

〈論 文〉

# 시간지연제어의 와인드업 방지를 위한 기법의 개발

장평훈\* · 박석호\*\* · 이성욱\*\*

(1994년 4월 18일 접수)

## Development of Anti-Windup Method for Time Delay Control

Pyung H. Chang, Suk H. Park and Sung U. Lee

**Key Words :** Time Delay Control(TDC : 시간지연제어), Windup(와인드업), Saturation(포화), Actuator Limit(구동기의 한계), Describing Function(묘사함수)

### Abstract

Recently the Time Delay Control(TDC) method has been proposed as a promising technique in the robust control area, where the plant has unknown dynamics with parameter variations and substantial disturbances are present. When TDC is applied to the plant with saturation nonlinearity, however, the so called windup phenomena are observed to arise, causing excessive overshoot and instability. In order to solve this problem, we have proposed an anti-windup method for TDC. The stability of the overall system has been analyzed for a class of LTI MIMO system. The effectiveness for the proposed method has been shown with simulation and experiment results.

### 1. 서 론

최근에 제안된 시간지연제어(time delay control) 기법은 플랜트의 예측 못한 외란과 잘 모르는 비선형 동역학의 양을 시간지연으로 추정하여 보상하는 제어기법이다.<sup>(1)</sup> 이 제어기법은 지금까지 개발된 고등 제어 알고리즘에 비하여 단순한 구조를 지니면서도, 외란과 매개변수의 변동에 대하여 탁월한 강인성과 정확성을 보인다. 이 제어기법은 DC 서보모터의 위치제어,<sup>(1)</sup> 로봇트의 위치/힘제어,<sup>(2)</sup> 유압구동기의 위치제어,<sup>(3)</sup> 마그네틱 베어링의 제어<sup>(4)</sup> 등에 적용되어 매우 우수한 제어성능을 보였다.

그런데, TDC를 포화요소가 있는 플랜트에 적용할 때, 제어입력이 증가함에 따라 큰 오버슈트와

리밋사이클이 발생되고, 극단적인 경우에는 불안정해지는 현상을 발견하게 되었다. 즉, 기준입력(reference input)이 증가하거나, 이득(gain)이 증가하는 경우에 포화요소로 인해 이러한 바람직하지 못한 현상이 나타나게 된다. 그 원인을 분석한 결과, 2절에서 상술한 바와 같이, 이 현상은 제어기의 적분요소와 구동기의 포화요소가 결합되었을 때 제어입력이 증가함에 따라 나타날수 있는 와인드업 현상이라는 것을 알 수 있었다. 상술하면, 포화요소에 의해 구동기의 출력에 오차가 발생되고, 그 오차가 제어기의 적분기에 의해 누적되어 응답에 나쁜 영향을 주는 것이다. TDC의 경우, 표본시간(sampling time)이 작아지면 시간지연 항에 의하여 적분효과가 나타나게 되고, 동시에 구동기의 포화요소와 결부해서 이러한 현상이 나타나게 된다.

기존의 와인드업 방지 기법은 제어기가 PID나 PI인 경우에 대해서 다양하게 연구되었고,<sup>(5)</sup> 이 방법들은 실제 제어장비에 적용되고 있다. Buckely<sup>(6)</sup>와 Shinsky<sup>(7)</sup>는 External reset feedback method를

\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

\*\*한국과학기술원 정밀공학과

제안하였고, Fertik와 Ross<sup>(8)</sup>은 Back calculation method를 제안하였다. Phelan<sup>(9)</sup>은 Intelligent PDF control을 통해 와인드업 방지기법을 제시하였다. Krikelis<sup>(10)</sup>는 Intelligent integrator를, Yang<sup>(11)</sup>은 Intelligent limiter를 설계하여 문제를 해결하였다. Hanus<sup>(12)</sup>는 Conditioning method를 제안하였고, Astrom과 Wittenmark<sup>(13)</sup>는 observer based controller를 통해 와인드업 방지기법을 제시하였다. 한편, Campo와 Morari<sup>(14)</sup>는 일반적인 제어기에 대한 와인드업 방지기법을 언급하였다.

전체시스템의 안정성해석을 위한 해석방법에 대해 살펴보면 다음과 같다. 포화요소가 있는 시스템에 대한 기존의 안정성해석은 SISO시스템을 PI로 제어할 경우, Glattfelder와 Schaufelberger<sup>(15)</sup>는 Circle criterion으로 해석하였고, Krikelis<sup>(10)</sup>는 Popov's criterion으로 해석하였다. 다른 방법으로 Chen과 Wang<sup>(16)</sup>은 time domain에서 해석하였고, Yang<sup>(17)</sup>은 Liapunov's second method를 이용하여 해석하였다. 이 방법들은 포화요소가 있는 선형시스템에 대하여 안정성해석을 한 것이다. 또한, Yang<sup>(11)</sup>은 묘사함수(describing function)를 도입하여 나이퀴스트 판별법으로 안정성해석을 하였다. 한편, TDC에 대한 안정성해석에 있어서는 다음과 같은 연구가 있었다. Youcef-Toumi와 Reddy<sup>(18)</sup>는 선형 SISO계에서의 TDC의 안정성을 위한 필요충분조건을 구했고, 오차의 수렴성에 대해서 해석하였다. Youcef-Toumi와 Bobbett<sup>(4)</sup>은 불확실한 선형 SISO계에 대한 TDC의 안정성의 충분조건을 나이퀴스트 판별법과 카리토노프(karitonov)법칙을 이용하여 구했다.

강인제어 알고리즘인 TDC에서 와인드업문제가 해결된다면, TDC가 더욱 효과적인 제어법칙이 될 것은 재론을 필요치 않는다. 그러나, 이제까지의 TDC연구에 있어서 와인드업현상에 대한 보고와 그 해결방법에 대한 연구는 발견되지 않고 있다. 따라서 이 논문에서는 TDC 알고리즘의 강인성을 유지하면서 와인드업현상이 나타나는 단점을 보완할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 또한 그것의 안정성해석으로 전체 시스템의 안정성을 판별하고자 한다.

이 논문은 다음과 같이 구성된다. 2절에서는 TDC에 적분작용이 있음과 이로 인하여 포화요소가 있는 TDC계에서 와인드업현상이 일어날 수 있음을 보인다. 3절에서는 기존의 와인드업 방지기법

들에 대해 알아보고, 이것들을 TDC에 적용할 때 발생하는 문제점과 성능에 대하여 고찰한다. 그리고 TDC에 알맞은 새로운 와인드업 방지기법을 제시하고, 기존의 방법과 비교한다. 4절에서는 안정성 판별방법에 대해 언급하고, TDC와 보상기를 사용한 경우의 안정성판별의 적용에 대해 알아본다. 5절에서는 모의실험으로 실제 플랜트에 대한 안정성해석과, 모의실험 결과를 통해 TDC의 와인드업현상과 그 보상기의 역할에 대해 이해한다. 6절에서는 DC모터실험을 통해서 보상기의 역할과 그 성능에 대해 비교하고, 앞의 결과를 확인한다.

