

〈論 文〉

구속된 다물체 시스템을 위한 동역학 해석론

이상호* · 배대성** · 한창수** · 서문석***

(1994년 2월 18일 접수)

A Dynamic Analysis of Constrained Multibody Systems

S.H. Lee, D.S. Bae, C.S. Han, M.S. Suh

Key Words : Differential-Algebraic Equations(미분-대수방정식), Multi-Body Dynamic Systems

(다물체 시스템), Constraint Equations(구속방정식)

Abstract

The objective of this paper is to develop a solution method for the differential-algebraic equation (DAE) derived from constrained multi-body dynamic systems. Mechanical systems are often modeled as bodies and joints. Differential equations of motion are formulated for bodies. Since the bodies are connected by joints, the differential variables must satisfy the kinematic constraint equations that come from the joints. Difficulties are arised due to drift of the differential variables off the constraint equations. An optimization method is adopted to correct the drift of the differential variables. To demonstrate the efficiency of the proposed mehtod a slider-crank mechanism is analyzed dynamically. Identical results are obtained as these from the commercial program DADS. Dynamic analysis of a High Mobility Multi-purpose Wheeled Vehicle (HMMWV) is carried out to show the practicalism of the proposed method.

1. 서 론

대부분의 기계적 시스템은 여러개의 물체들의 집합체로 모델링된다. 각 물체를 표시하는 방법에는 크게 2가지가 있다. 첫째는 직교좌표를 각 물체마다 부착시켜 절대 직교좌표계에서 바라본 물체좌표계의 운동을 표시하는 것이며, 이때 물체 부착좌표계의 위치 및 자세는 3개의 병진좌표와 회전에 관련된 3개의 각도 혹은 4개의 Euler parameters⁽¹⁾로 표시된다. 둘째는 다물체의 연결구조에서 직렬로 연결된 물체들에 일련번호를 설정하고 어떤 물체의

위치와 자세를 그 물체와 이웃하는 물체의 위치와 자세 그리고 두 물체사이의 상대위치를 이용하여 표시하는 방법이다.

첫번째 방법은 식의 유도가 간편한 반면 커다란 행렬을 풀어야 하고, 두번째 방법은 식의 유도가 상대적으로 복잡한 반면 작은 크기의 행렬식에 대한 연산만이 필요하게 된다. 그러나 어느 방법을 사용하든 항상 물체의 운동방정식은 미분방정식으로, 그리고 조인트는 구속 대수방정식으로 공식화된다. 따라서 본 연구에서 개발된 알고리즘은 일반 좌표의 선택에 관계없이 어떠한 형태의 미분-대수 방정식이든 모두 적용될 수 있음을 언급하고자 한다.

미분-대수방정식의 해법들을 살펴보기로 하자. ADAMS⁽²⁾에서 채택하고 있는 방법은 수치적으로

*한양대 대학원 정밀기계공학과

**정회원 한양대학교 정밀기계공학과

***정회원 국방과학연구소

안정영역이 아주 넓은 BDF(backward differentiation formula) 적분법인데, 운동방정식은 BDF 공식의 미분치에 대입되어 미분방정식을 대수방정식화 한다. 그리고 얻어진 대수방정식은 기구학적 구속조건식과 연립하여 Newton-Raphson방법에 의해 풀린다. 따라서 variable 차수 및 적분구간법을 사용하고자 할때 코딩을 위하여서는 수치적분의 깊은 내용과 운동방정식과 기구학적 구속조건식의 철저한 이해가 뒷받침되어야 한다. 이러한 코딩상의 어려움때문에 널리 사용되지 못했으나 최근들어 DAE의 이해와 연구가 활발히 진행됨에

따라 많은 논문들이 나타나고 있다.⁽¹⁰⁾ DADS는 미분방정식 해법으로서 서브루틴 DE⁽³⁾를 사용하고 DE에서 요구되는 상태변수들의 미분치만을 계산하므로 코딩이 용이하나, 수치적분시 prediction과 correction을 반복적으로 사용하므로 스티프(stiff)한 문제에 있어서 반복회수를 줄이기 위해서는 적분구간이 평장하 작아져서 계산시간이 증가하는 단점이 있다.

