

〈論 文〉

## 코스틱스방법을 이용한 고온 크리프 파괴현상에 관한 연구

이억섭\* · 홍성경\*\*

(1994년 3월 18일 접수)

### An Investigation of High Temperature Creep Phenomena by the Method of Caustics

Ouk Sub Lee and Seong Kyeong Hong

**Key Words :** The Methods of Caustics(코스틱스방법), Initial Curve(초기곡선), Elastic Zone(탄성성역), Plastic Zone(소성역), Creep Zone(크리프영역), Stress Intensity Factor(응력확대계수), J-Integral(J-적분), C\*-Integral(C\*-적분)

#### Abstract

Caustics method has been applied successfully to determine the fracture parameters such as stress intensity factor and the J-integral for elastic and/or elastic-plastic stress field around the crack tip. For stress fields at the vicinity of crack tip in the creep domain, no experimental report concerning fracture mechanics parameters by using the caustics method has been published up to date. This study investigated creep behavior at the vicinity of crack tips at high temperature (175°C) and attempted to determine of proper fracture parameters for Al 5086 H24 specimens by using the caustics method. The results obtained from the limited experimental investigation are as follows;  $J_{th}/J_{caus}$  is found to approach to 1 more rapidly than  $K_{th}/K_{caus}$  does during incipient period (within 80 minutes). It is confirmed that experimental  $K_{caus}$  approached to theoretical  $K_{th}$  after 80 minutes by analyzing the ratio of  $K_{th} / K_{caus}$ . Unlike the case of room temperature, it is confirmed experimentally that caustics diameter enlarged gradually even the distance between specimen and screen keeps constant. It showed that initial curve of the caustics was initially located in the plastic zone, but it grew out rapidly into the elastic zone for Al 5086 H24 at 175°C. It is confirmed that caustics is a function of time, temperature and distance between specimen and screen at high temperature.

#### 1. 서 론

고온 상태에서 작동하는 제트엔진, 원자로, 증기 터빈 등과 같은 기기구조물을 구성하는 재료를 선택할 경우에 중요하게 고려해야 할 기계적 성질 중의 하나는 고온 상태에서 하중이 작용하는 경우

에 온도와 하중에 저항하는 크리프 변형량이다. 또한 이러한 환경하에 있는 기기구조물에 균열이 존재할 경우에 발생하는 크리프 크랙 전파 거동에 대해서도 고온에서 사용하는 기기구조물의 수명을 정확하게 예측한다거나 파괴거동을 면밀하게 규명한다는 측면에서 많은 파괴역학 연구자들의 주된 관심이 되고 있다.

본 연구에서는 175°C의 Al 5086 H24 시편의 균열선단 부근에서의 응력분포 및 고온 변형률 거동

\*정회원, 인하대학교 기계공학과

\*\*인하대학교 대학원

을 실험적으로 관찰하여 균열선단에서의 크리프 균열성장속도( $da/dt$ )와 크리프 균열선단 변형률장에 대한  $C^*$ -적분, 소규모 항복영역 매개변수인 응력 확대계수  $K_I$ , 탄소성 균열선단 응력장의 매개변수인  $J$ -적분과의 관계를 실험적으로 고찰하여 크리프 크랙킹을 지배하는 매개변수를 실험적으로 결정하려는 시도를 하였다.

실험방법으로는 지금까지 주로 상온에서 사용되어 온 코스틱스방법을 사용하였다.<sup>(1,2)</sup> 이 방법은 광학을 이용한 실험방법으로 본 연구에서는 고온 크리프 변형을 하는 균열선단장을 특정지우는 파괴 매개변수의 결정에 코스틱스방법을 최초로 응용하여, 이 방법을 고온 파괴 매개변수 결정에 사용할 수 있는지의 여부를 검토하였다. 코스틱스방법은 광탄성실험이나 모아레 실험방법들과 같이 균열선단장을 직접 관찰할 수 있으며 균열선단의 변형장을 특정지우는 매개변수를 직접적으로 간단하게 측정, 관찰할 수 있는 장점을 가지고 있다.<sup>(3~6)</sup> 크리프 균열과 같은 고온에서의 파괴역학적인 문제에 이 실험방법을 적용시킨 실험결과는 아직 보고되고 있지 않으며 그 이유는 상온에서보다 실험조건이 까다롭기 때문인 것으로 생각된다.

## 2. 기본이론

### 2.1 크리프이론

크리프변형이 적은 상태에서 크리프 균열성장에 의해 파괴되는 것을 크리프 취성(creep brittle) 재료라 하고, 상당한 크리프변형을 거친 후 파괴되는 것을 크리프연성(creep ductile) 재료로 구분한다.<sup>(7)</sup> 천이시간이 크리프 균열성장 개시시간보다 길면 전체 실험시간 동안 일어나는 크리프변형은 균열선단에 국한되어 발생한다고 가정할 수 있으므로 이러한 재료는 크리프 취성재료라고 분류할 수 있다.

Fig. 1은 하중 경과시간에 따른 균열선단에서의 크리프현상의 변화를 나타낸 것이다. 빗금친 부분은 크리프영역으로서 크리프 변형률이 탄성 변형률보다 큰 부분을 나타낸다. 하중을 가한 직후에는 Fig. 1(a)에서 보는 바와 같이 크리프영역이 균열선단 부근에 작게 형성되어 있으며 이를 SSC조건(small scale creep condition)이라 부른다. 그 후 시간이 경과하면 크리프영역이 Fig. 1(c)에서와 같이 균열선단에서 구조물 전체로 확장되며 이를 EC조건(extensive creep condition)이라 한다. SSC조

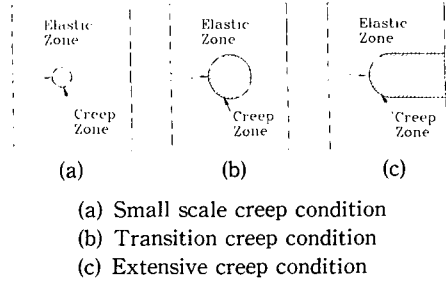


Fig. 1 Variation of creep behavior at crack tip under elastic-secondary creep condition

건에서 EC조건으로 변하는 과정을 TC조건(transition creep condition)이라 하며 이때에는 균열선단에서의 응력장이 시간에 따라 변하게 된다. (Fig. 1 (b)) EC조건에서는 균열선단에서의 응력장이 시간에 따라 변하지 않고 일정하기 때문에 정상상태 크리프 조건(steady state creep condition)으로 된다. 정상상태 크리프조건에서 균열선단 부근의 재료의 변형거동은 식(1)의 크리프법칙에 의해 지배된다.

