

〈論 文〉

유연한 기구의 틈새관절 모델링 및 해석방법에 관한 연구

홍지수* · 김호룡**

(1993년 9월 22일 접수)

Dynamic Modeling and Analsys of Flexible Mechanism with Joint Clearance

Jee-Soo Hong and Ho-Ryong Kim

Key Words : Modified Stiffness/Damping Matrix(강성/감쇠행렬 수정법), Clearance(틈새) Variational Calculus(변분법), Elasto-Dynamic Equation(동탄성학적 운동방정식)

Abstract

To operate a flexible mechanism in high speed its weight must be reduced as far as the structural strength does not decrease too much, but a light-weighted mechanism causes undesirable elastodynamic responses deteriorating the system performance. Besides, clearance within the connections of mechanisms causes rapid wear, increased noise and vibration. Even if the problems described above must be considered in the initial design stage, there has been no effective design process which takes account of the correlation between dynamic characteristics of flexible mechanism and the clearance effect at the joint. In this study, the generalized elastodynamic governing equations which include dynamic characteristics and boundary conditions of flexible mechanism are derived by variational calculus and solved by using FFM theory. To take the clearance effect at joint into account a new dynamic model is presented and also the method of modified stiffness/damping matrix is proposed to activate the dynamic clearance model, which cooperates with the developed governing equation very easily. As the results of this study, the proposed method(modified stiffness/damping matrix) to calculate clearance effect was proved to be superior to the existing one(force reaction method)in solution convergency and calculation performance. Besides this method can be easily adopted to the complex shape joint without calculation of reaction force direction.

기 호 설 명

[C] : 응력 변형률행렬

[C₁] : 재료 감쇠행렬

e_{ijk} : 교환텐서

\hat{g}_i : 미리 정의된 표면력벡터

[N_R] : 유한요소 내에서 강체의 절대가속도에 대한 선형분포 형상함수

p_i : 점 p 의 속도

{ \dot{P}_r } : 강체운동에 의한 절점의 가속도벡터

{ P_r } : 강체운동에 의한 절점의 속도벡터

{Q} : 절점의 변위벡터

S₁ : 표면력영역

S₂ : 변위영역

S : 링크 α, β 연결영역

[T_{ij}] : 링크 α, β 의 직교 좌표변환 행렬

T : 운동에너지

κ : 탄성변형비

$u(x, t)$: 축방향 변위

*정회원, 삼성데이타시스템(주) 자동화개발팀

**정회원, 연세대학교 기계설계학과

V	: 체적[m ³]
W	: 변형에너지
$w(x,t)$: 횡방향 변위
X_i	: 단위 체적당의 체적력
δ_{ij}	: 크로네커 델타(Kronecker delta)
ϵ_{ij}	: 변형률텐서
λ	: Lagrange 승수
ρ	: 밀도
σ_{ij}	: 응력텐서
$\dot{\phi}, \ddot{\phi}$: 링크의 각속도 및 각가속도
*	: 좌표 $oxyz$ 에 대한 변화율
.	: 절대 변화율
,	: 공간미분

1. 서 론

고속으로 작동하는 기구관절에서의 틈새(clearance)는 불연속적인 접촉상태를 유발시킴으로써 접촉에서 비접촉 상태(contact loss)로의 변화과정시 예기치 않은 충격력을 발생시키며, 이러한 충격력은 기구의 동적성능에 악영향을 주는 진동, 소음 및 마멸 등의 주요 원인이 된다. 틈새관절을 고려한 수동기구의 운동에 대하여 해석적 또는 확률적 틈새모델을 이용한 많은 연구가 진행되어왔으나⁽¹⁾ 유연한 기구의 운동방정식에서 틈새의 영향을 유한요소 행렬식으로 나타낸 후 수치해석적 방법을 이용하여 운동해석을 수행한 연구는 매우 미흡한 실정이다.

해석적 모델을 이용한 틈새에 관한 연구로는 1971년 Dubowsky와 Freudenstein^(2,3)이 베어링 표면의 탄성을 spring-dashpot계로서 고려하는 IBM (impact beam model)을 고안하여 접촉시 베어링으로부터 기구관절에 가해지는 탄성 및 감쇠력을 계산하였고, 틈새관절을 갖는 유연한 평면 연쇄기구의 동탄성학적 운동해석시 틈새가 미치는 영향에 대하여 연구하였다.^(4,5) 또한 앞서 연구된 유연한 기구의 동탄성학적 해석방법에 2차원 또는 3차원적인 틈새관절을 고려함으로써 일반적인 폐회로 기구에 대하여 운동해석을 하였다.⁽⁶⁾ 그러나 이들이 사용한 반력계산법은 반력방향의 계산이 어렵고 수치계산시 시간간격의 증가에 따라서 계산결과가 불안정하게 되는 단점을 내포하므로 복잡하고 많은 계산량을 요구하는 기구의 동탄성학적 해석 및 설계에 사용하기 어렵다. 1975년 Earles와 Wu⁽⁷⁾는 평