본 연구의 목적은 앞에서 언급한 결점들을 보완하기 위해서, 미분-대수방정식 해법으로서 참고문헌⁽⁴⁾에서 제안한 Parametrization해법을 구속조건식을 갖는 최적화 문제로서 새롭게 수식화 하는 것이다. 또한 제안된 해법으로 동역학 해석 전산 프로그램으로 개발하였다. 위치, 속도, 가속도해석에서는 Quasi-Newton방법을 사용하여 자코비안행렬의 Gaussian Elimination(이하 G.E) 수를 최소화하였다. 또한 예제로서 슬라이더-크랭크기구와 차량모델을 선정하여, 본 연구에서 개발한 프로그램의 결과와 상용 프로그램 DADS에서 얻어진 결과와 비교하였다.

2. 강체의 운동방정식

2.1 운동방정식

질량중심좌표계를 가진 다물체 시스템을 일반적으로 ngc 개의 일반좌표로 모델링할 수 있다. 이 일반좌표들을 다음과 같이 표시하기로 하자.

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_{ngc}]^T \quad (1)$$

일반 속도좌표와 가속도좌표는 다음과 같이 정의한다.

$$v \equiv [v_1, v_2, \dots, v_{ngv}]^T \quad (2)$$

$$\dot{v} \equiv [\dot{v}_1, \dot{v}_2, \dots, \dot{v}_{ngv}]^T \quad (3)$$

여기서, ngv 는 각각 일반 속도좌표의 개수이다. 만약, 시스템이 ncn 개의 독립적인 구속방정식이 존재한다면,

$$\Phi(q, t) = [\Phi_1, \dots, \Phi_{ncn}]^T = 0 \quad (4)$$

로 표현될 수 있다. 그리고 구속조건식에 대한 가속도방정식은 식(4)를 시간에 대해 두번 미분함으로써 얻을 수 있다.

$$\Phi_q \dot{v} = -(\Phi_{qv})_q v - 2\Phi_{qt} - \Phi_{tt} \equiv \gamma \quad (5)$$

여기서, \dot{v} 는 강체의 가속도벡터, Φ_q 는 구속조건식의 일반 좌표에 대한 자코비안행렬이다. 구속을 받는 다물체 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$M\dot{v} + \Phi_q^T \lambda = Q \quad (6)$$

여기서, M 은 시스템의 질량 관성행렬, λ 는 라그랑지 승수(Lagrange multipliers), Q 는 일반력이다. 식(5)와 (6)에서부터 행렬형태로 시스템에 대한 운동방정식을 만들면,

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (7)$$

을 형성한다. 식(4)의 미분방정식과 식(6)의 대수방정식을 합하여 미분-대수방정식으로 정의한다.

3. 미분-대수방정식의 해법들

본 절에서는 미분-대수방정식의 해법중에서 지금까지 널리 사용되고 있는 구속조건 안정법⁽⁶⁾과 일반좌표 분리법⁽⁷⁾을 설명하기로 한다. 그리고 그 두 방법은 나중에 본 논문에서 제안한 방법과 비교 분석된 것이다.

3.1 구속조건 안정법

구속조건 안정법(constraint stabillaztion method)은 선형 피이드백 제어이론(linear feedback control theory)에 의거하여 위치, 속도 구속조건 위반량을 가속도 구속조건식에서 다음과 같이 안정화시킨다.

$$\ddot{\Phi} + 2\alpha\dot{\Phi} + \beta^2\Phi = 0 \quad (8)$$

여기서, α 와 β 는 양의 정수, Φ 는 속도 구속조건식이다.

따라서 식(7)은 다음과 같이 변화된다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $\dot{\gamma} = \dot{\gamma} - 2\alpha\dot{\Phi} - \beta^2\Phi$ 이다. 이 방법은 최적의 α, β 의 값을 선정하는 것이 문제마다 달라 그 값을 결정하기 힘들며, 기구학적으로 특이점(singular point) 근처에서는 수치적으로 불안정성을 보여주는 단점이 있다. 더우기 운동 구속조건을 이완을 직접적으로 처리하지 못하고 간접적으로 가속도를 조정하기 때문에, 갑작스런 외란이 있는 경우는 운동 구속조건을 이완을 허락해야만 한다. Fig. 1에서 구속조건 안전법의 구조를 간략하게 도시하였다.

