

〈論 文〉

수정 난류모델에 의한 후향계단 유동예측

명현국* · 한화택** · 백인철***

(1994년 5월 10일 접수)

Prediction of a Backward-Facing Step Flow with Modified Turbulence Models

Hyon Kook Myong, Hwa Taik Han and In Chul Paek

Key Words : Backward-Facing Step Flow(후향계단 유동), $k-\epsilon$ Turbulence Model($k-\epsilon$ 난류 모델), Secondary Straining Effect(이차적인 변형률효과), Prediction(예측)

Abstract

The $k-\epsilon$ turbulence models by Launder et al.(1977, LPS) and Leschziner and Rodi(1981, LR) are modified to account for the secondary straining effect with having a generality in the present paper. The modified models are obtained by replacing the gradient Richardson number used to account for the secondary straining effect in the original models by a new parameter with a tensor-invariant correction form. These two modified models are used to predict the turbulent flow over a backward-facing step. In contrast to both standard and modified LR models, the modified LPS model is found to predict the reattachment point fairly well, as well as mean velocity, wall static pressure, turbulent kinetic energy and Reynolds shear stress in the recirculating region.

1. 서 론

후향계단 유동(backward-facing step flow)은 기하학적인 모양이 단순하면서도 전단층의 박리 및 재부착, 새로운 전단층의 발달, 재순환 유동, 후향계단 상단부에서 발달하는 경계층 등 매우 복잡한 유동현상을 포함하고 있다. 따라서, 이 유동은 현재까지 박리유동에 대한 기본 유동으로써 국내외적으로 많은 실험적 연구와 해석적 연구⁽¹⁻⁴⁾가 수행되었으며, 또한 새로운 난류모델을 검증하는데 자주 사용되어 왔다. 그러나, 후향계단 유동의 복잡성 때문에 아직도 재부착점이나 난류특성 등이 정확하게 예측되지 못하고 있는 실정이다.

후향계단 유동에 대한 지금까지의 수치해석적 연구를 살펴보면 잘 알려진 바와 같이 표준 $k-\epsilon$ 난류모델은 복잡한 후향계단 유동현상으로부터 생기는 이차적인 변형률효과(secondary straining effect), 특히 곡률효과(curvature effect)를 충분히 반영하지 못하고 있어서 이 유동에 대한 유용한 비교 변수인 재부착길이(reattachment length)를 실험치에 비해 20% 정도 짧게 예측하고 있다.⁽¹⁾ 따라서, 이러한 문제를 해결하기 위해 여러 형태의 수정 $k-\epsilon$ 모델들⁽³⁻⁶⁾이 제안되었으며, 이 수정모델들은 곡률에 의한 이차적인 변형률효과를 나타내는 변수로써 Launder 등⁽⁵⁾(이하 LPS) 및 Leschziner-Rodi(LR)⁽⁶⁾가 제시한 Richardson수를 거의 공통적으로 사용하고 있다. 그러나, 이 변수는 좌표계에 의존하지 않는 조건인 텐서 불변성조건을 만족하지 않으며, 또한 유선곡률 좌표계에 의존하므로 사용상 매우 불편하고 일반적으로 3차원

*정회원, 국민대학교 자동차공학과

**정회원, 국민대학교 기계설계학과

***국민대학교 대학원

으로의 확장이 어렵다.⁽⁷⁾ 이와함께 이 변수는 곡률 이외의 이차적인 변형률효과를 포함하고 있지 않아, 여러가지 유동현상으로부터 생기는 이차적인 변형률효과들을 복합적으로 적절히 고려하고 있지 못하다.

최근 명⁽⁷⁾은 텐서 불변성조건을 만족시키면서 이차적인 변형률효과를 나타내는 새로운 변수를 단순한 형태로 제안하고 기존변수들을 이 변수로 대체시킬 것을 제안하였다. 이 변수는 박리 및 재부착 현상을 나타내는 복잡한 유동에 대해 카테시안(Cartesian) 좌표계로 나타낼 수 있어서 사용상 편리하며, 또한 3차원으로의 확장이 용이하다.