면 강체기구에 베어링의 틈새를 고려치 않은 zero-clearance 모델을 사용하여 비접촉 상태를 예측할 수 있는 기준식을 제시함으로써 폐회로 연쇄기구의 초기설계에 사용할 수 있도록 하였다. 그러나 이 방법은 관절에서의 틈새와 compliance를 고려치 않았으므로 비접촉을 예측하기에는 다소 부적합한 방법이며 제시된 설계 기준식이 비접촉의 발생을 억제하는 입력속도에 제한되었다. 1980년 Haines⁽⁸⁾는 베어링의 표면을 강체라고 가정하고 접촉중에는 그들 중심간의 거리를 질량이 없는 링크로 가정하여 문제를 해석하였으나 식의 비선형성이 매우 심하고 계산이 어려운 문제점이 있으며 링크의 탄성효과를 고려치 않았다. 1984년 van der Werf와 Jonker⁽⁹⁾는 기하학적 전달함수에 의한 유한요소법을 이용하여 기구의 동탄성학적 운동해석을 수행하였으며, 1985년 Tanuwidjaja⁽¹⁰⁾가 틈새가 있는 회전관절을 가진 평면기구에 이를 적용하여 회전관절에서의 틈새가 유연한 기구의 운동특성에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 1990년 Earles와 Senevirantne⁽¹¹⁾는 자신과 Haines의 연구방법을 종합하여 비교하고 틈새가 있는 평면연쇄기구의 회전관절에서의 비접촉을 예측하는 설계방안을 제시하였다. 1984년 Horie와 Funabashi⁽¹²⁾등은 틈새를 갖는 crank-slider 메카니즘에 대한 운동방정식을 유도한 후 틈새에 의한 충격력을 일정하게 유지하는 crank의 최적형상설계를 하고, 1988년 관절에서의 틈새가 매니플레이터의 기구학적 위치정밀도에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.⁽¹³⁾ 확률적 모델을 이용한 방법으로는 1984년 오병준⁽¹⁴⁾이 공차와 틈새의 영향을 확률적 문제로 가정하고 통계학적 해석기법을 적용함으로써 이를 확정적 문제로 변환시킨 후 4절 연쇄기구의 최적설계에 적용하였다. 이외에도 NASTRAN이나 ANSYS와 같은 상업용 유한요소해석 패키지에서는 틈새에 의한 강성값이 비접촉시에는 zero에 가까운 값을, 단순 접촉이나 미끄럼 접촉시에는 인접한 요소의 강성계수의 100배 정도의 값을 갖도록 고안하고 이러한 비선형 틈새요소(gap element)를 틈새가 있는 구조물의 해석에 이용하고 있다.⁽¹⁵⁾

한편, 기구에 대한 종래의 해석방법들은 기구를 강체로 가정하거나 비선형성을 고려치 않은 것이 대부분이었다. 이러한 방법들은 기구가 고속운동을 하거나 계의 고유진동수가 클 경우에는 탄성력과 비선형력에 대한 오차가 크게 나타나므로 정확한

운동해석이나 설계방안을 제시했다고 볼 수 없다. 따라서 기구의 유연성을 고려한 동탄성학적 운동해석이 필요하다.⁽¹⁶⁾ 유연한 기구계의 운동방정식을 얻기 위해서는 Hamilton의 정리나 D'Alembert의 원리를 이용하여 기구계에 탄성을 고려하는 방법,⁽¹⁷⁾ 유한요소법,⁽¹⁸⁾ 미분방정식 형태의 운동방정식에 대수적인 기구학적 구속조건식을 Lagrange 승수에 의해서 결합시키는 방법⁽¹⁹⁾ 등이 있다.

본 연구에서는 계 전체의 특성이 운동방정식 내에 잘 나타나도록 하기 위하여 변분법을 사용하여 유연한 기구의 동탄성학적 운동방정식을 유도하고^(20,21) spring-dashpot로써 동적 틸새관절을 모델링 한다. 특히, 유한요소 행렬식화된 유연한 기구의 운동방정식으로부터 틸새의 영향을 수치해석적 방법으로 계산 가능하게 하기 위하여 새로운 강성/감쇠행렬 수정법을 제안하고, 이 방법의 효율성을 기존의 방법과 비교 분석 하고자 한다.

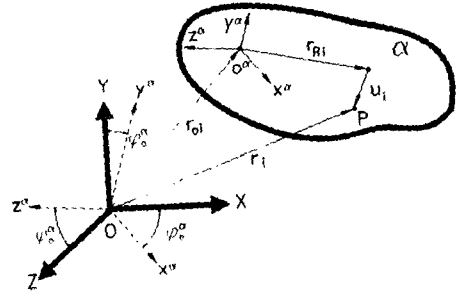


Fig. 1 A general link and its associated coordinate system

2. 유연한 기구의 운동방정식

2.1 변분법에 의한 동탄성학적 운동방정식

Fig. 1과 같이 연쇄기구의 임의의 링크 α 에 존재하는 점 P 의 위치벡터 r_i 를 Lagrange 좌표계를 사용하여 텐서로 나타내면 식(1)과 같다.

$$r_i = r_{oi} + r_{Ri} + u_i \quad (i=x, y, z) \quad (1)$$

단, u_i 는 강체운동과 탄성변형에 의한 성분을 모두 포함하는 변위벡터이다.