3.2 일반좌표 분리법

일반좌표 분리법(generalized coordinates partitioning method)은 full row와 column pivoting을 이용하여 일반좌표를 독립좌표(w)와 종속좌표(u)로 분할하여(partitioning) 독립좌표에 대해서만 적분을 수행하고 종속좌표는 다음과 같은 비선형 대수방정식을 풀어서 결정한다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_u & \Phi_w \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Phi(u, w, t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$q^{i+1} = q^i + [\Delta u^T, \Delta w^T]^T \quad (10)$$

독립좌표에 대하여 적분할 때, 독립좌표의 수렴은 미분방정식의 국부 여러제어를 통하여 보장되어진다. 그리고 운동 구속조건식을 풀어서 종속좌표

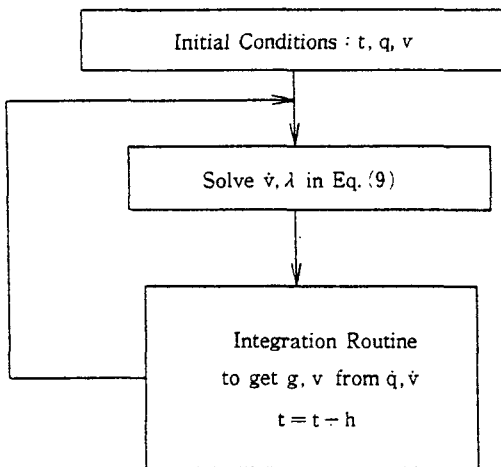


Fig. 1 Flow chart of constraint stabilization method

를 구할때 종속좌표의 존재는 implicit function theorem⁽¹⁾에 의해 역시 보장되어진다. 속도해석에서는 독립속도를 가지고 다음의-식으로부터 종속속도를 구한다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_u & \Phi_w \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Phi \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, \dot{w}^i 는 어느 고정된 시간 t^i 에서의 독립좌표의 속도이다. 또한 식(7)을 풀어 가속도와 라그랑지승수를 결정한다. Fig. 2에서 일반좌표 분리법의 구조를 간략하게 도시하였다.

이 방법은 정확하게 구속조건을 만족시키지만 독립좌표를 선택하는데 어려움이 있으며, 위치해석과 속도해석을 위한 방정식의 형태가 가속도 방정식의 그것과 달라 알고리즘상 매 step마다 두 개의 다른 행렬의 G. E이 필요하다.

4. 국부 Parametrization방법에 의한 미분-대수방정식의 해법

본 연구에서 제안하는 Parametrization해법은 운동방정식을 적분하여 구해진 위치와 속도를 운동 구속조건식의 탄젠트 평면(Tangent plane)에 투영(projection)하는 기법을 사용한다. 이때 생성되는 방정식의 형태는 가속도방정식과 동일하여 매 step마다 1번만의 G.E를 하게 되므로 일반좌표 분리법에 비해 효율적이다. 본 해법의 위치, 속도 그리고

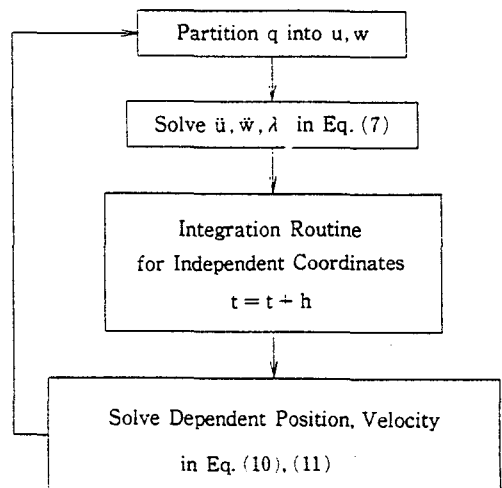


Fig. 2 Flow chart of generalized coordinates partitioning method

코비안이 구해져야 한다. 하지만 속도, 가속도해석에서는 가상회전에 대한 자코비안이 필요하므로, 새로운 자코비안의 형성을 피하기 위해 다음과 같이 변수치환을 한다.

$$\delta\beta_i \equiv \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G^*G^T \end{bmatrix} \delta\Pi_i \quad (20)$$

여기서, $\delta\Pi_i = [\delta r_i^T, \delta \pi_i^T]^T$ 이며 $\delta r_i, \delta \pi_i$ 는 각각 가상변위, 가상회전이다. 그리고 이 식을 이용하여 다음과 같이 Φ_s 와 Φ_n 의 관계를 유도할 수 있다. 즉,

$$\Phi_s \delta\beta = \Phi_n \delta\Pi = \Phi_n \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G^*G^T \end{bmatrix} \delta\beta \quad (21)$$

$$\Phi_s = \Phi_n \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G^*G^T \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

식(22)에서 보통 p 는 p^* 근처에서 수렴되어지므로 G^*G^T 는 단위행렬이 되며 Φ_s 는 Φ_n 로 근사화되어진다. 따라서, 식(19)은 계수행렬이 근사화되어 다음과 같이 유도되어진다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_n^T \\ \Phi_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Pi \\ \Delta\tau_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Psi_{p1} \\ \Psi_{p2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