## 2. 시간지연제어법칙

TDC 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.<sup>(1,19)</sup> 모든 상태변수와 상태변수의 미분치를 측정가능하다고 가정하고 아래와 같은 선형 시불변 동역학 식을 갖는 계를 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Px(t) + Bu(t) + D(t) \quad (1)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_q \\ \cdots \\ x_r \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} & \vdots & I_{n-r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & & A_r \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times n} \\ \cdots \\ P_r \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} \\ \cdots \\ B_r \end{bmatrix}$$

$$D(t) = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times 1} \\ \cdots \\ D_r(t) \end{bmatrix}$$

여기서,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태벡터이고,  $x(t)$ 는  $x_q \in \mathbb{R}^{n-r}$ 의 상태부분벡터와  $x_r \in \mathbb{R}^r$ 의 다른 상태부분벡터로 나뉘어질 수 있다.  $u(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 제어입력벡터,  $A_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 는 알고 있는 상수행렬,  $P_r \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 는 모르는 상수행렬,  $D_r(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 예측 못한 외란벡터,  $B_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 는 제어영향행렬,  $t$ 는 시간을 나타낸다. 이때  $B$ 는 정확한 값은 모르지만, 그 범위를 알고 있다고 가정하고 그 범위를 상수행렬  $\bar{B}$ 으로 나타낸다.

TDC 제어기를 구성하는 목적은, 식(1)과 같이 플랜트가 잘 모르는 동역학과 예측하지 못한 외란의 영향하에서도, 계가 기준모델(reference model)을 정확하게 따라가도록 하는 것이다. 설계하는데 있어서, 원하는 기준모델을 다음과 같은 점근적으로 안정한 선형 시불변 계의 궤적으로 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m r(t) \\ A_m &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} & \vdots & I_{n-r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & & A_{mr} \end{bmatrix} \\ B_m &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} \\ \cdots \\ B_{mr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $x_m \in \mathbb{R}^n$ 는 기준모델의 상태벡터,  $A_{mr} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 는 상수 계행렬,  $B_{mr} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 는 상수 명령분포 행렬, 그리고  $r \in \mathbb{R}^r$ 는 기준 입력벡터이다.

기준모델의 상태벡터와 플랜트의 상태벡터의 차를  $e(t) = x_m(t) - x(t)$ 로 정의하면, 식(1)과 식(2)로부터 오차 동역학은 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_m e(t) + (A_m - A - P)x(t) - D(t) \\ &\quad - (B - \hat{B})u(t) + B_m r - \hat{B}u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

제어의 목적은 다음과 같은 오차 동역학을 따라 오차가 감쇠되도록 하는 것이다.

$$\dot{e}(t) = (A_m + K)e(t) \quad (4)$$

여기서,  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 제어 제한행렬이다. 만약  $K = 0_{n \times n}$ 이라면, 이것은 하나의 특수한 경우로서, 기준모델과 플랜트의 오차 동역학계 행렬은  $A_m$ 이 된다. 식(3)에서 잘 모르는 항들의 합을  $H(t)$ 라 할 때,

$$H(t) = Px(t) + D(t) + (B - \hat{B})u(t) \quad (5)$$

식(1), 식(2), 식(4), 식(5)로부터, 제어입력  $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{B}^+ [(A_m - A)x(t) - H(t) + B_m r(t) \\ &\quad - Ke(t)] \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서,  $\hat{B}^+$ 는  $\hat{B}$ 의 의사 역행렬(pseudo inverse matrix)로  $(\hat{B}^T \hat{B})^{-1} \hat{B}^T$ 이다. 식(6)에서 잘 모르는 항들의 합  $H(t)$ 는 다음과 같은 시간지연 추정에 의하여 추정한다.  $H(t)$ 가 대부분의 시간구간에서 연속함수라는데 착안하여, 시간지연  $L$ 이 충분히 작다면,  $H(t)$ 와  $H(t-L)$ 은 거의 같은 양을 가진다. 이 사실을 식(1)과 함께 연결하면,

$$\begin{aligned} H(t) &\approx H(t-L) \\ &= \dot{x}(t-L) - Ax(t-L) - \hat{B}u(t-L) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\hat{B}$ 의 선정방법은 Youcef-Toumi와 Reddy의 논문<sup>(18)</sup>과 Hsia와 Gao의 논문<sup>(19)</sup>에 잘 나타나 있는데, 그 결과는 선정된  $\hat{B}$ 이  $\|\hat{B}\hat{B}^+ - I\| \leq \alpha < 1$ 의

조건을 만족한다면 TDC계는 안정하다는 것이다. 이때  $\alpha$ 는 양수이다. 식(7)을 식(6)에 대입하면, 다음과 같은 시간지연을 이용한 최종적인 제어법칙을 얻는다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u(t-L) + \hat{B}^+ [-\dot{x}(t-L) + Ax(t-L) \\ &\quad + (A_m - A)x(t) + B_m r(t) - Ke(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

이산제어로 구현을 하게 되면 시간지연  $L$ 은 표본 시간(sampling time)에 해당하는데, TDC 알고리즘은 매우 단순하기 때문에  $L$ 을 충분히 작게 할 수 있다. 이론적으로  $L$ 이 작을수록 더 좋은 제어 성능을 나타내게 된다. 그러나, 실제 구현시에는 제한되는 신호의 잡음을 고려하면서  $L$ 을 선정해야 한다.

이때,  $A$ 에서  $A_r = 0$ 이고  $K = 0$ 이면,  $\hat{B}^+$ 의 특성상  $\hat{B}^+ A = 0$ 이다. 그러므로 식(8)은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u(t-L) + \hat{B}^+ [-\dot{x}(t-L) \\ &\quad + A_m x(t) + B_m r(t)] \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)를 라플라스 변환하면

$$u(s) = \frac{\hat{B}^+}{1 - e^{-Ls}} [-se^{-Ls}x(s) + A_m x(s) + B_m r(s)] \quad (10)$$

여기에서 시간지연  $L$ 이 충분히 작다면,  $1 - e^{-Ls} \approx Ls$ 이므로 식(10)은 다음과 같이 선형화되어 나타난다.

$$u(s) = \frac{\hat{B}^+}{Ls} [-se^{-Ls}x(s) + A_m x(s) + B_m r(s)] \quad (11)$$

위의 선형화된 식(11)을 보면 시간지연 제어법칙은 적분역할을 하는 부분이 존재한다는 것을 알 수 있다. 그러므로 구동기에 포화요소가 있을 경우, 시간지연 제어법칙의 적분역할로 인하여 제어입력이 커짐에 따라 와인드업현상이 발생한다.

### 3. 와인드업 보상기

#### 3.1 기존의 보상기

지금까지 일반적인 PID나 PI제어기에 대한 와인드업 방지기법들이 많이 연구되었고, 그중 일부는 현장에서 실용되고 있다. 기존의 PID나 PI제어기의 경우, 일반적인 와인드업 방지기법으로 Incremental algorithm 방법<sup>(20)</sup>이 있다. 이것은 구동기가

포화상태로 되었을 경우, 즉, 제어입력이 포화요소의 한계값인 경우에, 적분작용을 중단시킴으로써 와인드업현상을 방지하는 기법이다. 그리고, 다른 방법인 Fertik과 Ross의 Back-calculation방법<sup>(20)</sup>은 구동기의 출력과 제어입력의 차이를 적분하고, 이것을 제어기의 적분항에 더해주는 여분의 제환루프를 설정하여 와인드업을 방지하는 방법이다. 또 다른 방법인 Conditional integration방법<sup>(20)</sup>은 단지 어떤 조건(condition)이 성립될 경우에만 적분 작용을 하도록 하여 와인드업현상을 방지하는 기법이다. 이 방법에서 많이 사용하는 조건은 제어오차가 작을 경우와 구동기가 포화되지 않은 경우이다.

