

〈論 文〉

평면이방성 박판성형공정의 3차원 유한요소해석

이승열* · 김영탁** · 정관수*** · 박진무****

(1994년 3월 28일 접수)

3-D FEM Analysis of Forming Processes of Planar Anisotropic Sheet Metal

S. Y. Lee, Y. T. Keum, K. Chung and J. M. Park

Key Words : Stamping Process(스탬핑공정), Planar Anisotropic Sheet Metal(평면이방성 박판), Non-quadratic Anisotropic Yield Criterion(비2차 이방성 항복조건), Rigid-viscoplastic FEM(점·강소성 유한요소법), Mesh-based Frictional Contact Algorithm(유한요소 기초 마찰접촉 알고리즘)

Abstract

The 3-D FEM analysis for simulating the stamping operations of planar anisotropic sheet metals with arbitrarily-shaped tools is introduced. An implicit, incremental, updated Lagrangian formulation with a rigid-viscoplastic constitutive equation is employed. Contact and friction are considered through the mesh-normal, which compatibly describes arbitrary tool surfaces and FEM meshes without depending on the explicit spatial derivatives of tool surfaces. The consistent full set of governing relations, comprising equilibrium equation and mesh-normal geometric constraints, is appropriately linearized. The linear triangular elements are used for depicting the formed sheet, based on membrane approximation. Barlat's non-quadratic anisotropic yield criterion (strain-rate potential) is employed, whose in-plane anisotropic properties are taken into account with anisotropic coefficients and non-quadratic function parameter. The planar anisotropic finite element formulation is tested with the numerical simulations of the stamping of an automotive hood inner panel and the drawing of a hemispherical punch. The in-plane anisotropic effects on the formability of both mild steel and aluminum alloy sheet metals are examined.

기 호 설 명

$c_i (i=1\sim 6)$: 이방성계수

M : Barlat의 항복함수 파라메터

D^p : 유한요소 기초 법선방향의 접촉오차

P : 유한요소 기초 법선방향 접촉력

k : 유효변형률 수정인자

μ : 마찰계수

ϕ : 점진함수

$\Delta \epsilon_{ij} (i, j=x, y, z)$: 변형률 증분

$\Delta \epsilon_i (i=1, 2, 3)$: 주변형률 증분

$\bar{\epsilon}$: 유효변형률

$\Delta \bar{\epsilon}$: 유효변형률 증분

$\bar{\sigma}$: 유효응력

n : 유한요소 기초 법선벡터

*정회원, 고려대학교 대학원

**정회원, 한양대학교 정밀기계공학과

***Alcoa Technical Center

****정회원, 고려대학교 기계공학과

t : 유한요소 기초 접선벡터
 u : 변위벡터
 Δu : 변위증분 벡터
 r : 통합벡터 (u 와 P 로 구성됨)
 Δr : 통합벡터의 증분
 Δr^* : 통합벡터의 시도증분
 δr : 통합벡터의 수정증분
 F_i : 내력벡터
 F_e : 외력벡터
 R_i : 통합된 내력벡터
 R_e : 통합된 외력벡터
 K : 강성행렬
 K_r : 통합된 강성행렬
 ΔF : 변형구배 텐서
 ΔR : 회전텐서
 ΔU : 순수 신장텐서

1. 서 론

항공기나 자동차용 성형소재로 사용되는 알루미늄 합금 강판은 비철금속의 이상거동현상^(1~3) 때문에 성형해석이 까다로운 것으로 알려져 있다. 최근에 차세대 자동차용 저면비 경량화 강판으로 알루미늄합금이 주목받으면서 이에 대한 해석적인 접근 방법이 중요시 되고 있다. 따라서, 성형과정 유한요소 해석이 연구의 초점이 되고 있다. 그러나, 이들 소재를 대상으로 임의형상의 3차원 성형해석을 성공한 예는 별로 없다. 이의 주된 원인은 비철금속의 이상거동을 수용하는 평면이방성 항복조건에 관한 연구가 부족하였고, 수치해석에서 잘 수렴하는 금형표면의 수학적 기술법에 관한 개발이 미흡할 뿐만 아니라 효과적인 마찰접촉 알고리즘의 개발이 부족하였기 때문이다.

과거 20여년 이래 유한요소법에 대한 수 많은 연구사례가 발표되었지만 평면이방성을 고려한 유한요소 수식화는 소수에 불과하다. 1948년 Hill⁽⁴⁾이 2차형 평면이방성 항복조건을 제시한 이래 Lee와 Kobayashi,⁽⁵⁾ 양동렬과 김영진,⁽⁶⁾ 김형중,⁽⁷⁾ Ohwue et al.⁽⁸⁾ 등에 의해 유한요소해석에 도입되었으며, Gotoh⁽⁹⁾는 Hill의 2차형 항복조건에 한계를 지적하고 4차형 항복함수를 제안하였고, 이를 이용하여 디프드로잉시 플랜지부분의 변형을 해석하였다.^(10,11) 최근에 비철금속의 이상거동을 수용할 수 있는