본 연구에서는 이러한 배경하에 곡률유동해석에 많이 사용되고 있는 LPS 및 LR 모델에서 사용하고 있는 Richardson수를 일반성을 갖는 새로운 변수로 대체시켜, 일반성을 가지면서 이차적인 변형률 효과를 고려할 수 있는 수정 k-ε 난류모델을 제시하고, 이 수정모델을 후향계단을 지나는 박리-재부착 유동에 적용하여 각 수정모델의 예측성능을 검토하여 향후 모델개발의 방향을 제시하고자 한다.

2. 일반성을 가진 수정 k-ε 난류모델

일반적으로 고 레이놀즈(Reynolds)수형 k-ε 난류 모델은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3,$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad (5)$$

위에 제시한 표준 k-ε 난류모델에 곡률이나 회전효과 등을 반영시킨 모델들 중 대표적인 것으로 전술한 LPS 및 LR의 모델을 들 수 있다. 먼저, LPS 모델은 난류에너지 소산율방정식 식(2)의 소산항에 나타나는 모델상수 $C_{\varepsilon 2}$ 를 이차적인 변형률

효과를 나타내는 변수로서 난류구배 Richardson수 R_{ii} 를 사용해서 아래와 같이 선형함수 형태로 수정하였다.

$$C_{\varepsilon 2} \rightarrow C_{\varepsilon 2}(1 - C_c R_{ii}) \quad (6)$$

위 식에서 $C_c = 0.2$ 일 때 좋은 결과를 준다고 보고 되어 있으며, 유선곡률 좌표계(s-n 좌표계)로 나타내면 근사적으로 R_{ii} 는 다음과 같이 표현되고,

$$R_{ii} = 2 \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{U_s}{R} \left(\frac{\partial U_s}{\partial n} + \frac{U_s}{R} \right) \quad (7)$$

여기서, R 은 곡률반경이다.

한편, LR 모델은 대수유력모델로부터 출발하여 식(3)의 난류(또는 와)점성계수에 나타나는 C_μ 를 이차적인 변형률효과를 나타내는 변수로 유선곡률 좌표계로 표현한 난류구배 Richardson수 R_{sn} 를 사용하여 아래와 같이 나타내었다.

$$C_\mu \rightarrow C_\mu = \frac{0.09}{1 + 4K_1^2 R_{sn}} \quad (8)$$

위 식에서 $K_1 = 0.267$ 이며, 유선곡률 좌표계로 표현한 R_{sn} 는 식(7)의 R_{ii} 와 똑같은 형태를 가진다.

위의 두 모델에서 이차적인 변형률효과를 나타내기 위해 채택하고 있는 변수 R_{ii} 및 R_{sn} 은 일반적으로 좌표계에 의존하여 텐서 불변성조건을 만족하고 있지 못하며, 특히 유선곡률 좌표계에 의존하기 때문에 3차원으로의 확장이 어렵다.⁽⁷⁾ 또한 여러가지 이차적인 변형률이 복합적으로 영향을 미치는 경우에는 일반적으로 적용하기가 어렵기 때문에, 결과적으로 이들 변수 및 이 변수들을 채택하고 있는 모델들은 일반성의 면에서 볼 때 적절하지 못하다.⁽⁷⁾ 그러나 텐서 불변성조건을 만족하면서 이차적인 변형률효과를 나타내는 새로운 변수형태를 기존변수 대신에 사용한다면 이들 모델은 텐서 불변성 조건을 만족하게 되어 일반성을 가지게 되므로, 적용영역을 크게 확장시킬 수 있게 된다.

