이러한 계통 등에 대해서는 입출력 데이터를 근거로 하는 전달함수 식별기법이 채택되고 있으며 상태공간모델이 구해지는 경우에도 제어기 설계에 관한 한 전달함수 모델이 더욱 유용하게 사용되고 있다. 그리고 지연시간을 갖는 대부분의 산업용 프로세스는 다음과 같이 지연시간을 갖는 1차 및 2차 프로세스로 표현할 수 있다.

$$G_{p1}(s) = \frac{Y_{p1}(s)}{U_1(s)} = \frac{K_{p1}e^{-\tau_{p1}s}}{T_{p1}s+1} \quad (1a)$$

$$G_{p2}(s) = \frac{Y_{p2}(s)}{U_2(s)} = \frac{K_{p2}e^{-\tau_{p2}s}}{(T_{p2}s+1)(T_{p3}s+1)} \quad (1b)$$

여기서 T_{p1} , T_{p2} , T_{p3} , K_{p1} , K_{p2} , τ_{p1} , τ_{p2} 는 각각 1차 및 2차 프로세스의 시정수, 이득, 지연시간을 나타내며 첨자 p는 프로세스를 의미한다.

위 프로세스에 대한 모델은 일반적으로 측정 데이터로부터 얻어지며 식 (1a), (1b)에 대응되는 공칭 모델은 식 (2a), (2b)로 가정할 수 있다.

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{U_1(s)} = \frac{K_{m1}e^{-\tau_{m1}s}}{T_{m1}s+1} \quad (2a)$$

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{U_2(s)} = \frac{K_{m2}e^{-\tau_{m2}s}}{(T_{m2}s+1)(T_{m3}s+1)} \quad (2b)$$

여기서 첨자 m은 모델을 의미하며 T_{m1} , T_{m2} , T_{m3} , K_{m1} , K_{m2} , τ_{m1} , τ_{m2} 는 각각 1차 및 2차 프로세스 모델의 시정수, 이득, 지연시간을 나타낸다.

본 연구에서 다루고자 하는 서보문제는 식 (2a), (2b)의 모델에 근거하여 식 (1a), (1b)의 프로세스 출력 $y_p(t)$ 가 목표치 R을 추적하도록 하는 슬라이딩 모드 가변구조 제어기 구조와 제어기 설계 방법을 확립하는데 있다. 이때 가장 중요한 사항은 파라미터 변동에 의한 프로세스와 공칭모델간의 불일치 및 외란이 발생된 경우에도 안정도 및 추적특성이 유지되는 슬라이딩 모드를 갖는 강인한 제어기가 설계되어야 한다는 점이다.

3. 가변구조 제어계

본 절에서는 지연시간을 갖는 계통이 슬라이딩 모드를 갖도록 하기 위한 가변구조제어기를 제안하고 FOPDT 및 SOPDT 프로세스에 대하여 스위칭 평면 및 스위칭 제어입력의 설계방법을 제시한다.

3.1 가변구조 제어계의 구성

기존의 모든 VSC는 편차 방정식에 근거하여 조정기(regulator)형으로 전개 되어 왔으나 제안된 VSC는 일반 서보 문제에서와 같이 서보 변수를 도입하여 추적(tracking)을 수행한다. 또한 지연시간의 영향을 효과적으로 처리하는 동시에 스위칭 함수 및 제어입력 구성에 필요한 상태 벡터를 구하기 위하여 스미스 예측자를 포함한다. 제안된 가변구조 제어계의 전체 구성을 그림 1에 보였다. 그림 1에서 최외각 루우프는 프로세스와 모델간의 불일치(즉 시정수, DC이득, 지연시간 및 외란 등에 의해 야기되는 편차)로 인한 제어성능 감퇴를 보상하기 위한 것이며 내부 루우프는 예측치를 제환시킴으로서 지연시간의 효과를 상쇄하기 위한 것이다.

제안된 제어계는 스미스 예측자의 모델출력 예측치와 불일치 보상을 위한 편차로 구성되는 서보 다이내믹으로 구성되며 또한 모델출력 예측치를 이용하여 스위칭 함수와 스위칭 입력을 발생시키는 가변구조 제어계라는 점이 특징이다. 또한 지연시간을 갖음에도 불구하고 초기부터 슬라이딩 모드를 갖으며 이 모드내에서 외란 및 파라미터 변화 및 지연시간의 변화에 대해 강인한 특성을 갖는다.