위의 식은 다음의 수식을 이용하여 반복적으로 그 해를 구한다.

$$\beta^{i+1} = \beta^i + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & G^*G^T \end{bmatrix} \Delta\Pi$$

$$\tau^{i+1} = \tau^i + \Delta\tau$$

비선형 방정식의 반복해는 식(23)의 계수행렬을 iteration마다 LU분해(factorization)를 하지않고 고정시킨다. 그리고 5회 이내에 수렴하지 않을 경우, 계수행렬을 다시 만들어 주는 Quasi-Newton 법을 사용한다. 그 이유는 위치해석과 속도해석에서는 초기치가 충분히 원하는 해 근처에 있으므로 보통 1~3회 안에 수렴하므로 시뮬레이션 시간을 단축시키고자 하는 의도에서이다.

4.2 속도해석

속도해석(velocity analysis)에서도 위치해석(position analysis)의 경우와 마찬가지로 적분된 일반 속도좌표 v^* 이 주어졌을 경우, 시스템의 속도 구속방정식을 만족하는 수정된 일반 속도좌표 v^c 를 구한다. 따라서 이를 최적화 문제로 수식화하면,

$$\min : F = \frac{1}{2} (v^c - v^*)^T [M] (v^c - v^*)$$

$$s. t. \Phi^T(q, u, t) = 0 \quad (25)$$

식(25)의 최적화 문제도 위치해석과 똑같은 방법으로 해를 구한다. 먼저, 속도해석에서의 라그랑지안을 구성한다.

$$L_{vel} = \frac{1}{2} (v^c - v^*)^T [M] (v^c - v^*) + \Phi^T \tau_2 \quad (26)$$

그리고 v 와 τ_2 에 대해 라그랑지안의 편미분을 취해 정적조건을 유도하면 다음과 같은 연립방정식으로 나타난다.

$$\Psi_{vel} \equiv \begin{bmatrix} \Psi_{v1} \\ \Psi_{v2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial v} \\ \frac{\partial L}{\partial \tau_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [M] (v^c - v^*) + \Phi_n^T \tau_2 \\ \Phi \end{bmatrix} = 0 \quad (27)$$

여기서, Ψ_{v1} 은 수정된 속도 구속조건식, Ψ_{v2} 은 속도 기구학적 구속조건식, τ_2 는 속도해석에서의 라그랑지승수이다. 그리고 $\Phi_v = \frac{\partial \Phi / \partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \Pi} = \Phi_n$ 이다.

식(27)은 위치해석과 동일한 계수행렬을 갖는 선형 연립방정식이다. 따라서 한번의 LU 분해로 v, τ_2 를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_n^T \\ \Phi_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^c \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mv^* \\ -\Phi_c \end{bmatrix} \quad (28)$$

4.3 가속도해석

가속도해석(acceleration analysis)에서는 식(7)의 운동방정식과 가속도 구속방정식을 동시에 풀면 되므로 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_n^T \\ \Phi_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ r \end{bmatrix} \quad (29)$$

위의 식은 위치, 속도해석과 동일한 계수행렬을 갖는 v, τ_3 에 대한 선형 연립방정식이다.

4.4 수치 알고리즘(umeical algorithms)

본 절에서는 앞의 절에서 설명한 위치, 속도 그리고 가속도해석을 위한 알고리즘을 나타내었다.

4.4.1 위치 알고리즘(position algorithm)

Step 1. 운동방정식에서 적분된 일반좌표, $q^* =$

$[r^*, p^*]$ 와 관성렬을 정의한다.

Step 2. $A(p)$, $G(p)$ 을 계산한다. 그리고 다음 식으로 오일러 매개변수를 정규화(normalize)한다.

$$p^{i+1} = \frac{p}{\sqrt{p^T p}}$$

Step 3. 식(18)에서 정의한 비선형 연립 방정식의 오른쪽 항을 계산한다.

Step 4. 모든 일반좌표에 대한 수렴여부를 조사한다. 즉, 만약 사용자가 정의하는 구속조건 위반량을 만족하면 빠져나가고, 아니면 Step 5로 간다.

Step 5. 식 (23)를 푼다.

Step 6. Step 5에서 구한 $\Delta\pi = [\Delta r, \Delta\pi']$ 에서 $\Delta p = \frac{1}{2} G^T \Delta\pi'$ 을 계산하여, 식(24)로 q^{i+1} , π^{i+1} 을 구하여 Step 2로 간다.