최근 명⁽⁷⁾은 주된 변형률이 하나뿐인 단순 전단 유동에서 평균 변형률(mean strain rate)과 평균 와도(mean vorticity)가 똑같은 진동수(또는 시간 스케일)을 가지나, 복잡한 유동에서는 추가적인 속도 구배 및 곡률, 회전 등에 의해 야기되는 이차적인 변형률로 인해 상대적으로 다른 진동수를 가지게 되는 특성을 고려하여, 곡률효과와 이차적인 변형률 효과가 평균 변형률과 평균 와도의 상대적인 크기에 의해 결정되어진다는 가정하에서 아래와 같

이 평균 와도와 평균 변형률 텐서의 제곱의 차를 난류의 특성시간 스케일(k/ε)의 제곱으로 나눈 것으로 정의되는 단순한 형태의 변수 M_{Rt} 를 제안하였다.

$$M_{Rt} = \frac{k^2}{\varepsilon^2} (\Omega_{ij}^2 - S_{ij}^2) \quad (9)$$

여기서, S_{ij} 및 Ω_{ij} 는 평균 변형률과 평균 와도텐서로 각각 다음식으로 정의된다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (10a)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (10b)$$

식(9)의 새로운 변수 M_{Rt} 는 단순한 함수형태를 취하면서도, 이차적인 변형률효과가 없는 단순한 전단유동에서는 0의 값을 가지고, 또한 텐서 불변성조건을 만족하고 있다. 이 새로운 변수 M_{Rt} 는 이차원 유동인 경우에 직교좌표계에서 다음과 같이 표현되고,

$$M_{Rt} = - \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left(2 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (11)$$

유선곡률 좌표계(s - n 좌표계)로는 아래와 같이 된다.⁽⁷⁾

$$M_{Rt} = - \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \left(2 \left(\frac{\partial U_n}{\partial s} - \frac{U_s}{R} \right) \frac{\partial U_s}{\partial n} + \left(\frac{\partial U_s}{\partial s} + \frac{U_n}{R} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_n}{\partial n} \right)^2 \right) \quad (12)$$

여기서, 첨자 s 및 n 는 각각 유선방향 및 유선에 수직한 방향을 나타낸다.

위의 식을 Leschziner-Rode⁽⁶⁾가 대수응력모델로부터 난류구배 Richardson수를 유선곡률 좌표계로 구할 때 가정한 아래와 같은 관계를 이용하면,

$$\frac{\partial U_n}{\partial s} = \frac{U_n}{R} = \frac{\partial U_s}{\partial n} = \frac{\partial U_n}{\partial n} = 0 \quad (13)$$

식(12)는 결과적으로 다음과 같이 표현된다.⁽⁷⁾

$$M_{Rt} = 2 \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial U_s}{\partial s} \frac{U_s}{R} \quad (14)$$

식(14)로 표현되는 새로운 변수 M_{Rt} 의 결과식은 식(7)로 표현되는 기존변수 R_{it} 및 R_{sn} 과 매우 유사함을 알 수 있다. 특히, 이차적인 변형률효과가 작은 경우에는 근사적으로 $M_{Rt} = R_{it} = R_{sn}$ 로 된다. 또한, 새로운 변수 M_{Rt} 의 결과식(14)는 Lee 등⁽⁶⁾

이 LR의 유도과정 중에 생긴 오류를 고친 정확한 변수형태와도 동일한 것으로, 결과적으로 이 새로운 변수의 타당성을 더욱 높여주고 있다.

본 연구에서는 위의 LPS 및 LR 모델에서 사용되는 R_{it} 및 R_{sn} 를 텐서 불변성조건을 만족하는 식(9)의 새로운 변수로 대체시킨 모델을 각각 수정 LPS 및 수정 LR 모델이라고 부르기로 한다. 이 두 수정모델은 기존의 수정모델들과는 달리 좌표계에 의존하지 않는 조건인 텐서 불변성조건을 만족하고 있어서 일반성을 가지며, 3차원에서의 확장도 용이하므로 적용영역을 크게 확장시킬 수 있는 가능성을 가진다.