비2차 평면이방성 항복조건에 관한 연구가 Hill⁽¹²⁾과 Barlat^(13,14)에 의해 발표되었으며, 응력장에서 표현되는 Barlat⁽¹³⁾의 항복조건식은 Chung 등⁽¹⁵⁾이 상용코드인 ABAQUS에 도입하여 해석하고 실험치와 비교한 결과 그의 유효성을 입증한 바 있다. 또한, Barlat는⁽¹⁴⁾ 응력장의 항복조건과는 별도로 강소성 및 점·강소성 유한요소해석에 적용할 수 있는 변형률 속도장의 비2차 이방성 항복조건을 제안하였다. 마찰접촉문제는 판재 성형해석시 수치해의 수렴성에 크게 영향을 미치므로 특별히 주의를 요하는 과제이다. 마찰접촉문제는 접촉 및 마찰력의 방향을 결정하고 이들을 계산하는 방법에 따라 금형표면 기초 마찰접촉모델과 유한요소 기초 마찰접촉모델로 분류할 수 있다. 금형표면 기초 마찰접촉모델은 Wang,⁽¹⁶⁾ Kobayashi와 Kim,⁽¹⁷⁾ Toh와 Kobayashi,⁽¹⁸⁾ Andersen⁽¹⁹⁾ 등에 의해서 연구되었으며, 유한요소 기초 마찰접촉모델은 Onate와 Zienkiewicz,⁽²⁰⁾ Frey와 Wenner,⁽²¹⁾ Germain 등⁽²²⁾에 의해 주로 연구되었다. Keum^(23,25,29) 등은 유한요소 기초 마찰접촉모델과 금형표면 기초 마찰접촉모델을 점·강소성 유한요소법에 도입하여 해석한 결과 유한요소 기초 마찰접촉모델의 우수성을 입증한 바 있다.

본 연구에서는 임의의 성형조건을 갖는 비철금속(알루미늄합금 등)의 성형해석을 위해 적합한 소성구성방정식의 도입과 효율적인 마찰접촉 알고리즘의 개발에 주안점을 둔다. 이를 위하여 최근 Barlat⁽¹⁴⁾에 의해 제시된 변형률 속도장의 이방성 항복조건을 박막기초 유한요소 수식화에 도입하고 점·강소성 재료를 모델링할 수 있는 변형경화법칙을 사용한다. 또한, 유한요소 기초 법선벡터를 사용한 마찰접촉조건을 도입하고, 접촉점의 기하학적 구속조건을 평형방정식 내에 결합시킴으로써 하나의 시스템방정식을 풀면 동시에 접촉조건과 평형조건을 만족시키는 지배방정식을 모델링한다. 끝으로, 개발된 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 승용차 후드 내부판넬(hood inner panel)에서 대표적인 드로우인 단면을 밴드(band)로 절취하여 연강판(mild steel sheet)을 대상으로 해석하고 변형률 분포를 실험치와 비교 검토한다. 또한, 평면이방성 박판해석에 대한 프로그램의 유용성을 검토하기 위하여 반구펀치(hemispherical punch) 드로잉공정을 알루미늄합금(A12090)과 연강판을 대상으로 해석한다.

2. 평면이방성 소성이론

2.1 비2차 항복조건 및 변형경화

3차원 변형에 대한 Barlat의 이방성 항복조건에서⁽¹⁴⁾ 박판성형시 미소시간 동안 이루어진 소성일이 최소인 소성경로를 따라 변형이 일어나고 평면 응력상태를 가정하면 유효변형률 증분 $\Delta\bar{\epsilon}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta\bar{\epsilon} = \frac{1}{k} \left[\frac{(|p|^M + |q|^M + |p+q|^M)}{2} \right]^{\frac{1}{M}} \quad (1)$$

식(1)에서 k 는 수정인자(correction factor)로써 실수이고, p, q 는 다음과 같이 정의된다.

$$p = \frac{2\Delta\epsilon_1 - \Delta\epsilon_2 - \Delta\epsilon_3}{3}, \quad q = \frac{2\Delta\epsilon_2 - \Delta\epsilon_3 - \Delta\epsilon_1}{3} \quad (2)$$

여기서, $\Delta\epsilon_{i=1,2,3}$ 은 다음식(3)에서 정의되는 행렬 L 의 주값(principal value)이다.

$$L = \begin{bmatrix} \frac{c_3(\Delta\epsilon_{xx} - \Delta\epsilon_{yy}) - c_2(\Delta\epsilon_{zz} - \Delta\epsilon_{xx})}{3} & & & \\ & c_6\Delta\epsilon_{xy} & & \\ & & c_6\Delta\epsilon_{xy} & \\ & & & \frac{c_1(\Delta\epsilon_{yy} - \Delta\epsilon_{zz}) - c_3(\Delta\epsilon_{xx} - \Delta\epsilon_{yy})}{3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

식(1)에서 M 은 결정구조와 관련된 항복함수 파라미터이고, k 는 Barlat의 항복조건이 평면변형률상태에서 표현되기 때문에 단축인장시험에서 구한 응력-변형률 관계식을 사용하기 위한 수정인자이다. 따라서, 단축인장상태의 유효변형률 증분을 평면변형률상태의 유효변형률 증분으로 수정하여 준다. 식(3)에서 $c_{i=1-6}$ 은 이방성계수로서 결정조직으로부터 계산되거나 평면변형률시험으로부터 산출된다.