이와 유사한 방법이지만 보다 발전된 와인드업 방지기법으로는 Phelan의 intelligent limiter<sup>(9)</sup>와 Morari의 conventional anti-windup(CAW)<sup>(14)</sup>이 있다. Intelligent limiter는 PDF(pseudo derivative feedback) 제어기의 출력이 포화상태의 한계값을 초과할 경우에, 적분항에서 나온 값을 조절하여 제어기의 출력은 포화상태의 한계값이 되도록 설정해주는 방법이다. 즉, 제어입력이 포화요소의 한계값을 넘지 않도록 하여 와인드업을 보상한다. CAW는 일반적인 제어기에 대한 와인드업 방지기법인데, 이것이 적용될수 있는 계는 포화요소를 갖는 선형계가 된다. 만일 이 선형계가 포화요소가 없는 상태에서 외란을 보상하며 제어가 이루어질 수 있는 제어라면, CAW로 와인드업을 방지할 수 있다. 이 방법은 제어입력이 구동기의 출력을 추정하도록 제어입력을 줄이는 방법이다. CAW의 특징은 제어기를 바꾸지 않고 구현이 가능하다는 것이다. 반면에 제어기에 필요한 이득외에 보상기의 이득을 설정해야 하는 문제가 있다.

### 3.2 TDC의 와인드업 방지기법

TDC는 식(8)에서 보듯이, 예측하지 못한 동역학이나 외란을 보상하기 위해서 플랜트에 입력되는 제어입력과 상태변수 미분치값들의 시간지연항을 필요로 한다. 실제 구동기의 포화요소가 있는 플랜트에, 포화요소를 고려하지 않고 TDC를 설계한 경우의 블록선도는 Fig. 1과 같다. 이와 같이 TDC를 설계하면, 제어입력의 시간지연항값  $u(t-L)$ 이 구동기의 입력값이 되기때문에, 제어입력  $u$ 와 포화요소를 거친 입력  $u^*$ 의 사이에 차이가 발생하게 된다. 이로 인한 오차가 시간지연 항에 의하여 누적되어 와인드업현상이 발생된다.

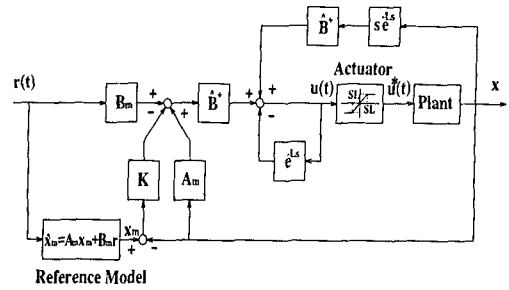


Fig. 1 TDC block diagram with saturation element in actuator

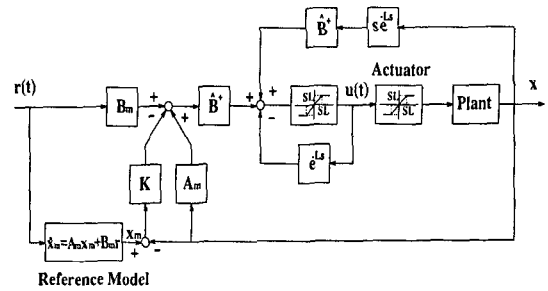


Fig. 2 TDC block diagram with proposed method as a windup compensator

따라서,  $u^*$ 를 추정하여 실제 플랜트에 들어가는 제어입력을 시간지연입력으로 사용하면 이 문제는 해결될 수 있지만, 실제 플랜트에서  $u^*$ 를 추정하기 힘들다. 따라서 본 논문에서는 또 다른 해결방법으로 Fig. 2와 같은 새로운 방법을 제시하고자 한다. 상술하면, 이 방법은 제어기안에 구동기의 포화상태와 같은 포화요소를 둬으로써 실제 플랜트에 들어간 제어입력  $u^*$ 를 정확하게 추정하여 와인드업을 방지하는 것이다.

한편, 본 논문에서는 기존의 와인드업 방지기법을 TDC에 적용하여 제안된 방법과 비교한다. 그런데, 기존의 와인드업 보상방법의 대부분은 적분역할부분이 명확하지 않은 TDC에 적용하는데 문제가 있다. 반면에 CAW는 제어기를 바꾸지 않고 설계가 가능한 방법으로, TDC에 적용가능하다. CAW를 TDC에 적용한 경우의 블록선도는 Fig. 3과 같다.

본 논문의 방법과 CAW를 비교하면 다음과 같은 사실들을 관찰하게 된다. 먼저, 이 두 방법은 MIMO시스템에 적용이 가능하다. 한편, 제어기의 구조에 있어서는 본 논문의 방법이 더 간단하고 따라서 구성하기도 쉽다는 것을 알수 있다. 즉,

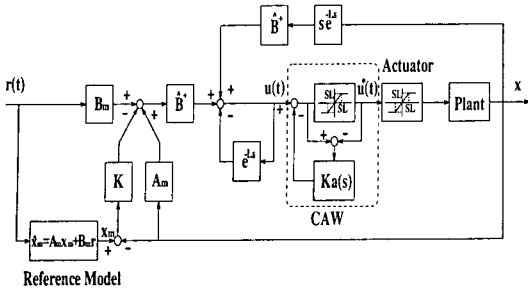


Fig. 3 TDC block diagram CAW as a windup compensator

CAW는 여분의 이득의 설정이 요구되지만 본 논문의 방법은 추가적인 이득이 필요없다. 반면에, CAW는 일반적인 제어기에 대해 적용이 가능하다.

### 4. 안정성 판별

#### 4.1 안정성 판별방법

포화요소가 있는 선형 시스템의 안정성해석을 위해 제어시스템을 Fig. 4(a)와 같이 재구성한다. 재구성된 제어시스템은 원래의 시스템과 같은 안정성 특성을 가지면서, 케환루프에 포화요소가 있고, 정상항경로에 나머지 선형요소들이 존재하는 시스템이 된다. 이때, 안정성 판별을 하려면 개루프함수  $T(s)$ 에 불안정한 극점이 존재하지 않는다는 조건이 필요하다.

이 시스템의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\text{Det}[I + N(u) T(s)] = 0 \tag{12}$$

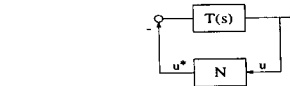
식(12)를 포화요소와 선형부분이 분리되도록 변형하면 다음과 같다.

$$\text{Det}[N(u)^{-1} + T(s)] = 0 \tag{13}$$

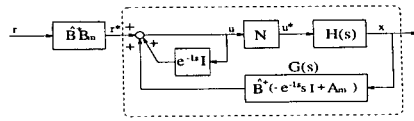
여기서, 포화함수를 묘사함수 (describing function)로 나타내는데 포화요소  $N(u)$ 의 묘사함수는 다음과 같다.

$$N(u) = \begin{cases} 1 & \text{for } u < SL \\ \frac{2}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{SL}{u}\right) + \frac{2}{\pi} \frac{SL}{u} \sqrt{1 - \left(\frac{SL}{u}\right)^2} & \text{for } u \geq SL \end{cases} \tag{14}$$

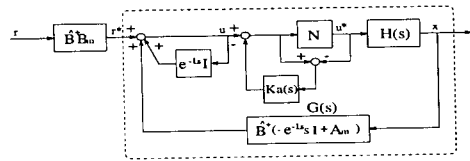
여기서,  $u$ 는 포화요소 입력신호(제어기 출력)의 크기이고,  $SL$ 은 포화요소의 한계값이다.  $-\frac{1}{N(u)}$ 은 제어기 출력  $u$ 가 포화한계보다 커짐에 따라