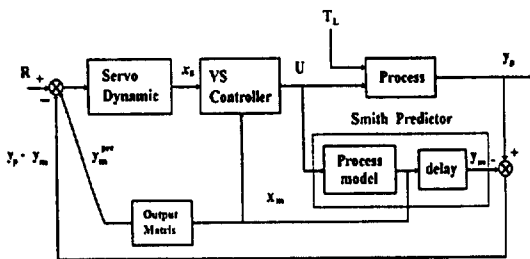


그림 1 제안된 가변구조 제어계의 구성
Fig. 1 Proposed VSC control system structure

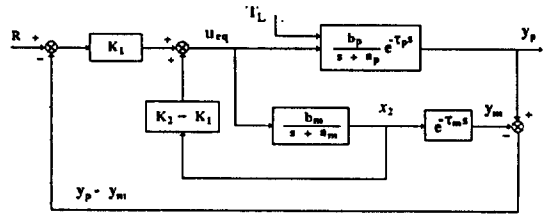


그림 2 FOPDT 프로세스의 등가제어계통
Fig. 2 Equivalent Control System for FOPDT Process

3.2 지연시간을 갖는 1차 프로세스의 VSC

여기서는 먼저 1차 프로세스에 관한 VSC 설계방법을 제시한다. 전개의 편의상 식(2a)를 다음의 상태 공간 표현으로 나타내기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= -a_m x_m(t) + b_m u(t) \\ y_m(t) &= x_m(t - \tau_m) \\ y_m^{pre}(t) &= x_m(t) \end{aligned} \quad (3)$$

이후의 전개에 있어서 지연된 변수를 제외한 변수에 대해서는 시간 (t)를 생각하기로 한다.

제어계의 설계 과정은 서보변수 표현 및 이를 포함한 확대 계통의 방정식을 얻는 단계, 스위칭 평면 설계단계, 제어입력 결정단계로 구분되며 각 과정은 다음과 같이 수행된다.

(1) 확대 계통구성

서보 변수 x_s 를 다음과 같이 선정한다.

$$\dot{x}_s = R - y_m^{pre} - (y_p - y_m) \quad (4)$$

여기서 R 은 기준 계단입력, y_m^{pre} 는 스미스 예측자에 의해 발생된 모델출력의 예측치이고 y_p , y_m 은 각각 프로세스출력, 모델출력이다.

VSC 설계를 위한 확대계통은 식 (4)와 식 (3)에서 $x_1 = x_s$, $x_2 = x_m = y_m^{pre}$ 으로 정의 함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - (y_p - y_m) + R \\ \dot{x}_2 &= -a_m x_2 + b_m u \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $y_m = x_2(t - \tau_m)$ 이고 y_p 는 프로세스 출력이다.

(2) 스위칭 평면과 등가제어 입력설계
스위칭 평면 σ 는 다음과 같이 선정한다.

$$\sigma = c_1 x_1 + c_2 x_2 \quad (6)$$

c_1, c_2 의 설계 조건을 구하기 위하여 먼저 슬라이딩 모드의 조건 $\dot{\sigma} = 0$ 를 u 에 대해 정리하면, 식 (7)의 등가제어입력이 구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= c_1 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 \\ &= c_1 (R - x_2 - y_p + y_m) + c_2 (-a_m x_2 + b_m u) = 0 \\ U_{eq} &= -\frac{1}{c_2 b_m} [c_1 (R - x_2 - y_p + y_m) - c_2 a_m x_2] \end{aligned} \quad (7)$$

위식에서 $k_1 = -\frac{c_1}{c_2 b_m}, k_2 = \frac{a_m}{b_m}$ 이라 정의하면

$$U_{eq} = k_1 (R - x_2 - y_p + y_m) + k_2 x_2 \quad (8)$$

또는

$$U_{eq} = k_1 (R - y_p + y_m) + (k_2 - k_1) x_2 \quad (8')$$

로 된다. 식 (8)의 등가제어 입력을 도입한 등가 제어계통의 구조는 그림 2와 같다. 여기서 등가 제어계통의 제반 특성은 다음 과정에 의해 분석할 수 있다.

먼저 전달함수 $\frac{Y_p(s)}{R(s)}, \frac{Y_p(s)}{T_L(s)}$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{Y_p(s)}{R(s)} &= \frac{k_1 \frac{b_p}{s+a_p} e^{-\tau_p s}}{1 + \frac{b_m}{s+a_m} (k_1 - k_2) + \frac{k_1 b_p}{s+a_p} e^{-\tau_p s} - \frac{k_1 b_m}{s+a_m} e^{-\tau_m s}} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{Y_p(s)}{T_L(s)} &= \left(1 - \frac{k_1 \frac{b_p}{s+a_p} e^{-\tau_p s}}{1 + (k_1 - k_2) \frac{b_m}{s+a_m} + \frac{k_1 b_p}{s+a_p} e^{-\tau_p s} - \frac{k_1 b_m}{s+a_m} e^{-\tau_m s}} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{b_p}{s+a_p} e^{-\tau_p s} \quad (10)$$

제어계 설계시에는 $G_p(s)$ 를 알 수 없으므로 $a_m = a_p, b_m = b_p, \tau_m = \tau_p$ 로 가정하며 이 경우 식 (9)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{Y_p(s)}{R(s)} &= \frac{k_1 b_m}{s+a_m} \frac{e^{-\tau_m s}}{1 + (k_1 - k_2) \frac{b_m}{s+a_m}} \\ &= \frac{-\frac{c_1}{c_2 b_m} \frac{b_m}{(s+a_m)} e^{-\tau_m s}}{1 + \left(-\frac{c_1}{c_2 b_m} - \frac{a_m}{b_m}\right) \frac{b_m}{s+a_m}} \\ &= \frac{-\frac{c_1}{c_2}}{s - \frac{c_1}{c_2}} e^{-\tau_m s} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)은 스위칭 함수의 계수 선정기준을 제 공해 준다. 즉 $\frac{c_1}{c_2} < 0$ 로 선정되어야 하고