식(1)~(3)에 의해서 정의되는 유효변형률 증분은 점·강소성·유한요소 수식과정에서 도입되어 금속의 평면이방성을 묘사하게 된다. 한편, 본 연구에서 도입된 변형경화법칙은 등방성으로 가정된, 실험치로부터 결정되는 대표적인 구성방정식이다.^(22,23-30)

2.2 이방성 주축의 회전

압연공정에서 발생된 판재의 직교이방성 주축은 변형 후에도 서로 직교한다는 가정을 할 수 있다.⁽⁴⁾ 평면등방성으로 가정되거나 기하학적 형상변화가 적은 성형공정에서는 이방성주축의 회전을 계산할

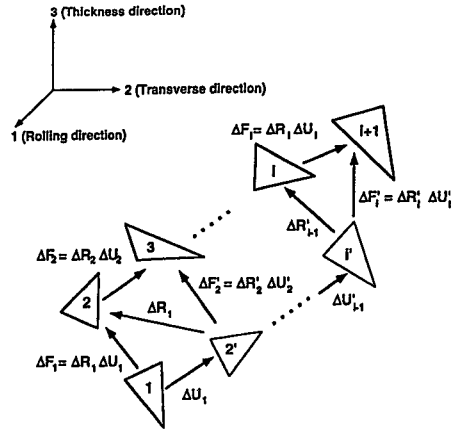


Fig. 1 Kinematics of discretized deformation steps

필요가 없으나, 형상변화가 큰 성형공정에서 판재의 이방성거동을 표현하려면 이들 주축의 회전을 계산할 필요가 있다. 이방성 주축의 회전을 계산하는데 Dienes⁽³¹⁾가 제시한 방법은 성형해석의 매 증분단계마다 회전을 계산하여 누적시킴으로써 다음 단계의 회전을 계산하는 것으로 지금까지 많이 사용되는 방법중의 하나이다. 그러나, 이것은 다음 단계의 회전량을 계산하는데 이전단계에서 계산된 회전량들을 모두 누적시켜야 하는 번거로움이 있다. 이러한 번거로움을 피하기 위해서 현 단계에서 최초의 물질각인 좌표계(materially embedded coordinate system)로 역회전을 계산함으로써 다음 단계의 회전량 계산시 이용하는 보다 효율적인 방법을 도입한다. Fig.1에서 최초 변형단계의 변형구배텐서(deformation gradient tensor) ΔF 는 신장텐서(right stretch tensor) ΔU 와 회전텐서(orthogonal rotation tensor) ΔR 로 분해된다.

$$\Delta F = \Delta R \cdot \Delta U \quad (4)$$

둘째 단계에서 삼각형 2로부터 2'로 ΔR_1^T 만큼 역회전시킨 후 삼각형 2'와 3사이의 변형을 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta F_2' \equiv \Delta R_2' \cdot \Delta U_2' = \Delta R_2 \cdot \Delta R_1 \cdot \Delta U_2' \quad (5)$$

식(5)는 다음 식과 동가이다.

$$\Delta F_2' = \Delta F_2 \cdot \Delta R_1 = \Delta R_2 \cdot \Delta U_2 \cdot \Delta R_1 \quad (6)$$

따라서, 식(5)와 식(6)으로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\Delta U_2' = \Delta R_1^T \cdot \Delta U_2 \cdot \Delta R_1 \quad (7)$$

i 번째 단계의 변형을 고려하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있으며, 현 단계의 변형상태로부터 이전단계의 회전을 누적시키지 않아도 다음 단계의 변형상태를 구할 수 있음을 알 수 있다.

$$\Delta U_i' = \Delta R_{i-1}'^T \cdot \Delta U_i \cdot \Delta R_{i-1}' \quad (8)$$

$$\Delta R_{i-1}' = \prod_{j=1}^{i-1} \Delta R_j, \quad (i \geq 2) \quad (9)$$

편의상 증분량의 표시인 Δ 를 생략하면 이방성 주축의 회전량 R 은 다음과 같이 정의된다.

$$R \equiv \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, 첫째 열행렬과 둘째 열행렬은 U 와 R 의 분해에 의해 얻어지고, 셋째 열행렬은 첫째와 둘째 열행렬의 벡터적(cross product)으로 부터 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \\ R_{31} & R_{32} \end{bmatrix} = F \cdot U^{-1} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} R_{13} \\ R_{23} \\ R_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{21} \cdot R_{32} - R_{22} \cdot R_{31} \\ R_{12} \cdot R_{31} - R_{11} \cdot R_{32} \\ R_{11} \cdot R_{22} - R_{12} \cdot R_{21} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3. 마찰접촉 알고리즘

박판과 금형간의 접촉상태를 기술하기 위하여 마찰조건이 관계되고, 박판재가 금형속으로 침투되어서는 안된다는 비침투조건이 만족되어야 한다. 마찰조건을 수학적으로 기술하는데 사용되는 비등 구속조건식의 적용방법에 따라, 마찰접촉처리 알고리즘은 시행착오법, Lagrangian계수법, 그리고 벌칙법으로 구별되며, 시행착오법은 마찰접촉문제를 취급함에 있어서 가장 널리 사용되는 기법이다. 또한, 접촉 및 마찰력의 방향을 결정하고 이들을 계산하는 방법에 따라 금형표면 기초 마찰접촉모델과 유한요소 기초 마찰접촉모델로 분류할 수 있다. 마찰접촉문제는 판재 성형해석시 수치해의 수렴성에 크게 영향을 미치므로 특별히 주의를 요하는 과제이다. 본 연구에서는 수치해의 수렴성을 증가시킬 목적으로 유한요소 기초 마찰접촉 알고리즘을 도입하였다.