링크 α 의 운동에너지와 변형에너지를 범함수 꼴로 나타내면 다음과 같다.

$$G = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_V [T - W + X_i r_i] dV + \int_{S_1} \bar{g}_i r_i dS_i \right\} dt \quad (2)$$

$$\text{여기서, } T = \frac{1}{2} \rho \delta_{ij} \dot{p}_i \dot{p}_j \quad (2a)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) \quad (2b)$$

$$p_i = r_{oi}^* + (r_{Ri}^* + u_i^*) + \bar{\omega} \times \bar{r}_i = r_{oi}^* + u_i^* + e_{ijk} \phi_j (r_{ok} + r_{Rk} + u_k) \quad (2c)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad (2d)$$

$$u_i^* = [T_{ij}] u_j^* \quad (2e)$$

여기서, 식(2a)는 링크의 운동에너지, 식(2b)는 비선형 탄성이론에 의한 변위와 변형률 간의 관계,

식(2c)는 링크의 임의의 점 P 의 속도, 식(2d)는 미리 정의된 변위량, 식(2e)는 회전관절에서의 좌표 변환 관계를 나타내는 구속조건식이다.

Lagrange 승수를 이용하여 구속조건식을 식(2)에 대입하여 범함수 J 를 유도한 후 위치벡터, 변형률, 변위, 속도 및 Lagrange 승수에 대하여 각각 변분을 취하면 범함수 G 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta J = 0 &= \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_V \delta \epsilon_{ij} [\sigma_{ij} - (\partial W / \partial \epsilon_{ij})] dV \right. \\ &+ \int_V \delta u_i [X_i + \sigma_{ij,j} + u_{i,k} \sigma_{jk} + u_{i,k} \sigma_{j,k} - \rho \dot{p}_i] dV \\ &+ \int_V \delta \sigma_{ij} [\epsilon_{ij} - \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j})] dV \\ &- \int_V \rho \delta p_i [p_i - \{r_{oi}^* + u_i^* + e_{ijk} \phi_j (r_{ok} + r_{Rk} + u_k)\}] dV \\ &+ \int_{S_1} \delta u_i [(\bar{g}_i - g_i - g_{k,i} u_{k,i})] dS_i \\ &- \int_{S_2} (\delta g_i + \delta g_{k,i} u_{k,i} + g_k \delta u_{i,k}) [\bar{u}_i - u_i] dS_i \\ &- \int_{S_{\alpha\beta}} (\delta g_i^* + \delta g_{k,i}^* u_{k,i}^* + g_k^* \delta u_{i,k}^*) [u_i^* - T_{ij} u_j^*] dS_{\alpha\beta} \\ &+ \int_{S_{\alpha\beta}} \delta u_i^* [-(g_i^* + g_{k,i}^* u_{k,i}^*) - T_{ij}^{-1} (g_j^* + g_{k,j}^* u_{k,j}^*)] \\ &\left. dS_{\alpha\beta} \right\} dt \quad (3) \end{aligned}$$

식(3)은 유연한 링크의 운동 및 변형에너지와 구속조건들로 이루어진 범함수의 변분식이므로써, 정리하면 식(4)와 같은 동탄성학적 운동방정식 및 그에 따른 경계조건식들 (4a, 4b)과 강체 운동방정식 (4c)이 아래와 같이 얻어진다.

$$\begin{cases} X_i + \sigma_{ij,j} + u_{i,k} \sigma_{jk} + u_{i,k} \sigma_{j,k} - \rho \dot{p}_i = 0 \\ \epsilon_{ij} - \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) = 0 \\ p_i - \{r_{oi}^* + u_i^* + e_{ijk} \phi_j (r_{ok} + r_{Rk} + u_k)\} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \bar{g}_i = g_i + g_{k_i} u_{i,k} & \text{on } S_1 \\ \bar{u}_i = u_i & \text{on } S_2 \end{cases} \quad (4a)$$

$$\begin{cases} u_i^g = T_{ij} u_j^g \\ -(g_i^g + g_{k_i}^g u_{i,k}^g) = T_{ij}^{-1} (g_j^g + g_{k_j}^g u_{j,k}^g) & \text{on } S_{\alpha\beta} \end{cases} \quad (4b)$$

$$\begin{cases} \int_V X_i dV + \int_{S_1} \bar{g}_i dS_1 = \int_V \rho u_i dV \\ \int_V e_{ijk} X_i (r_{\alpha k} + r_{\beta k} + u_k) dV + \int_{S_1} e_{ijk} \bar{g}_i (r_{\alpha k} + r_{\beta k} + u_k) dS_1 \\ = \int_V e_{ijk} p_j (r_{\alpha k} + r_{\beta k} + u_k) dV \end{cases} \quad (4c)$$