$-\alpha = \frac{c_1}{c_2}$ 은 등가 제어계에 요구되는 극점의 값이

며 식 (11)에서 알 수 있듯이 $|\frac{c_1}{c_2}|$ 이 크면 클수록 응답이 빠르게 되고 작으면 작아질수록 응답이 늦어지게 된다. 따라서 이 조건을 만족하는 $[c_1, c_2]$ 를 선정할 경우 다음식이 성립한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_p(t) = R \quad (12)$$

등가 제어계에서 외란의 효과는 식 (10)에 의하여 분석될 수 있으며 위와 같이 완전모델(Perfect model)을 가정한 경우에는 식 (10)으로 부터

$$\begin{aligned} \frac{Y_p(s)}{T_L(s)} &= \left(1 - \frac{k_1 b_m}{s+a_m} \frac{e^{-\tau_m s}}{1 + (k_1 - k_2) \frac{b_m}{s+a_m}} \right) \frac{b_m}{s+a_m} e^{-\tau_m s} \\ &= \left(1 - \frac{\alpha}{(s+a)} e^{-\tau_m s} \right) \frac{b_m}{s+a_m} e^{-\tau_m s} \end{aligned} \quad (13)$$

으로 되고 $T_L(s) = \frac{k}{s}$ 인 경우 다음이 성립한다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_p(t) = 0 \quad (14)$$

결과적으로 제안된 제어시스템이 완전모델인 경우 프로세스가 안정하기만 하면 외란이 투입됨에도 불구하고 목표점(Set point)을 추적함을 알 수 있다.

(3) 존재조건과 스위칭 제어입력

본절에서는 다음 형태의 스위칭 제어입력을 선정하고 이를 사용한 경우 슬라이딩 모드가 존재함을 보이기로 하겠다.

$$U = U_{eq} - k_d(\sigma / \|\sigma\|) \quad (15)$$

다음의 Liapunov 함수를 선정하면

$$H(\sigma) = \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (16)$$

존재조건은 $\sigma \dot{\sigma} < 0$ 으로 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= c_1 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 \\ &= c_1(R - x_2 - y_p + y_m) + c_2(-ax_2 + bmu) \\ &= c_2 b m (-k_d \frac{\sigma}{\|\sigma\|}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\sigma \dot{\sigma} = -c_2 b m k_d \frac{\sigma^2}{\|\sigma\|^2} \quad (18)$$

따라서 $c_2 b m k_d > 0$ 면 항상 슬라이딩 모드 존재조건을 만족한다.

3.3 지연시간을 갖는 2차 프로세스의 VSC

식 (2b)의 모델을 1차 직렬표현(cascade representation)을 이용하여 전개하면 그림 3과 같고 이를 상태 공간 모델로 바꾸면 다음과 같다.

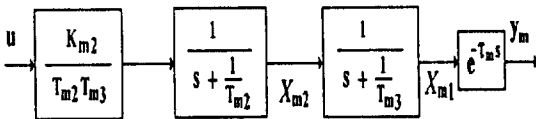


그림 3 SOPDT 프로세스의 1차 직렬표현
Fig. 3 First-order cascade representation

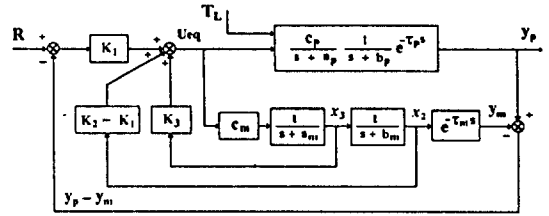


그림 4 SOPDT 프로세스의 등가제어시스템
Fig. 4 Equivalent control system for SOPDT process

$$\begin{aligned} \dot{x}_{m1} &= -b_m x_{m1} + x_{m2} \\ \dot{x}_{m2} &= -a_m x_{m2} + c_m U \\ y_m &= x_{m1}(t - \tau_m) \\ y_m^{pre} &= x_{m1} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $b_m = \frac{1}{T_{m3}}$, $a_m = \frac{1}{T_{m2}}$, $c_m = \frac{k_{m2}}{T_{m2} T_{m3}}$ 이다.

앞절에서와 같이 식 (19)를 이용하여 확대 계통의 방정식을 얻는 방법, 스위칭 평면 설계단계, 제어입력 결정단계의 각 과정은 다음과 같다.

(1) 확대 계통 구성

서보 변수 x_s 를 식 (4')와 같이 선정한다.

$$x_s = R - y_m^{pre} - (y_p - y_m) \quad (4')$$

여기서 R 은 기준 계단입력, y_m^{pre} 는 스미스 예측자에 의해 발생된 모델출력의 예측치이며 y_p , y_m 은 각각 프로세스 출력, 모델 출력이다.