박판의 일부분이 다이나 편치면과 접촉을 하게

되면 접촉부분에서 마찰현상이 발생한다. 이때 다이나 편치는 박판에 비해서 상대적으로 강성이 커서 강체로 가정할 수 있으며, 또 다른 접촉체인 박판은 소형변형을 하게된다. 이 접촉조건에서는 매 증분단계마다 힘평형 뿐만 아니라 기하학적 구속조건을 만족해야 한다. $t=t+\Delta t$ 에서 유한요소 절점의 위치벡터를 x^e 라 하고, 이 절점에서 유한요소 기초 법선벡터 방향으로 편치면과 만나는 점의 위치벡터를 x^p 로 정의하면 편치와 접촉하는 운동체의 관점에서 볼때 힘평형방정식 이외에도 다음과 같은 기하학적 구속조건을 만족해야 한다.

$$x^e \cdot n = x^p \cdot n \quad (13)$$

외력벡터 F_e 는 접촉 절점력으로 단순화시킬 수 있으며, ^(22,23-30) 유한요소 기초 법선방향과 접선방향으로 분리할 수 있다.

$$F_e = F_n + F_t \quad (14)$$

접촉조건에서 타당하다고 알려진 쿨롱마찰법칙을 식(14)에 적용하고 법선방향의 접촉력을 P 라고 할 때 외부 접촉력은 다음과 같이 표현된다. ⁽²³⁻³⁰⁾

$$F_e = (n - \mu \phi t) P \quad (15)$$

식(15)에서 μ 는 마찰계수이고, ϕ 는 기존의 쿨롱마찰법칙을 수정하는 tanh곡선으로 가정된 점진함수(smoothing function)로 고착상태를 항상 미끄럼 상태로 취급할 수 있게 만들어 준다. 또한, n 은 접촉절점에서 유한요소 기초 법선벡터이며, t 는 n 에 수직으로 접촉절점의 움직이는 방향과 반대방향으로 정의되는 유한요소 기초 접선벡터이다. ^(23,29) 식(15)에서 유한요소 기초 법선벡터 n 은 행렬계산을 목적으로 다음과 같이 열행렬로 정의한다.

$$n = \frac{\alpha}{Z_n} \begin{bmatrix} Z_x \\ Z_y \\ -1 \end{bmatrix}; \quad Z_n = \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1} \quad (16)$$

여기서, α 는 다이에 대하여 +1이고 편치에 대하여 -1로 정의되며, Z_x 와 Z_y 는 접촉절점에서 유한요소 기초 법선벡터의 경사를 의미한다. ^(25,29)

한편, 수치해석 과정에서 식(13)의 기하학적 구속조건이 만족되지 않고 박판이 편치면 내부로 침투될 때 발생하는 편치와 박판사이의 접촉오차(contact error) D^p 는 Fig. 2에서 다음과 같이 정의되며, 해석과정에서 D^p 가 "0"일 때 기하학적 구속조건을 완전히 만족시킬 수 있다.

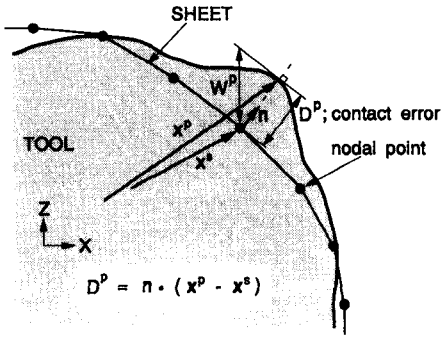


Fig. 2 Definition of mesh-normal contact error

$$D^p = n \cdot (x^p - x^s) = \frac{D_x Z_x + D_y Z_y - D_z}{Z_n} = \frac{W^p}{Z_n} \quad (17)$$

여기서, D_x, D_y, D_z 는 D^p 의 x, y 및 z 성분을 각각 의미한다.

4. 유한요소 수식화

가상일의 원리로부터 유도된 접촉절점에서 평형 방정식과^(23~30) 금형내부의 박판의 비침투조건인 기하학적 구속조건을 포함하는 통합된 시스템방정식의 구성은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_i(\Delta u) = F_e(\Delta u) \quad (18)$$

$$x^s \cdot n = x^p \cdot n$$

여기서, F_i 는 내력벡터이고 F_e 는 외력벡터이다. 기하학적 구속조건을 포함하는 미지의 종속벡터 r 을 도입하면 다음과 같다.

$$r = \begin{bmatrix} u \\ P \end{bmatrix} \quad (19)$$

식(19)에서 u 는 절점변위이고 P 는 법선 접촉력이다. 종속벡터 r 를 사용하여 식(18)을 간략히 하면 다음과 같은 시스템방정식으로 표현된다.

$$R_i(\Delta r) = R_e(\Delta r) \quad (20)$$

여기서, 통합된 내력벡터 R_i 와 통합된 외력벡터 R_e 는 다음과 같다.

$$R_i = \begin{bmatrix} F_i(\Delta u) \\ x^s \cdot n \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$R_e = \begin{bmatrix} F_e(\Delta u) \\ x^p \cdot n \end{bmatrix} \quad (22)$$

비선형방정식인 식(20)을 수치적으로 풀기 위하여 뉴턴랩슨(Newton-Raphson)과정이 도입되었다. 구하는 종속벡터의 증분 Δr 를 뉴턴랩슨과정의 종속벡터의 시도증분 Δr^* 과 종속벡터의 수정증분 δr 의 합으로 보면 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta r = \Delta r^* + \delta r \quad (23)$$

여기서, δr 는 평형상태에서 "0"가 된다.