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_c = A\sigma^m \quad (1)$$

여기서,  $\dot{\epsilon}$ 는 전체 변형률속도이고,  $\dot{\epsilon}_c$ 는 크리프 변형에 의한 변형률속도,  $\sigma$ 는 응력,  $m$ 은 재료의 크리프지수이다. 위식과 재료의 지수법칙(power law)에 따른 소성변형거동을 나타내는 식( $\epsilon_p = D\sigma^n$ , 여기서  $\epsilon_p$ 는 소성변형률,  $D$ 와  $n$ 은 재료의 소성상수)의 유사성으로부터  $J$ -적분과 유사한  $C^*$ -적분이 다음과 같이 정의되며<sup>(8,9)</sup> 정상상태 크리프 조건에서 균열선단의 크리프 균열성장속도는 식(2, 3)의  $C^*$ 에 의해 지배된다.<sup>(10~12)</sup>

$$C^* = \int_V W_s^* dy - T_i \left( \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) ds \quad (2)$$

$$W_s^* = \int_0^{\epsilon_m} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력텐서이고,  $\epsilon_{ij}$ 는 변형률 속도 텐서,  $T_i$ 는 하중 트랙션벡터,  $u_j$ 는 변형벡터,  $W_s^*$ 는 변형률 에너지밀도,  $x$ 는 균열선단에서의 직각 좌표계에서 균열길이 방향좌표,  $s$ 는 적분 콘투어길이,  $\epsilon_m$ 은 최대 변형률이다.

$C^*$ 는 균열길이가 다른 두 개의 균열을 포함하고 있는 물체가 동일한 하중을 받을 때의 일률(power)의 차이를 나타내며, 식(4)와 같이 정의한다.

$$C^* = -\frac{1}{B} \frac{dU}{da} \quad (4)$$

여기서,  $U$ 는 균열을 포함하고 있는 재료로 공급된 일률이고,  $B$ 는 재료의 두께이다.

재료에 대한 응력-변형률속도( $\sigma-\dot{\epsilon}$ )의 관계식 (3)과 같이  $\dot{\epsilon}$ 는  $\sigma$ 의 유일함수이므로  $C^*$ -적분은  $J$ -적분과 마찬가지로 적분경로와 무관하게 일정한 값을 갖게 된다. 따라서  $C^*$ 는 정상상태 크리프조건에서 크리프 균열성장속도를 특성화할 수 있는 매개변수가 된다.

2.2 응력확대계수  $K$ 와  $J$ -적분의 이론식

2.2.1 SEN(Single-Edge-Notched) 시편

균열길이  $a$ 는 균열방향에 수직인 코스트릭스의 최대직경이 균열의 연장선과 만나는 점을 균열선단으로 가정하여 산정할 수 있으며, 이 값을 식(5)에 대입하여 이론탄성 응력확대계수  $K_{Ih}$ 를 결정하게 된다. (13)

$$K_{Ih} = \sigma \sqrt{\pi a} \sqrt{\frac{2W}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2W}} \frac{1}{\cos \frac{\pi a}{2W}} \left[ 0.752 + 2.02 \left( \frac{a}{W} \right) + 0.37 \left[ 1 - \sin \left( \frac{\pi a}{2W} \right) \right]^3 \right] \quad (5)$$

한편,  $J$ -적분값은 Kumar가 제안한 식(6)을 사용하여 구할 수 있다. (14)

$$J_{Ih} = a \sigma_y \epsilon_y c (a/W) h_1(a/W, n) \left( \frac{P}{P_0} \right)^{n+1} \quad (6)$$

평균응력의 경우,  $P_0 = 1.072 \eta c \sigma_y$ ,  $c = W - a$ ,  $\eta = \left[ 1 + \left( \frac{a}{W-a} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{a}{W-a}$ 이다.

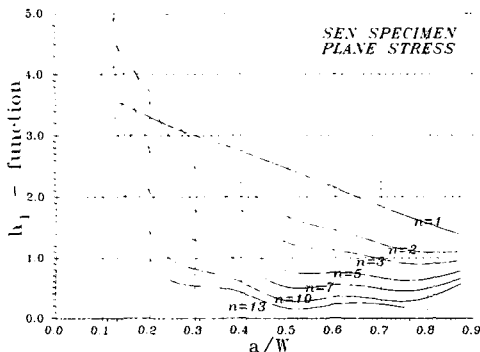


Fig. 2  $h_1$ -function ( $n$ : work hardening exponent, referring Eq. (6))

여기서,  $P_0$ 는 시편의 단위 두께당 한계하중이고,  $h_1$ 은 시편의 형상함수로서 평면응력상태에서 여러 가지 가공경화지수에 대한  $h_1$ -함수를 Fig. 2에 나타내었다. 또한  $W$ 는 시편의 폭이고,  $n$ 은 가공경화지수,  $P$ 는 하중,  $\alpha$ 는 Ramberg-Osgood 재료상수,  $\sigma_y$ 는 항복응력,  $\epsilon_y$ 는 항복응력에서의 변형률이다.

2.2.2 CST시편

CST(C-shaped tension)시편의 경우에는 Kapp, Newman, Jr. and Underwood 등이 제안한 식(7)을 이론식으로 사용하였다. (13)

$$K_{Ih} = \frac{P}{t\sqrt{W}} (1.9 + 1.1\alpha) \left[ 1 + 0.25(1-\alpha)^2 \left( 1 - \frac{r_1}{r_2} \right) \right] f_1(\alpha) \quad (7)$$

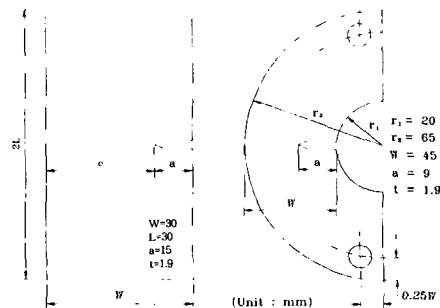
$$f_1(\alpha) = \frac{\alpha^{1/2}}{(1-\alpha)^{3/2}} [3.74 - 6.30\alpha + 6.32\alpha^2 - 2.43\alpha^3]$$

여기서,  $\alpha = a/W$ ,  $a$ 는 균열길이,  $W$ 는 시편의 폭,  $t$ 는 시편의 두께,  $r_1, r_2$ 는 시편의 내경과 외경을 나타낸다. (Fig. 3 참조)

2.3 코스트릭스이론

2.3.1 코스트릭스방법에 대한 기본이론

두께  $t$ 인 균열이 있는 시편에 하중을 작용시키고 균열선단 주위에 레이저광을 투과시키든지 혹은 이 영역에서 레이저광을 반사시키면, 균열선단 주위에서 발생하는 푸아송효과에 의해서 시편두께가 변화하며 이에 대응하여 레이저광은 굴절하게 된다. 이 굴절된 빛을 스크린 위에 비추면 어두운 부분과 구별되는 선명한 경계선이 나타나는데 이것을 코스트릭스(caustics)라고 한다.