2.2 유한요소법의 적용

본 연구에서는 비선형 진동을 고려한 2차원 보요소 (Fig. 2)를 식(4)에 적용시켜 일반화된 동탄성학적 유한요소 행렬식을 유도하고 유연한 기구의 동탄성학적 거동을 해석한다. 우선, 축방향의 비선형 진동을 고려할 경우 축방향 변위 $u(x, t)$ 를 일반 2차원 보의 형상함수 $[N]$ 과 절점의 변위벡터 $\{Q\}$ 를 이용하여 선형과 비선형항으로 나누어 쓰면 다음과 같이 표현된다. ⁽²¹⁾

$$u(x, t) = [N]\{Q\} + \int_0^x \frac{1}{2}\{Q\}^T [N_{n1,x}]^T [N_{n1,x}]\{Q\} dx \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{Q\}^T &= \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\} \\ [N_1] &= [N_1 - zN_{2,x} - zN_{3,x}N_4 - zN_{5,x} - zN_{6,x}] \\ [N_{n1,x}] &= [0, N_{2,x}, N_{3,x}, 0, N_{5,x}, N_{6,x}] \end{aligned}$$

이다.

식(5)로부터 보요소에 대하여 전단변형이 없다고 가정하면 축방향으로의 변형률 ϵ_{xx} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\epsilon_{xx}\} &= \{\epsilon_{xx}\}_1 + \{\epsilon_{xx}\}_{n1} \\ &= [N_{1,x}]\{Q\} + \frac{1}{2}\{Q\}^T [N_{n1,x}]^T [N_{n1,x}]\{Q\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\{\sigma_{xx}\} = [C]\{\epsilon_{xx}\} + [C_1]\{\dot{\epsilon}_{xx}\}$ 이다.

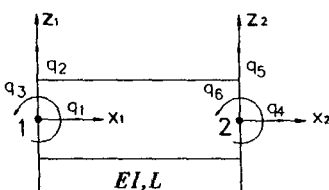


Fig. 2 2-D beam element model of a link

한편, 링크 α 가 xy 평면에서 z 축을 중심으로 각 속도 ϕ 로 회전한다고 가정하면 링크 상의 임의의 점 P 의 가속도는 점 0의 절대가속도와 0에 대한 P 의 상대가속도 합으로써 나타낼 수 있다.

$$\bar{a}_p = \bar{a}_0 + \ddot{r}_p + 2\dot{\omega} \times \dot{r}_p + \dot{\omega} \times \bar{r}_p + \omega \times (\omega \times \bar{r}_p) \quad (7)$$

여기서, $\bar{r}_p = (r + u)\bar{i} + v\bar{j}$ 이다.

식(7)은 절점의 변위벡터와 형상함수를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\dot{P}\} &= [N_R]\{\dot{P}_R\} + [N]\{\dot{Q}\} + 2\phi[N]\{\dot{Q}\} \\ &+ \{-\phi^2[N] + \dot{\phi}[N_M]\}\{Q\} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $[N_M] = \begin{bmatrix} 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \\ -N_1 & 0 & 0 & -N_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 이다.

행렬식화된 변위, 변형률, 가속도 항을 식(3)의 두 번째 적분항에 대입하여 정리하면 유연한 링크의 한개 요소에 대한 국부좌표계상에서의 동탄성학적 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{Q}\} &+ ([D_1] + [D_2] + [M_{COR}])\{\dot{Q}\} \\ &+ ([K_1] + [K_2] + [K_3] + [M_{IC}])\{Q\} \\ &= \int_V [N]^T [X] dV + \int_S [N]^T \{g\} dS - [M_R]\{\dot{P}_R\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$[K_1] = \int_V [N_{1,x}]^T [C] [N_{1,x}] dV \quad \text{: 선형 강성행렬} \quad (9a)$$

$$[K_2] = \int_0^L \{F_x\}_1 [N_{n1,x}]^T [N_{n1,x}] dx \quad \text{: 기하학적 비선형 강성행렬} \quad (9b)$$

$$\{F_x\}_1 = EA [N_{1,x}] \{Q_x\} \quad \text{: 선형 축력} \quad (9c)$$

$$[K_3] = \int_0^L \{F_x\}_1 [N_{1,x}]^T [N_{1,x}] dx \quad \text{: 선형 축력에 의한 강성행렬} \quad (9d)$$

$$[D_1] = \int_V [N_{1,x}]^T [C_1] [N_{1,x}] dV \quad \text{: 선형 감쇠행렬} \quad (9e)$$

$$[D_2] = \int_0^L \{F_x\}_1 [N_{1,x}]^T [C_1] [N_{1,x}] dx \quad \text{: 비선형 감쇠행렬} \quad (9f)$$