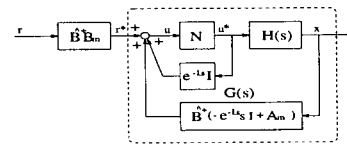
(a) Reconfigured block diagram of the control system for stability analysis



(b) Block diagram of TDC system with saturation element



(c) Block diagram of TDC system with CAW as a windup compensator



(d) Block diagram of TDC system with proposed method as a windup compensator

Fig. 4 Block diagram for stability analysis

-1에서 시작하여  $-\infty$ 로 가는 값을 가진다.  $N$ 은 대각행렬 (diagonal matrix)이고 각 요소들이 동일하다고 생각한다. 이에 따라 특성방정식 (13)은  $-\frac{1}{N(u)}$ 에 대한 다항식 (polynomial)으로 정리되고, 이것의 근으로 나이퀴스트 플롯을 한다. 이 나이퀴스트 플롯과 묘사함수로 표현된  $-\frac{1}{N(u)}$ 을 비교하여, 안정성 판별을 하게 된다.

#### 4.2 안정성 판별의 적용

본 절에서는 위의 안정성 판별법을 포화요소를 갖는 선형제에 적용하고자 한다. 포화요소를 제외한 선형 플랜트를 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{15}$$

식(15)의 플랜트의 라플라스 변환식은 다음과 같다.

$$H(s) = (sI - A)^{-1}B \quad (16)$$

위의 플랜트에 TDC를 적용한 경우와 보상기를 사용한 경우의 안정성해석 방법에 대해 좀 더 구체적으로 알아보자.

#### 4.2.1 TDC에 보상기가 없는 경우

TDC의 블록선도는 식(9)로부터 Fig. 4(b)와 같이 구성된다. 이것의 안정성해석을 위해 Fig. 4(a)의 형태로 재구성하면,  $T_1(s)$ 는 다음과 같다.

$$T_1(s) = -\frac{1}{1-e^{-Ls}}G(s)H(s) \quad (17)$$

#### 4.2.2 TDC에 CAW를 적용한 경우

CAW를 적용한 경우 블록선도는 Fig. 4(c)와 같다. 여기서,  $K_a(s) = \frac{K_a}{s}I$ 이다. 위와 같이 안정성 판별을 위해 재구성하면  $T_2(s)$ 는 다음과 같다.

$$T_2(s) = -(I + K_a(s))^{-1} \left( \frac{1}{1-e^{-Ls}}G(s)H(s) + K_a(s) \right) \quad (18)$$

#### 4.2.3 TDC에 제안된 보상기를 적용한 경우

제안된 보상기를 적용한 경우의 블록선도는 Fig. 4(d)와 같다. 위와 같이 안정성 판별을 위해 재구성하면  $T_3(s)$ 는 다음과 같다.

$$T_3(s) = -(G(s)H(s) + e^{-Ls}I) \quad (19)$$

재구성된 블록선도에 대해 앞절에서 제시한 방법으로 안정성을 판별한다.

### 5. 모의실험

#### 5.1 플랜트의 설정과 TDC의 설계

모의실험을 위한 플랜트는 Fig. 5와 같이 질량, 감쇠, 스프링이 있는 선형 MIMO시스템으로 한다. 이 시스템의 상태방정식을 위상변수의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} & \frac{b_1}{m_1} \\ \frac{k_1}{m_2} & -\frac{k_1+k_2}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & -\frac{b_1+b_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

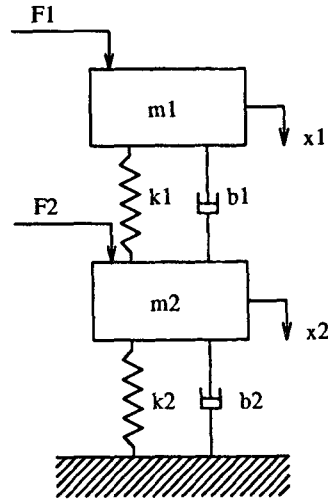


Fig. 5 The second order MIMO system for simulation

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

이때, 상태변수벡터  $x$ 는  $[x_1 \ x_2 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2]^T$ 이고, 제어입력  $u$ 는  $[F_1 \ F_2]^T$ 이다. 이 시스템에서 질량값  $m_1, m_2$ 는 0.01이고, 감쇠값  $b_1, b_2$ 는 0.1이며, 스프링 값  $k_1, k_2$ 는 0.005로 한다. 이때, TDC적용시 기준모델은 식(21)처럼 구성한다.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (21)$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -w_n^2 & 0 & -2\zeta w_n & 0 \\ 0 & -w_n^2 & 0 & -2\zeta w_n \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ w_n^2 & 0 \\ 0 & w_n^2 \end{bmatrix}$$

여기서,  $w_n$ 과  $\zeta$ 를 각각 15, 1로 하고,  $\hat{B} = B$ 로 가정하여 TDC를 설계한다. 모의실험에서의 표본시간(sampling time)은 0.001로 하고, 시간지연(L)은 표본시간과 마찬가지로 하였다.

5.2 안정성해석

위의 시스템에 보상기를 사용하지 않은 경우, CAW를 적용한 경우, 그리고 제안된 보상기를 적용한 경우에 대해 안정성해석을 한다. 근이 두쌍이므로 각각의 경우에 대한 두개의 플롯이 나오게 된다.

5.2.1 TDC에 보상기를 사용하지 않은 경우

나이퀴스트 플롯에 의하면, 하나는 안정하고 다른 하나는 제어입력이 작을 때는 안정하지만 제어입력이 커지면 불안정한 현상을 나타낸다. (Fig. 6 (a))

5.2.2 TDC에 CAW를 적용한 경우

CAW의 이득을 변화시키면서 안정성해석을 한 것이다. 이득이 작은 경우에는 보상기를 사용하지 않은 경우와 마찬가지로이지만, 이득을 어느 정도 크게 하면 포화요소와는 관계없이 항상 안정한 경향을 나타내는 것을 볼 수 있다. (Fig. 6(c), Fig. 6 (d))