(a) SEN specimen (b) CST specimen  
Fig. 3 Specimen configurations

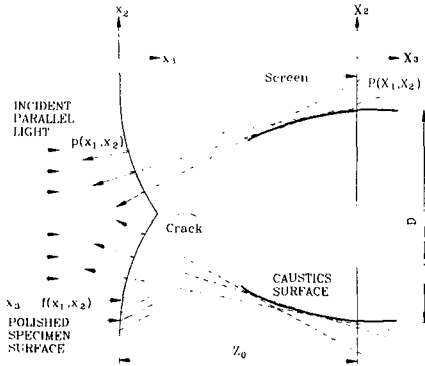


Fig. 4 Schematic diagram of formation of the caustics surface in the space and the caustics curve on the screen

코스틱스곡선은 시편상의 초기곡선(initial curve)에 대응해서 나타나며, 시편과 스크린 사이의 거리를 변화시키기에 따라 그 크기가 변화한다. Fig. 4에 코스틱스곡면이 공간에 형성되는 과정을 나타내 놓았으며 이 그림에 보인 바와 같이 하중이 가해진 상태에서 시편의 균열선단 부근에서의 두께 변화량은 식(8)로 나타낼 수 있다.

$$x_3 = -f(x_1, x_2) \tag{8}$$

여기서,  $f(x_1, x_2)$ 는 시편의 표면을 나타내는 곡면함수이며, 이 변화된 시편의 표면방정식에 대응하여 스크린상에 나타나는 코스틱스 방정식은 식(9)와 같다.<sup>(3)</sup>

$$X_i = x_i \pm 2Z_0 \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \tag{9}$$

여기서,  $X_i$ 는 스크린상의 좌표,  $x_i$ 는 시편 표면상의 좌표이며,  $Z_0$ 는 시편과 스크린 사이의 거리이다. 스크린상에 레이저광의 특이곡선인 코스틱스가 형성되기 위해서는 식(9)의 Jacobian 행렬식이 0이 되는 식(10)의 조건을 만족하여야 하며 이것을 만족하는 방정식이 초기곡선의 방정식이다.

$$J_D(X_1, X_2) = \frac{\partial(X_1, X_2)}{\partial(x_1, x_2)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x_1} & \frac{\partial X_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x_1} & \frac{\partial X_2}{\partial x_2} \end{vmatrix} = 0 \tag{10}$$

### 2.3.2 소규모 크리프 변형상태에 대한 코스틱스의 적용

소규모 크리프(small scale creep)에서의 균열선단

부근의 응력장은 탄성영역이 지배하므로 이 영역의 매개변수는 응력확대계수  $K$ 라고 할 수 있으며 식(11)과 같이 균열길이 방향에 수직한 코스틱스의 최대 직경( $D_t$ )을 측정하여 결정할 수 있다.

$$K_I = \frac{E(T) D_t^{5/2}}{10.7 Z_0 \nu t} \tag{11}$$

여기서, 탄성계수는 온도  $T$ 에 의존하므로  $E(T)$ 로 표시하였으며  $t$ 는 시편두께,  $\nu$ 는 푸아송 비이다.

### 2.3.3 탄소성 재료에 대한 코스틱스방법의 적용

탄소성 재료의 단축 응력-변형률관계는 Ramberg-Osgood 관계로 모델링하여 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\epsilon_y}{\epsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left[ \frac{\sigma}{\sigma_y} \right]^n = \frac{\epsilon_y^e}{\epsilon_y} + \frac{\epsilon_y^p}{\epsilon_y} \tag{12}$$

여기서,  $\sigma_y$ 는 항복응력,  $\epsilon_y$ 는 항복변형률,  $n$ 는 가공경화지수이고( $n > 1$ ),  $\alpha$ 는 무차원 재료상수이다. 탄소성 재료에 존재하는 균열선단의 응력, 변형률장에 대한 점근 근사해(asymptotic solution)는 균열선단에서의 거리  $r \rightarrow 0$ 에 따라 식(13)과 같은 HRR(hutchinson-rice-rosengren)특이장으로 나타낼 수 있다.<sup>(15)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_y \left[ \frac{J E}{\sigma_y^2 I n r} \right]^{1/(n+1)} \Sigma_{ij}(n, \theta) \\ \epsilon_{ij} &= \alpha \frac{\sigma_y}{E} \left[ \frac{J E}{\alpha \sigma_y^2 I n r} \right]^{n/(n+1)} E_{ij}(n, \theta) \end{aligned} \tag{13}$$

여기서,  $E$ 는 탄성계수,  $J$ 는 Rice의 J-적분,  $E_{ij}$ 와  $\Sigma_{ij}$ 는 가공경화지수에 관련되고 균열선단에서의 각도변화에 의존하는 요소이며,  $I_n$ 는 가공경화지수  $n$ 에 관련되는 무차원 양이다. 균열을 포함하고 있는 평면응력상태의 시편을 고려하면 시편의 표면함수는 식(14)와 같다.<sup>(16)</sup>

$$f(x_1, x_2) = \epsilon_{33} \frac{t}{2} = (\epsilon_{33}^e + \epsilon_{33}^p) \frac{t}{2} \tag{14}$$

여기서,  $t$ 는 시편의 두께이며, 초기곡선이 HRR특이장에 영향을 받는 균열선단 소성역내에 위치하면 이 영역에서 전 변형률은 탄성변형률을 무시하고 소성변형률( $\epsilon_{33}^p$ )만 고려된다. 여기에서 레이저광이 반사되는 표면방정식은 식(13)을 이용하여 식(15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x_1, x_2) = \frac{\alpha \sigma_y t}{2E} \left[ \frac{J E}{\alpha \sigma_y^2 I n r} \right]^{n/(n+1)}$$

$$[E_{rr}(\theta, n) + E_{\theta\theta}(\theta, n)] \quad (15)$$

여기서,  $E_{rr}$ 와  $E_{\theta\theta}$ 는 가공경화지수와 균열선단에서의 각도에 관계되는 함수이다. 식(15)를 식(1)에 대입하면 스크린에 결상되는 사상방정식은 식(16)과 같다.