3. 수치해석 방법

본 연구에서 제시된 두 수정모델의 예측성을 검토하기 위해 적용한 후향계단 유동의 계산대상은 bench mark test용으로 많이 사용되고 있는 Kim 등⁽²⁾의 실험대상과 같다. 이 유동은 참고길이를 계단(스텝) 높이 H 로 하고, 참고속도를 입구 평균속도 U_o 로 할 경우 Reynolds수는 46,000이며, 확대율은 1.5이다. 먼저, 계산영역은 좌표 기준점을 계단밑으로 할 때 유동방향인 x 방향으로는 $-4H$ 부터 $30H$ 까지, 수직방향인 y 방향으로는 0부터 $3H$ 까지로 설정하였다.

유동장은 KIST에서 개발한 프로그램을 사용해서 계산하였다.⁽⁹⁾ 본 연구에서 대류항은 멱승법 도식(power-law scheme)을 사용하고, 격자설정에 있어서는 비균일 격자계를 사용하여 관심영역인 재순환영역에 격자를 조밀하게 배치하였다. 해의 격자계 비의존성을 검증하기 위해 3가지 서로 다른 격자계(60×40 , 75×48 , 90×58)에 대해 계산하였으며, 본 논문의 결과는 최종적으로 75×48 의 격자계에 대한 것이다. 또한, 해의 수렴판정에 대해서는 압력보정 방정식에서의 질량 생성항 및 운동량 방정식에서의 잉여오차의 절대값 총합이 입구 경계에 유입되는 대응량의 0.1%보다 작으면 수렴되었다고 판정하였다.

입구조건으로는 Kim 등⁽²⁾의 실험자료를 사용하였다. 즉, 입구에서의 속도는 평균속도인 U 및 V 를, 난류에너지 k 는 실험값 $\overline{u^2}$ 및 $\overline{v^2}$ 으로부터 $k = 0.75 \times (\overline{u^2} + \overline{v^2})$ 으로 추정된 값을, 그리고 난류 에너지 소산율 ε 은 $\varepsilon = C_{\mu}^{0.75} k^{1.5} / L$ 로부터 구한 값을 사용하였다. 이때 $L = \min(xy, 0.085\delta)$ 이고, δ 는

경계층 두께로서 $0.335H$ 이다. 벽영역에서는 벽함수(wall function)를 사용하였다. 출구조건으로는 $V=0$ 로, 그 밖의 변수인 U, k, ϵ 에 대해서는 Neumann 조건을 주었다.

또한, 본 연구에서는 전술한 바와 같이 수정 LPS 및 LR 모델에 기존의 모델들에서 사용하고 있는 곡률 좌표계로 표현되는 Richardson수 대신에 일반성을 가지면서도 식(11)과 같이 직교 좌표계로 표현되는 새로운 변수를 사용하고 있기 때문에 수치해석을 행함에 있어서 매우 편리하다는 사실을 여기서 다시 한번 강조해 둔다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 1은 표준 $k-\epsilon$ 모델과 본 연구에서 제시한 수정 LPS 및 수정 LR 모델에 의해 예측된 유선분포를 나타낸다. 먼저 표준 $k-\epsilon$ 모델인 경우의 재부착거리는 $x_R/H=6.05$ 로, Kim 등의 실험값인 $x_R/H=7.0$ 에 비해 15%정도의 큰 차이를 나타내고 있으며, 수정 LR 모델도 표준 $k-\epsilon$ 모델보다는 약간 개선된 결과를 보이나 역시 실험값보다 상당히 작게 예측하고 있다. Fig. 2는 각각 상단 및 하단 벽면에서의 정압계수 예측결과를 나타낸다. 정압계수 C_p 는 $C_p = (P - P_{ref}) / (1/2 \rho U_0^2)$ 이며, P_{ref} 는 $x/H = -4$ 의 하단 벽면에서의 압력이다. 세 모델 모두 정성적으로는 상하단 벽면에서의 정압계수 예측값이 실험치와 비슷한 경향을 나타내고 있다. 그러나, 정량적으로는 수정 LR 모델도 표준 $k-\epsilon$ 모델과 비슷한 예측성능을 보이는데 반해, 수정 LPS 모델은 상당히 개선된 결과를 보여주고 있다. 이 결과로부터 Fig. 1에 보인 재부착거리가 보다 잘 예측됨을 추정할 수 있다. 또한, 계단이 있는 하단벽면에서보다 계단이 없는 상단벽면에서 실험값과 보다 잘 일치함을 알 수 있다.