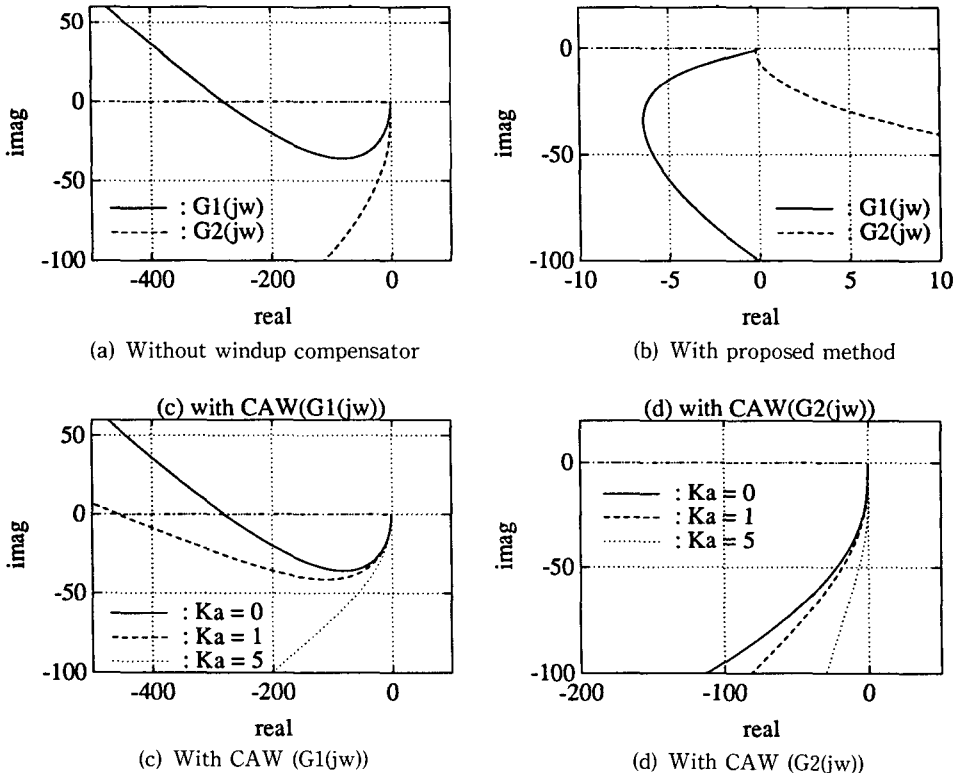
5.2.3 TDC에 제안된 보상기를 적용한 경우

제안된 보상기를 사용한 TDC의 경우, 포화요소와는 관계없이 항상 안정한 경향을 나타내는 것을 볼 수 있다. (Fig. 6(b))

이상의 안정성해석을 통해, TDC에서 발생될 수 있는 와인드업현상이 보상기의 사용을 통하여 안정하게 보상됨을 알 수 있다. CAW의 경우에는, 보상기의 이득의 설정에 있어서 어느 정도 이상의 이득이 설정되었을 때, 포화요소와는 관계없이 항상 안정한 시스템을 구현할 수 있다. 반면에, 제안된 방법을 사용하면 보상기의 이득이 필요없이 TDC 블록선도만 변형함으로써 포화요소와 관계없이 안정한 시스템이 된다.

5.3 모의실험 결과

설정된 시스템에 대해 모의실험을 한다. 여기서 포화요소의 한계, 즉 제어출력의 범위는  $|u(t)| \leq 1.3$ 이다. 모의실험은 기준입력(reference input)을 1, 2, 3, 4로 점차 증가시키면서 와인드업현상이



----- : Describing Function of Saturation element

Fig. 6 The Nyquist plot of TDC system

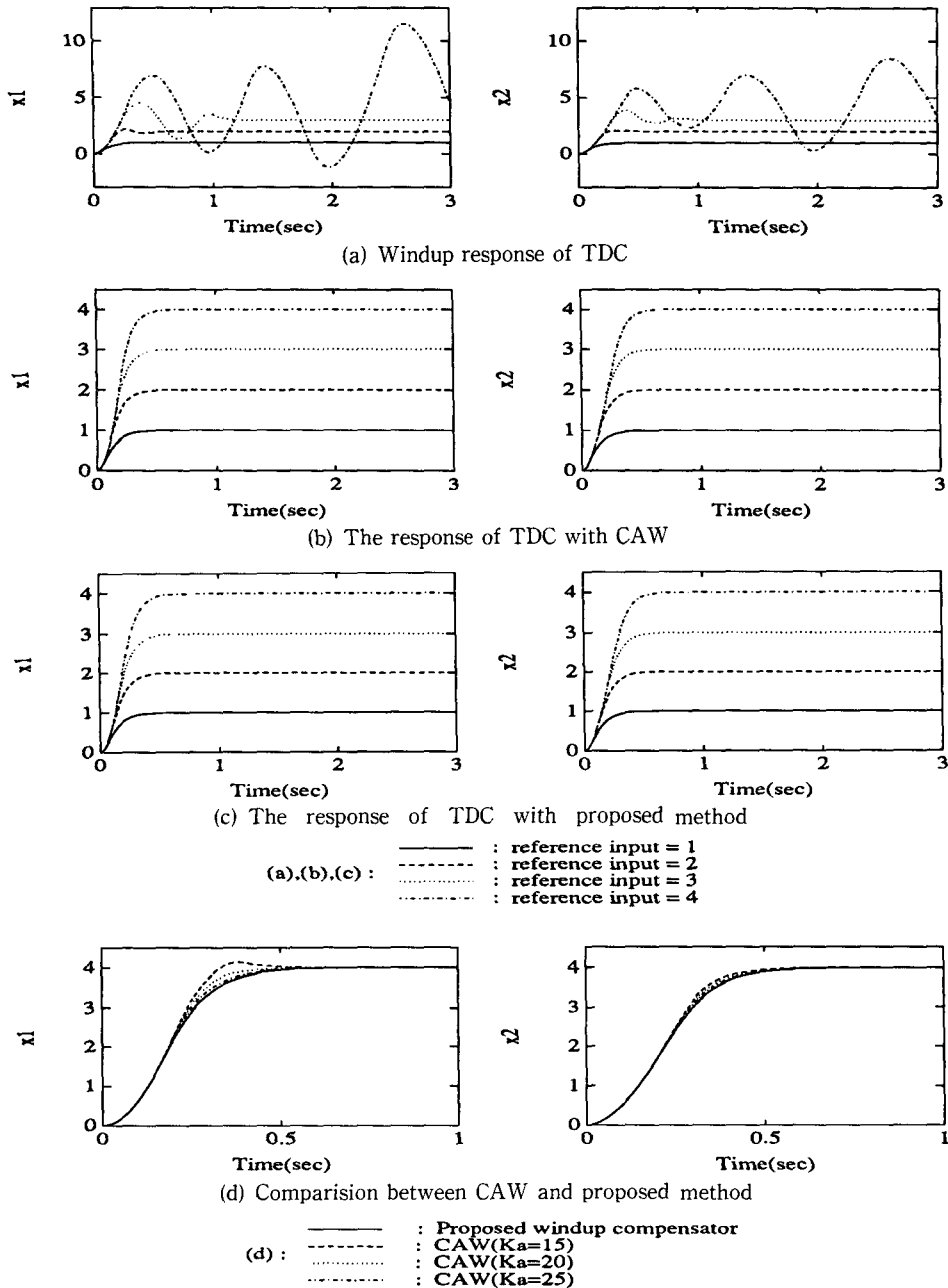


Fig. 7 Simulation results

나타나는지를 관찰하고, 보상기를 사용한 경우 이 현상이 잘 보상되는지를 알아본다.