$$[M_R] = \int_V \rho [N]^T [N_R] dV \quad \text{: 강체운동에 관한 질량행렬} \quad (9g)$$

$$[M] = \int_V \rho [N]^T [N] dV \quad \text{: 유한요소의 질량행렬} \quad (9h)$$

$$[M_{COR}] = \int_V 2\dot{\phi}\rho[N]^T[N]_m dV$$

: Coriolis력에 대한 질량행렬 (9i)

$$[M_{IC}] = \int_V \rho\{-\dot{\phi}^2[N]^T[N] + \ddot{\phi}[N_M]^T\} dV$$

: 탄성/강체운동의 연성 관성행렬 (9j)

$$|\delta_r| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

베어링의 반력이 유한요소 식에 포함되기 위해서는 식(12)와 같이 반력 F_r 의 각 절점좌표계 방향으로의 반력 f 와 반력의 작용방향 θ 가 계산되어야 한다.

$$\begin{aligned} f_x &= -F_r \cos\theta \\ f_y &= -F_r \sin\theta \\ \theta &= \tan^{-1}(q_y/q_x) \end{aligned} \quad (12)$$

그러나 단순한 형태의 2차원 회전관절이 아닌 경우에 틈새를 포함한 관절의 접촉상태는 매우 복잡한 기하학적 형상을 나타내므로 이러한 반력을 계산하기가 어렵고, 미소 탄성변형 q_x, q_y 에 의한 arctangent의 값의 변화에 따라서 해가 발산할 수 있다.

3. 틈새관절의 모델링 및 해석방법

본 연구에서는 틈새의 베어링 표면을 스프링과 댐퍼로써 이루어진 spring-dashpot계로 모델링한 후 이를 유연한 기구의 동탄성학적 운동방정식의 유한요소 행렬식에 삽입하여 유연한 기구의 운동해석시 관절의 틈새가 기구운동에 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 틈새모델의 유한요소 행렬식에 포함 시키는 방법으로는 기존의 반력계산법과 본 연구에서 처음으로 제안한 강성/감쇠행렬 수정법을 각각 이용하였다.

3.1 반력계산법

평면기구의 경우에 틈새가 있는 회전관절에서 유한요소 절점좌표계 방향으로의 탄성변형을 Fig. 3에서와 같이 각각 q_x, q_y 로 표시하고 마찰에 의한 영향력을 무시하면 틈새의 반경방향으로의 탄성변형은 식(10)과 같다.

$$\delta_r = \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \quad (10)$$

틈새의 크기, 베어링의 강성 및 감쇠계수를 각각 δ_c, K_B, C_B 라 하면 관절에서의 탄성변형에 의한 베어링으로부터의 F_r 과 변경방향으로의 속도성분 $\dot{\delta}_r$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_r &= K_B(\delta_r - \delta_c) + C_B|\dot{\delta}_r| & \delta_r > \delta_c \\ F_r &= 0 & \delta_r < \delta_c \end{aligned} \quad (11)$$

$$|\dot{\delta}_r| = \sqrt{\dot{q}_x^2 + \dot{q}_y^2}$$

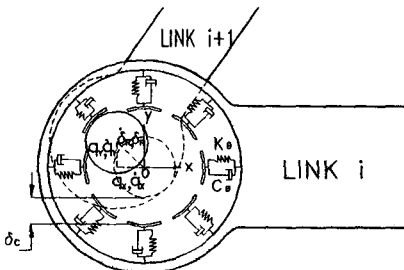


Fig. 3 Clearance element model of revolute joint

3.2 강성/감쇠행렬 수정법

본 연구에서는 틈새관절을 갖는 유연한 기구 설계시 틈새가 기구의 탄성변형에 미치는 영향을 효과적으로 해석할 수 있는 방법으로 다음과 같은 강성/감쇠행렬 수정법을 제안한다. 강성/감쇠행렬 수정법이란 관절에 위치한 요소 절점이 틈새한계를 초과하여 탄성변형할 경우 이 절점에 대한 링크의 강성 및 감쇠행렬 요소에 베어링의 강성 및 감쇠계수를 각각 합하여 전체 계의 강성 및 감쇠행렬을 수정하는 방법이다. 우선, 식(12)로부터 접촉력은 δ_r 방향을 따라 접촉면에 수직이라 가정하고 틈새관절의 반력성분 f_x, f_y 를 반경방향의 탄성변형 $|\delta_r|$ 에 대한 x, y 축 방향의 탄성변형 및 반경방향의 상대속도 $|\dot{\delta}_r|$ 에 대한 x, y 축 방향의 속도 성분 비로써 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f_x &= -K_B(|\delta_r| - \delta_c) \frac{q_x}{|\delta_r|} - C_B|\dot{\delta}_r| \frac{\dot{q}_x}{|\dot{\delta}_r|} \\ &= -K_B \frac{(|\delta_r| - \delta_c)}{|\delta_r|} q_x - C_B \dot{q}_x \\ f_y &= -K_B(|\delta_r| - \delta_c) \frac{q_y}{|\delta_r|} - C_B|\dot{\delta}_r| \frac{\dot{q}_y}{|\dot{\delta}_r|} \\ &= -K_B \frac{(|\delta_r| - \delta_c)}{|\delta_r|} q_y - C_B \dot{q}_y \end{aligned} \quad (13)$$

단, $\delta_r > \delta_c$ 이다.