주유동방향의 평균 속도분포 U/U_0 를 Fig. 3에 나타낸다. 각 모델 모두 전체적인 유동양상은 실험결과와 유사하나, 수정 LPS 모델이 다른 두 모델보다 전체적으로 좋은 예측결과를 보이며, 특히 하단벽면에 가까운 재순환 영역($x/H=5.33$ 참조)에서 뚜렷한 개선효과를 나타내고 있다.

난류에너지 분포 k/U_0^2 를 Fig. 4와 Fig. 5에 나타낸다. 기존의 연구결과⁽¹⁾에 따르면, 난류모델이 재

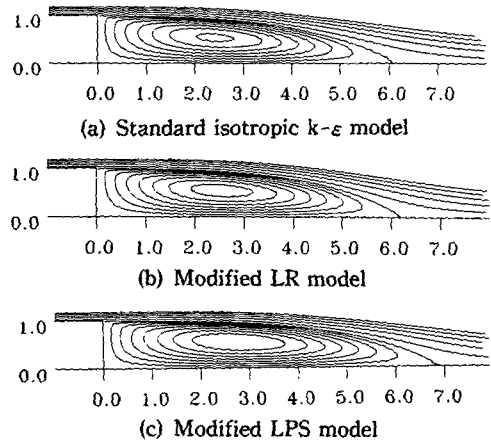


Fig. 1 Predicted streamlines

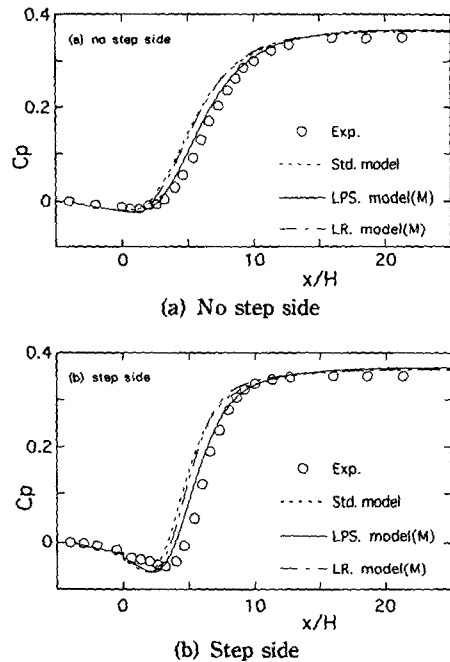


Fig. 2 Wall static pressure variations

부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 난류에너지 및 전단응력을 너무 크게 예측하고 있기 때문이라고 알려져 있다. 또한, Kim 등⁽²⁾은 난류에너지 및 레이놀즈응력이 재부착점 영역근방에서 최대값을 가진다고 실험적 사실에 근거해서 보고하고 있다. 예측결과를 보면 수정 LPS 모델 및 수정 LR 모델에서는 난류에너지의 최대값이 표준