4.4.2 속도 알고리즘(velocity algorithm)

Step 1. 운동 방정식에서 적분된 일반 속도좌표 $v^* = [r^*, \omega^*]$ 을 정의한다.

Step 2. 식 (28)을 풀어 v , ω 를 구한다.

Step 3. 일반 속도에서 회전성분 ω' 은 적분이 불가능하므로, Euler속도 매개변수 p 로 변화시키고 빠져나간다.

$$p = \frac{1}{2} G^T \omega' \quad (38)$$

4.4.3 가속도 알고리즘(acceleration algorithm)

Step 1. 식 (29)을 풀어 \ddot{v} , $\ddot{\omega}$ 를 구한다.

4.5 제안된 방법의 효율성 및 장단점

본 연구에서 개발된 DAE 해법을 구속조건 안정법과 일반좌표 분리법과 비교하여 보기로 하자. 먼

저, 구속조건 안정법은 선형 피이드백 제어이론을 이용하여 단순히 식(9)를 풀므로써 운동구속조건의 위반량을 안정화시키므로, 운동구속조건이 만족된다는 확신이 없다는 데 가장 큰 단점이 있다. 즉 갑작스런 외란은 운동구속조건을 위반시키며 위반된 구속조건식이 다시 만족되는데는 어느 정도 시간이 필요하다. 그러나 본 해법은 이러한 위반된 운동구속조건식을 일반좌표들로 구성된 다차원 공간상에서 국부적으로 Parametrization하는 방법으로 교정한다.

그리고 구속조건 안정법의 단점을 보완한 것으로 일반좌표 분리법이 있다. 이 방법은 증속좌표를 구하기 위해 식(10)의 계수행렬을 G.E해야 하는데, 이는 가속도해석에서의 그것과 다르다. 따라서 매 Step마다 2번의 G.E이 필요하다. 본 해법에서는 식(23), (28), (29)에서 보듯이 위치, 속도, 가속도해석에서의 계수행렬이 동일하므로 1번만의 G.E로 해를 구할 수 있다.

5. 시뮬레이션 및 결과 고찰

5.1 슬라이더-크랭크 메커니즘

5.1.1 모델링

본 연구에서 개발한 프로그램의 검증을 위해 슬라이더-크랭크(sliding-crank) 기구를 모델링하였다. 시스템의 전체 투영도와 강체의 국부좌표계를 Fig. 4에 도시하였다. 동역학 해석을 수행하는데 필요한 각 강체의 질량과 관성모멘트를 Table 1에 나타내었다.

5.1.2 잉여 구속조건식의 제거

본 시스템은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 3차원상에서 지면을 포함한 4개의 강체로 구성되어 있다

Table 1 Inertia properties of slider-crank components

BODY	Mass(kg)	$I_{xx}(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$I_{yy}(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$I_{zz}(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
Crank ①	0.12	0.0001	0.00001	0.0001
Connecting rod ②	0.5	0.004	0.0004	0.004
Slider ③	2.0	0.0001	0.0001	0.0001
Ground ④	1.0	1.0	1.0	1.0

며, 각 강체는 3개의 회전조인트와 1개의 병진조인트로 연결되어 있다. 3차원에서 회전조인트는 5개의 구속조건식을 생성시키므로 구속조건수가 일반 좌표수 보다 많은 경우가 된다. 그래서, 슬라이더-크랭크기구는 물리적으로 1개의 자유도로써 시스템의 운동이 유일하게(unique) 묘사되므로 회전조인트들에서 잉여 구속조건식이 나타난다. 따라서, 본 연구에서 개발한 프로그램은 주어진 시스템이 물리적으로 맞지 않은 모델링을 할 경우, 다시말하면 잉여 구속조건식이 나타날 경우에 가우스 완전소거법(gaussian full pivoting elimination)을 이용하여 이러한 잉여 구속조건식을 제거하는 모듈을 만들었다. Table 2에서 1자유도의 슬라이더기구를 Fig. 4와 같이 모델링하였을 경우에 3개의 잉여 구속조건식이 나타남을 체크하여 준다.