VSC 설계를 위한 확대 계통은 식 (4')와 식 (19)에서 $x_1 = x_s$, $x_2 = x_{m1} = y_m^{pre}$, $x_3 = x_{m2}$ 라 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - (y_p - y_m) + R \\ \dot{x}_2 &= -b_m x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -a_m x_3 + c_m U \end{aligned}$$

여기서 $y_m = x_2(t - \tau)$ 이고 y_p 는 프로세스 출력이다.

(2) 스위칭 평면과 등가 제어 입력 설계

스위칭 평면 σ 는 식 (20)을 이용하여 다음과 같이 선정한다.

$$\sigma = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \quad (21)$$

c_1, c_2, c_3 의 설계조건에 있어서 슬라이딩 모드 조건으로부터 $\dot{\sigma} = 0$ 을 풀어쓰고 u 에 대하여 정리하면 등가제어 입력 U_{eq} 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= ax_1 + c_2\dot{x}_2 + c_3\dot{x}_3 \\ &= c_1(R - x_2 - y_p + y_m) - c_2bx_2 + (c_2 - c_3am)x_3 + c_3cmu = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$U_{eq} = -\frac{1}{c_3cm} [c_1(R - x_2 - y_p + y_m) - c_2bx_2 + (c_2 - c_3am)x_3]$$

또는

$$U_{eq} = -\frac{1}{c_3cm} [c_1(R - y_p + y_m) - (c_1 + c_2bm)x_2 + (c_2 - c_3am)x_3] \quad (23)$$

위식에서

$$k_1 = -\frac{c_1}{c_3cm}, \quad k_2 = \frac{c_2bm}{c_3cm}, \quad k_3 = -\frac{(c_2 - c_3am)}{c_3cm} \quad (24)$$

라 하면 U_{eq} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} U_{eq} &= k_1(R - x_2 - y_p + y_m) + k_2x_2 + k_3x_3 \\ &= k_1(R - y_p + y_m) + (k_2 - k_1)x_2 + k_3x_3 \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)의 등가 제어계통의 구조는 그림 4와 같다.

그림 4로 부터 전달함수 $\frac{Y_p(s)}{R(s)}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{Y_p(s)}{R(s)} &= \frac{k_1 \frac{c_p}{(s+ap)(s+bp)} e^{-\tau_p s}}{1 - \left(\frac{cmk_3}{s+am} + \frac{cm(k_2-k_1)}{(s+am)(s+bm)} - \frac{cmk_1 e^{-\tau_m s}}{(s+am)(s+bm)} - \frac{cmk_1 e^{-\tau_p s}}{(s+ap)(s+bp)} \right)} \end{aligned} \quad (26)$$

제어계 설계시에는 $G_p(s)$ 를 알 수 없으므로 $am=ap, bm=bp, \tau_m=\tau_p, cm=c_p$ 라고 가정하며 이 때 식 (26)은 다음과 같다.

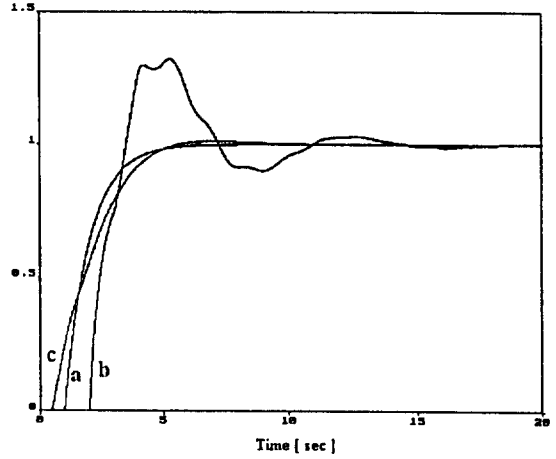


그림 5 파라미터가 불일치된 경우의 FOPDT 프로세스 응답특성
Fig. 5 Response for parameter mismatched FOPDT process

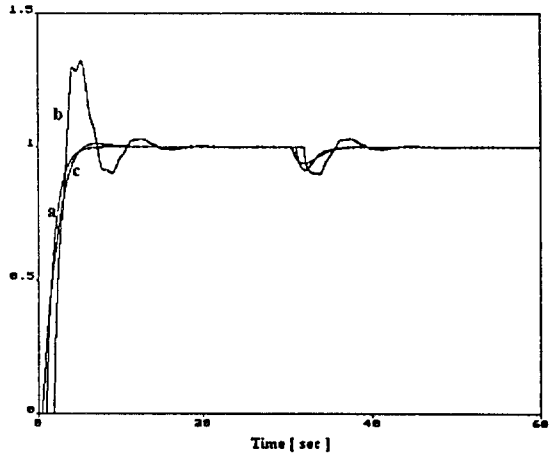


그림 6 외란투입시 FOPDT 프로세스의 응답특성
Fig. 6 Response for disturbance injected FOPDT process

$$\frac{Y_P(s)}{R(s)} = \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + (a_m b_m - c_m b_m k_3 - c_m k_2 - k_1)} \quad (27)$$

식 (27)에서 알 수 있듯이 특성 방정식에는 지연시간 영향이 전혀 미치지 않음을 알 수 있다. 식 (24)를 식 (27)에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{Y_P(s)}{R(s)} = \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + c_m k_1} \quad (28)$$