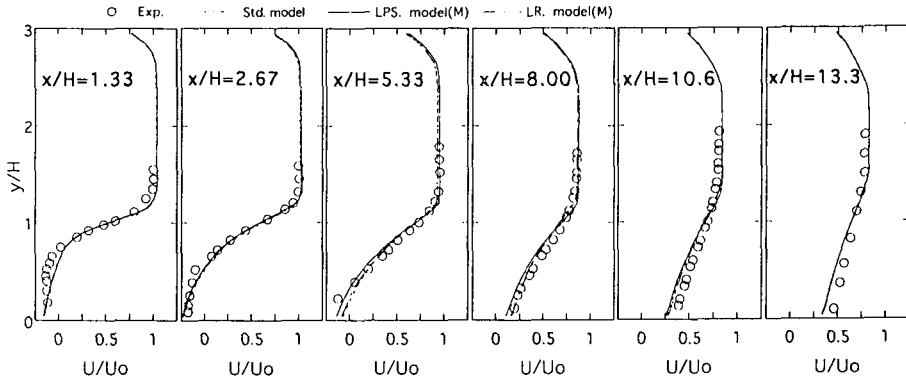


Fig. 3 Mean velocity profiles at selected locations

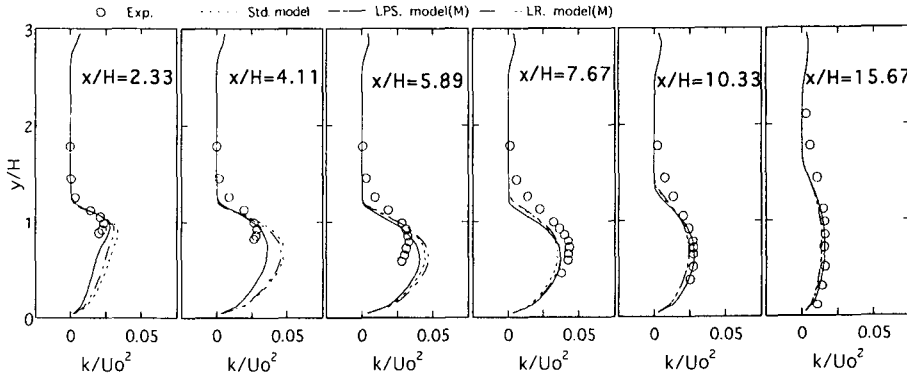


Fig. 4 Turbulent Kinetic energy profiles at selected locations

모델에 비해 다소 오른쪽으로 이동하는 경향을 보이고 있다. 그러나, 수정 LR 모델은 후향계단 근방의 재순환 영역에서는 표준 모델에 비해 다소 작은 난류에너지 값을 나타내나, 빠르게 증가하여 재순환 영역에서 최대값을 가지며, 또한 난류에너지 값도 표준모델과 비슷한 정도로 높은 값을 예측하고 있어 전반적으로 실험치와는 다른 경향을 나타내고 있다. 한편, 수정 LPS 모델은 재순환 영역에서는 다른 모델보다 상대적으로 다소 작은 난류에너지 값을 나타내며, 재발달 영역에서는 반대로 다소 높은 값을 예측하면서 실험치에 보다 근접하고 있다. 또한, 수정 LPS 모델에서는 재부착점 영역근방에서 난류요동을 억제하는 반면, 재부착 영역 및 재발달 초기 영역에서는 오목한 유선곡률의 영향으로 전자와는 반대로 소산항 값이 증가함에 따라 결과적으로 난류에너지를 다소 활성화시키고 있는 것으로 해석될 수 있다. 이들 결과로부터 수정 LPS 모