식(13)의 f_x, f_y 는 유연한 기구의 동탄성학적 운동방정식 (9)에서 계에 가해지는 외력에 해당한다. 또한, q_x, q_y 와 \dot{q}_x, \dot{q}_y 는 각각 유한요소 절점에서

의 탄성변형 및 탄성변형 속도를 나타내는 독립변수이므로 식(13)을 식(9)의 좌변으로 옮긴 후 강성과 감쇠에 해당하는 항으로 분리하여 정리하면 다음과 같이 수정된 강성 및 감쇠행렬에 의한 유한요소 행렬식을 얻을 수 있다.

$$[M] \begin{Bmatrix} \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xx} + C_B & \cdot & \cdot \\ \cdot & D_{yy} + C_B & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} + \kappa K_B & \cdot & \cdot \\ \cdot & K_{yy} + \kappa K_B & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = \int_V [N]^T \{X\} dV + \int_S [N]^T \{g\} dS - [M_R] \{\dot{P}_R\} \quad (14)$$

식(14)에서 κ 는 링크와 베어링의 탄성변형비로서 식(15)와 같이 나타낼 수 있으며 반력의 작용방향에 대한 계산을 필요로 하지 않는 scalar량이다.

$$\kappa = \left\langle \frac{\delta_r - \delta_c}{\delta_r} \right\rangle = \begin{cases} \frac{\delta_r - \delta_c}{\delta_r} & \delta_r - \delta_c > 0 \\ 0 & \delta_r - \delta_c \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

이방법은 복잡한 형상의 관절에서도 각 절점좌표계에 해당하는 반력을 계산할 필요가 없이 단지 접촉현상의 발생 유무에 따라 계의 강성 및 감쇠행렬이 변화하므로 계산과정이 간단하며 본 연구에서 사용된 유연한 기구의 유한요소 행렬식에 쉽게 적용시킬 수 있다.

한편, 틈새관절의 동력학적 계는 고유치 값이 넓은 주파수영역에 분포하며 매우 짧은 시간내에 계의 급격한 상태변화가 발생하므로 정확한 해를 얻기 위하여 적분시간 간격을 적게 하여야 한다. 그러나 적분 시간간격의 감소는 수치계산의 효율을 저하시키며 round-off 오차의 발생으로 해의 수렴을 불안정하게 할 수 있다. 본 연구에서 사용한 수치적분 방법은 Newmark방법으로써 $10^{-6} \sim 10^{-5}$ 차수의 시간간격을 사용하였으며 동적 틈새모델의 시뮬레이션결과, 동일한 적분 시간간격을 사용할 경

우 본 연구에서 제안된 강성/감쇠행렬 수정법이 반력계산법보다 안정되게 수렴하는 것을 입증할 수 있었다. (Fig.6)

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

틈새관절을 갖는 유연한 기구의 시뮬레이션 예로써 Fig. 4와 같은 slider-yoke기구를 사용하였다. 이때, slider는 양단자유이며 고유진동수가 880Hz인 유연한 보($0.269 \times 0.0127 \times 0.0127m$)로써 틈새가 있는 베어링에 의해 강체인 yoke와 연결되어 가진력 $Y(t)$ 에 의해서 상하 왕복운동을 한다.

Fig. 5(a)에 나타난 결과는 slider의 탄성변형시 틈새가 미치는 영향을 강성/감쇠행렬 수정법과 반력계산법으로 각각 시뮬레이션한 것으로써 두가지 방법이 일치된 해를 보여주고 있다. 또한, 유연한 slider의 끝단이 베어링의 표면에 닿는 순간 기구의 동특성에 해로운 충격력 F_r 이 발생하는 것을 알 수 있다.

Table 1은 틈새와 가진력의 크기비(δ_c/Y_{max})를 변화하면서 베어링의 최대 탄성변형량을 비교한 수치결과로써 본 연구에서 제안한 강성/감쇠행렬 수정법이 유연한 기구의 동탄성학적 운동방정식에

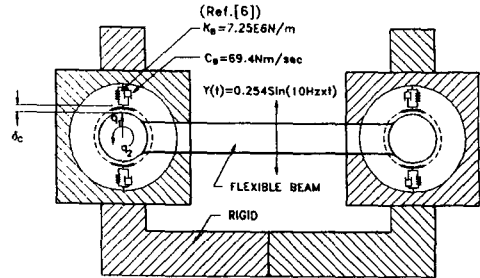
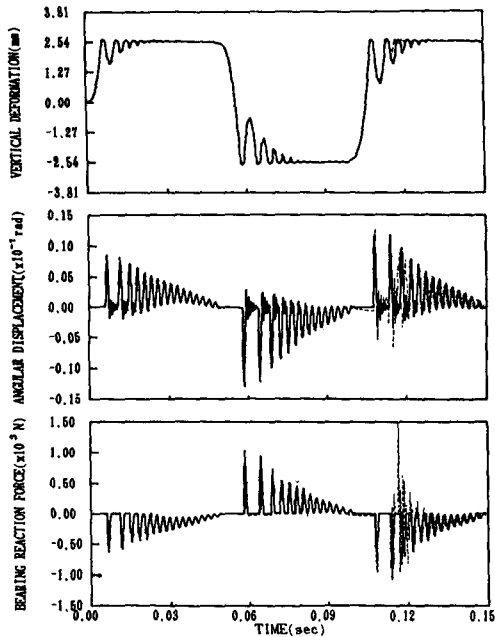