식 (28)은 스위칭 함수의 계수 선정기준을 제공해 준다. 즉 식 (28) 특성 방정식의 근이 S평면 좌반면에 위치해야 한다. 따라서 식 (29)가 유도된다.

$$c_m k_1 = -\frac{C_1}{C_3} > 0 \quad (29)$$

$$a_m + b_m - c_m k_3 = b_m + \frac{C_2}{C_3} > 0, \quad \frac{C_2}{C_3} > -b_m$$

식 (29) 조건을 만족하면 식 (28)에 최종치정리를 적용할 수 있으며 크기 R인 계단입력에 대하여 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_P(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y_P(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s} \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + c_m k_1} \\ &= R \end{aligned} \quad (30)$$

식 (30)에서와 같이 계단 입력에 대한 추적특성을 확인할 수 있다. 또한 그림 4로부터 전달함수 $\frac{Y_P(s)}{T_L(s)}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{Y_P(s)}{T_L(s)} &= \frac{c_p}{(s+a_p)(s+b_p)} e^{-\tau p s} \left(1 - \frac{c_m k_3}{s+a_m} - \frac{c_m(k_2-k_1)}{(s+a_m)(s+b_m)} - \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{(s+a_m)(s+b_m)} \right) \\ &= \frac{1 - \left(\frac{c_m k_3}{s+a_m} + \frac{c_m(k_2-k_1)}{(s+a_m)(s+b_m)} + \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{(s+a_m)(s+b_m)} - \frac{c_p k_1 e^{-\tau p s}}{(s+a_p)(s+b_p)} \right)}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + c_m k_1} \end{aligned} \quad (31)$$

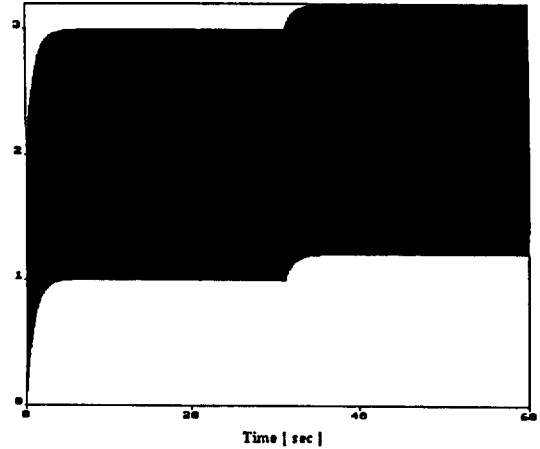


그림 7.1 FOPDT 프로세스 그림 6 a)의 스위칭 입력

Fig. 7.1 Switching input of Fig. 6 a)

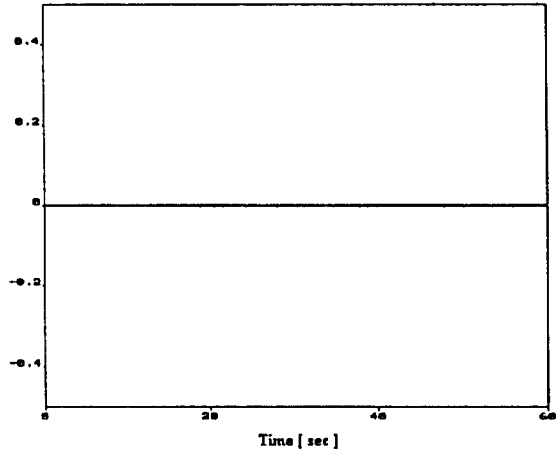


그림 7.2 FOPDT 프로세스 그림 6 a)의 스위칭 함수

Fig. 7.2 Switching function of Fig. 6 a)

식 (31)에서 $a_m = a_p, b_m = b_p, c_m = c_p$ 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{Y_P(s)}{T_L(s)} &= \frac{c_m e^{-\tau m s}}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + (a_m b_m - c_m b_m k_3 - c_m k_2 - k_1)} \frac{c_m k_1 e^{-\tau m s}}{(s+a_m)(s+b_m)} \\ &= \frac{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + c_m k_1 (1 - e^{-\tau m s})}{s^2 + (a_m + b_m - c_m k_3)s + c_m k_1} \frac{c_m e^{-\tau m s}}{(s+a_m)(s+b_m)} \end{aligned} \quad (32)$$