$$X_i = x_i + \frac{\alpha\sigma_y Z_{ot}}{E} \left[ \frac{J E}{\alpha\sigma_y^2 I_n} \right]^{n/(n+1)} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\phi(\theta, n)}{r^{n/(n+1)}} \right] \quad (16)$$

여기서,  $\phi(\theta, n) = E_{rr}(\theta, n) + E_{\theta\theta}(\theta, n)$ 이다. 위의 식을 극좌표 형식으로 표현하면 식(17)과 같다.

$$\begin{aligned} X_1 &= r \cos \theta + A r^{-(2n+1)/(n+1)} \\ &\quad \left[ \frac{n}{n+1} \phi \cos \theta + \phi' \sin \theta \right] \\ X_2 &= r \sin \theta + A r^{-(2n+1)/(n+1)} \\ &\quad \left[ \frac{n}{n+1} \phi \sin \theta - \phi' \cos \theta \right] \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,  $A = \frac{\alpha\sigma_y Z_{ot}}{E} \left[ \frac{J E}{\alpha\sigma_y^2 I_n} \right]^{n/(n+1)}$ ,  $(\quad)' = \partial/\partial \theta$ 이다.

탄소성 재료에 대한 코스트릭스 방정식을 구하기 위해서는 식(17)의 Jacobian의 행렬식이 0이 되도록 해야 하고 그 결과는  $r^{(3n+2)/(n+1)}$ 에 대한 2차 방정식으로 나타내게 되며, 그 2차 방정식의 해는 식(18)과 같다.

$$r(\theta, n)^{(3n+2)/(n+1)} = AF(\theta, n) \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F(\theta, n) &= \frac{1}{2} \left[ \left[ \left( \frac{n}{n+1} \right)^2 \phi + \phi'' \right] \right. \\ &\quad + \left[ \left[ \left( \frac{n}{n+1} \right)^2 \phi + \phi'' \right]^2 \right. \\ &\quad + 4 \frac{2n+1}{n+1} \left[ \left( \frac{n}{n+1} \right)^2 \phi^2 \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{n}{n+1} \phi \phi'' + \frac{2n+1}{n+1} \phi'^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

식(18)을 식(17)에 대입하면 탄소성 재료에 대한 코스트릭스 방정식은 식(19)와 같다.

$$\begin{aligned} X_1 &= (AF)^{\frac{n+1}{3n+2}} \\ &\quad \left[ \cos \theta + F^{-1} \left( \frac{n}{n+1} \phi \cos \theta + \phi' \sin \theta \right) \right] \\ X_2 &= (AF)^{\frac{n+1}{3n+2}} \\ &\quad \left[ \sin \theta + F^{-1} \left( \frac{n}{n+1} \phi \sin \theta - \phi' \cos \theta \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, 균열방향에 수직인 코스트릭스의 최대직경  $D_t$ 는  $2X_{2max}$ 와 같으므로 식(19)로부터 J-적분값은 직경  $D_t$ 를 측정하여 식(20)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= S_n \frac{\alpha \sigma_y^2}{E} \left[ \frac{E}{\alpha \sigma_y Z_{ot}} \right]^{(n+1)/n} D_t^{(3n+2)/n} \quad (20) \\ S_n &= I_n / [F^{(n+1)/n} 2 \sin \theta + 2/F(n/n+1) \phi \sin \theta \\ &\quad - \theta' \cos \theta]^{(3n+2)/n} \end{aligned}$$

### 2.3.4 정상상태 크리프에 대한 코스트릭스의 적용

탄성 제2기 크리프 재료(elastic-secondary creep material)에 대한 균열선단장은 탄소성 재료의 균열선단장과 유사하므로 식(21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + B \sigma^m \quad (21)$$

여기서,  $\dot{\epsilon}$ 는 전 변형률,  $\dot{\sigma}/E$ 는 탄성성분,  $B\sigma^m$ 은 비선형 제2 크리프성분,  $E$ 는 탄성계수,  $m$ 은 크리프지수,  $B$ 는 시간의존계수이다. 크리프 균열선단 응력장은 J-적분과 유사한 매개변수인  $C^*$ 를 사용하여 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \left[ \frac{C^*}{B I_n r} \right]^{1/(m+1)} \Sigma_{ij}(m, \theta) \\ \dot{\epsilon}_{ij} &= \left[ \frac{C^*}{B I_n r} \right]^{m/(m+1)} E_{ij}(m, \theta) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,  $I_n$ 은 크리프지수  $m$ 과 관련된 요소이며  $\Sigma$ 와  $E$ 는 가공경화지수와 각도에 관련되는 함수이다. 균열이 있는 평면응력상태에 있는 시편을 고려하면 시편의 표면함수는 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x_1, x_2) = \dot{\epsilon}_{33} \frac{t}{2} = (\dot{\epsilon}_{33}^p + \dot{\epsilon}_{33}^e + \dot{\epsilon}_{33}^s) \frac{t}{2} \quad (23)$$

여기서,  $t$ 는 시편의 두께이며, 초기곡선이 크리프의 영향을 받는 균열선단 크리프영역에 위치하고 있다면 전 변형률은 크리프 변형률( $\dot{\epsilon}_{33}$ )만 고려해도 된다.

레이저광이 반사되는 표면은 식(24)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= \frac{t}{2} \left[ \frac{C^*}{B I_n r} \right]^{m/(m+1)} \\ &\quad [E_{rr}(\theta, m) + E_{\theta\theta}(\theta, m)] \end{aligned} \quad (24)$$

식(9)를 이용하면 스크린에 결상하는 코스트릭스 사상방정식은 식(25)와 같다.

$$X_i = x_i + Z_{ot} \left[ \frac{C^*}{Bl_n} \right]^{m/(m+1)} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\Psi(\theta, m)}{r^{m/(m+1)}} \right] \quad (25)$$

여기서,  $\Psi(\theta, m) = E_{rr}(\theta, m) + E_{\theta\theta}(\theta, m)$ 이다.