식(20)을 종속벡터의 시도증분 Δr^* 에 관하여 테일러(Taylor)급수로 전개한 후 선형화시키면 다음과 같은 유한요소 기초 뉴턴랩슨방정식(mesh-based Newton-Raphson equation)을 얻을 수 있다.

$$K_r \cdot \delta r = R_e - R_i \quad (24)$$

여기서, K_r 은 종속벡터의 시도증분 Δr^* 로 정의되는 통합된 접선 강성행렬로서 다음과 같다.

$$K_r = \left(\frac{\partial R_i}{\partial \Delta r} - \frac{\partial R_e}{\partial \Delta r} \right) \Big|_{\Delta r = \Delta r^*} \quad (25)$$

식(24)를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K & \Gamma \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u \\ \delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_e - F_i \\ D^p \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서, D^p 는 식(17)에서 정의된 유한요소 기초 접촉오차로 식(16)에서 정의된 유한요소 기초 법선 벡터를 이용하여 계산된다. K 는 시도변위증분 Δu^* 로 표현되는 접선 강성행렬이고, F_i 와 F_e 는 각각 내력벡터와 외력벡터이다.^(23~29) K, Γ 및 C 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$K = \left(\frac{\partial F_i}{\partial \Delta u} - \frac{\partial F_e}{\partial \Delta u} \right) \Big|_{\Delta u = \Delta u^*} \quad (27)$$

$$\Gamma = \frac{\partial (F_i - F_e)}{\partial P} = - \frac{\partial F_e}{\partial P} = - (n - \mu \phi t) \quad (28)$$

$$C = - \frac{\partial (W^p/Z_n)}{\partial \Delta u} = - \frac{1}{Z_n} \frac{\partial W^p}{\partial \Delta u} - W^p \frac{\partial Z_n^{-1}}{\partial \Delta u} = [K_{41} \ K_{42} \ K_{43}] = \begin{bmatrix} Z_x/Z_n + (Z_{xx}Z_{xx} + Z_{yy}Z_{yy}) W^p/Z_n^3 \\ Z_y/Z_n + (Z_xZ_{xy} + Z_yZ_{yy}) W^p/Z_n^3 \\ -1/Z_n + (Z_xZ_{xz} + Z_yZ_{yz}) W^p/Z_n^3 \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

식(27)에서 $\frac{\partial F_i}{\partial \Delta u}$ 는 Barlat의 항복조건을 기초로 Chung과 Barlat⁽³²⁾에 의해 유도되었고, $\frac{\partial F_e}{\partial \Delta u}$ 는 유한요소 기초 단위벡터를 사용하여 Keum과 Wagoner^(23~25) 등에 의해 유도된 바 있다. 식(29)에서 $Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{xz}, Z_{yx}, Z_{yy}, Z_{yz}$ 는 변위증분 Δu 에

관한 Z_x, Z_y 의 미분값들이다.

5. 수치해석 및 고찰

5.1 후드 내부판넬 해석

본 연구에서 제시된 유한요소 수식화의 타당성을 검증하기 위하여 승용차 후드 내부판넬을 대상으로 시뮬레이션하였다. 드로우(draw)가 우세한 한 단면을 선정하여 밴드(band)로 절취하고 수치해석에 필요한 금형데이터(tool data)로 사용하였다. 해석에 사용된 박판은 두께가 $t=0.64\text{ mm}$ 이고, 재질은 DQSK(draw-quality, specially killed)로 기계적 성질은 다음과 같다.⁽²⁴⁾ 본 연구에서는 점·강소성 변형경화곡선을 사용하는 유한요소 수식화를 수행하였으나, 변형률속도 민감도지수(strain rate sensitivity index)인 m 값을 "0"으로 부여함으로써 기존 연구⁽²⁴⁾의 강소성 변형경화곡선을 그대로 사용하였다.

이방성계수 : $c_1 \sim c_6 = 1.0$

항복함수 파라미터 : $M = 3/2$

변형경화곡선 : $\bar{\sigma} = 503(\bar{\epsilon} + 0.004)^{0.2}$ (MPa)

마찰계수 : $\mu = 0.09$

Fig. 3은 승용차용 후드 내부판넬의 드로우 단면 해석을 위한 금형도형의 단면과 초기박판의 유한요소, 그리고 최종 성형단계의 변형형상을 나타낸 것이다. 초기박판의 폭은 20 mm이고, 유한요소는 80개의 절점과 78개의 선형 삼각형요소로 구성되었다. 드로우비드 시뮬레이션을 위하여 좌측과 우측 끝의 절점에서 각각 1550 N/node와 1500 N/node의 드로우비드 저항력을 적용하였다. 펀치이동거리가 27.0 mm일 때 성형은 완료되었으며, 계산시간은 IBM PC486에서 36분 소요되었다. 성형이 완료되었을 때 좌측과 우측 절점에서 각각 8.2 mm와 11.2 mm의 드로우인(draw-in)이 발생하였다. Fig. 4는 최종 성형단계의 두께 변형을 분포를 나타낸 것으로 유한요소해석 결과는 측정치와 매우 잘 일치한다.