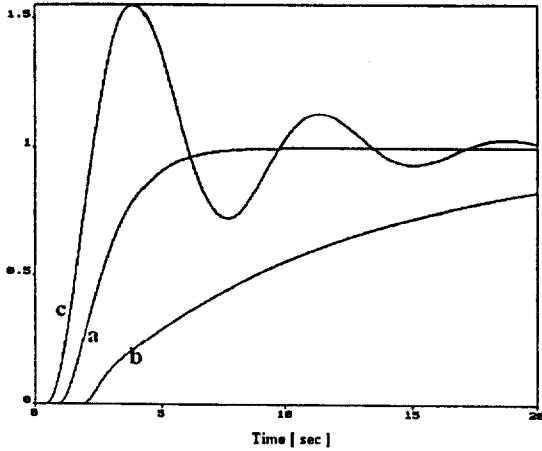


그림 8 파라미터가 불일치된 경우의 SOPDT 프로세스 응답특성

Fig. 8 Response for parameter mismatched SOPDT process

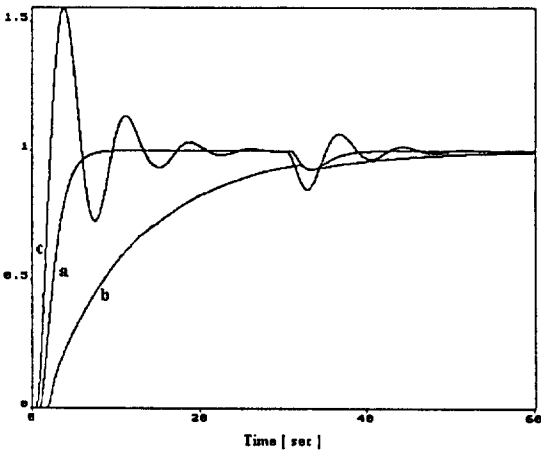


그림 9 외란투입시 SOPDT 프로세스의 응답특성
Fig. 9 Response for disturbance injected SOPDT process

T_L 을 일반적인 계단 입력(외란)이라하면 식 (32)는 최종치 정리에 의해 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_P(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \bar{Y}_P(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{cmk_1(1 - e^{-\tau m s})}{cmk_1} \frac{cm e^{-\tau m s} T_L}{am \omega m s} \quad (33) \\ &= 0 \end{aligned}$$

즉 완전 모델인 경우 외란이 투입되더라도 출력의 최종치는 외란의 영향을 전혀 받지 않음을 알 수 있다. 따라서 제안된 VSC가 식 (29)를 만족하도록 설계되면 외란이 투입됨에도 불구하고 목표치를 추적하게 된다.

(3) 슬라이딩모드의 존재조건과 스위칭 제어 입력

본질에서는 다음 형태의 스위칭 제어입력을 선정하고 이 제어 입력에 의해 슬라이딩 모드가 존재함을 보이기로 한다.

$$U = U_{eq} - K_a \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \quad (34)$$

우선 다음의 Liapunov 함수를 선정한다.

$$H(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (35)$$

이때 슬라이딩 모드 존재조건은 $\sigma \dot{\sigma} < 0$ 으로 된다.

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= (ax_1 + c_2x_2 + c_3x_3)\sigma \quad (36) \\ &= -c_3cmk_a \frac{\sigma^2}{\|\sigma\|^2} \end{aligned}$$

식 (36)이 존재조건을 만족하기 위해서는 식 (37)이 성립해야 한다. 즉

$$c_3cmK_a > 0 \quad (37)$$

위의 존재조건과 스위칭 제어입력에 대하여 특기할 만한 사항은 이들이 공칭모델 또는 스미스 예측자의 파라미터에 의해 구성되어 있고 모든 불확실성은 $(y_p - y_m)$ 항에 포함되어 있다는 점이다. 따라서 모든 모델 파라미터의 불확실성, 편차에도 불구하고 편차 $(y_p - y_m)$ 이 피드백되는 한 슬라이딩 모드 존재조건은 항상 성립된다는 점이다.

4. 수치예

본질에서는 앞절에서 제안한 FOPDT 프로세스 및 SOPDT 프로세스에 대한 가변구조 제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 성

능을 검토해 보기로 한다.

(1) FOPDT 프로세스

본절에서는 프로세스의 파라미터 a_p, b_p, τ_p 가 각각 2.0, 1.0, 1.0인 FOPDT계통에 대하여 3절에서 제안한 가변구조 제어기를 설계 하고, 프로세스 파라미터 a_p, b_p, τ_p 가 모델 파라미터인 a_m, b_m, τ_m 과 일치하지 않은 경우의 특성을 검토하였다.

먼저 스위칭 평면은 식 (11) 이후와 같이 $\frac{c_1}{c_2} < 0$ 가 되도록 c_1, c_2 를 $-1, 1$ 로 선정하였으며 이 때 k_1, k_2 는 c_1, c_2, a_m, b_m 에 의해 $k_1 = -\frac{c_1}{c_2 b_m} = 1$, $k_2 = \frac{a_m}{b_m} = 2$ 로 결정된다. 식 (15)의 제어입력에서 k_a 는 1로 선정하였다.

그림 5 는 모델과 프로세스의 파라미터가 완전히 일치하지 않았을 경우의 응답특성을 나타내었다. a)는 파라미터가 완전일치한 경우, 즉 $a_p=2, b_p=1, \tau_p=1$ 의 파라미터 값을 갖는 경우이며 b)는 모든 파라미터 값을 100% 증가시켰을 경우, c)는 모든 파라미터 값을 50%로 감소시켰을 때의 응답특성을 보인 것이다. 이 특성들은 각 프로세스 파라미터가 하나씩 크게 일치하지 않을 경우는 물론 그림 5에서 보인바와 같이 모든 파라미터가 동시에 일치되지 않은 경우에도 제어시스템의 안정도 및 추적성이 강인함을 보여주고 있다.