위 식을 극좌표 형식으로 표현하면 식(26)과 같다.

$$\begin{aligned} X_1 &= r \cos \theta + Ar^{-(2m+1)/(m+1)} \\ &\quad \left[ \frac{m}{m+1} \Psi \cos \theta + \Psi' \sin \theta \right] \\ X_2 &= r \sin \theta + Ar^{-(2m+1)/(m+1)} \\ &\quad \left[ \frac{m}{m+1} \Psi \sin \theta - \Psi' \cos \theta \right] \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,  $A = Z_{ot} \left[ \frac{C^*}{Bl_n} \right]^{m/(m+1)}$ ,  $(\quad)' = \partial/\partial\theta$ 이다.

식(26)의 Jacobian 행렬식이 0이면 그 결과는  $r^{(3m+2)/m+1}$ 에 대한 2차 방정식으로 나타나며 그 2차 방정식의 해는 식(27)과 같다.

$$r(\theta, m)^{(3m+2)/m+1} = AF(\theta, m) \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} F(\theta, m) &= \frac{1}{2} \left[ \left[ \left( \frac{m}{m+1} \right)^2 \Psi + \Psi'' \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[ \left( \frac{m}{m+1} \right)^2 \Psi + \Psi'' \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 \frac{2m+1}{m+1} \left[ \left( \frac{m}{m+1} \right)^2 \Psi^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{m}{m+1} \Psi \Psi'' + \frac{2m+1}{m+1} \Psi'^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

식(27)을 식(26)에 대입하면 코스틱스 방정식을 식(28)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} X_1 &= (AF)^{\frac{m+1}{3m+2}} \\ &\quad \left[ \cos \theta + F^{-1} \left( \frac{m}{m+1} \Psi \cos \theta + \Psi' \sin \theta \right) \right] \\ X_2 &= (AF)^{\frac{m+1}{3m+2}} \\ &\quad \left[ \sin \theta + F^{-1} \left( \frac{m}{m+1} \Psi \sin \theta - \Psi' \cos \theta \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

여기서,  $X_2 = \frac{D_t}{2}$ 이므로  $C^*$ 는 식(29)와 같이 비교적 간단하게 표시할 수 있다.

$$C^* = \frac{S_n B}{(Z_{ot})^{(3m+2)/m}} D_t^{(3m+2)/m} \quad (29)$$

여기서,  $D_t$ 는 균열길이에 수직인 코스틱스 최대직경이고,  $S_n$ 은 수치계수로써 크리프지수  $m$ 의 함수,  $B$ 는 시편의 시간의존계수,  $t$ 는 시편의 두께이다.

### 3. 실험

Al 5086 H24의 기계적 성질을 Table 1에 나타내었다.

니켈-포스포르스코팅(Nickel Phosphorus coating)된 Al 5086 H24판을 SEN시편과 CST시편으로 가공하여 기계실험용으로 인공노치를 낸 후 균열선단을 뾰족하게 가공하였다. (Fig. 3 참조) 전기가열로 내에서 일정하중을 유지하도록 자체 제작한 하중장치에 시편을 세팅하고 모드 I 형태의 정하중을 가한다.

Fig. 5에서와 같이 15 mW He-Ne 레이저 발생기에서 나온 광원은 스파셜필터(spatial filter)를 통과하면서 가우시안 형태의 균일한 빛이 되고, 평행광렌즈 1(collimating lens)을 통과하면서 평행광으로 된다. 이 평행광이 두께방향으로 변형이 발생한 시편의 균열선단에 비추어지면 빛이 굴절되어 반사되고 다시 렌즈 2를 통과, 확대되어 스크린에 코스틱스가 형성된다. 이때 초기곡선의 위치가 소성역, 크리프영역, 탄성영역 중 어느 영역에 있는지의 여부를 확인하여야 하기 때문에 스크린의 위치를 옮겨가며 반복하여 실험하였다. 이러한 조건으로 스크린에 형성된 균열길이에 수직인 방향의 코스틱스의 직경  $D_t$ 를 측정해 식(11), 식(20), 식(29)에 대입하면 각 실험조건에 대응하는 파괴역학 매개변수값을 구할 수 있다. 균열길이는 균열방향에 수직인 코스틱스의 최대직경이 균열의 연장선과 만나는

Table 1 Tensile properties of Al 5086 H24

| Yield strength (MPa) | Young's modulus (GPa) | Poisson's ratio | Work hardening exponent (n) (Ramberg-Osgood Type) |
|----------------------|-----------------------|-----------------|---|
| 210.5                | 69.75                 | 0.31            | 7.72  |

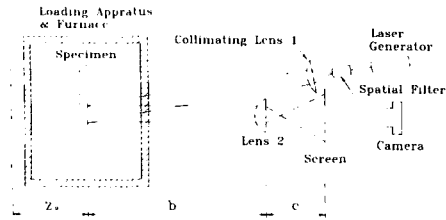


Fig. 5 Schematic diagram of caustics experimental apparatus

점을 균열선단으로 보고 구할 수 있으며, 이값으로 이론적 파괴역학 매개변수값을 결정하였다.

#### 4. 실험결과 및 검토

위 실험에 의하여 얻어진 균열길이에 수직인 방향의 코스틱스 직경  $D_c$ 와 물성치를 식(11)에 대입하면 코스틱스방법에 의한 응력확대계수  $K_{caus}$ 를

얻을 수 있다. 시편형상이 실험결과에 미치는 영향을 알아보기 위하여 SEN시편과 CST시편을 사용하여 실험결과를 비교, 분석하였다. SEN시편에 대해서는 Tada에 의해서 제안된 식(5)에 대입하여 이론 응력확대계수  $K_{th}$ 를 구하고, <sup>(13)</sup> CST시편에 대해서는 식(7)에 대입하여  $K_{th}$ 값을 결정하였다. 균열길이에 수직인 방향의 코스틱스 직경  $D_c$ 를 측정하여 식(20)에 대입하여 코스틱스 방법에 의한 J-적분값을 구해서, Kumar의 제안식 [식(6)]에 의한 이론값과 비교해 J-적분값을 고온 크리프 문제에 사용할 수 있는지를 살펴보았다.