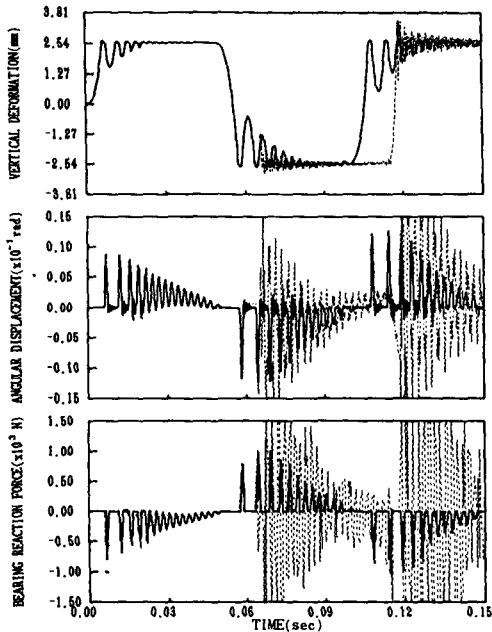
Fig. 4 Modeling of slider-yoke mechanism with clearance (Ref.[6])

Table 1 Normalized bearing surface compression

δ_c/Y_{max}	20 log ($q_{y_{max}}/Y_{max}$) (dB)		
	Analytic	Reference[6]	Present
0.000	-80.0	-80.0	-80.6
0.001	-76.5	-76.5	-76.5
0.010	-64.7	-64.0	-64.9
0.100	-53.0	-52.0	-53.6



(a) $\Delta t = 10^{-6}$ sec



(b) $\Delta t = 10^{-5}$ sec

Fig. 5 Motion of the slider-yoke mechanism with clearance

잘 적용 되었다는 것을 알 수 있다.

한편, Fig. 5(b)는 적분시간간격을 10^{-5} 초로 증가하여 틈새관절에서의 탄성변형을 계산한 결과이

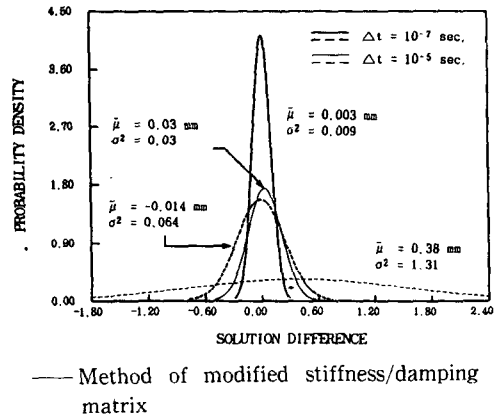


Fig. 6 Probability density of solution difference

다. 그림에서 보듯이 시간이 진행됨에 따라 반력계산법에 의한 해는 불안정한 상태가 되는 반면에 강성/감쇠행렬 수정법은 적분 시간간격이 적은 경우에서와 마찬가지로 안정된 해를 보여주고 있다. Fig.6은 시간간격이 각각 10^{-7} 초, 10^{-5} 초인 경우의 해를 10^{-6} 초인 경우의 해와 비교하여 나타난 오차를 확률분포 곡선으로 나타낸 그림이다. 이때, μ 는 오차의 평균값이며 σ^2 은 오차의 분산값으로 강성/감쇠행렬 수정법에 의한 오차의 평균값과 표준편차가 반력계산법에 비해 상당히 적으며 오차가 평균값을 중심으로 매우 좁게 분포한다는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

계 전체의 포괄적인 특성이 나타날 수 있도록 변분법에 의해서 유연한 기구의 동탄성학적 운동방정식을 유도한 후 유한요소법을 적용하였다. 동적 틈새관절을 spring-dashpot 계로써 모델링하였고 틈새관절이 기구운동에 미치는 영향을 수치적으로 해석하기 위하여 강성/감쇠행렬 수정법을 처음으로 제안 하였다. 고속으로 작동하는 slider-yoke 기구의 틈새관절에 본 연구에서 제안한 강성/감쇠행렬 수정법과 기존의 반력계산법을 각각 적용하여 시뮬레이션해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 유연한 기구의 강성 및 감쇠행렬에 탄성변형비에 의한 관절의 강성계수와 감쇠계수를 각각 더해줌으로써 틈새관절을 고려한 일관된 운동해석이 수행될 수 있는 강성/감쇠행렬 수정법의 타당성이

입증되었다.