그림 6은 $t=30$ 초에서 계단형 외란 $T_L = -0.2$ 를 투입시켰을 때의 강인성을 보인 것으로 스위칭 평면이 $c_1 = -1, c_2 = 1$ 일 때 a)는 기준계통 파라미터를 갖는 경우, b)는 모든 파라미터가 100%씩 증가된 경우, c)는 모든 파라미터가 50%씩 감소된 경우를 보여 주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 파라미터가 불일치하고 또한 계단형태의 외란이 존재함에도 불구하고 제안된 제어기에 의해 목표치 추적특성이 잘 유지되고 있음을 보여 주고 있다.

그림 7.1은 그림 6 a)의 스위칭 입력, 그림 7.2는 이때의 스위칭 함수를 나타낸 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 제안된 제어기는 초기부터 슬라이딩 모드로 들어가 고주파 스위칭 입력을 발생하고 있다는 것을 알 수 있다.

(2) SOPDT 프로세스

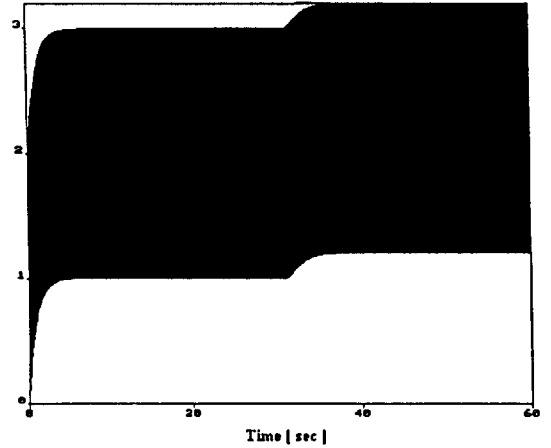


그림 10.1 SOPDT 프로세스 그림 9 a)의 스위칭 입력

Fig. 10.1 Switching input of Fig.9 a)

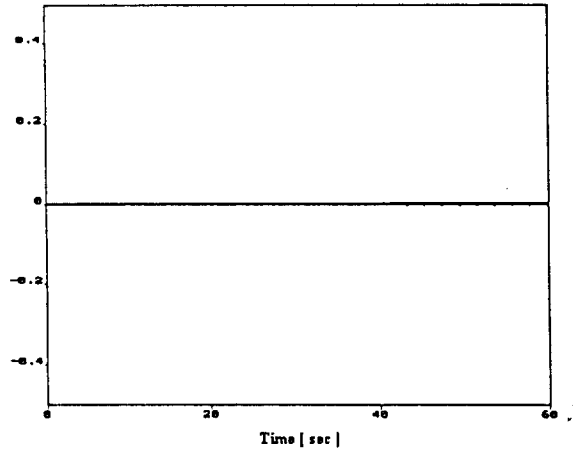


그림 10.2 SOPDT 프로세스 그림 9 a)의 스위칭 함수

Fig. 10.2 Switching function of Fig.9 a)

본절에서는 공칭모델의 파라미터가 각각 $a_m=2.0, b_m=1.0, c_m=1, \tau_m=1$ 인 SOPDT 프로세스를 고려해 본다. 스위칭 평면은 식 (29)의 조건이 만족되도록 $c_1 = -1, c_2 = 1, c_3 = 1$ 로 선정했으며 식 (34)의 제어입력에서 k_a 는 1로 선정하였다.

그림 8은 스위칭 평면이 $c_1 = -1, c_2 = 1, c_3 = 1$ 일때 응답특성으로서 a)는 완전모델에 의한 응답이고 b)는 각 파라미터가 100%씩 증가된 경우, c)는 50%씩 감소시킨 경우의 응답특성들이

다. 그림에서와 같이 제안된 제어기는 모든 파라미터가 극도로 일치하지 않아도 매우 강인한 특성을 가지고 있음을 알 수 있다.

그림 9는 $c_1 = -1, c_2 = 1, c_3 = 1$ 이고 a) $a_p = 2, b_p = 1, \tau_p = 1$ 을 기준으로 b)는 각 파라미터를 100% 증가시킨 경우, c)는 50% 씩 감소시키고 $t = 30$ 초에서 계단형 외란 $T_L = -0.2$ 를 투입시켰을 때의 응답들이다. 이 응답들로 보아 제안된 제어기는 모든 파라미터가 일치하지 않음과 동시에 외란이 투입된 경우에도 바람직한 응답특성을 가지고 있음을 알 수 있다.