먼저 TDC에서 포화요소를 고려하지 않고 설계한 경우의 응답은 Fig. 7(a)에 나타나 있다. 기준 입력이 증가함에 따라 오버슈트가 발생하고 점차 불안정해지는 것을 알 수 있다. 위의 모의실험의

응답(Fig. 7(a))에 해당하는 제어입력을 잘못해 보면 Fig. 8과 같다. 응답과 제어입력의 결과를 통해 기준 입력이 작은 경우에는 응답의 오차가 줄어들면 제어 입력도 따라서 빨리 감소되는 것을 알 수 있다. 반면에 기준 입력이 증가하면 응답의 오차가 줄어들어도 제어 입력은 계속 포화한 값을 가지다가



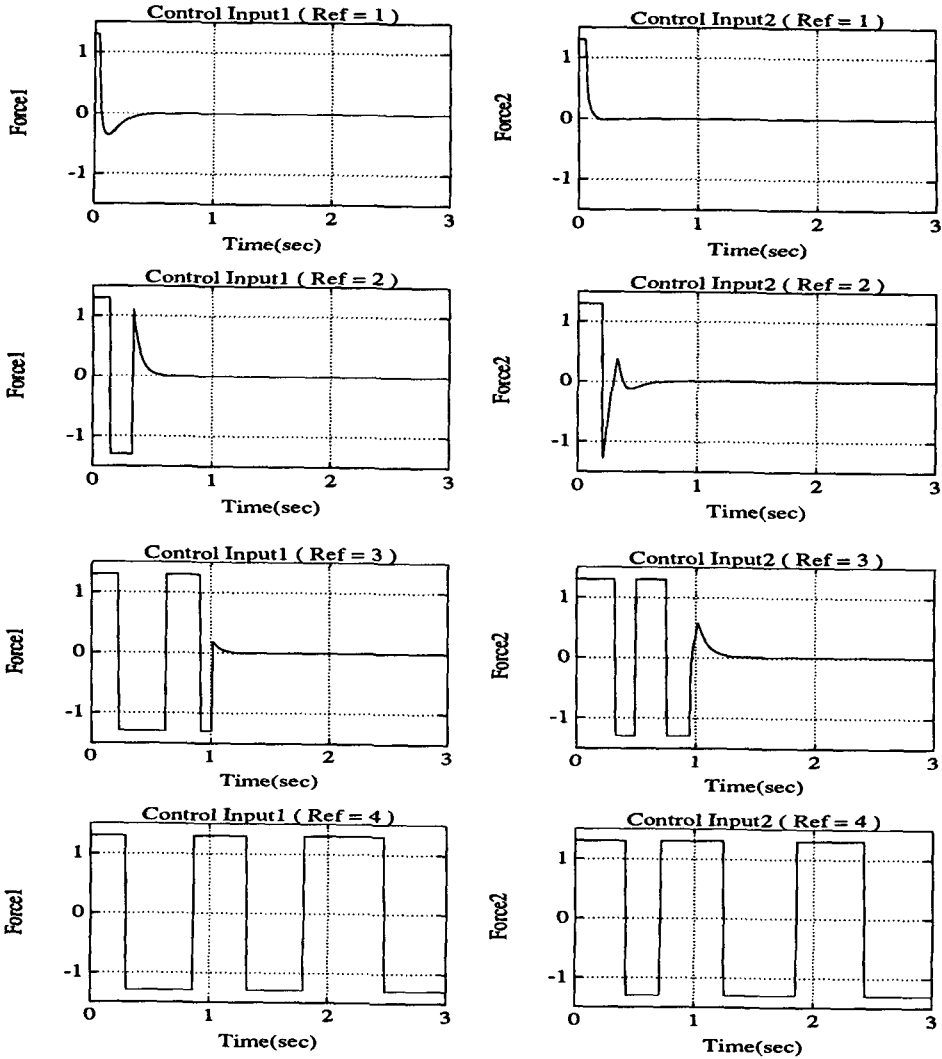


Fig. 8 Simulation: Control inputs (a)

어느 정도 오차가 반대로 증가하면 제어입력이 감소하는 것을 알 수 있다. 이 현상은 기준입력이 커짐에 따라 더욱 뚜렷해진다.

Franklin<sup>(21)</sup>의 내용을 근거로 이러한 현상은 다음과 같이 해석될 수 있다. 기준입력이 작은 경우에는 포화현상이 영향을 주지 않으므로 적분요소의 출력이 상대적으로 작다. 그래서 오차가 작아지면 제어입력도 빨리 감소하게 된다. 반면에 기준입력이 큰 경우는 포화현상의 영향으로 인해 적분요소의 출력이 커지게 된다. 이로 인해 차후의 오차가 작아진다 할지라도 제어입력은 계속 포화한계값을 가지게 된다. 오히려 반대부호의 오차가 어느 정도

지속된 상태에서야 제어입력이 변하게 된다. 기준입력이 커짐에 따라 이러한 경향이 심화되고, 응답도 큰 오버슈트가 발생하거나 불안정해진다. 요약하면, 포화요소와 적분요소를 갖는 현재의 시스템에서 기준입력이 증가함에 따라 발생하는 불안정성은 와인드업현상에 기인하고 있다는 것을 알 수 있다.

여기에, CAW를 적용한 결과, 이득 $K_a$ 를 작게 설정해 놓으면 기준입력이 증가함에 따라 과도응답이 나타나거나 불안정해지는 것을 볼 수 있지만, 이득 $K_a$ 를 크게 설정하면 안정한 응답을 나타낸다. 여기에서는 어느 정도 큰 이득을 설정하여 모의 실

험을 하였는데, Fig. 7(b)와같이 와인드업현상이 나타나지 않는 것을 알 수 있다. 그리고 제안된 보상방법으로 TDC를 구성하여 모의실험하면, Fig. 7(c)와 같이 와인드업현상이 나타나지 않는다는 것을 알 수 있다. 이상의 모의실험을 통해 TDC에서 와인드업현상이 나타나는 사실을 확인하였고, CAW와 제안된 보상방법을 통해 와인드업현상이 잘 보상됨을 알 수 있다.

한편, CAW의 이득 $K_a$ 가 변함에 따른 응답과 제안된 방법을 통한 응답을 비교하여 보면, CAW의 이득이 증가할수록, 제안된 방법과 비슷한 응답이 나타나는 것을 알 수 있다. 그리고 Fig. 7(d)처럼 CAW의 이득을 잘 설정하면 제안된 방법보다 빠른 응답이 나타남을 알 수 있다.

### 6. DC모터 실험

#### 6.1 DC모터 모델링 및 제어기 설계

일반적으로 모터를 2차 플랜트로 가정하면 그 동역학은 다음과 같다.

$$M\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + d(t) = \tau \quad (22)$$

여기서,  $M$ 은 모터의 회전관성,  $B$ 는 모터의 점성 마찰계수,  $d(t)$ 는 모터의 외란,  $\tau$ 는 모터의 입력이다. 모터의 회전관성 추정치  $\bar{M}$ 을 도입하여 식(22)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\bar{M}\ddot{\theta} + h = \tau \quad (23)$$

여기서,  $h$ 는  $(M - \bar{M})\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + d(t)$ 로서 알려지지 않은 시변함수이다.

TDC를 적용하기 위하여 다음과 같이 기준모델을 선정한다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_n^2 & -2\zeta w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w_n^2 \end{bmatrix} r \quad (24)$$

위 식(23)을 상태방정식의 형태로 바꾸면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\bar{M}} \tau \quad (25)$$

식(24)인 식(25)를 앞 자에서 제시된 TDC 제어법칙에 적용시키면 다음과 같은 제어식을 얻게 된다.

$$\tau(t) = \tau(t-L) + \bar{M}[-\ddot{\theta}(t-L) - w_n^2(r - \theta) - 2\zeta w_n \dot{\theta}] \quad (26)$$

여기서, 시간지연( $L$ )은 표본시간과 같이 정의되었고, 그 크기는 0.00173(sec)이다.

#### 6.2 실험결과

앞에서 설계된 TDC제어기를 사용하여 DC서보 모터의 위치제어 실험을 한다. 실험장치의 구성은 Fig. 9에 나타나 있다. 그리고 실험에 사용한 DC 모터의 사양은 Table 1에 제시되어 있다. DC모터의 제어출력범위는  $|\tau(t)| \leq 0.664$ 이다. 이 양은 D/A의 출력범위로 정확하게 정의될 수 있다. 실험은 세가지 형태로 이루어진다. 첫째, 기준입력을 증가시켰을 경우에 대해 실험한다. 둘째, 응답속도를 빠르게 한 경우에 대해 실험한다. 셋째, CAW의 보상기 이득의 변화에 따른 응답과 제안된 방법의 응답을 비교한다.