5.2 반구펀치 드로잉

평면이방성 박판성형해석에 대한 개발된 프로그램의 유용성을 검토하기 위해 A12090판과 연강판을 대상으로 반구펀치에 의한 드로잉공정을 시뮬레이션하였다. 해석에 사용된 박판두께는 $t=1.0\text{ mm}$

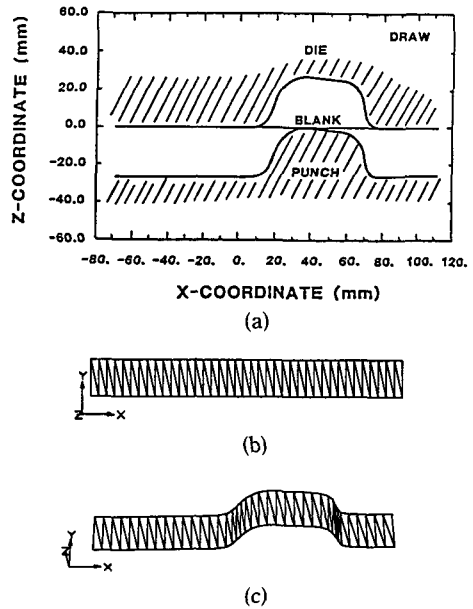


Fig. 3 (a) Tooling geometry, (b) initial FEM mesh, and (c) finally-formed mesh for simulating a draw section of automotive hood inner panel

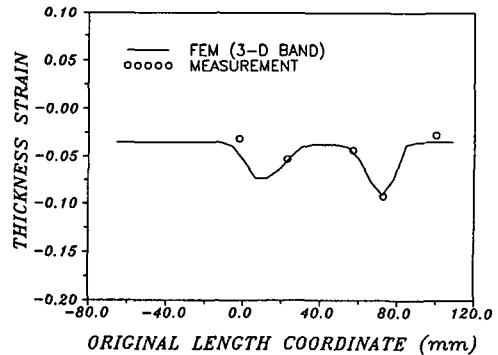


Fig. 4 Comparison of predicted thickness strains with measured ones for the draw section shown in Fig. 3

이고, 마찰계수는 $\mu=0.1$ 로 알루미늄합금(A12090)판과 연강판에 대하여 동일하게 조건을 부여하였으며, 기계적 성질은 다음과 같다.

<A12090판의 기계적 성질⁽¹⁴⁾>

이방성 계수 : $c_1 = 0.995, c_2 = 1.22,$

$c_3 = 0.93, c_6 = 0.799$

항복함수 파라미터 : $M = 4/3$

변형경화곡선 : $\bar{\sigma} = 646(\bar{\epsilon} + 0.025)^{0.227}$ (MPa)

<연강판의 기계적 성질⁽³³⁾>

이방성 계수 : $c_1=1.35, c_2=1.258,$

$c_3=0.987, c_6=1.146$

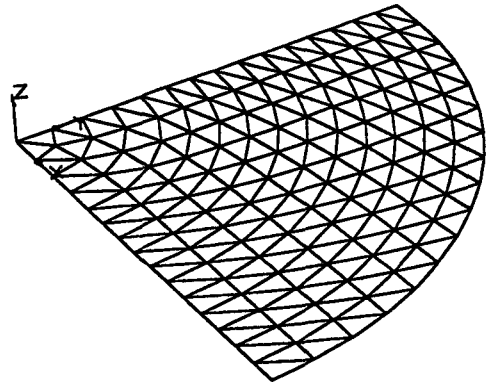
항복합수 파라미터 : $M=1.52$

변형경화곡선 : $\bar{\sigma}=565.3(\bar{\epsilon}+0.007)^{0.259}$ (MPa)

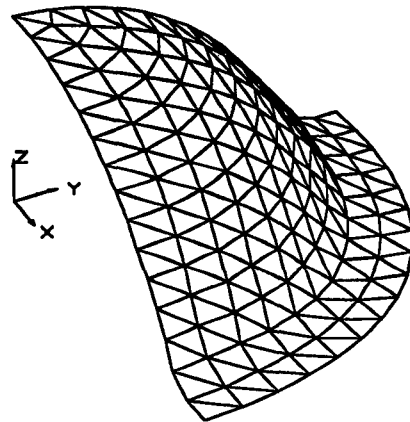
Fig. 5는 해석에 사용된 금형단면의 기하학적 형상을 나타낸 것이고, Fig. 6은 초기박판의 유한요소와 편치이동거리가 49 mm일 때 A12090 박판의 변형형상을 나타낸 것이다. 유한요소는 151개의 절점과 254개의 선형 삼각형요소로 구성되었다. 드로우비드 시뮬레이션을 위해 최외각 경계절점에서 780 N/node의 드로우비드 저항력을 적용하였다. Fig. 7은 압연방향을 따라 A12090판과 연강판의 두께 변형률 분포를 비교한 것으로 연강판이 A12090에 비하여 두께가 더 많이 얇아지는 경향을 보였다.

Fig. 7의 변형률 분포에서 두께분포가 주로 얇아지는 경향을 나타낸 것은 반구편치에 의한 성형공정을 드로우조건으로 시뮬레이션하였지만 스트레치성이 우수하기 때문인 것으로 판단된다. 또한, 연강판에 비하여 A12090판의 두께가 더 많이 얇아지는 경향은 A12090판이 연강판보다 더 큰 강성 및 이방성을 갖기 때문이다.