(2) 동적 틈새관절을 고려한 해석과 설계에 있어서 본 연구에서 제안한 강성/감쇠행렬 수정법은 틈새관절을 갖는 기구의 운동해석시 반력의 방향을 계산할 필요가 없으므로 복잡한 형상의 틈새관절 해석에 효율적으로 적용시킬 수 있다.

(3) 동일한 적분 시간간격을 사용하여 해를 구할 경우 반력계산법에 비해서 강성/감쇠행렬 수정법이 수치적으로 안정하므로 계산시간을 현저히 단축시킬 수 있다.

참고문헌

- (1) Haines, R. S., 1979 "Survey: 2-Dimensional Motion and Impact at Revolute Joints," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 15, pp. 361-370.
- (2) Dubowsky, S. and Freudenstein, F., 1971, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems With Clearances Part I: Formation of Dynamic Model," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 93, No. 1, pp. 305~309.
- (3) Dubowsky, S. and Freudenstein, F., 1971, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems With Clearances Part 2: Dynamic Response," *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 93, No. 1, pp. 310~316.
- (4) Dubowsky, S. and Gardner, T. N., 1975, "Dynamic Interactions of Link Elasticity and clearance Connections," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 97, No. 2, pp. 652~661.
- (5) Dubowsky, S. and Gardner T.N., 1977, "Design and Analysis of Multilink Flexible Mechanisms With Multiple Clearance Connections," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 99, Series B, No.1, pp. 88~96.
- (6) Dubowsky, S., Deck, J. F. and Costello, H., 1987, "The Dynamic Modeling of Flexible Spatial Machines Systems With Clearance Connections," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 109, pp. 87~94.
- (7) Earles, S.W.E. and Wu, C.L.S., 1975, "Predicting The Occurrence of Contact Loss at A Bearing from A Zero-Clearance Analyiys," *Proc. Fourth World Congress IFToMM*, England.
- (8) Haines, R.S., 1980, "A Theory of Contact Loss at Revolute Joints with Clearance," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol.22, No. 3, pp. 129~136.
- (9) van der Werff, K. and Jonker, J.B., 1984, "Dynamics of Flexible Mechanisms." In Haug, E. J.(ed.): *Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics*, Berlin: Springer-Verlag, pp. 381~400.
- (10) Tanuwidjaja, B., "Simulation des the Dynamischen Verhaltens Ebener Mechanismen mit Spielbehafteten Drehgelenken mit Hilfe des Finite-Element-Methode," Doctoral Thesis, WTHD173, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- (11) Earles, S.W.E. and Seneviratne, L.D., 1990, "Design Guidelines for Predicting Contact Loss in Revolute Joints of Planar Linkage Mechanisms," *Journal of mechanical Engineering Science (Proc. Instn. Mech Engrs.)*, Vol. 204, pp. 9~18.
- (12) 堀江三喜男, 舟橋廣明, 小川 溪, 阿部 弘, "對偶に遊びのある機構の動特性(對偶素間の分離の抑制)," *日本機械學會論文集(C編)*, 51卷 470號, pp. 2731~2736.
- (13) 堀江三喜男, 舟橋廣明, 西岡廉生, "對偶すきを考慮しに5節閉 ループロボットアームの高精度化に關する研究," *日本機械學會論文集(C編)*, 55卷, 517號, pp. 2499~2506.
- (14) 오병준, 1985, "공차와 틈새를 고려한 4절 연쇄기구의 최적설계에 관한 연구," 연세대학교 대학원 기계공학과 석사학위 논문.
- (15) Konhke, P. C., 1986, *ANSYS Engineering Analysis System: Theoretical Manual*, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, PA.
- (16) Erdman, A.G. and Sandor, G.N., 1972, "Kineto-Elastodynamics-A Review of the State of the Art and Trends," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 7, pp. 19~33.
- (17) Sadler J. P. and Sandor, G. N. 1974, "Non-linear Vibration Analysis of Elastic Four Bar Linkages," *ASME J. of Engineering for Industry*, Vol. 96B, pp. 441~419.

- (18) Turcic, D.A. and Ashok Midha, 1984, "Generalized Equations of Motion for the Dynamic Analysis of Elastic Mechanism Systems," *ASME J. of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, Vol. 106, pp. 243~248.
- (19) Song, J.O. and Haug, E.J., 1980, "Dynamic Analysis of Planar Flexible Mechanisms," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 24, pp. 359~381.
- (20) Thompson, B.S. and Barr, A.D.S., 1976, "A Variational Principle for the Elastodynamic Motion of Planar Linkages," *ASME J. of Engineering for Industry*, pp. 1306~1312.
- (21) Thompson, B.S. and Sung, C.K., 1984, "A Variational Formulation for the Nonlinear Finite Element Analysis of Flexible Linkages: Theory, Implementation and Experimental Results." *ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.106, pp.482~488.