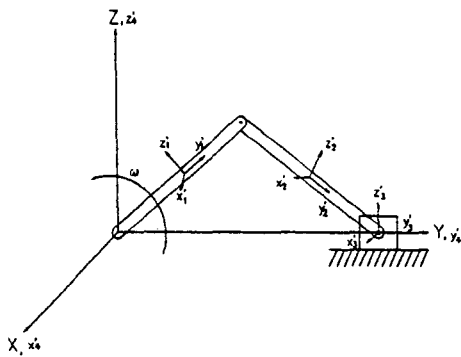


Fig. 4 Spatial slider-crank components

Table 2 1 D.O.F of slider-crank mechanism model

4 Bodies	$ngc = 4 \times 7$ $= 28$
Constraints	
Revolute joint : 3	15
Translational joint : 1	5
Ground constraint :	6
Euler parameter normalization constraints :	4
Redundant constraint :	-3
D.O.F = 28 - 27 = 1	$ncn = 27$

ngc = Number of generalized coordinates
ncn = Number of constraints

5.1.3 해석결과

잉여 구속조건식을 체크하여 제거한 후, 초기조건을 Figs. 4에서처럼 크랭크의 각속도를 21.648 rad/sec로써 시뮬레이션하였다. 슬라이더의 1초까지 위치, 속도, 가속도를 DADS와 비교하였다. Figs. 5~7에서 보는 것처럼 해석결과는 일치하며 본 프로그램의 타당성을 검증하였다.

그리고 CPU 시간은 개발된 프로그램과 DADS가 각각 6.79 sec, 7.41 sec로 나타났다. (기종 : IBM RISC system/6000) 이 결과는 개발된 프로그램의 위치, 속도, 가속도해석에서 같은 계수행렬을

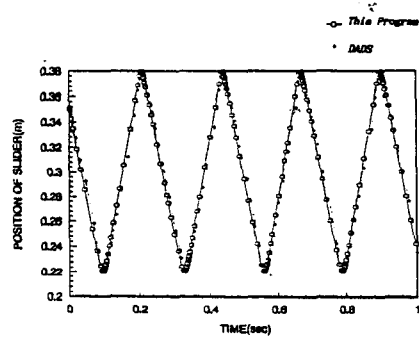


Fig. 5 Position of slider

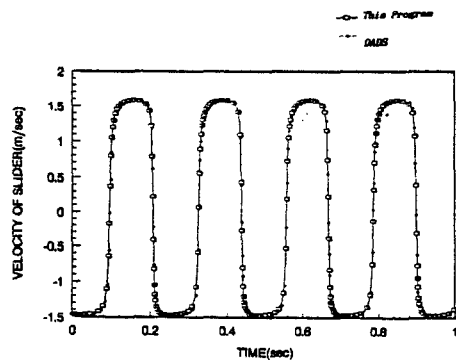


Fig. 6 Velocity of slider

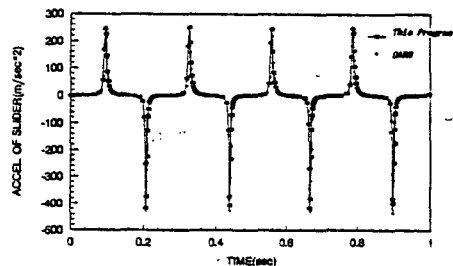


Fig. 7 Acceleration of slider

사용하므로써 일관성을 갖도록 유도하였고 해를 구할때 Quasi-Newton방법을 사용하여 G.E를 적게 하였기 때문이라 여겨진다, 왜냐하면 해석에 소요되는 CPU 시간은 대부분 적분하는 일반좌표의 수보다 G.E를 사용하는 회수에 더 비중이 있으므로 그런 관점에서 DADS와 비교할 때 효율성을 갖는다고 할 수 있다.

5.2 다용도 군용차량 모델

5.2.1 HMMWV 모델링

본 모델의 전체 투영도는 Fig. 8에 도시하였다. HMMWV(high mobility multi-purpose wheeled vehicle)는 4개의 Double-A-Arm 현가장치로 지지되어 있는데 각 현가장치는 차체에 붙어서 댐퍼로 구성된다. HMMWV모델의 Double-A-Arm 현가장치는 Fig. 8의 DBAM 1, 2, 3, 4로 명시되어 진

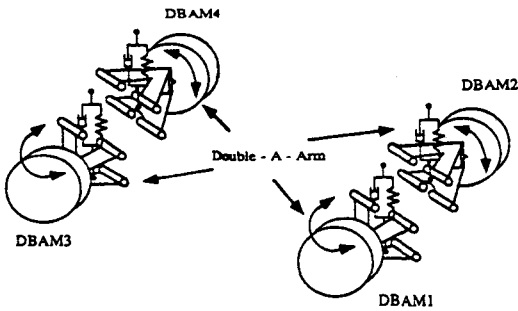


Fig. 8 Schematic of a HMMWV model

다. 그리고 차체와 너클 중심사이의 거리를 일정하게 유지함으로써 직선주행이 가능하게 하였다. 각 Double-A-Arm 현가장치에서 lower control arm과 upper control arm은 차체와 회전조인트로 연결되어 있고, 너클과는 구면조인트로 연결되어 있다. 각 강체와 조인트와 좌표계는 Fig. 9에 정의하였다.