Fig. 6과 Fig. 7은 각각 SEN시편과 CST시편에 대해서 175°C에서 몇 가지 초기 균열길이에 대한 시간의 경과에 따른 균열길이의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 6에서 SEN시편의 경우 균열길이가 작은 시편보다 균열길이가 큰 시편이 균열성장속도(그래프 상의 기울기)가 크다는 것을 규명하였다. SEN시편에 대해서 코스틱스방법을 이용하여 측정

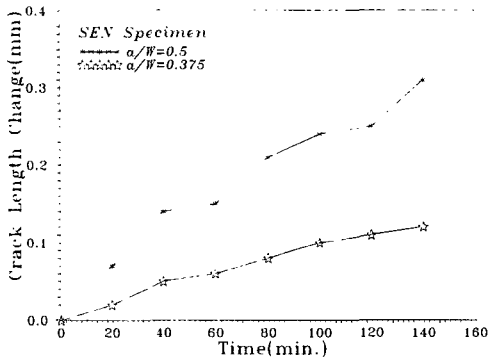


Fig. 6 Crack length change vs. loading time of Al SEN specimen at 175°C (a/W=0.375, 0.5)

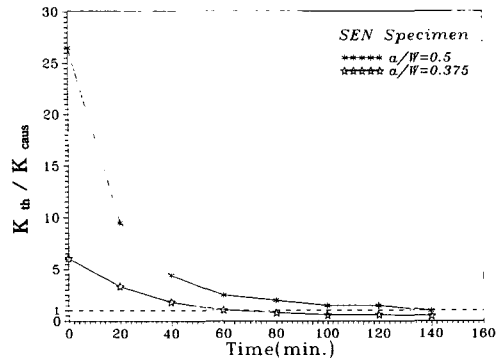


Fig. 8  $K_{th}/K_{caus}$  vs. loading time of Al SEN specimen at 175°C (a/W=0.5, 0.375)

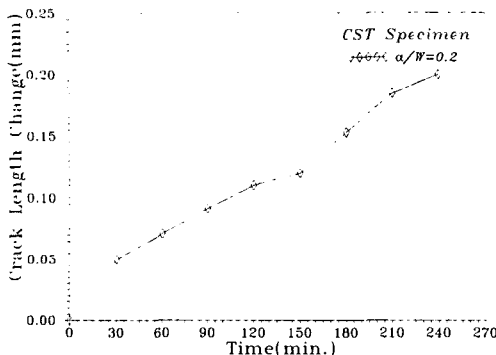


Fig. 7 Crack length change vs. loading time of Al CST specimen at 175°C (a/W=0.2)

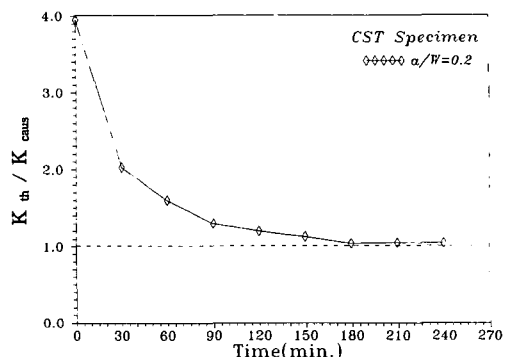


Fig. 9  $K_{th}/K_{caus}$  vs. loading time of Al CST specimen at 175°C (a/W=0.2)

한 응력확대계수가 이론 응력확대계수와 일치하는지의 여부를 분석하기 위해  $K_{th}/K_{caus}$ 와 시간과의 관계를 Fig. 8과 같이 나타내었다.  $a/W$ 가 0.5, 0.375인 경우 하중시간 초기에는 이론치와 실험치가 일치하는  $K_{th}/K_{caus}=1$ 선에서 많이 벗어났으나

시간이 경과함에 따라 (약 80분 후)  $K_{th}/K_{caus}$ 값이 1에 접근함이 확인되었다. CST시편에 대해서는 그 결과를 Fig. 9에 나타내었는데 이 경우도 SEN시편의 결과와 유사한 경향을 나타내었다. 따라서 본 연구에서의 실험결과는 시편의 형상에 무관하게 같은 경향을 보임을 알 수 있었다.

초기 균열길이가 다른 SEN시편에 대해 시간의 경과에 따른  $J_{th}/J_{caus}$ 의 관계를 Fig. 10에 도시하였는데 이 결과를 탄성 매개변수로 정리한 Fig. 8과 비교하면 하중초기에는 J-적분을 사용하는 것이 타당하다는 사실을 알 수 있었고 시간이 경과함에 따라 응력확대계수를 파괴매개변수로 사용하는 것이 타당하다는 사실을 알 수 있었다. 이러한 실험결과는 코스틱스의 초기곡선이 처음에는 소성역 안에 있다가 시간이 지남에 따라 성장하여 탄성영역안으로 확장된 것으로 생각된다.

소규모 항복 영역에서는 고온 응력장을 응력확대계수로 특성화시킬 수 있음을 판정하기 위하여, 초기 균열길이가 다른 SEN시편에 대해 Fig. 11에서와 같이 크리프 균열성장속도( $da/dt$ )와  $K_{th}$ 의 관계를 나타내었다. 균열길이가 다른 두 가지 시편에 대해서 각각을 직선근사화 시켜보면  $a/W=0.5$ 인 경우가  $a/W=0.375$ 인 경우보다 더 큰 기울기를 보이며, 직선관계를 보이므로 두 변수 사이의 관계를 맺을 수 있는 가능성을 발견하였다. CST시편에 대한 크리프 균열성장속도( $da/dt$ )와  $K_{th}$ 의 관계를 Fig. 12에 나타내었으며 균열성장속도와 응력확대계수 사이의 관련 가능성을 발견하였다.

위의 한정된 실험결과들로부터 초기 소규모 항복영역에서의 고온 응력장을 특징짓는 매개변수는 응력확대계수임을 확인할 수 있었고, 매우 짧은 시간에 초기곡선이 소성역에서 탄성영역으로 이동함을 알 수 있었다.

Figs. 13~15에는 시간의 경과에 따른 코스틱스의 형상과 크기의 변화를 찍은 사진을 나타내었다. 상온에서 코스틱스는 하중이 고정된 상태에서 코스틱스 실험장치의 스크린을 이동하여  $Z_0$ 를 변화시켜야만 크기가 변하지만, 사진에서 확인할 수 있는 것처럼 고온에서는  $Z_0$ 가 일정해도 코스틱스의 형상과 직경은 시간이 경과함에 따라 변화한다는 사실을 관찰할 수 있었다.