첫째, 포화요소가 있는 DC서보 모터에 TDC를

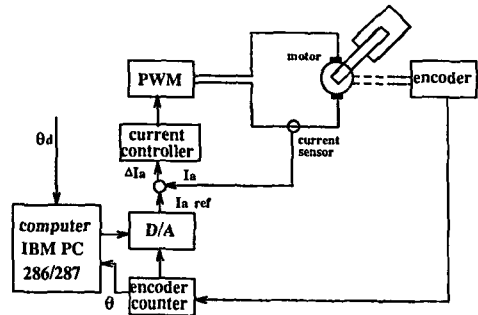


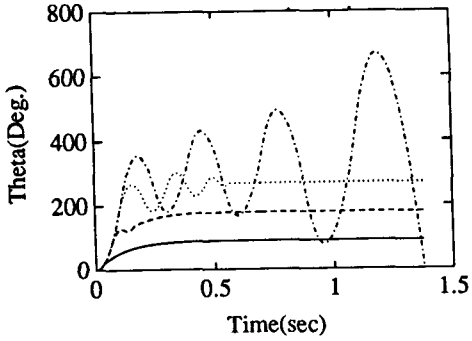
Fig. 9 Experimental setup : a DC servo motor system

Table 1 DC servo motor specification

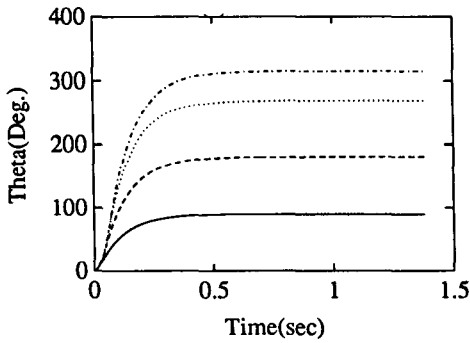
Rated power	200 (W)
Rated torque	6.50 (kgf-cm)
Rated speed	3000 (rpm)
Torque constant	2.06 (kgf-cm/A)
Rotor inertia	0.065 (kg-cm <sup>2</sup> )
Rotor resistance	2.90 (Ohm)
Rotor inductance	1.0 (mH)
Friction torque	0.5 (kgf-cm)
Mechanical time constant	8.88 (msec)
Electrical time constant	0.36 (msec)
Encoder resolution	1000 (pulse/rev)

적용하여 기준입력을 90, 180, 270, 315(deg)로 증가시켰을 경우에 대한 결과는 Fig. 10(a)와 같다. 여기에서, TDC의 이득은  $w_n=35$ ,  $\zeta=2$ 이다. TDC만 적용한 경우는 기준입력이 증가함에 따라 과도응답이 발생되고, 기준입력이 그 이상 증가되면 불안정한 응답을 나타내게 된다. 즉, 기준입력

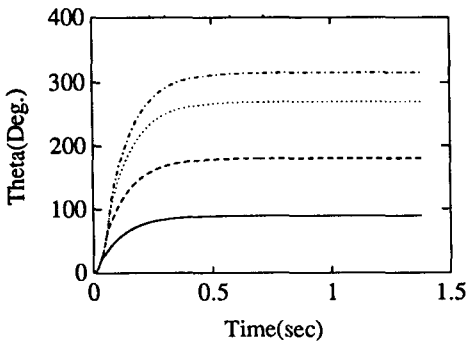
을 증가시키면 결과적으로 제어입력이 증가되고, DC서보 모터가 포화상태에 도달하게 되어 와인드업 현상이 나타나는 것이다. 여기에, CAW를 적용시켰을 경우의 결과는 Fig. 10(b)이고, 제안된 기법을 적용시켰을 경우의 결과는 Fig. 10(c)이다. 여기서 CAW의 보상기 이득은 과도응답이 없이



(a) Without windup compensator



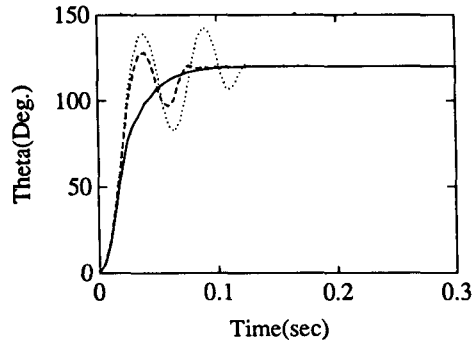
(b) With CAW



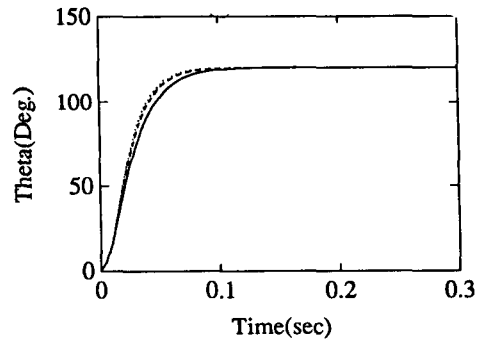
(c) With proposed method

— : reference input = 90 [deg]  
 - - - : reference input = 180[deg]  
 ····· : reference input = 270[deg]  
 - · - · : reference input = 315[deg]

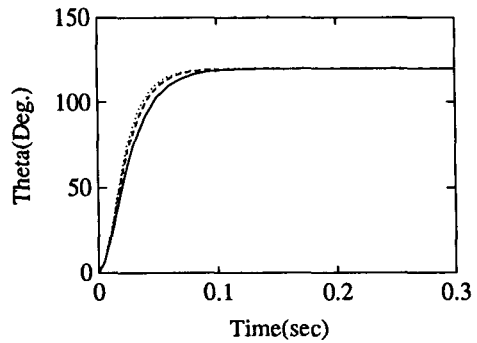
Fig. 10 The experimental results for position responses, when the command level increases



(a) Without windup compensator



(b) With CAW



(c) With proposed method

— :  $W_n = 70$   
 - - - :  $W_n = 85$   
 ····· :  $W_n = 90$

Fig. 11 The experimental results for position responses, when the command speed increase

빠른 응답을 나타내도록 조절하였다. 이 결과를 통해, 기준입력을 증가시켰을 때 과도응답이나 불안정해지는 현상이 나타나지 않는다는 것을 알 수 있다.

둘째, 일정한 기준입력(120(deg))에 대해 TDC의 이득을  $\zeta=1$ 로 고정하고,  $w_n=70, 85, 90$ 으로 증가시켜 응답을 빠르게 하였을 경우의 결과는 Fig. 11(a)이다. 결과를 보면, 응답속도를 빠르게 한 경우에도 와인드업현상이 나타남을 알 수 있다. 여기에 CAW와 제안된 기법을 적용한 결과는 각각 Fig. 11(b), Fig. 11(c)이다. 즉, 두가지 방법 모두가 제어기 이득의 증가에 의한 와인드업을 잘 보상함을 알 수 있다.

셋째, CAW의 이득변화에 따른 응답변화가 제안된 방법의 응답은 Fig. 12에 있다. 여기에서 기준입력은 720(deg)이고, TDC의 이득은  $w_n=35, \zeta=2$ 이다. CAW의 응답을 보면, 이득이 작을 때는 보상기가 없는 TDC와 비슷하게 와인드업현상을 보인다. 이득이 커지면 와인드업현상이 보상되어 과도응답이 나타나지 않는다. 그러나 이득이 너무 커지면 응답이 약간씩 느려지는 경향을 보인다. 제안된 방법을 적용한 경우에는 보상기의 이득이 조절된 CAW의 응답보다 약간 느리다는 것을 알 수 있다.