5.2.2 차량데이터

차량의 질량과 관성모멘트에 대한 데이터는 Table 3에 수록하였다.

그리고 4개의 Double-A-Arm 현가장치의 데이터와 타이어데이터는 Table 4,5에 정리하였다.

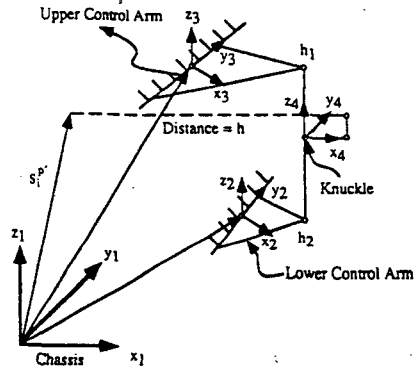


Fig. 9 Coordinate systems specified in Double-A-Arm suspension

Table 3 Inertial properties

BODY	Mass(kg)	I _{xx} (kg · m ²)	I _{yy} (kg · m ²)	I _{zz} (kg · m ²)
Chassis	2298	4449	1418	5708
Lower control arm	50	20	15	15
Upper control arm	40	15	10	10
Knuckle	1.0	1.0	1.0	1.0

Table 4 Suspension characteristics

Components	DBAM 1,2	DBAM 3,4
Spring rate(N/m)	42381	64447
Damping rate(N · sec/m)	10168	12529
Free length(m)	0.566	0.566

Table 5 Tire characteristics

Radius(m)	0.457
Spring rate	296315
Damping rate	730
Friction coefficient	0.8
Lateral tire stiffness	63716

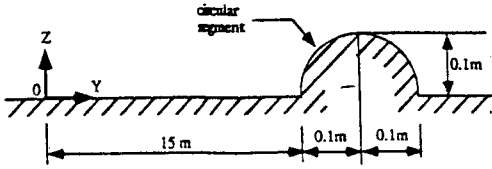


Fig. 10 Bump shape, size and location

5.2.3 범프주행 환경

초기위치에서 정적인 평형상태는 차량의 동적거동 해석을 수행하여 찾는다. 이렇게 계산한 정적 평형위치와 자세에서 차체에 초기속도 8 m/sec를 증방향으로 가하여 주행시킨다. 주행중 차량이 임의로 설정된 단일범프를 양쪽바퀴가 동시에 통과할 때의 동적거동을 해석하였다. 범프의 형상과 위치는 Fig. 10과 같은 반원형태이고 반경은 10 cm이다.

5.2.4 해석결과

HMMWV모델이 단일범프를 5초까지 시뮬레이션 주행결과가 Figs.11~14에 나타나 있다. Fig. 11는 차체의 수직방향의 가속도를 보여준다. 차체는 약 2.5초에서 범프와 만나며 이때 최대 피크치를 나타내고 있다. 시간이 지남에 따라 댐핑 현상에 의해 피크진폭이 줄어들음을 알 수 있다. Figs. 12~14 전륜 우측 너클의 위치, 속도, 가속도를 나타

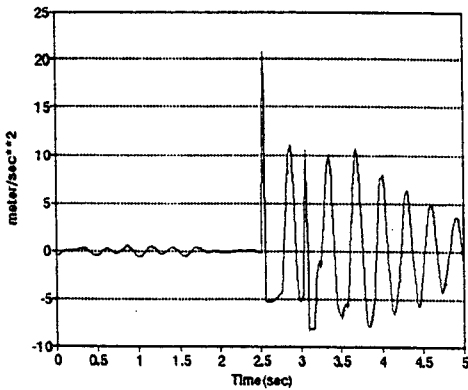


Fig. 11 Vertical acceleration of chassis

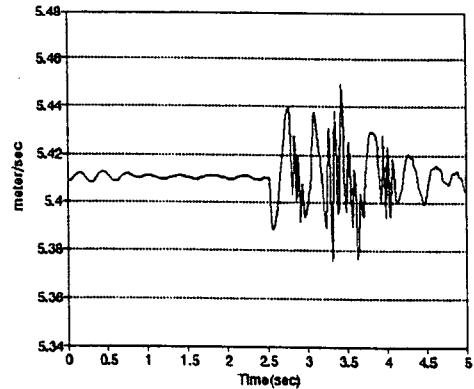


Fig. 13 Vertical velocity of knuckle(front-right)