이와 같은 실험결과들을 바탕으로 재료가 고온에서 산화되지 않게 불활성 가스분위기를 조성하여 여러가지 실험을 수행하면 코스틱스방법을 사용해

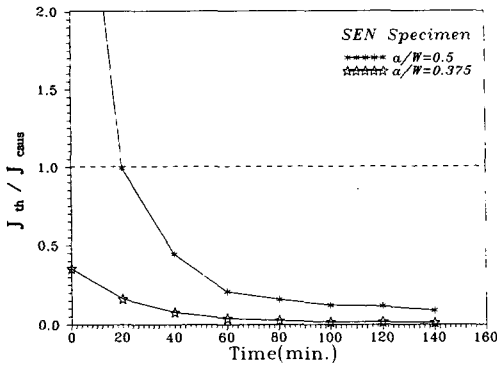


Fig. 10  $J_{th}/J_{caus}$  vs. loading time of Al SEN specimen at 175°C ( $a/W=0.5, 0.375$ )

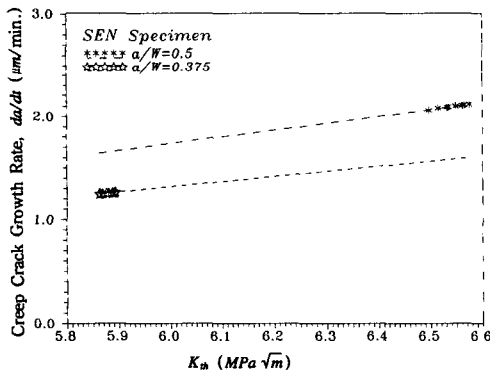


Fig. 11 Creep crack growth rate vs.  $K_{th}$  of Al SEN specimen at 175°C ( $a/W=0.5, 0.375$ )

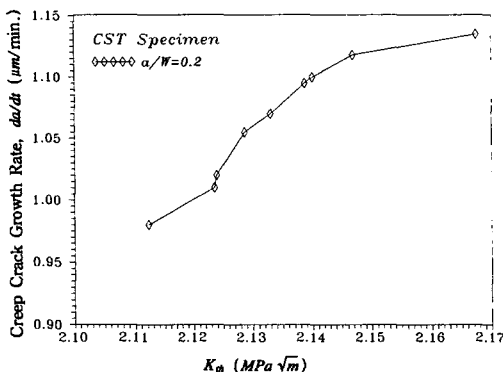


Fig. 12 Creep crack growth rate vs.  $K_{th}$  of Al CST specimen at 175°C ( $a/W=0.2$ )



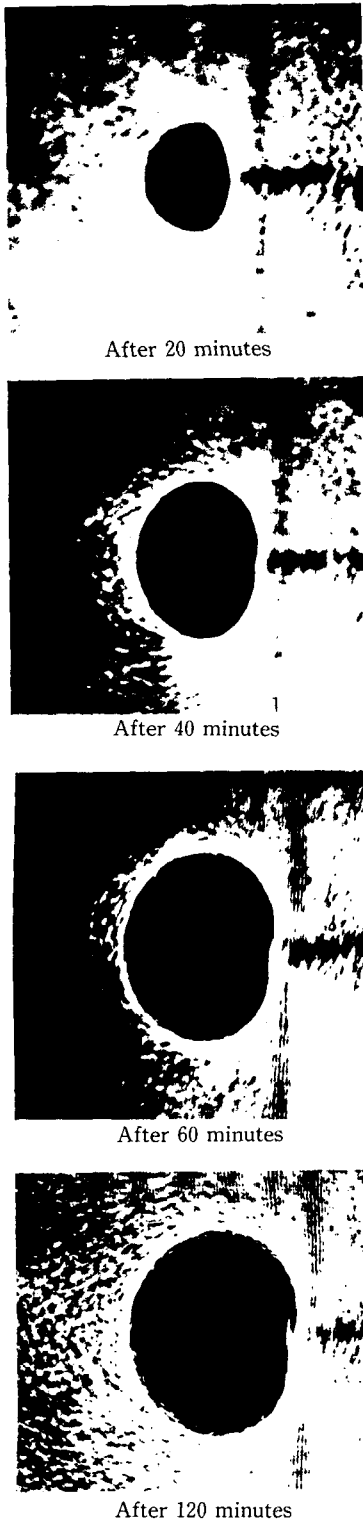


Fig. 13 Variation of caustics shape of Al SEN specimen at 175°C ( $a/W=0.375$ )

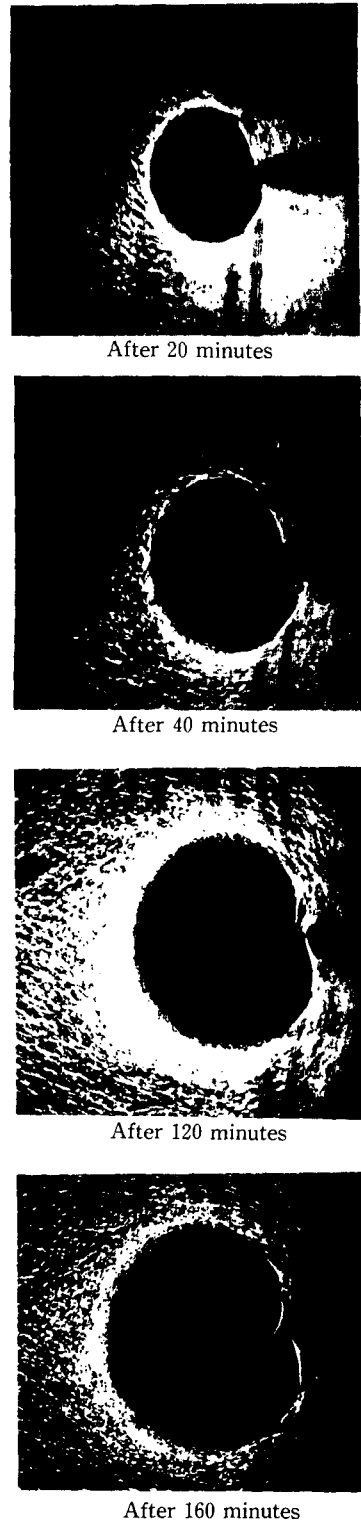
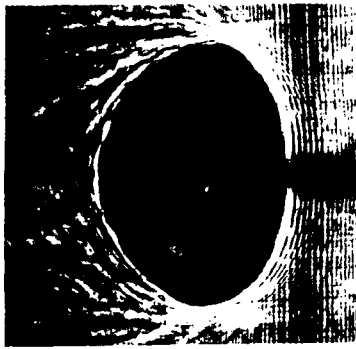
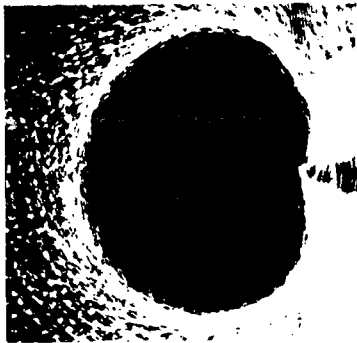