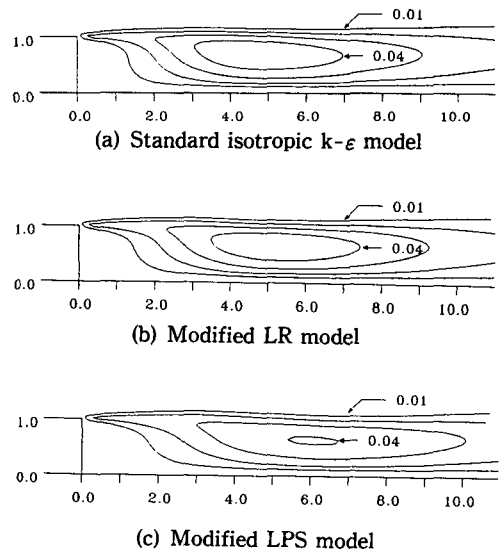


Fig. 5 Contours of turbulent kinetic energy k/U_o^2

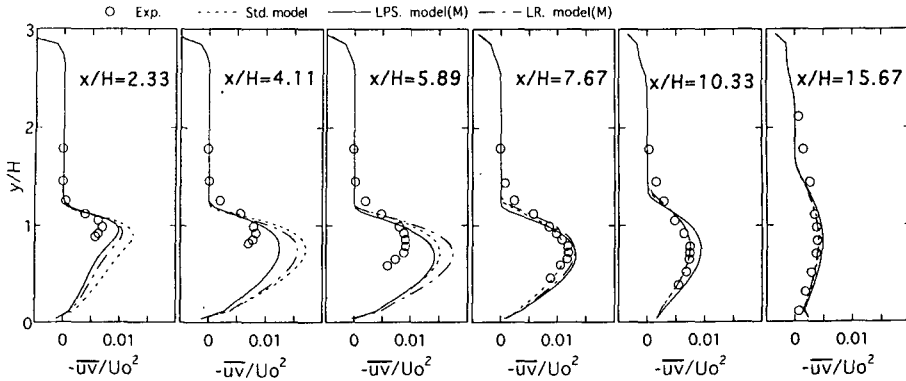


Fig. 6 Reynolds shear stress profiles at selected locations

델이 기존 연구결과로부터 알려진 표준모델의 문제점, 즉 재순환 영역에서의 난류에너지를 너무 크게 예측하고 있는 문제점을 상당히 개선시키고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7에 식(3)으로부터 계산된 레이놀즈 전단응력 $-\overline{uv}/U_o^2$ 을 나타낸다. 전술한 바와 같이 기존의 연구결과⁽¹⁾에 따르면, 난류모델이 재부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 전단응력 및 난류에너지를 너무 크게 예측하고 있기 때문이라고 알려져 있다. 그림에서 보는 바와 같이 세 모델에 의한 레이놀즈 응력의 예측결과는 전반적으로 전술한 난류에너지의 예측결과와 비슷하다. 즉, 표준 k-ε 모델인 경우에 비해 두 수정 모델에서 전단응력의 최대값이 다소 오른쪽으로 이

동하는 경향을 보인다. 그러나, 수정 LR 모델은 표준모델의 결과를 다소 오른쪽으로 단지 이동시킨 형태로 후향계단 근방의 재순환 영역에서는 표준 모델에 비해 다소 작은 레이놀즈 응력값을 나타내나, 전체적으로는 표준모델과 비슷한 정도로 높은 레이놀즈 응력값을 예측하고 있어 기존의 난류 모델이 가지고 있는 문제점을 해결하였다고 보기 어렵고, 또한 실험치와도 상당히 다른 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 한편, 수정 LPS 모델은 재순환 영역에서는 다른 모델보다 전반적으로 작은 레이놀즈 응력 값을 나타내며, 재부착점 영역근방에서 레이놀즈 응력의 최대값을 나타내면서 정량적으로 보다 실험치에 근접한 예측결과를 나타내고 있다.

이상의 연구결과로부터 기존의 난류모델이 재부착점을 작게 예측하는 것은 재순환 영역에서의 난류 에너지 및 전단응력을 너무 크게 예측하고 있기 때문이라고 알려져 기존의 연구결과⁽¹⁾ 사실이 입증되었으며, 수정 LPS 모델은 기존의 난류모델이 가지고 있는 이러한 결점을 해결하여 재부착길이 및 재순환 영역에서의 난류에너지와 레이놀즈 응력에 대해서 상당히 개선된 예측결과를 나타냈다고 판단할 수 있다. 또한, 본 연구결과로부터 모델의 수정 방향 함수형태가 매우 중요함을 알 수 있다.