Fig. 8은 최외각 절점들의 드로우인 양을 비교한 것이다. A12090판은 압연 및 90° 방향에 비하여 45° 방향의 드로우인이 더 작게 나타났고, 압연방향과 45° 방향의 드로우인 차이는 약 4.5 mm 발생



(a)



(b)

Fig. 6 (a) Initial FEM mesh and (b) finally-formed one for simulating a hemispherical punch drawing operation

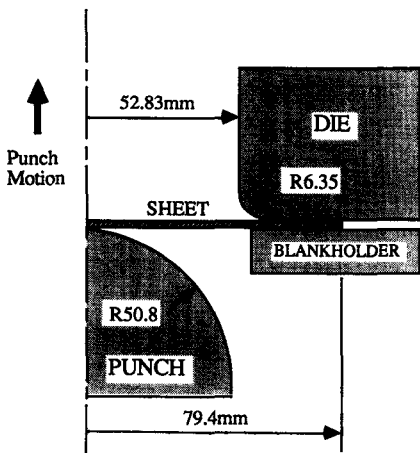


Fig. 5 Tooling geometry for hemispherical punch drawing operation

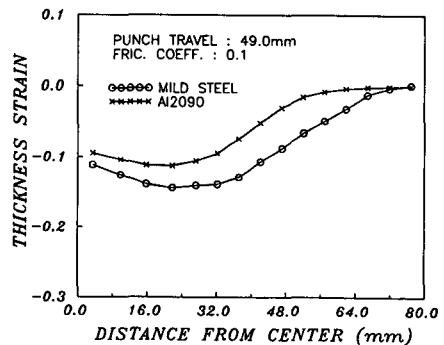


Fig. 7 Comparison of the predicted thickness strain distribution between aluminum alloy (A12090) sheet and mild steel sheet along the rolling direction

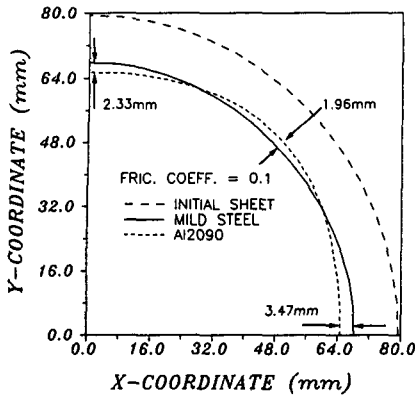


Fig. 8 Comparison of the predicted draw-in amount between Al2090 sheet and mild steel sheet along the edge boundary

하였다. 또한, 연강판은 압연 및 90° 방향에 비하여 45° 방향의 드로우인이 크게 나타났으며 압연방향과 45° 방향의 드로우인 차이는 약 1mm 발생하였다.

6. 결 론

본 연구에서 개발된 프로그램으로 평면이방성 판재의 3차원 성형해석 시뮬레이션을 성공적으로 수행하였으며, 해석결과로부터 얻는 결론은 다음과 같다.

(1) Barlat의 항복이론을 기초로 평면이방성 판재의 스텝핑해석을 위한 유한요소 수식화를 성공적으로 수행하였다.

(2) 후드 내부판넬의 성형성 해석으로 개발된 프로그램의 타당성을 입증하였다.

(3) Al2090판과 연강판을 대상으로 반구편치에 의한 드로잉공정을 시뮬레이션하고 경계절점의 드로우인 상태를 조사하였다. Al2090판은 압연 및 90°방향에 비하여 45° 방향의 드로우인이 크게 나타났고, 연강판은 반대현상을 보였다.

(4) 개발된 프로그램은 비2차 이방성 항복조건을 적용함으로써 이상거동을 하는 비철금속의 해석에 유용하게 활용될 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 교육부지원 기계공학연구(ME93-E-02)로서 수행되었으며 이에 관계자에게 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Bramley, A. N. and Mellor, P. B., 1968, "Plastic Anisotropic of Titanium and Zinc Sheet-I. Macroscopic Approach," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 10, pp. 211~219.
- (2) Woodthorpe J. and Pearce R., 1970, "The Anomalous Behavior of Aluminum Sheet under Balanced Biaxial Tension," *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 12, pp. 341~347.
- (3) Hosford, W. F., 1988, "Limitations of Non-Quadratic Anisotropy Yield Criteria and Their Use in Analysis of Sheet Forming," *ASM International*, pp. 163~170.
- (4) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity," Clarendon Press, Oxford.
- (5) Lee, C. H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solution to Rigid-plastic Deformation Problems Using a Matrix Method," *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, Vol. 195, pp. 865~873.
- (6) Yang, D. Y. and Kim, Y. J., 1986, "A Rigid-plastic Finite Element Formulation for the Analysis of General Deformation of Planar Anisotropic Sheet Metals and Its Applications," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, No. 12, pp. 835~840.
- (7) 김형중, 1990, "평면이방성을 고려한 판재성형의 강소성 유한요소해석," 박사학위논문, 서울대학교.
- (8) Ohwue, K., Yoshida, T. and Usuda, M., 1992, "Influence of Material Properties and work Process Factors in Sheet Metal Forming," *Proc. 4th Int. Conf. on Numerical Methods in Industrial Forming Processes-NUMISHEET '92*, eds. J-L. Chenot, R. D. Wood and O. C. Zienkiewicz, pp. 521~525.
- (9) Gotoh, M., 1977, "A Theory of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Forth Order (Plane Stress State)-I," *Int. J. Sci.*, Vol. 19, pp. 505~512.
- (10) Gotoh, M. and Ishise, F., 1978, "A Finite Element Analysis of Rigid-Plastic Deformation of the Flange in a Deep Drawing Process Based on a Fourth-degree Yield Function," *Int. J. Mech.*