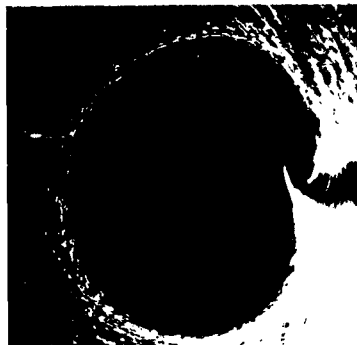
Fig. 14 Variation of caustics shape of Al SEN specimen at 175°C ( $a/W=0.5$ )



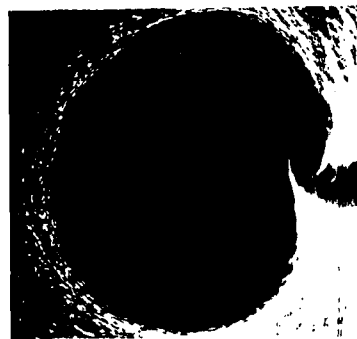
After 30 minutes



After 120 minutes



After 270 minutes



After 390 minutes

Fig. 15 Variation of caustics shape of Al CST specimen at 175°C (a/W=0.2)

서 제2기 크리프에서의 매개변수인  $C^*$ 를 측정하여 대규모 크리프조건 (extensive creep condition)에서 파괴역학 매개변수를 결정하는 실험방법으로 활용할 수 있으리라 생각된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 상온에서 주로 사용되어 온 코스틱스방법을 고온상태에 응용하여 고온(175°C)에서 알루미늄 재료의 균열선단에서의 고온 크리프거동과 이에 대응하는 고온 파괴 매개변수의 측정법에 대하여 연구하였다. 본 연구에서 수행한 한정된 실험결과를 분석하여 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 초기 소규모 항복영역에서 고온 응력장의 주 지배 매개변수는 응력확대계수임을 확인하였다.

(2) 이론 응력확대계수에 대한 코스틱스실험 응력확대계수 비( $K_{th}/K_{caus}$ )는 어느 시간이 지나면 (본 연구의 경우 약 80분) 실험값이 이론값에 접근함을 실험적으로 규명하여, 실험적으로 얻은 응력확대계수( $K_{caus}$ ) 값을 고온 크리프 균열 매개변수로 적용할 수 있는 실험적 근거를 마련하였다.

(3) 하중을 가한 후 짧은 시간 동안에는 이론적 J-적분값에 대한 코스틱스 실험 J-적분값의 비( $J_{th}/J_{caus}$ )가 1에 가까운 값으로 나타나는 경향을 보이다가 그 이후에는 응력확대계수의 이론값과 실험값이 일치하는 경향을 확인하였다. 이것은 상온에서와는 달리 시간이 지남에 따라 코스틱스의 초기곡선이 성장하여 소성역에서 탄성영역으로 이동한 것으로 보인다.

## 후 기

이 논문은 1992년도 교육부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의해서 연구되었음.

## 참고문헌

- (1) Lee, O. S., Hong, S. K. and Han, M. K., 1989, "Effect of Non-Singular Stress Terms and Birefringent Coefficient on Caustics under Various Fracture Mode Loadings," *KSME Journal*, Vol. 3, No. 2, pp. 159~163.
- (2) Lee, O. S., Hong, S. K. and Kim, Y. S., 1993,

- "Determination of K and J-Integral using the Method of Caustics in C-Shaped Al Specimens," *APCS-91*, China, Vol. II, pp. 1512~1518.
- (3) Kobayashi, A. S., 1987, "Handbook on Experimental Mechanics," *SEM*, pp. 430~500.
- (4) Lee, O. S. and Park, K. Y., 1990, "A Fundamental Study of J-Integral Using the Method of Caustics for Polycarbonate," *KSAE*, Vol. 12, No. 1, pp. 26~32.
- (5) Lee, O. S., Hong, S. K. and Kim, Y. S., 1993, "Revisit to the Determination of Stress-Intensity Factors and J-Integrals Using the Caustics Method," *Experimental Mechanics*, Vol. 3, No. 2, pp. 133~138.
- (6) Lee, O. S. and Hong, S. K., 1993, "Determination of Stress-Intensity Factors and J-Integrals Using the Method of Caustics," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 44, No. 6, pp. 981~989.
- (7) Bensussan, P. L., Piques, R. and Pineau, A., 1989, "A Critical Assessment of Global Mechanical Approach to Creep Crack Initiation and Creep Crack Growth in 316L Steel," *Nonlinear Fracture Mechanics, Time-Dependent-Fracture*, *ASTM STP* 995, pp. 27~54.
- (8) Bensussan, P. L., Jablonski, D. A. and Pelloux, R. M., 1984, "A Study of Creep Crack Growth in 2219-T851 Aluminum Alloy Using a Computerized Testing System," *Metallurgical Transactions A*, Vol. 15A, pp. 107~120.
- (9) Landes, J. D. and Begley, J. A., 1976, "A Fracture Mechanics Approach to Creep Crack Growth," *Mechanics of Crack Growth, ASTM STP* 590, pp. 128~148.
- (10) Nikbin, K. M., Webster, G. A. and Turner C. E., 1976, "Relevance of Nonlinear Fracture Mechanics to Creep Cracking Cracks and Fracture," *ASTM STP* 601, pp. 47~62.
- (11) Saxena, A., 1980, "Evaluation of  $C^*$  for the Characterization of Creep Crack Growth Behavior in 304 Stainless Steel," *Fracture Mechanics, ASTM STP* 700, pp. 131~151.
- (12) Saxena, A., Shih, T. T. and Ernst, H. A., 1984, "Wide Range Creep Crack Growth Rate Behavior of A470 Class 8 Steel," *ASTM STP* 833, pp. 516~531.
- (13) Tada, H., Paris, P. and Irwin G. R., 1973, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del Research Co., Heller Town, PA.
- (14) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., 1981, "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis," *EPRI NP*.
- (15) Hutchinson, J. W., 1968, "Singular Behavior at the End of Tensile Crack," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, pp. 13~31.
- (16) Rosakis, A. J., Ma, C. C. and Freund, L. B., 1983, "Analysis of the Optical Shadow Spot Method for the Tensile Crack in a Power-Law Hardening Material," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 50, pp. 777~782.