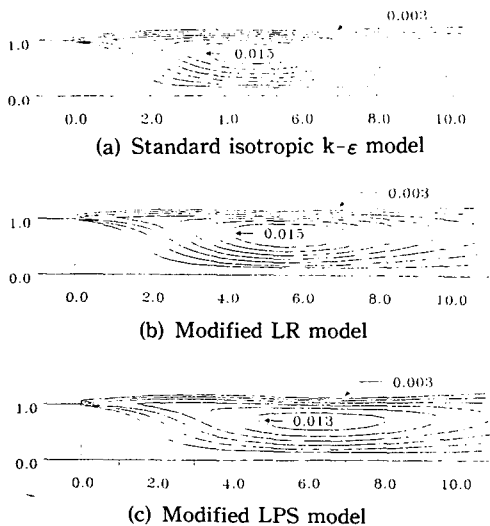


Fig. 7 Contours of Reynolds shear stress $-\overline{uv}/U_o^2$

4. 결 론

일반성(텐서 불변성조건)을 가지면서 이차적인 변형률효과를 고려할 수 있는 수정 k-ε 난류모델을 제시하고, 이 수정모델을 후향계단을 지나는 박리-재부착 유동에 적용하여 각 수정모델의 예측성

능을 검토하였다. 본 연구에서 제안한 수정모델은 Launder (LPS) 등 및 Leschziner-Rodi (LR) 모델에서 이차적 변형률효과를 나타내는 데 사용하고 있는 유선곡률 좌표계로 표현된 Richardson수를 일반성을 가지면서도 사용하기 편리한 카테시안 좌표계로 표현된 새로운 변수로 대체시킨 것이다.

본 연구결과 수정 LR 모델이 기존의 등방성 표준 모델에 비해 그다지 개선된 예측성능을 나타내고 있지 않는데 반해, 수정 LPS 모델은 특히 재부착 길이 및 재순환 영역에서의 난류에너지와 레이놀즈 응력에 대해서 상당히 개선된 예측결과를 나타냈다. 이 결과로부터 모델의 수정항 함수형태가 매우 중요함을 알 수 있다.

향후 레이놀즈수, 확대비 등 조건이 다른 후향계단 유동을 포함해서 각종 재순환 유동에 수정 LPS 모델을 적용하여 모델의 유용성 검토 및 개량을 계속 수행할 필요가 있다.

후 기

본 연구는 1993년도 교육부 기계공학분야 학술연구 조성비 및 1994년 한국과학재단 핵심전문연구 지원과제(No. : 941-1000-001-2)로 수행되었으며, 이에 감사한다.

참고문헌

- (1) Nallasamy, M., 1987, "Turbulence Models and Their Applications to the Prediction of Internal Flows: A Review," *Computers & Fluids*, Vol. 15, No. 2, pp. 151~194.
- (2) Kim, J., Kline, S. J. and Johnston, J. P., 1980, "Investigation of a Reattaching Turbulent Shear Layer: Flow Over a Backward-Facing Step," *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 102, pp. 302~308.
- (3) Park, S. W. and Chung, M. K., 1989, "Curvature-Dependent Two-Equation Model for Prediction of Turbulent Recirculating Flows," *AIAA J.*, Vol. 27, No. 3, pp. 340~344.
- (4) 류호선, 박승오, 1990, "후향계단 유동계산에 의한 2-방정식 난류모형의 평가," 한국항공우주학회지, 제18권, 제3호, pp. 34~42.
- (5) Launder, B. E., Priddin, C. H. and Sharma, B. L., 1977, "The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 99, pp. 231~239.
- (6) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1981, "Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence Model Variations," *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 352~360.
- (7) 명현국, 1994, "이차적인 변형률효과를 나타내는 새로운 변수의 제안," 대한기계학회논문집, 제18권, 제1호, pp. 184~192.
- (8) Lee, B. K., Cho, N. H. and Choi, Y. D., 1988, "Analysis of Periodically Fully Developed Turbulent Flow and Heat Transfer by $k-\epsilon$ Equation Model in Artificially Roughened Annulus," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 1797~1806.
- (9) 명현국, 1992, 범용 열유체역학 프로그램 개발에 관한 기본 연구, KIST보고서 (UCE1196-4675-1).