부가적인 실험을 통해 상당히 큰 기준입력에 대해서도 약간의 과도응답은 발생되지만 안정한 것을 확인할 수 있다. 이것은 앞의 안정성 해석이나 모의실험에서 확인한것과 마찬가지로, 보상기를 사용

한 경우 절대 안정한 시스템을 구성할 수 있다는 것을 보여준다.

위의 실험결과를 통해 TDC에서 발생될 수 있는 와인드업현상은 CAW와 제안된 방법을 통해 잘 보상됨을 알았다. 그리고 두 보상기의 결과 비교를 통해 보상기의 특성을 이해할 수 있었다.

### 7. 결 론

본 논문에서는 포화요소를 가진 플랜트에 TDC를 적용한 경우에 기준입력이 증가하면 와인드업현상이 발생한다는 문제점을 제기하였다. 이 현상을 보상하기 위해 기존의 와인드업 방지기법을 조사하였고, 그 중 TDC에 적합한 CAW를 선택하여 적용하였으며, TDC에 알맞은 새로운 와인드업 방지기법을 제안하였다. 또한, 안정성판별을 통해 포화요소가 있는 플랜트에 TDC를 적용하면 불안정해질 수 있다는 것을 보이고, CAW와 제안된 보상기를 적용한 경우 절대 안정한 시스템을 구성할 수 있음을 보였다. 모의실험에서는 포화요소가 있는 TDC계의 와인드업현상에 대해 위의 두개와 보상기가 와인드업현상을 잘 보상함을 보였다. DC모터 실험에서는 CAW와 새로이 제안된 기법이 실제로 적용되었을 때, 와인드업현상을 잘 보상함을 볼 수 있었다.

두개의 보상기는 각각 장단점을 가지고 있다. CAW의 경우는 응답이 제안된 방법에 비해 빠른 것을 알 수 있다. 그러나 보상기를 구현하는 것이 제안된 방법에 비해 복잡하고, 보상기의 이득을 설정할 때 적절한 이득으로 조절해야 하는 어려움이 있다. 한편, 제안된 방법의 경우는 구현이 간단하고 추가적인 보상기의 이득은 없지만, 응답이 약간 느리다는 단점을 가진다.

결과적으로 TDC 알고리즘이 강인제어 알고리즘이면서도, 포화요소가 있을 경우, 와인드업현상이 나타난다는 단점을 위의 두 보상기를 통하여 해결할 수 있다.

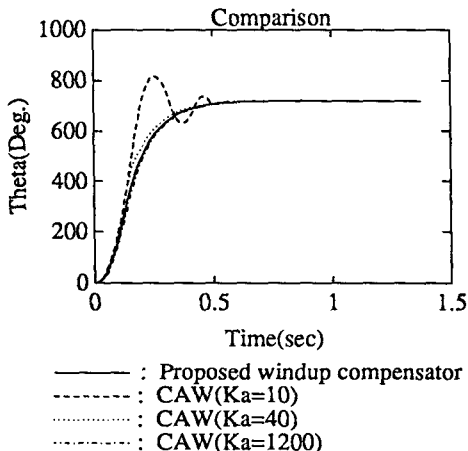


Fig. 12 Comparison between CAW and proposed method in experiments

### 참고문헌

(1) Youcef-Toumi, K. and Ito, O., 1990, "Controller Design for Systems with Unknown Dynamics," *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, Vol. 112, No. 1, pp.

- 133~142.
- (2) 김동수, 1992, "TDC를 이용한 2자유도 매니플레이터의 힘제어," Master's Thesis, KAIST, Dept. of Precision Engineering.
  - (3) Chin, S. M., Chang, P. H. and Lee, C. O., 1993, "Application of Time-Delay Control for an Electrohydraulic Servo System," *Proc. ICFP*, pp. 309~312.
  - (4) Youcef-Toumi, K. and Bobbett, J., 1992, "Stability of Linear Systems with Time Delay," *ASME Journal of Dynamics Systems Measurement and Control*, Vol. 113, pp. 558~567.
  - (5) Astrom, K. J. and Wittenmark, B., 1990, *Computer Controlled System-Theory and Design, Second Edition*, Prentice-Hall, pp. 224~226.
  - (6) Buckley, P. S., 1968, "Override Controls for Distillation Columns," *Instrumentation Technology*, (Aug.), pp. 51~58.
  - (7) Shinsky, F. G., 1967, *Process Control Systems-Application, Design Adjustment*, McGraw-Hill.
  - (8) Fertik, H. A. and Ross, C. W., 1967, "Direct Digital Control Algorithms with Anti-Windup Feature," *ISA Transaction*, Vol. 6, No. 4, pp. 317~328.
  - (9) Phelan, R. M., 1977, *Automatic Control Systems*, Cornell University Press, London.
  - (10) Krikelis, N. J., 1980, "State feedback integral Control with Intelligent Integrators," *Int. J. Control*, Vol. 32, No. 3, pp. 465~473.
  - (11) Yang, S. S., 1989, "Stability and Performance of a Control System with an Intelligent limiter," *Proc. ACC*, Vol. 2, pp. 1699~1705.
  - (12) Hanus, R., Kinnaert, M. and Henrotte, J. L., 1987, "Conditioning Technique, a General Anti-Windup and Bumpless Transfer Method," *Automatica*, Vol. 23, pp. 729~739.
  - (13) Astrom, K. J. and Wittenmark, B., 1990, *Computer Controlled System-Theory and Design, Second Edition*, Prentice-Hall, pp. 464~469.
  - (14) Campo, P. J. and Morari, M., 1990, "Robust Control of Processes Subject to Saturation Non-linearities," *Computers Chem. Eng.* Vol. 14, No. 4/5, pp. 343~358.
  - (15) Glattfelder, A. H. and Schaufelberger, W., 1983, "Stability Analysis of Single Loop Control Systems with Saturation and Antireset-Windup Circuits," *IEEE Trans. on Automation Control*, Vol. AC-28, No. 12, pp. 1074~1081.
  - (16) Chen, B. S. and Wang, S. S., 1988, "The Stability of Feedback Control with Nonlinear Saturation Actuator : Time Domain Approach," *IEEE Trans. on Automation Control*, Vol. AC-33, No. 5, pp. 483~487.
  - (17) Yang, S. S., 1990, "Stability Analysis of a Control System with an Antireset-Windup Limiter by Liapunov's Second Method," *Proc. KACC*, Vol. 2, pp. 1289~1294.
  - (18) Youcef-Toumi, K. and Reddy, S., 1992, "Analysis of Linear Time Invariant Systems with Time Delay," *Proc. ACC*, pp. 1940~1944.
  - (19) Hsia, T. C. and Gao, L. S., 1990, "Robot Manipulator Control Using Decentralized Time-Invariant Time-Delayed Controller," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2070~2075.
  - (20) Astrom, K. J. and Rundqwist, W., 1989, "Integrator Windup and How to Avoid It," *Proc. ACC*, pp. 1693~1698.
  - (21) Franklin, G. F., Powell, J. D. and Emami-Naeini, A., 1994, *Feedback Control of Dynamic System, Third edition*, Addison-Wesley, pp. 196~200.