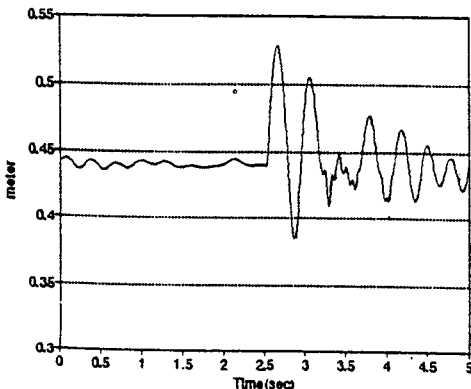


Fig. 12 Vertical position of knuckle(front-right)

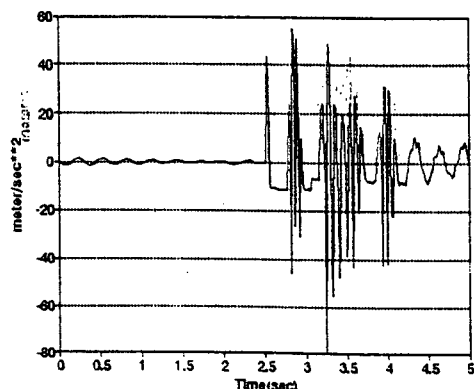


Fig. 14 Vertical acceleration of knuckle(front-right)

낸다. 예상할 수 있듯이 가속도는 차체보다 더 심하게 진동을 하고있다.

6. 결 론

본 연구에서의 연구 결과를 요약하면, 첫째 다물체 시스템을 동력학적으로 해석할때 운동구속조건을 Newton-Euler 방정식과 연립하여 미분-대수방정식을 유도하였으며, 미분-대수방정식 해법으로서 미분방정식을 적분할때 직교 일반좌표들로 이루어진 다차원 공간상에서 위반된 운동구속조건식을 국부적으로 Parametrization하는 최적화 문제로 공식화하였다. 이러한 Parametrization해법은 독립좌표와 종속좌표를 구분하지 않고 모든 일반좌표에 대해서 적분하여 오차제어를 수행하게 된다.

둘째, 본 연구에서 수행한 해법은 기존의 미분-대수방정식 해법과 비교할때, 운동구속조건을 만족시키며 일관된 계수행렬을 풀게 함으로써 프로그램의 효율을 높였다.

셋째, 기구학적 운동구속조건과 Parametrization해법을 범용프로그램으로 코딩하였으며, 슬라이더-크랭크기구를 모델링하여 DADS와 비교하여 검증하였다. 그리고 다용도 군용차량인 HMMWV를 모델링하여 시뮬레이션하였다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 기초 연구비지원 과제번호(ADD-90-5-009)에 의해 수행중인 연구의 일부이며 이에 감사의 뜻을 포함합니다.

참고문헌

- (1) Haug, E. J., 1989 *Computer Aided Kinematics and Dynamics*, Vol. I: Basic Methods, Allyn and Bacon, Boston 1989.
- (2) Orlandea, N., Chace, M. A. and Calahan, D. A., 1977, "A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems Parts I, II," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 99, pp.773~784.
- (3) Shampine, L. F. and Gordon, M. L., 1975, *Computer Solution of Ordinary Differential Equations: The Initial Value Problem*, Freeman, San Francisco.
- (4) Potra, F. A., 1991, "Multistep Method for Solving Constrained Equations of Motion," Univ. of Iowa, Ctr. for Simulation and Design. Optim. of Mech. System, Tech. Rep. R-104, Feb.
- (5) Wittenburg, J., 1977, *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*, B. G. Teubner, Stuttgart.
- (6) Baumgarte, J., 1972, "Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamical Systems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 1, pp. 1~16.
- (7) Wehage, R. A. and Haug, E. J., "Generalized Coordinates Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic System," *J. of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 247~255.
- (8) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, McGraw-Hill.
- (9) Strang, G., 1980, "Linear Algebra and Its Applications," 2nd Edition, Academic Press, New York.
- (10) Atkinson, K. E., 1988, *An Introduction to Numerical Analysis*, Wiley, New York.
- (11) Bae D. S. and Haug, E. J., 1987, 1988. "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics: Part I, II, III," *Mechanics of Structures and Machines*.
- (12) *DADS User's manual*, CADSI, P. O. Box 203, Oakdale, Iowa, 52319.
- (13) Nikravesh, P. E., 1988, *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice-Hall, Inc.