- Sci., Vol. 20, pp. 423-435.
- (11) Gotoh, M., 1980, "A Finite Element Analysis of the Rigid-plastic Deformation of the Flange in a Deep Drawing Process Based on a Fourth-degree Yield Function-II," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 22, pp. 367~377.
- (12) Hill, R., 1990, "Constitutive Modelling of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 38, No. 3, pp. 405~417.
- (13) Barlat, F., Lege, D. J. and Berm, J. C., 1991, "A Six-Component Yield Function for Anisotropic Materials," *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, pp. 693~712.
- (14) Barlat, F. and Chung, K., "Strain Rate Potential for Metals and Its Application to Minimum Plastic Work Path Calculations," Accepted for publication in *International Journal of Plasticity*.
- (15) Chung, K. and Shah, K., 1992, "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals," *Int. J. Plasticity*, Vol. 8, pp. 453~476.
- (16) Wang, N. M., 1982, "A Rigid-Plastic Rate-Sensitive finite Element Method for Modelling Sheet Metal Forming Processes," *Numerical Analysis of Forming Processes* J. F. T. Pittman et al. eds., Johnson Wiley & Sons, 117-164; GMR-4078, General Motors Research Laboratories, Warren, MI.
- (17) Kobayashi, S. and Kim, J. H., 1978, "Deformation Analysis of Axisymmetric Sheet Metal Forming Processes by the Rigid-plastic Finite Element," Wang eds., Plenum Press, New-York, pp. 341~363.
- (18) Toh, C. H. and Kobayashi, S., 1985, "Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing," *Int. J. Mech. Tool Des. Res.*, 25, pp. 15~32.
- (19) Andersen, B. S., 1982, "A Numerical Study of the Deep-Drawing Process," *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Pittsman, J. F. T. Wood, R. D. Alexander and O. C. J. M. and Zienkiewicz, O. C. eds., Pineridge Press, Swansea, U. K. pp. 709~721.
- (20) Onate, E. and Zienkiewicz, O. C., 1983, "A Viscous Formulation for the Analysis of Thin Sheet Metal Forming," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 25, No. 5, pp. 305~335.
- (21) Frey, W. H. and Wenner, M. L., 1987, "Development and Applications of a One-Dimensional Finite Element Code for Sheet Metal Forming Analysis," GMR-5982, General Motors Research Laboratories; *Interdisciplinary Issues in Materials Processing and Manufacturing*, S. Samanta et al. eds.
- (22) Germain, Y., Chung, K. and Wagoner, R. H., 1989, "A Rigid Visco-Plastic Finite Element Program for Sheet Metal Forming Analysis," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 31, No. 1, pp. 1~24.
- (23) Keum, Y. T., Nakamachi, E., Wagoner, R. H. and Lee, J. K., 1990, "Compatible Description of Tool Surfaces and FEM Meshes for Analyzing Sheet Forming Operations," *Int. J. Num. Meths Engrg.*, Vol. 30, pp. 1471~1502.
- (24) Keum, Y. T., Wang, C. T., Saran, M. J. and Wagoner, R. H., 1992, "Practical Die Design Via Section Analysis," *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 35, pp. 1~36.
- (25) Keum, Y. T. and Wagoner, R. H., 1992, "A Finite Element Program for Simulating Sheet-Metal Stretch Forming Processes," *KSME Journal*, Vol. 6, No. 1, pp. 6~15.
- (26) 김영탁, Wang, N. M., 1990, "단면 성형 해석에 의한 자동차 내부 판넬의 설계," 한국 자동차공학회지, 제12권 제6호, pp. 48~59.
- (27) 김영탁, Wagoner, R. H. 1991, "프레스 금형 단면의 성형성 평가를 위한 유한요소법," 대한기계학회논문집, 제15권 제4호, pp. 1108~1122.
- (28) 김영탁, 이승열, Wagoner, R. H., 1992, "임의의 성형조건을 갖는 박판의 평면변형을 해석," 한국소성가공학회지, 제1권 제1호, pp. 95~103.
- (29) 김영탁, 1993, "박판성형공정의 유한요소해석을 위한 마찰접촉모델," 대한기계학회논문집, 제17권 제9호, pp. 2242~2251.
- (30) Chung, K. and Wagoner, R. H., 1987, "Numerical Improvement of Viscoplastic, Non-linear, Finite Element Analysis," *Int. J. Mech. Sci.*, 29-1, pp. 45~59.
- (31) Dienes, J. K., 1979, "On the Analysis of Rota-

- tion and Stress Rate in Deforming Bodies," *Acta Mechanica* 32, pp. 217~232.
- (32) Chung, K. and Barlat, F., 1993, "FEM Formulations for Process Design and Analysis of Anisotropic Materials Based on a Strain-rate Potential," Alcoa Technical Center, Alcoa Center, PA (1992).
- (33) Makinouchi, A., Nakamachi, E., Onate, E. and Wagoner, R. H., 1993, NUMISHEET '93 Benchmark Test Data.