그림 10.1은 그림 9 a)의 스위칭 입력, 그림 10.2는 이때의 스위칭 함수를 보인 것이다. 1차 계통에서와 마찬가지로 제어초기부터 고주파 스위칭 입력을 발생시켜 제어변수들이 슬라이딩 모드를 따라 이동되고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 입출력 지연시간을 갖는 1차, 2차 프로세스에 대한 가변구조 제어기 구성 및 설계 방법을 제안하였다. 기준입력을 추적하도록 하기 위하여 도입된 서보 다이내믹과 지연시간 보상을 위하여 도입된 Smith 예측자 및 종래의 가변구조 제어기를 포함한 독특한 구조의 제안된 지연시간 프로세스용 가변구조 제어기는 새로운 서보변수의 정의와 간단한 스위칭 함수의 구성에 의하여 제어구간 초기 순간부터 슬라이딩 모드에 들어 가게 된다. 따라서 종래 VSC의 단점인 reaching phase를 제거해 지연시간을 가짐에도 불구하고 초기부터 외란 및 파라미터 변동에 둔감한 VSC의 본래의 특성을 얻을 수 있게 되었다. 제안된 제어기는 공칭 모델에 의해 설계되었음에도 불구하고 프로세스와 모델의 파라미터의 불일치에 대해 매우 강인한 특성을 가질 뿐 아니라 속응성 또한 스위칭 평면의 계수 변경에 의해 쉽게 얻을 수 있기 때문에 제어기 설계 및 구성이 매우 간단하게 되었다. 또한 프로세스 출력만으로 제어기 구성이 가능한 출력 궤환 가변구조 제어기이므로 실용성을 더욱 높혀 주게 되었다. 앞으로는 속응성과 강인성 사이의 타협(Trade-off)을 위한 설계기준이 모색되어야 하기 때문에 제어기 설계단계에서 파라미터 불일치가 고려된 연구를 계속 수행하고자 한다.

참 고 문 헌

- [1] U. Itkis, Control systems of variable structure, Wiley, 1976, pp 178-199.
- [2] K. K. Shyu, J. J. Yan, "Robust stability of uncertain time-delay systems and its stabilization by variable structure control", Int. J. Control, Vol. 57, No. 1, pp. 237-246, Jan. 1993.
- [3] G. E. Young, S. Rao, "Robust Sliding-Mode Control of a Nonlinear Process With Uncertainty and Delay", Trans. ASME. J. DSMC, Vol. 109, pp 203-208, Sept. 1987.
- [4] O. J. Smith, "Close Control for Loops with Dead Time", Chem. Eng. Progress, Vol. 53, pp 217-219, May 1957.
- [5] K. Watanabe, "A Process Model Control for Linear Systems with Delay", IEEE. Trans. Autom. Control, Vol. 26, pp. 1261-1269, 1981.
- [6] K. Walton, "Mismatch in a Predictor Control Scheme; Some Closed form Solutions," Int. J. Control, Vol 40, pp 403-419, 1984.
- [7] N. D. Hocken, "Time Delay Mismatch and Performance of Predictor Control Schemes", Int. J. Control, Vol. 38, pp 433-447, 1983.
- [8] K. Walton, "Direct Method for TDS Stability Analysis", IEE Proceedings, vol. 134, Pt. D. No. 2, pp 101-107, 1987.
- [9] M. Annaroi "A modified Smith Predictor and Controllers for Unstable Process with Time Delay", Int. J. Control, vol. 41, No. 4, pp 1025-1036.
- [10] D. E. Seborg, "A comparison of the Smith Predictor and Conventional Feedback Control," Chem. Eng. Sci. Vol. 31, pp 775-778.
- [11] D. H Owens, "Robust Stability of Smith Predictor Controller for Time Delay Systems", Proc. Inst. Elect Engineers, Pt. D. Vol. 129, pp 298, 1982.
- [12] D. L. Laughlin, "Smith Predictor Design for Robust Performance", Int.J.Control, Vol.43, pp 637-642, 1985.

- [13] Z. Palmor, "Stability Properties of Smith Dead-Time Compensator Controller", Int. J. Control, Vol. 32, pp 937-949, 1980.
- [14] L. Eisenberg, "Analysis of Smith Linear Predictor Control Systems", ISA. Trans. Vol. 6, No. 4, pp 329-334.
- [15] A. C. Ioannides, "Stability Limits of a Smith Controller in Simple Systems Containing a Time Delay", Int. J. Control, Vol. 29, pp 557-563, 1979.
- [16] J. E. Marshall, "Sensitivity Considerations of Smith's Method for Time Delay Systems", Electron Lett, Vol. 10, pp 308-309.
- [17] J. E. Marshall, "Application of the Sensitivity Points Method to a Linear Predictor Control System", Int. J. Control, Vol. 21, pp 681-688.
- [18] A. Bhaya, "Controlling Plants with Delay", Int. J. Control, Vol. 41, PP 813-830, 1984.

저 자 소 개



김석진(金石鎭)

1952년 5월 6일생. 1978년 고려대학교 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1990년 동 대학원 박사수료.

현재 산업기술정보원 전자전기부 부장 재직중

박귀태(朴貴泰)

전기학회논문지 제43권 1호 참조

이기상(李起常)

전기학회논문지 제43권 1호 참조



송명현(宋明現)

1953년 2월 25일생. 1975년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1977~81년 삼성전자(주). 1987년 고려대 대학원 전기공학과 박사과정 수료. 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학).

현재 순천대 전기공학과 부교수.

김성호(金星鎬)

전기학회논문지 제43권 5호 참조